

DIE STROM-, MOMENTEN- UND LEISTUNGSVERHÄLTNISSSE EINPHASIGER WINKELÜBERTRAGUNGSSYSTEME

Von
L. BAJZA

Lehrstuhl für Elektrische Maschinen und Messungen, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 7. Mai 1960)

Soweit Verfasser bekannt, wurden manche Einzelheiten der einphasigen Winkelübertragungssysteme in der Fachliteratur noch nicht besprochen, obwohl dieses System in der Fernwirktechnik häufig verwendet wird. Es gibt ausgezeichnete Facharbeiten über die Berechnung des Primärstromes und des Momentes der einphasigen elektrischen Welle [1], [2], und bekannt ist auch das Arbeitsdiagramm der aus Vollpolmaschinen zusammengesetzten, an der

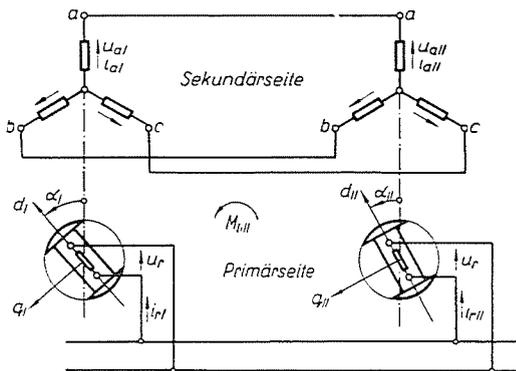


Abb. 1. Schaltbild der einphasigen elektrischen Welle

Primärseite dreiphasig gewickelten, jedoch einphasig geschalteten und gespeisten elektrischen Welle [3], [4]. Dennoch kommen in Winkelübertragungssystemen fast ohne Ausnahme Schenkelpolmaschinen zur Verwendung, da es dieser Weg ist, der am einfachsten zur Verminderung der Querimpedanz der Statorphasen führt, die die Erhöhung der Anfangsteilheit der Momentenkurven gewährleistet.

Das Ziel des vorliegenden Artikels ist die Entwicklung des Arbeitsdiagrammes und die Untersuchung der Momenten- und Leistungsverhältnisse bei primärseitig rein einphasigen und aus Schenkelpolmaschinen zusammengesetzten Winkelübertragungssystemen.

Abb. 1 zeigt das Schaltungsschema und die als positiv angenommenen

Richtungen von Phasenspannungen, Phasenströmen, Drehmomenten und Drehwinkeln.

Dreht sich die Welle der Maschine I (des Senders) infolge einer äußeren mechanischen Einwirkung um den Winkel a_I , so sucht sich die Welle der Maschine II (des Empfängers), dem entstandenen elektromagnetischen Drehmoment entsprechend, um einen Drehwinkel a_{II} zu verdrehen, dessen Größe mit der von a_I übereinstimmt. Wird die Welle des Empfängers durch ein Moment belastet, so ist zwangsweise $a_{II} < a_I$. Die Differenz der beiden Winkel ist als Winkelverschiebung durch

$$\delta = a_I - a_{II}.$$

definiert.

Die Ströme und Momente der Wellenmaschinen werden teils durch die oben definierte Winkelverschiebung, teils durch die gemeinsame Winkelgeschwindigkeit Ω der beiden Rotoren vorgeschrieben. Letztere wollen wir aus formellen Gründen durch den auf die synchrone Winkelgeschwindigkeit ω bezogenen relativen Wert

$$q = \frac{\Omega}{\omega}$$

ausdrücken.

Da zwei Variable vorhanden sind, unterscheiden wir zwischen synchronem und asynchronem Betrieb ($q = \text{konst.}$ bzw. $\delta = \text{konst.}$). Obwohl der letztere kaum betriebsmäßig genannt werden kann, empfiehlt es sich dennoch, die Kurven des Stromdiagrammes für den asynchronen Betrieb zu konstruieren. Die Ortskurven des synchronen Betriebs ergeben sich durch die Verbindung der Punkte $q_i = \text{konst.}$

Das Arbeitsdiagramm des primären und sekundären Stromes setzt sich aus je einer Kurvenschar vierter Ordnung zusammen. Die rechnerische Ermittlung dieser Kurven erfordert einen großen und schwerfälligen Arbeitsaufwand. Im folgenden wird ein halbgraphisches Verfahren mitgeteilt, das es gestattet, das Arbeitsdiagramm des primären und sekundären Stromes mit verhältnismäßig geringer Rechenarbeit aufzutragen.

Im weiteren werden folgende Bedingungen vorausgesetzt:

1. die Klemmenspannung ändert sich mit der Zeit rein sinusförmig,
2. die Durchflutungen aller Wicklungen sind über den Ankerumfang sinusförmig verteilt,
3. die Dreiphasenwicklungen sind vollkommen symmetrisch,
4. die beiden Wellenmaschinen sind zweipolig und elektromagnetisch gleichwertig.

Die Eisenverluste werden vernachlässigt, und die magnetischen Kreise als linear angenommen. Bezeichnungen:

Die gewöhnlichen Momentanwerte der Spannungen, Ströme und Flüsse werden mit kleinen, die komplexen Momentanwerte mit fetten kleinen Buchstaben bezeichnet. Die großen Buchstaben bedeuten für Ströme und Spannungen den dem effektiven Wert entsprechenden Zeiger.

Die imaginäre Einheit wird bei Raumvektoren mit k , bei Zeigern mit j bezeichnet. Die Raumvektoren werden durch einen oberen Querstrich von den Zeigern unterschieden. Das Symbol $\bar{}$ bedeutet eine konjugiert komplexe Größe.

Die Sendergrößen erhalten den Index I, die Empfängergrößen den Index II, während r und s die Indizes der Rotor- bzw. Statorgrößen sind. Die auf das Polrad bezogenen Längs- und Querkomponenten der Statorgrößen sind voneinander durch die Indizes d bzw. q unterschieden.

$u_s, \bar{i}_s, \bar{\psi}_s$ Raumvektoren von Statorspannung, Statorstrom und Statorfluß. $\bar{u}_s = \frac{2}{3} (u_a + e^{k\pi/3} u_b + e^{-2\pi/3} u_c) e^{-k\alpha} \bar{i}_s$ und $\bar{\psi}_s$ werden ähnlich definiert

u, U Spannung

i, I Strom

i_0, I_0 Primärstrom des Senders bzw. des Empfängers für $\delta = 0$

R Widerstand

L Induktivität pro Phase

L_m maximale Gegeninduktivität zwischen Rotorwicklung und einer Statorphase

X auf die Frequenz der Netzspannung bezogene Reaktanz

$Z_r = R_r + jX_r$ Leerlaufimpedanz (also bei stromloser Statorwicklung gemessene Impedanz) des Rotors

$a = \frac{\frac{3}{2} j X_m}{Z_r}$ natürliches Übersetzungsverhältnis zwischen den Primär- und Sekundärwicklungen

$a' = \frac{\frac{3}{2} X_m}{X_r}$

p Momentanwert der Leistung

P Wirkleistung

M algebraischer Mittelwert des Drehmomentes

α Drehwinkel

$\delta = \alpha_1 - \alpha_{II}$ Winkelverschiebung

Ω mechanische Winkelgeschwindigkeit

$\omega = 2\pi f$ der Netzfrequenz entsprechende synchrone Winkelgeschwindigkeit

$q = \frac{\Omega}{\omega}$ relative Drehzahl

Re reeller Teil einer komplexen Größe.

Zusammenfassende Bezeichnungen:

$$L_S = \frac{L_d + L_q}{2}$$

$$L_D = \frac{L_d - L_q}{2}$$

$$A = j\omega (L_S - L_m a/2)$$

$$B = j\omega (L_D - L_m a/2)$$

$$C = \frac{jX_m}{2Z_r} = \frac{a}{3}$$

$$\bar{A} = R_S + (j\omega + k\Omega) (L_S - L_m a/2)$$

$$\bar{B} = (j\omega + k\Omega) (L_D - L_m a/2)$$

$$\bar{C} = (j\omega + k\Omega) \frac{L_m}{Z_r}$$

$$v = 1 - q^2$$

$$I''_{d1, II} = -[a] I_{d1, II}$$

$$X_{d\sigma} = X_d - a' X_m$$

D, E, F, G, H, K, L in j komplexe Größen.

I. Die Konstruktion der Arbeitsdiagramme

Um die Momente und Leistungen berechnen zu können, muß man die drei Ströme I_d , I_q und I_r des Senders bzw. des Empfängers kennen.

Die Lösung der Spannungsgleichung des Stators ergibt für die Längs- und Querkomponenten des Statorstromes folgende Beziehungen [s. (I. 13) und (I. 14)]:

$$I_{d1, II} = -\frac{U_r}{3} a \frac{[R_S + (1 - q^2)(A + B \cos \delta)] (1 - \cos \delta) \pm j q R_S \sin \delta}{R_S^2 + 2R_S A + (1 - q^2)(A^2 - B^2 \cos^2 \delta)}$$

und

$$I_{q1, II} = \frac{U_r}{3} a \frac{\mp [R_S + (1 - q^2)(A + B \cos \delta)] \sin \delta + j q R_S (1 - \cos \delta)}{R_S^2 + 2R_S A + (1 - q^2)(A^2 - B^2 \cos^2 \delta)},$$

oder in vereinfachter Form

$$I_{d1, II} = -D(1 - \cos \delta) \mp E \sin \delta$$

$$I_{q1, II} = \mp D \sin \delta + E(1 - \cos \delta).$$

Aus dem Vergleich der beiden Gleichungen folgt, daß sich das Arbeitsdiagramm des Querstromes auf einfache Weise aus dem des Längsstromes ergibt. Mit Rücksicht auf die Vorzeichen sind die Vektoren des ersten bzw. zweiten Gliedes von I_d mit den Faktoren $\sin \delta / (1 - \cos \delta)$ bzw. $(1 - \cos \delta) / \sin \delta$ zu multiplizieren.

Der Primärstrom ist die Differenz des Leerlaufstromes und der reduzierten Längskomponente des Statorstromes

$$I_{r1,II} = I_0 - aI_{d1,II}.$$

Konstruiert man also das Stromdiagramm von $I_{d1,II}'' = -|a| I_{d1,II}$ statt des Diagramms von $I_{d1,II}$, so ergibt sich nach entsprechender Veränderung des Strommaßstabes und unter Berücksichtigung des negativen Vorzeichens die Vektorschar von $I_{d1,II}$. Dies gestattet die Vermeidung der gesonderten Konstruktion des Stromdiagrammes von $I_{r1,II}$, so daß man nur das Koordinatensystem um $-\arg. a$ zu verdrehen und seinen Nullpunkt um $-I_0$ zu verschieben muß.

Infolge dieser Modifizierung müssen die trigonometrischen Faktoren bei der Konstruktion des Stromdiagrammes $I_{q1,II}$ mit $-1/|a|$ erweitert werden.

II. Das Stromdiagramm von $I_{d1,II}''$ und $I_{r1,II}$

Im Sinne der bisherigen Ausführungen wollen wir unseren weiteren Untersuchungen folgende Stromgleichung zugrunde legen:

$$I_{d1,II}'' = |a| a \frac{U_r}{3} \left[\frac{[R_S + (1-q^2)(A - B \cos \delta)] (1 - \cos \delta)}{R_S^2 + 2R_S A + (1-q^2)(A^2 - B^2 \cos^2 \delta)} \pm \frac{j q R_S \sin \delta}{R_S^2 + 2R_S A + (1-q^2)(A^2 - B^2 \cos^2 \delta)} \right]. \quad (1)$$

Bei der Konstruktion des Arbeitsdiagrammes wird man als Basis zweckmäßig die Kurven des synchronen Betriebs $q = 0 = \text{konst.}$, $q = 1 = \text{konst.}$ und $q = \infty = \text{konst.}$ wählen.

a) Ist $q = 0$, so sind die Längskomponenten der Statorströme der Wellenmaschinen untereinander gleich, und ihr Stromdiagramm ist ein Kreis durch den Nullpunkt:

$$I_{d1,II}'' = |a| a \frac{U_r}{3} \frac{1 - \cos \delta}{R_s + j \frac{X_d + X_q - a X_m}{2} - j \frac{X_d - X_q - a X_m}{2} \cos \delta}. \quad (2)$$

b) Ist $q = 1$, so ist das Arbeitsdiagramm von $I_{d1,II}''$ ein Kreis, der ebenfalls durch den Nullpunkt geht, und dessen Gleichung sich zweckmäßig in der Form

$$I_{d1,II}'' = |a| a \frac{U_r}{3} (1 - e^{-j\delta}) \frac{1}{R_s + j(X_d + X_q - a X_m)} \quad (3)$$

aufschreiben läßt. Die Vektoren von $I_{d1,II}''$ durchlaufen den oberen, die Vektoren von $I_{d1,II}$ den unteren Halbkreis, wenn sich die Winkelverschiebung von 0 bis

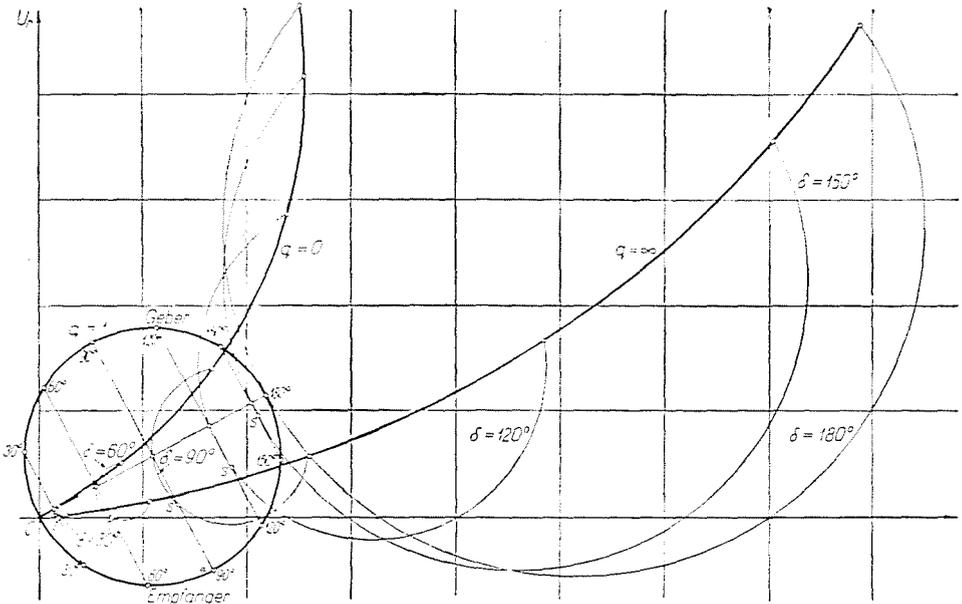


Abb. 2. Die synchronen Kreise $q = 0$, $q = 1$, $q = \infty$ und einige Grundkreise des Stromdiagrammes von $I''_{d1,11}$

180° ändert. Zum Auftragen des asynchronen Kreises $q = 1$ genügt die Berechnung eines einzigen, nämlich des Mittelpunktvektors. Die Parameterverteilung ergibt sich gemäß (3) durch eine einfache Konstruktion.

c) Im Falle $q = \infty$ sind die Ströme $I''_{d1} = I''_{d11}$. Das Kreisdiagramm geht also durch den Nullpunkt:

$$I''_{d1,11} = a a \frac{U_r}{3} \frac{1 - \cos \delta}{j \frac{X_d + X_q - a X_m}{2} - j \frac{X_d - X_q - a X_m}{2} \cos \delta} \quad (4)$$

d) Ist $\delta = 180^\circ = \text{konst.}$, so können die beiden Wellenmaschinen als selbständige einphasige Asynchronmaschinen angesehen werden. Die drei Hauptpunkte des Kreisdiagrammes stehen bereits zur Verfügung.

Abb. 2 zeigt die oben behandelten drei synchronen Kreise, und den im Falle $\delta = 180^\circ$ geltenden asynchronen Kreis, d. h. deren physikalisch sinnvollen Teile.

Hier sei erwähnt, daß die beiden synchronen Kreise $q = 0$ und $q = \infty$ einen gemeinsamen Punkt für $\cos \delta = \infty$ (d. i. für imaginäre Werte von δ) besitzen. Damit hat man die Möglichkeit, die bisher behandelten vier Kreise nach Berechnung von insgesamt bloß vier Punkten aufzutragen. Da die Konstruktion der Verteilung von $\cos \delta$ hauptsächlich beim Kreis $q = \infty$ ungenau werden kann, empfiehlt sich die Berechnung einiger weiterer Punkte.

Der allgemeine Ausdruck für die asynchronen Arbeitsdiagramme schreibt sich gemäß (1) zu

$$I''_{d1,11} = \frac{F \pm q^2 G}{H \pm q^2 K} \pm \frac{qL}{H \pm q^2 K}, \quad (5)$$

oder in vereinfachter Form zu

$$I''_{d1,11} = V_1(q) \pm V_2(q).$$

Dem ersten Glied entsprechen Kreise mit quadratischer Parameterverteilung, die wir im weiteren Grundkreise nennen wollen. Sie lassen sich anhand der drei synchronen Hauptkreise $q = 0$, $q = 1$ und $q = \infty$ und ihrer Parameterverteilung aufzeichnen.

Es ist eine bekannte Eigenschaft der Funktionen gemäß Gl. (5), daß die Vektoren des zweiten Gliedes eine Vektorschar durch den (am Grundkreis liegenden) singulären Punkt bilden. Daraus folgt, daß die Punkte $q = 1$ der Grundkreise an dem zu $\delta = 180^\circ$ gehörenden Durchmesser des synchronen Kreises $q = 1$ liegen. Ihre Lage wird durch Sehnen desselben Kreises bestimmt, die durch jene Punkte verlaufen, die den im Sender- und Empfängerbetrieb gleichen Winkelverschiebungswerten zugeordnet sind. Die über bzw. unter dem erwähnten Durchmesser liegenden Strecken dieser Sehnen ergeben die den entsprechenden Werten von δ und dem $q = 1$ zugehörigen Werte des zweiten Gliedes der Gleichung (5). Auf diesen Sehnen liegen gleichzeitig auch die singulären Punkte.

In Abb. 2 sind auch die oben behandelten Grundkreise des Stromdiagrammes des asynchronen Betriebes dargestellt.

Die Auftragung der Kurvenschar des asynchronen Betriebs erfordert also außer der Kenntnis der bisher berechneten vier Punkte die rechnerische Ermittlung der dem zweiten Glied der Gleichung (5) entsprechenden Vektorschar. Diese Vektoren bestimmen je eine Richtung. Die in dieser Richtung durch den singulären Punkt des entsprechenden Grundkreises gezogene Gerade ergibt am Grundkreis einen Schnittpunkt, aus dem als Grundpunkt der entsprechende Vektor mit positivem bzw. negativem Vorzeichen aufzutragen ist. Die Konstruktion der Parameterverteilung der Grundkreise läßt sich also vermeiden, dennoch kann sie als Kontrolle der Konstruktion dienen. Die Sehnen zwischen den singulären Punkten und den Punkten $q = 0$ bzw. $q = \infty$ der Grundkreise sind die den entsprechenden Punkten zugehörigen Tangenten der resultierenden asynchronen Arbeitsdiagramme.

Gibt die Sehne des synchronen Kreises $q = 1$ mit dem entsprechenden Grundkreis keinen scharfen Schnitt, ist also die Lage des singulären Punktes nicht genau bestimmt, dann ermöglicht die rechnerische Ermittlung einer der beiden Tangenten die genaue Festlegung des singulären Punktes.

Die Ortskurven in Abb. 3 stellen im Koordinatensystem $(+1), (+j)$ die Arbeitsdiagramme für $I''_{d1,II}$ im asynchronen Betrieb dar. Dieselbe Kurvenschar ergibt im Koordinatensystem $+1, +j$ die asynchronen Arbeitsdiagramme von $I_{r1,II}$.

Die asynchrone Arbeitsdiagramme von $I''_{d1,II}$ und $I_{r1,II}$ haben die charakteristische Eigenschaft, daß der Einfluß des zweiten Gliedes der Gl. (5) mit zunehmender Winkelverschiebung nach und nach verschwindet, wogegen die Durchmesser der Grundkreise immer größer werden. Diese formelle Ände-

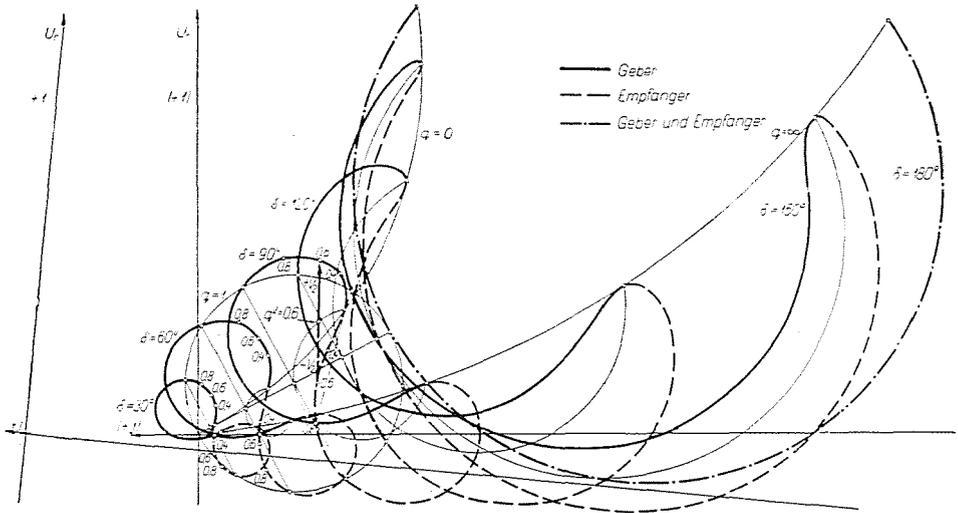


Abb. 3. Das Stromdiagramm von $I''_{d1,II}$ bzw. $I_{r1,II}$ in asynchronem Betrieb

rung der asynchronen Arbeitsdiagramme obiger Ströme läßt den physikalischen Charakter des Überganges aus dem Wellenbetrieb in den asynchronen Motorbetrieb erkennen.

III. Das Stromdiagramm von $I_{q1,II}$

Wie einleitend bereits erwähnt, kann die Querkomponente des sekundären Stromes aus der Längskomponente ermittelt werden, indem man die Vektoren der Grundkreise mit $\mp \sin \delta / |a| (1 - \cos \delta)$, die mit positivem Vorzeichen genommenen Vektoren des zweiten Gliedes hingegen mit $(1 - \cos \delta) / |a| \sin \delta$ multipliziert.

Den Kreisen $q = 0$ und $q = \infty$ von $I''_{d1,II}$ entsprechen im Stromdiagramme von $I_{q1,II}$ Ortskurven vierter Ordnung. Die Kurve $q = 1$ bleibt auch im Stromdiagramm von $I_{q1,II}$ ein Kreis und spielt die gleiche Rolle wie bei der Konstruktion des Stromdiagrammes von $I_{d1,II}$.

Für $q = 1$ ergibt (I.14)

$$I_{q1,11} = j \frac{U_r}{3} a (1 - e^{-j\delta}) \frac{1}{R_s + j(X_d + X_q - a X_m)}$$

der Mittelpunktvektor des Kreises $q = 1$ von $I_{d1,11}$ ist also mit $j/|a|$ zu multiplizieren.

Abb. 4 zeigt die Konstruktion der Grundkreise der Kurvenschar von $I_{q1,11}$. Die Punkte $q = 1$ befinden sich auch hier auf einer Geraden, und die singulären Punkte sind durch die verlängerten Sehnen des Kreises $q = 1$ bestimmt.

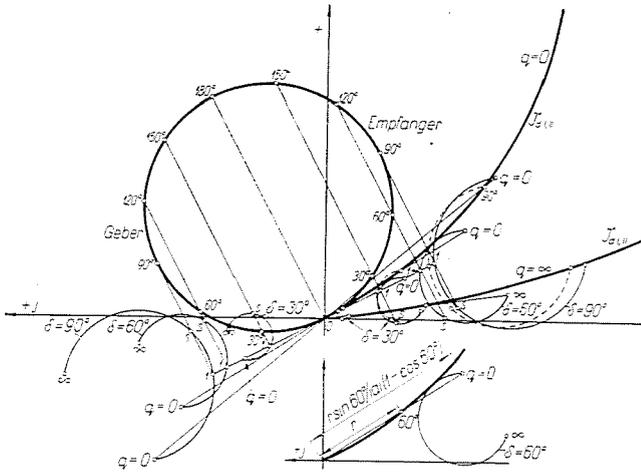


Abb. 4. Der synchrone Kreis $q = 1$ und einige Grundkreise des Stromdiagrammes von $I_{q1,11}$

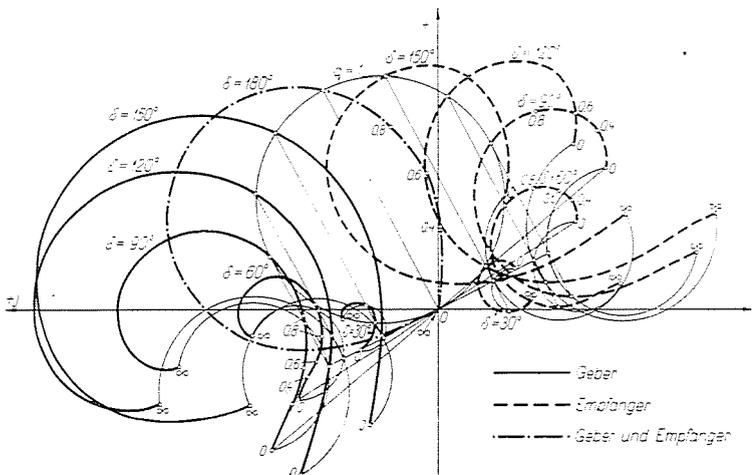


Abb. 5. Das Stromdiagramm von $I_{q1,11}$ in asynchronem Betrieb

Da die dem zweiten Glied der Gl. (5) entsprechenden Vektoren V_2 im Falle $\delta = 180^\circ$ verschwinden, sind diese bei der Konstruktion des Stromdiagrammes von $I_{q1, II}$ rechnerisch zu ermitteln.

In Abb. 5. sind die Ortskurven des Statorquerstromes dargestellt.

Die Genauigkeit der Konstruktion kann auf folgende Weise geprüft werden. Nach (I.10) ist

$$\operatorname{Re} [I_{d1}] + k \operatorname{Re} [I_{q1}] = - \{ \operatorname{Re} [I_{d11}] + k \operatorname{Re} [I_{q11}] \} e^{-k\delta}.$$

Die aus den reellen Komponenten von I_{d1} und I_{q1} zusammengesetzten Vektoren müssen den aus $-I_{d11}$ und $-I_{q11}$ auf ähnliche Weise zusammengesetzten und in demselben System dargestellten Vektoren um den Winkel δ nacheilen, und überdies müssen ihre absoluten Werte einander gleich sein, doch ist dies nur eine notwendige, jedoch keine ausreichende Bedingung der Genauigkeit.

IV. Die Leistungsverhältnisse des einphasigen Winkelübertragungssystems

Die an den Klemmen gemessene primäre Wirkleistung ist

$$P_r = \operatorname{Re} [U_r \hat{I}_r].$$

Ihre Werte bei verschiedenen Winkelverschiebungen und Drehzahlen lassen sich aus dem Stromdiagramm entnehmen. Abb. 3 zeigt, daß der Sender hinsichtlich des einphasigen Netzes stets Verbraucher ist, wogegen der Empfänger innerhalb eines ziemlich weiten Wertbereiches von δ und q auch im Generatorbetrieb zu arbeiten vermag. (Im Bereich unter der Achse $-j$ speist der Empfänger Leistung ins Netz zurück.) Die diesbezüglich in der Literatur geäußerte Ansicht, im Falle $q < 1$ arbeiteten beide Wellenmaschinen als Motoren, bei $q > 1$ hingegen als Generatoren, scheint demnach nicht zuzutreffen.

Die sekundäre Klemmenleistung errechnet sich aus dem allgemein gültigen Zusammenhang

$$P_s = \frac{3}{2} (\bar{u}_s \bar{i}_s),$$

aus dem sich nach Durchführung der skalaren Multiplikation

$$P_s = \frac{3}{2} (u_d i_d + u_q i_q)$$

ergibt. Laut (I.8) ist die Spannungsgleichung des Stators

$$u_s = \bar{i}_s \bar{A} + \hat{i}_s \bar{B} + u_r \bar{C}.$$

Zerlegt man diese in die nach k reellen und imaginären Komponenten, dann erhält man folgende Ausdrücke für u_d und u_q :

$$u_d = i_d [R_s + j\omega (L_d - aL_m)] - i_q \Omega L_q + i_0 j \omega L_m,$$

$$u_q = i_d \Omega (L_d - aL_m) + i_q (R_s + j \omega L_q) + i_0 \Omega L_m,$$

woraus sich nach einfacher Umordnung und Weglassung der Zeitfunktion

$$U_d = I_d (R_s + j X_d) + j X_m (I_0 - a I_d) - q I_q X_q$$

$$U_q = q I_d X_d + q X_m (I_0 - a I_d) + I_q (R_s + j X_q)$$

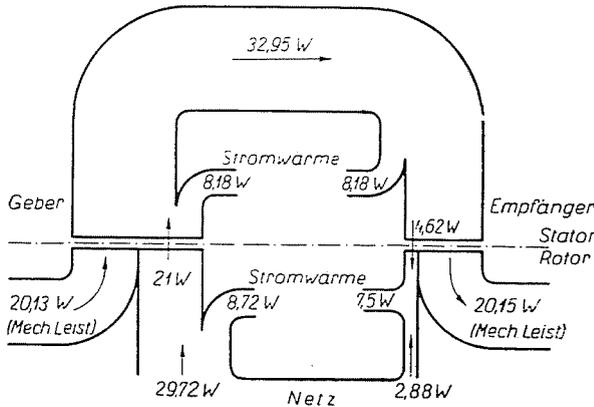


Abb. 6. Leistungsfluß der Wellenmaschinen bei $q = 0,6$ und $\delta = 60^\circ$

ergibt. Die Wirkleistung an den Klemmen des Sators schreibt sich demnach zu

$$P_s = \frac{3}{2} \operatorname{Re} (U_d \hat{I}_d + U_q \hat{I}_q)$$

womit man

$$P_s = \frac{3}{2} (I_d \hat{I}_d + I_q \hat{I}_q) R_s + \frac{3}{2} q \operatorname{Re} [I_d \hat{I}_q (X_d - X_q) + I_r \hat{I}_q X_m] + \frac{3}{2} \operatorname{Re} [j X_m I_r \hat{I}_d] \quad (6)$$

erhält. Dem ersten Glied dieser Gleichung entspricht die Satorstromwärme, dem der Drehzahl proportionalen zweiten Teil hingegen die mechanische Leistung, dem dritten die transformatorische Leistung.

Abb. 6 zeigt ein charakteristisches Bild des Leistungsflusses bei mäßigen Werten der Winkelverschiebung und der relativen Drehzahl. (Die Abbildung entspricht den Werten $\delta = 60^\circ$ und $q = 0,6$.)

V. Das Drehmoment des einphasigen Winkelübertragungssystems bei kleinen Winkelverschiebungen

Der allgemein geltende Ausdruck für das Drehmoment kann der Leistungsgleichung des vorigen Kapitels entnommen werden:

$$M = \frac{3}{2} \frac{1}{\omega} \operatorname{Re} [I_d \hat{I}_q (X_d - X_q) + I_r \hat{I}_q X_m]. \quad (7)$$

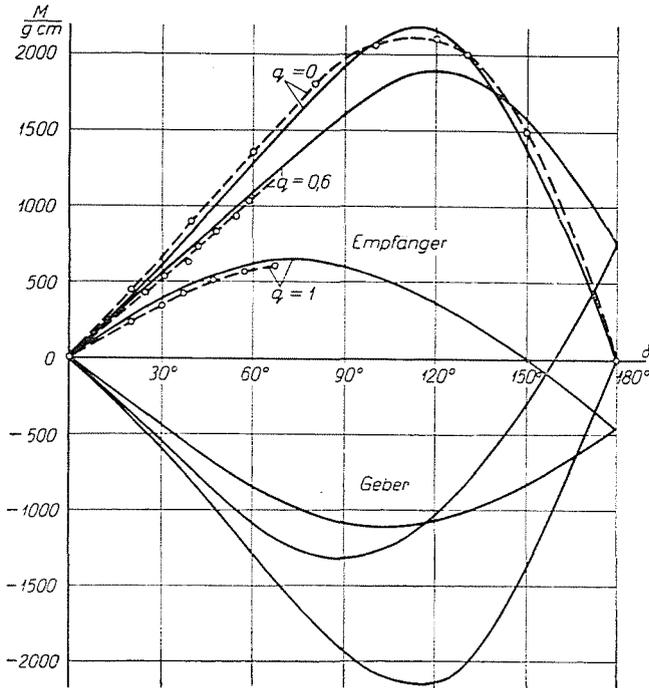


Abb. 7. Die Kennlinien $M = f(\delta)$ der beiden Wellenmaschinen. (Die durch experimentell ermittelten Kurven sind gestrichelt)

Die in Abb. 7. dargestellten Momentenkurven wurden anhand dieser Gleichung und der dem Stromdiagramm entnommenen Daten berechnet. Die Abbildung zeigt auch die Ergebnisse der Kontrollmessungen.

Werden die Ausdrücke für die Ströme in (7) eingesetzt, so erhält man eine unmittelbare Beziehung zwischen Moment einerseits und Drehzahl bzw. Winkelverschiebung andererseits. Da aber die Ströme selbst ziemlich verwickelte Funktionen der Drehzahl, der Winkelverschiebung und der Maschinenkonstanten sind, wäre der für das Drehmoment so errechnete Ausdruck infolge seiner komplizierten Form praktisch unbrauchbar.

Was die Anwendungen in der Fernwirktechnik betrifft, sind nur die Anfangsstrecken der Momentenkurven (d.h. die Momentenwerte bei kleinen Win-

kelverschiebungen) von größerem Interesse, weshalb im folgenden nur diese Strecken behandelt werden.

Bei kleinen Winkelverschiebungen gilt annähernd $1 - \cos \delta \cong 0$, $\sin \delta \cong \delta$, die Ströme $I_{d1,11}$ und $I_{q1,11}$ sind also in diesem Falle laut (I.13) und (I.14) δ proportional. Das skalare Produkt $I_d \hat{I}_q$ im ersten Glied der Momentengleichung ist also δ^2 proportional, so daß es vernachlässigt werden kann. Wird der Rotorstrom wieder in der Form

$$I_r = I_0 - aI_d$$

geschrieben, dann folgt aus ähnlichen Gründen, daß die Anfangsstrecke der Momentenkurven durch den Ausdruck

$$M = \frac{3}{2} L_m \operatorname{Re} [I_0 \hat{I}_q] \tag{8}$$

beschrieben wird.

Vernachlässigt man den Rotorwiderstand, so wird das Übersetzungsverhältnis reell, d. h.

$$a' = \frac{3}{2} \frac{X_m}{X_r}$$

In diesem Falle empfiehlt sich die Einführung der Abkürzung

$$X_{d\sigma} = X_d - a'X_m$$

Mit diesen Voraussetzungen ergibt sich der Querstrom zu

$$I_{q1,11} = \mp \frac{U_r a'}{3} \delta \frac{1}{R_s + jX_q + \frac{q^2 R_s j X_{d\sigma}}{R_s^2 + (1 - q^2) j X_{d\sigma}}} \tag{9}$$

Die physikalischen Grundlagen dieser Gleichung lassen sich leicht erklären. Entsprechend der Abb. 8, die die räumlichen Verhältnisse darstellt, ist die Differenz der Statorspannungen, die den Querstrom hervorruft, bei kleinen

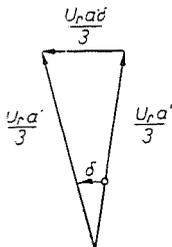


Abb. 8

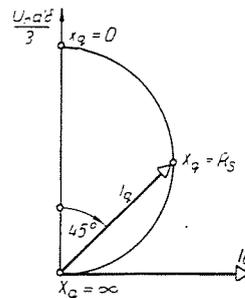


Abb. 9

Winkelverschiebungen gleich $U_r \alpha' \delta / 3$. Im Stillstand der Maschinen ist die für den Querstrom maßgebende Impedanz gleich $R_s + jX_q$. Bei unendlich großer Drehzahl beider Maschinen verschwindet der Widerstand R_s — wie zu erwarten —, und der Querstrom wird durch X_q bestimmt.

Die größere Anfangsteilheit der Momentenkurven der Wellenmaschinen mit ausgeprägten Polen wird physikalisch durch (9) erklärt. Abb. 9 gilt für den Stillstand der Wellenmaschinen. Sind die Primärspannung, die Winkelverschiebung, die Widerstände und mit Ausnahme von X_q auch die Reaktanzen konstant, so liegen die Zeiger des Querstromes mit ihrem Endpunkt bei veränderlichem X_q auf dem in der Abbildung dargestellten Halbkreis. Das reelle Teil des Produktes $I_0 \dot{I}_q$ wurde seinen Maximalwert bei $X_q = R_s$ erreichen, was zugleich dem Höchstwert der Anfangsteilheit der Momentenkurven entspricht; dieser Fall kann jedoch praktisch nicht verwirklicht werden.

Es ist bemerkenswert, daß der absolute Wert des ersten Gliedes der Momentengleichung (7) stets kleiner ist als der des zweiten und ein entgegengesetztes Vorzeichen besitzt.

Infolge Vernachlässigung des Rotorwiderstandes R_r wird der Zeiger des Leerlaufstromes rein imaginär, es genügt also, bei der Berechnung der Momentenwerte bei kleinen Winkelverschiebungen nur den imaginären Teil des Querstromes I_q zu berücksichtigen. Der Ausdruck für das Drehmoment wird dadurch wesentlich vereinfacht.

Mit (8) und (9) sowie mit $(1 - q^2) = v$ erhalten wir

$$M = \frac{3}{2} \frac{U_r^2}{2} \frac{X_m^2}{X_r^2} \frac{1}{\omega} \frac{X_a - X_{d\sigma} - v X_{d\sigma} + v^2 X_q \frac{X_{d\sigma}^2}{R_s^2}}{R_s^2 + (X_q + X_{d\sigma})^2 - 2v X_q X_{d\sigma} + v^2 X_q^2 \frac{X_{d\sigma}^2}{R_s^2}} \delta. \quad (10)$$

Die aus der Gl. (7) bzw. Gl. (10) berechneten Steilheitswerte sind in Tabelle I den gemessenen Daten gegenübergestellt. Im Wellenbetrieb sind fast immer Pendelungen vorhanden, die die Genauigkeit der Messungen beeinträchtigen. Die Meßdaten der Tabelle I sind nach einem linearen Ausgleich der Momentenwerte im Bereich $0 < \delta \leq 30^\circ$ eingesetzt.

Tabelle I

	$\partial M / \partial \delta$ [gem.]					
	$q = 0$	$q = 0,2$	$q = 0,4$	$q = 0,6$	$q = 0,8$	$q = 1$
Meßdaten	21	20	18,9	17,1	14,5	11,5
Aus Gl. (7) berechnet						
M (30°)/30°	20,4	20	19,39	18,18	15,3	12,82
Aus Gl. (10) berechnet	20,2	19,82	19,3	18,3	16,95	15,9

wo

$$\psi_r = L_r \dot{i}_r + \frac{3}{2} L_m \frac{\bar{\dot{i}}_s + \dot{i}_s}{2}.$$

Aus den beiden letzteren Gleichungen ergibt sich der Rotorstrom zu

$$\dot{i}_r = \frac{u_r}{Z_r} - a \frac{\bar{\dot{i}}_s + \dot{i}_s}{2}, \quad (\text{I.6})$$

wo $a = \frac{3}{2} j X_m / Z_r$ das sogenannte natürliche Übersetzungsverhältnis ist.

Mit Gleichung (I.6) schreibt sich (I.4) in der Form

$$\bar{u}_s = \bar{\dot{i}}_s R_s + (j\omega + k\Omega) \left[L_s \bar{\dot{i}}_s + L_D \dot{i}_s + L_m \frac{u_r}{Z_r} - a L_m \frac{\bar{\dot{i}}_s + \dot{i}_s}{2} \right].$$

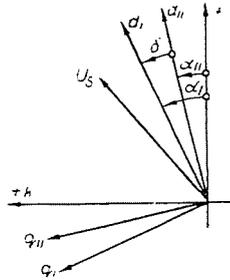


Abb. I. 2.

Nach einer kleinen Umrechnung und Einführung des auf die Sendemaschine bezogenen Indizes I erhalten wir

$$\begin{aligned} \bar{u}_{s1} = \bar{\dot{i}}_{s1} \left[R_s + (j\omega + k\Omega) \left(L_s - L_m \frac{a}{2} \right) \right] + \dot{i}_{s1} (j\omega + k\Omega) \left(L_D - L_m \frac{a}{2} \right) + \\ + (j\omega + k\Omega) L_m \frac{u_r}{Z_r}, \end{aligned} \quad (\text{I.7})$$

oder wenn die Koeffizienten in je ein Symbol zusammengefaßt werden

$$\bar{u}_{s1} = \bar{\dot{i}}_{s1} \bar{A} + \dot{i}_{s1} \bar{B} + u_r \bar{C}. \quad (\text{I.8})$$

Ähnlich ergibt sich auch die Spannungsgleichung der Empfängermaschine. Infolge der Parallelschaltung sind die Statorspannungen einander gleich. Die beiden Maschinen sind aber in verschiedenen Koordinatensystemen behandelt, weshalb (s. Abb. I.2)

$$\bar{u}_{s1} = \bar{u}_{s11} e^{-k\theta} \quad (\text{I.9})$$

ist und mit Rücksicht auf die Zählpfeile der Abb. I

$$\bar{i}_{sI} = -\bar{i}_{sII} e^{-k\delta}. \quad (\text{I.10})$$

Unter Verwendung von (I.9) und (I.10) erhalten wir die auf die Sendemaschine bezogene, der Form nach der Gleichung (I.8) ähnliche Spannungsgleichung

$$\bar{u}_{sI} e^{k\delta} = -\bar{i}_{sI} e^{k\delta} \bar{A} - \hat{i}_{sI} e^{-k\delta} \bar{B} + u_r \bar{C}. \quad (\text{I.11})$$

Durch Gegenüberstellung von (I.8) und (I.11) ergibt sich für die Statorspannung des Senders die Gleichung

$$2\bar{A} \bar{i}_{sI} + \bar{B} (1 - e^{-2k\delta}) \hat{i}_{sI} + \bar{C} (1 - e^{-k\delta}) u_r = 0. \quad (\text{I.12})$$

Die Zerlegung von (I.12) in ihre nach k reellen und imaginären Teilen ergibt die beiden Ströme i_{dI} und i_{qI} . Ähnlich werden die Ströme i_{dII} und i_{qII} ermittelt. Nach Einführung der gewöhnlichen komplexen Zeiger erhalten wir

$$I_{dI, II} = -\frac{U_r}{3} a \frac{[R_s + (1 - q^2)(A - B \cos \delta)](1 - \cos \delta) \pm j q R_s \sin \delta}{R_s^2 + 2R_s A + (1 - q^2)(A^2 - B^2 \cos^2 \delta)} \quad (\text{I.13})$$

und

$$I_{qI, II} = \frac{U_r}{3} a \frac{\mp [R_s + (1 - q^2)(A - B \cos \delta)] \sin \delta + j q R_s (1 - \cos \delta)}{R_s^2 + 2R_s A + (1 - q^2)(A^2 - B^2 \cos^2 \delta)}. \quad (\text{I.14})$$

In den Gleichungen (I.13) und (I.14) beziehen sich die oberen Vorzeichen auf den Sender, die unteren auf den Empfänger.

Zusammenfassung

Es wird gezeigt, wie die Arbeitsdiagramme der aus Schenkelpolmaschinen zusammengesetzten einphasigen Winkelübertragungssysteme mit Hilfe der Maschinendaten konstruiert werden können. Die Arbeitsdiagramme ermöglichen die qualitative und zahlenmäßige Beurteilung der Leistungsverhältnisse. Es läßt sich feststellen, daß der Sender hinsichtlich des Speisernetzes stets als Motor wirkt, der Empfänger dagegen aus dem Motorzustand in den Generatorbetrieb übergehen kann. Ferner wird für mäßige Werte der relativen Drehzahl und der Winkelverschiebung eine verhältnismäßig einfache Formel für das Drehmoment abgeleitet.

Literatur

1. ИОСИФЬЯН, А. Г. — КАГАН, Б. М.: Основы следящего привода. Государственное энергетическое издательство. Москва — Ленинград 1954.
2. JÁNOKI, L.: Eine neue Methode zur Berechnung der Moment-Winkelübertragungscharakteristik von einphasigen elektrischen Wellen. Acta Technica Tomus XXIV. Fasciculi 1—2.
3. KOVÁCS, K. P.: Villamos gépek üzemtana. Aszinkron gépek. Tankönyvkiadó. Bp. 1955.
4. MESAROVIC, M.: Konstruktion und experimentelle Untersuchung des Arbeitsdiagrammes einer Einphasen-Ausgleichswelle. Arch. f. E. **XII** 384 (1955).

L. BAJZA, Budapest XI. Budafoki út 8, Ungarn.