MEHRWICKLUNGS-SPARTRANSFORMATOREN

Von

G. Petrow

Institut für Energetik, Moskau

(Eingegangen am 22. November, 1958)

In Verbindung mit der Entwicklung elektrischer Netze hoher Spannung und ihrer Vereinigung zu allgemeinen Netzsystemen entsteht die Forderung nach transformatorischer Verbindung von Netzen mit benachbarten Spannungen, z. B. 110 und 154 kV, 110 und 220 kV, 220 und 400 kV u. a.

Wie die Erfahrung bei der Projektierung von Netzsystemen zeigte, lassen sich solche Verbindungen mit Hilfe von Spartransformatoren sehr wirtschaftlich ausführen.

Der Hochspannungs-Spartransformator hat in der Regel zwei (in Reihe geschaltete) Hauptwicklungen je Phase, die im Sternpunkt mit dem Erdungsleiter verbunden sind. Unter diesen Bedingungen ist eine in Dreieck geschaltete dritte Wicklung nötig, die günstige Bedingungen für die Magnetisierung von Kern und Joch schafft und zur Kompensation der Ströme des Nullsystems beiträgt. Bekanntlich werden große Dreiphasen-Spartransformatoren in Form von Gruppen aus drei Einphasen-Einheiten oder als dreiphasige Manteltransformatoren ausgeführt. Beim Nichtvorhandensein einer Dreieckwicklung entstehen in den EMK der Phasen bedeutende Oberwellen, welche die Amplituden der EMK wesentlich vergrößern. Ist eine Dreieckwicklung vorhanden, wird diese Erscheinung fast völlig beseitigt. Es ist jedoch unzweckmäßig, die im Dreieck geschaltete Wicklung nur für die Beseitigung der Oberwellen im magnetischen Fluß und für die Kompensation der Ströme des Nullsystems zu benutzen. Wirkungsvoller kann sie in Form einer zusätzlichen Quelle oder eines zusätzlichen Verbrauchers dreiphasigen Stromes der entsprechenden Spannung benutzt werden.

In der Regel stellt der Spartransformator bei seiner Anwendung in elektrischen Netzen ein Dreiwicklungsaggregat, in einigen Fällen ein Vierwicklungs- oder sogar ein Fünfwicklungsaggregat dar.

Die Ermittluug der Abhängigkeit zwischen Belastungsströmen und Klemmenspannungen der einzelnen Wicklungen von Mehrphasen-Spartransformatoren ist für die Praxis von großem Interesse.

Weiter unten soll diese Aufgabe für symmetrischen und unsymmetrischen Belastungsbetrieb betrachtet werden. Für die Aufstellung der Beziehungen zwischen den Spannungen der Wicklungen und ihrer Ströme in Mehrphasentransformatoren kann man wie bei Zweiwicklungstransformatoren entweder von den Strömen oder von den Widerständen bei Belastung ausgehen und mit ihnen die Klemmenspannung der Wicklungen bestimmen. Bei der Untersuchung des Belastungsbetriebes ist es bequemer von den Belastungsströmen auszugehen, und bei der Berechnung des Kurzschlußverhaltens setzt man die Belastungswiderstände der kurzgeschlossenen Wicklung gleich Null.

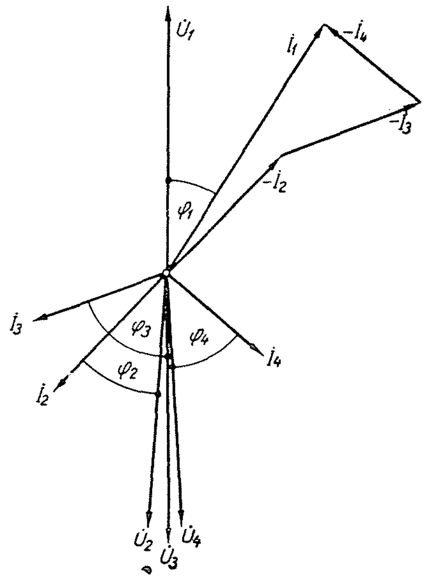

Bild 1

Bei der Berechnung ergeben sich für Mehrwicklungstransformatoren zusätzliche Schwierigkeiten in der Bestimmung der relativen Phasenlage der Belastungsströme der einzelnen Wicklungen. In Bild 1 ist das Vektordiagramm der Ströme und der Spannungen einer Phase eines Vierwicklungstransformators unter der Annahme aufgetragen, daß sein Magnetisierungsstrom gleich Null ist, und daß die Ströme und Spannungen aller Wicklungen für die gleiche Windungszahl angegeben sind. Infolge verschiedener Spannungsabfälle in den Wicklungen fallen die Vektoren $\dot{U}_2$, $\dot{U}_3$ und $\dot{U}_4$ in der Phase nicht zusammen, doch kann man beim Aufstellen der Phasenlage der Ströme in erster Annäherung die Verschiebung der Phase zwischen den Spannungen vernachlässigen.

Nimmt man bei diesen Bedingungen an, daß die Spannungsvektoren in der komplexen Ebene mit der reellen Achse zusammenfallen (Bild 2), dann gilt

$$\dot{I}_2 = I_2 e^{-j\varphi_2}, \quad \dot{I}_3 = I_3 e^{-j\varphi_3}, \quad \dot{I}_4 = I_4 e^{-j\varphi_4}$$

und für das Verhältnis zweier beliebiger Ströme m und n:

$$\beta_{mn} = \frac{\dot{I}_m}{\dot{I}_n} = \frac{I_m}{I_n} e^{-j(\varphi_m - \varphi_n)}, \tag{1}$$

wobei bei voreilendem Strom $\varphi < 0$.

Im weiteren soll den Ausgangspunkt für die Analyse des Mehrwicklungstransformators die Annahme bilden, daß das Stromvieleck (Bild 1)

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \ldots + \dot{I}_n = 0 \tag{2}$$

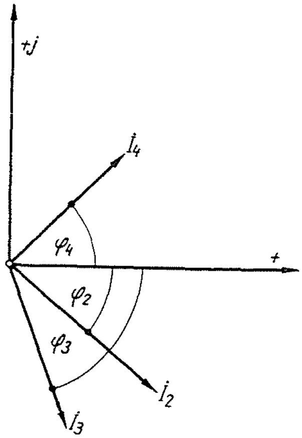

Bild 2

gegeben ist oder aus den Belastungsbedingungen der einzelnen Wicklungen gefunden werden kann.

Angenommen, daß die Wicklung 1 die Primärwicklung ist, und alle übrigen Wicklungen Sekundärwicklungen darstellen, d. h. elektrische Energie in das Netz abgeben, kann für den Mehrwicklungstranformator unter Berücksichtigung von Gleichung (2) folgendes Gleichungssystem geschrieben werden [1, 2]:

$$\begin{aligned} -\dot{U}_1 - \dot{U}_2 &= \dot{I}_2 Z_{122} + \dot{I}_3 Z_{123} + \dot{I}_4 Z_{124} + \ldots + \dot{I}_n Z_{12n} \\ -\dot{U}_1 - \dot{U}_3 &= \dot{I}_2 Z_{132} + \dot{I}_3 Z_{133} + \dot{I}_4 Z_{134} + \ldots + \dot{I}_n Z_{13n} \\ -\dot{U}_1 - \dot{U}_n &= \dot{I}_2 Z_{1n2} + \dot{I}_3 Z_{1n3} + \dot{I}_4 Z_{1n4} + \ldots + \dot{I}_n Z_{1nn} \end{aligned} \tag{3}$$

Hierbei sind die »Beeinflussungswiderstände«

$$Z_{1mn} = \frac{1}{2}(Z_{k1m} + Z_{k1n} - Z_{kmn})$$

Funktionen der Kurzschlußwiderstände der entsprechenden Wicklungspaare, wenn $m = 2, 3, 4, \ldots$ und $n = 2, 3, 4, \ldots$; der Index »k« entspricht dem Kurzschlußwiderstand des gegebenen Wicklungspaares. Die aktive Komponente des Widerstandes Z_{1mn} ist gleich dem ohmschen Widerstand r_1 der Wicklung 1. Weiter ist $Z_{1mn} = Z_{k1m}$.

Die Gleichungen (3) können umgeformt und unter Berücksichtigung der Gleichung (1) folgendermaßen geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \dot U_2 &= -\dot U_1 - \dot I_2 (Z_{k12} + \beta_{32} Z_{123} + \beta_{42} Z_{124} + \ldots + \beta_{n2} Z_{12n}) \\ \dot U_3 &= -\dot U_1 - \dot I_3 (Z_{k13} + \beta_{23} Z_{132} + \beta_{43} Z_{134} + \ldots + \beta_{n3} Z_{13n}) \qquad (4) \\ \dot U_n &= -\dot U_1 - \dot I_n (Z_{k1n} + \beta_{2n} Z_{1n2} + \beta_{3n} Z_{1n3} + \ldots + \beta_{(n-1)n} Z_{1n(n-1)}) \end{aligned}$$

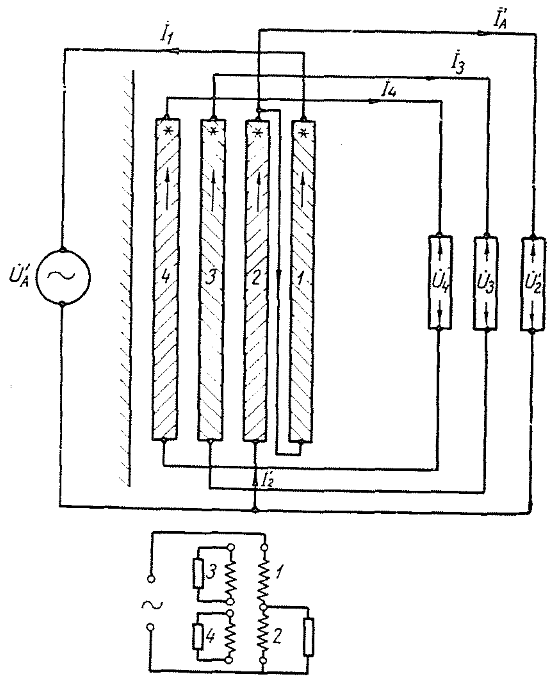

Bild 3

Aus diesen Gleichungen folgt, daß die Klemmenspannung beliebiger Sekundärwicklungen des Mehrwicklungstransformators bestimmt werden kann, wenn die Spannung $\dot U_1$ der Primärwicklung und die Belastungsströme aller Sekundärwicklungen, d. h. die Verhältnisse β_{mn} in die rechte Seite der Gleichung (4) eingeführt werden. Es sind hierbei auch alle Kurzschlußwiderstände je Wicklungspaar als bekannt angenommen. Es soll nun betrachtet werden, wie die Gleichungen (1), (2) und (4) für die Untersuchung von Mehrwicklungs-Spartransformatoren benutzt werden können.

Als erstes Beispiel soll ein Spartransformator zur Spannungserniedrigung mit vier Wicklungen auf dem Kern zum Gegenstand der Untersuchung gemacht werden.

Alle Wicklungen sollen die gleiche Wicklungsrichtung besitzen. Die Anfänge der Wicklungen bezeichnet ein Stern (*), während das Zeichen (′) für die wirklichen Größen der Ströme und Spannungen stehen soll, zum Unterschied von ihren auf die Windungszahl w_1 der Wicklung 1 bezogenen eingeführten Größen. Ist das Verhältnis der Windungszahlen durch $\frac{W_m}{W_n} = K_{mn}$ ausgedrückt, so ist $K_{mn} \cdot K_{nm} = 1$. Unter diesen Bedingungen ist $\dot{U}'_2 = \dot{U}_2 K_{21}$, $\dot{I}'_2 = \dot{I}_2 K_{12}$, wobei $\dot{U}_2$ und $\dot{I}_2$ eingeführte Spannungs- und Stromgrößen der Wicklung 2 sind. Betrachtet man $\dot{U}_1$ als Primär- und $\dot{U}'_2$ als Sekundärspannung, so ist gemäß Bild 3 :

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_1 - \dot{U}'_2 = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 K_{21} \, . \tag{5}$$

Das Stromvieleck auf (2) gestellt, ist der Strom im Belastungskreis der Wicklung 2 $\dot{I}'_A = \dot{I}'_2 = \dot{I}_1$, wobei $\dot{I}'_A = \dot{I}_A K_{12}$ und folglich $\dot{I}_A = \dot{I}_2 - \dot{I}_1 K_{21}$, woraus

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_A + \dot{I}_1 K_{21} \tag{6}$$

Der Strom in den Wicklungen 1 und 2 läßt sich durch Zusammenfassen der Gleichungen (2) und (6) bestimmen, d. h. es gilt

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_A + \dot{I}_3 + \dot{I}_4}{1 + K_{21}} \, , \tag{7}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_A K_{12} - \dot{I}_3 - \dot{I}_4}{1 + K_{12}} \, . \tag{8}$$

Auf diese Weise können, ausgehend von den drei gegebenen Belastungsströmen $\dot{I}_A$, $\dot{I}_3$, $\dot{I}_4$, die Ströme in den Wicklungen der Mehrwicklungs-Spartransformatoren gefunden werden. Die Spannungen $\dot{U}_2$, $\dot{U}_3$, $\dot{U}_4$ werden bei verschiedenen Stromgrößen $\dot{I}_2$, $\dot{I}_3$, $\dot{I}_4$ aus Gleichung (4) bestimmt, wobei die unbekannte Spannung $\dot{U}_1$ mit Hilfe von Gleichung (5) ersetzt wird und die Spannung $\dot{U}'_1$ gegeben sein soll. Nach einfacher Umformung erhält man

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= - \dot{U}_A - \dot{I}_2 Z_{12} \\ \dot{U}_3 &= - \dot{U}_A - \dot{I}_3 Z_{13} \\ \dot{U}_4 &= - \dot{U}_A - \dot{I}_4 Z_{14} \, , \end{aligned} \tag{9}$$

wobei:

$$\dot{U}_A = \frac{\dot{U}'_A}{1 + K_{21}}$$

$$Z_{12} = \frac{Z_{K12} + \beta_{32} Z_{123} + \beta_{42} Z_{124}}{1 + K_{21}}$$

$$Z_{13} = Z_{K13} + \left(\beta_{23} - \frac{1}{1 + K_{12}}\right) Z_{123} + \beta_{43} Z_{134} - \frac{\beta_{23} Z_{K12}}{1 + K_{12}} - \frac{\beta_{43} Z_{124}}{1 + K_{12}} \qquad (10)$$

$$Z_{14} = Z_{K14} + \left(\beta_{24} - \frac{1}{1 + K_{12}}\right) Z_{124} + \beta_{34} Z_{143} - \frac{\beta_{24} Z_{K12}}{1 + K_{12}} - \frac{\beta_{34} Z_{123}}{1 + K_{12}} .$$

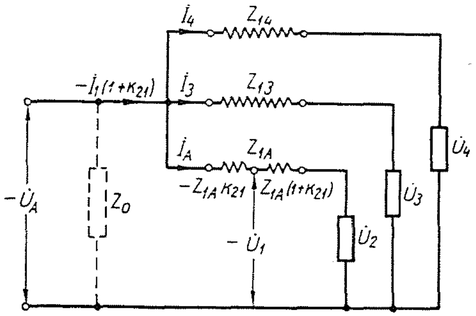

Bild 4

In einer Reihe von Fällen ist es bequemer, die Spannung $\dot{U}_2$ mit dem äußeren Belastungsstrom in Verbindung zu bringen:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_2 - \dot{I}_1 K_{21} = \dot{I}_2 + (\dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_4) K_{21} = \dot{I}_2 (1 + K_{21} + \beta_{32} K_{21} + \beta_{42} K_{21}) , \qquad (11)$$

weshalb die erste Gleichung aus (9) ersetzt werden kann durch

$$\dot{U}_2 = - \dot{U}_A - \dot{I}_A Z_{1A} , \qquad (12)$$

wobei

$$Z_{1A} = \frac{Z_{12}}{1 + K_{21} (1 + \beta_{32} + \beta_{42})} .$$

Auf diesem Wege kann aus den Gleichungen (5) und (9) die Klemmenspannung $\dot{U}_1$ der Wicklung 1 gefunden werden:

$$- \dot{U}_1 = - \dot{U}_1 + \dot{I}_2 Z_{12} K_{21}$$

oder

$$- \dot{U}_1 = - \dot{U}_A + \dot{I}_A Z_{1A} K_{21} \qquad (13)$$

Die Gleichungen (9) und (13) gestatten, ein verhältnismäßig einfaches Ersatzschaltbild für Vierwicklungstransformatoren zu finden, bei dem zwei Wicklungen nach der bei Spannungstransformatoren üblichen Art verbunden sind (Bild 3). Das Ersatzschaltbild ist in Bild 4 dargestellt. Die Summe der Ströme in den drei Kreisen des Ersatzschaltbildes wird unter Berücksichtigung der Gleichung (6) :

$$\dot{I}_A + \dot{I}_3 + \dot{I}_4 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_4 - \dot{I}_1 K_{21} = -\dot{I}_1 (1 + K_{21}).$$

Für die Bestimmung der Spannung $\dot{U}_1$ wird der Widerstand Z_{1A} des Ersatzschaltbildes in zwei Teile $-Z_{1A} K_{21}$ und $Z_{1A}(1 + K_{21})$ geteilt. Der Spannungs-

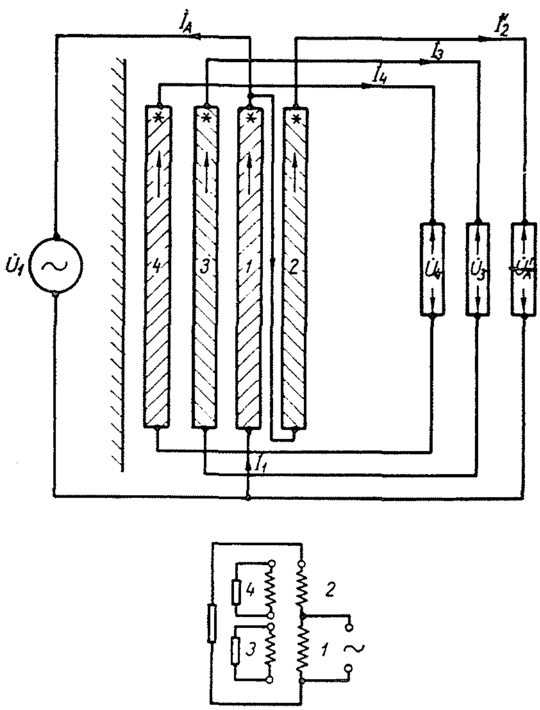

Bild 5

abfall in Widerstand $-Z_{1A} K_{21}$, hervorgerufen durch der Strom I_A, ermöglicht es in diesem Falle, die Klemmenspannung der Wicklung 1 nach Gleichung (13) zu finden.

Bei Benutzung der Gleichung (9) muß beachtet werden, daß bei $\dot{I}_n = 0$ das Produkt $\dot{I}_n Z_{1n} \neq 0$ ist und einen unbestimmten Ausdruck darstellt, zu dessen Lösung es nötig ist, alle Teile des Widerstandes Z_{1n} getrennt mit dem Strom $\dot{I}_n$ zu multiplizieren.

Als zweites Beispiel soll ein spannungserhöhender Spartransformator mit vier Wicklungen (Bild 5) dienen. Für einen derartigen Spartransformator genügen die Gleichungen (2) bis (4). In Übereinstimmung mit dem Schaltschema erhält man für jede Phase

$$-\dot{U}_1 + \dot{U}_2' = \dot{U}_A'$$
$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 - \dot{I}_2',$$

oder für eingeführte Größen :

$$-\dot{U}_1 + \dot{U}_2 K_{21} = \dot{U}_A K_{21} \tag{14}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 K_{12} = -\dot{I}_2(1 + K_{12}) - \dot{I}_3 - \dot{I}_4. \tag{15}$$

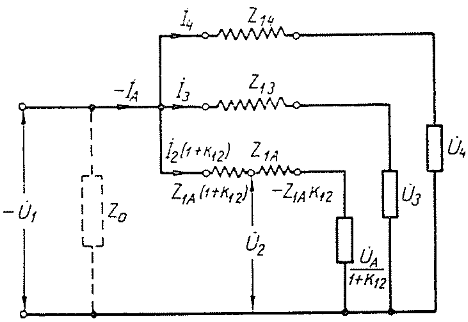

Bild 6

Gemäß Gleichung (4) gilt

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= -\dot{U}_1 - \dot{I}_2 Z_{12} \\ \dot{U}_3 &= -\dot{U}_1 - \dot{I}_3 Z_{13} \\ \dot{U}_4 &= -\dot{U}_1 - \dot{I}_4 Z_{14}, \end{aligned} \tag{16}$$

wobei

$$\begin{aligned} Z_{12} &= Z_{K12} + \beta_{32} Z_{123} + \beta_{42} Z_{124} \\ Z_{13} &= Z_{K13} + \beta_{23} Z_{132} + \beta_{43} Z_{134} \\ Z_{14} &= Z_{K14} + \beta_{24} Z_{142} + \beta_{34} Z_{143}. \end{aligned} \tag{17}$$

Der Strom in der Wicklung 1 ist gemäß Gleichung (2)

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_2 - \dot{I}_3 - \dot{I}_4.$$

Die Spannung $\dot{U}_A$ errechnet sich aus den Gleichungen (14) und (16) zu

$$\frac{\dot{U}_A}{1 + K_{12}} = -\dot{U}_1 - \dot{I}_2 \frac{Z_{12}}{1 + K_{12}}. \tag{18}$$

Das Ersatzschaltbild des spannungserhöhenden Vierwicklungs-Spartransformators kann deshalb in Form eines dreistrahligen Sternes, wie in Bild 6 gezeigt, dargestellt werden.

Entsprechend der Gleichung (15) fließt im unteren Zweig des Ersatzschaltbildes der Strom $\dot{I}_2(1+K_{12})$, weshalb zur Erfüllung der Gleichung (18) der Widerstand dieses Zweiges zu $\frac{Z_{12}}{(1+K_{12})^2}=Z_{1A}$ angesetzt wird. Zwecks Bestimmung der Spannung U_2, kann der Widerstand des unteren Zweiges anhand der ersten Gleichung aus (16) in zwei Teile geteilt werden:

$$Z_{1A}=Z_{1A}\,(1+K_{12})-Z_{1A}\,K_{12}.$$

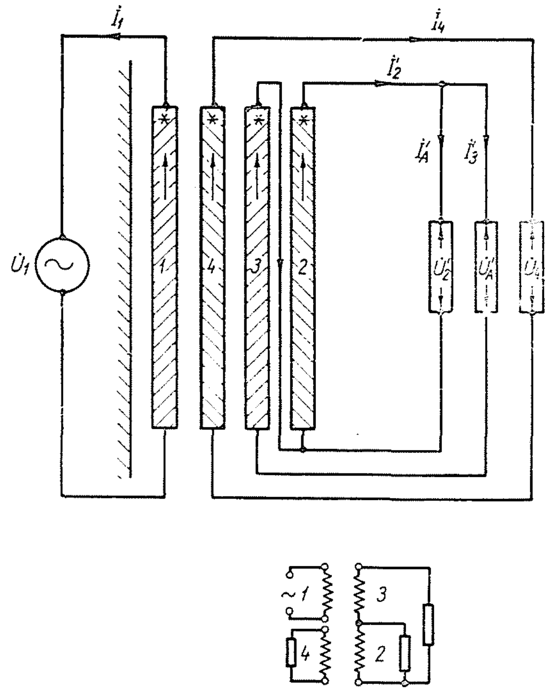

Bild 7

Als drittes Beispiel soll ein spannungserhöhender Vierwicklungstransformator betrachtet werden, bei dem zwei Wicklungen in der bei Spartransformatoren üblichen Art verbunden sind (Bild 7). Auch für diesen Fall behalten die Gleichungen (2) und (4) ihre Gültigkeit.

Außerdem folgt aus Bild 7, daß

$$\begin{aligned}\dot{U}_2'+\dot{U}_3'&=\dot{U}'_A\\ \dot{I}_2'&=\dot{I}'_A+\dot{I}_3',\end{aligned}\tag{19}$$

oder für eingeführte Größen:

$$\begin{aligned} \dot U_2 K_{21} + \dot U_3 K_{31} &= \dot U_A K_{31} \\ \dot I_2 K_{12} &= \dot I_A K_{12} + \dot I_3 K_{13}. \end{aligned} \tag{20}$$

Zur Bestimmung der Klemmenspannungen $\dot U_2$, $\dot U_3$, $\dot U_4$ der Wicklungen 2, 3 und 4 kann man die Gleichungen (16) und (17) benutzen. Dabei erhält man aus der zweiten Gleichung von (20) den Strom in der Wicklung 2 zu

$$\dot I_2 = \dot I_A + \dot I_3 K_{23}. \tag{21}$$

Die eingeführte Spannungsgröße U_A ist gemäß den Gleichungen (20) und (16):

$$\dot U_A = \dot U_2 K_{23} + \dot U_3 = - \dot U_1 (1 + K_{23}) - \dot I_3 (\beta_{23} K_{23} Z_{12} + Z_{13}),$$

woraus

$$\frac{\dot U_A}{1 + K_{23}} = - \dot U_1 - \dot I_3 \frac{Z_{3A}}{1 + K_{23}}, \tag{22}$$

wenn

$$Z_{3A} = \beta_{23} K_{23} Z_{12} + Z_{13}.$$

Aus den Gleichungen (2) und (21) folgt, daß

$$- \dot I_1 = \dot I_2 + \dot I_3 + \dot I_4 = \dot I_A + \dot I_3 (1 + K_{23}) + \dot I_4. \tag{23}$$

Wird der Strom $\dot I_2$ durch $\dot I_A$ mit Hilfe der Gleichung (21) in der Form

$$\dot I_2 = \frac{\dot I_A}{1 - \beta_{32} K_{23}}$$

ausgedrückt, so erhält man aus der ersten Gleichung von (16)

$$\dot U_2 = - \dot U_1 - \dot I_A \frac{Z_{12}}{1 - \beta_{32} K_{23}}$$

oder kürzer

$$\dot U_2 = - \dot U_1 - \dot I_A Z_{1A}, \tag{24}$$

wobei

$$Z_{1A} = \frac{Z_{12}}{1 - \beta_{32} K_{23}}.$$

Auch für den Fall, daß die Wicklung nach dem Schema in Bild 7 geschaltet ist, kann mit Hilfe der Gleichungen (22) und (24) das Ersatzschaltbild auf diese Weise in Form eines dreistrahligen Sterns aufgebaut werden. Das Ersatzschaltbild ist in Bild 8 veranschaulicht.

In Übereinstimmung mit Gleichung (23) fließt im unteren Zweig des Ersatzschaltbildes der Strom $\dot{I}_3(1 + K_{23})$. Damit die Gleichung (22) erfüllt wird, muß die Spannung in diesem Zweig gleich $\frac{Z_{3A}}{(1 + K_{23})^2}$ sein.

Um die Spannung $\dot{U}_3 = - \dot{U}_1 - \dot{I}_3 Z_{13}$ nach dem Ersatzschaltbild zu bestimmen, teilt man den Widerstand $\frac{Z_{3A}}{(1 + K_{23})^2}$ in zwei Teile $\frac{Z_{13}}{1 + K_{23}}$ und $\frac{(\beta_{23} Z_{12} - Z_{13}) K_{23}}{(1 + K_{23})^2}$ wie in Bild 8 gezeigt.

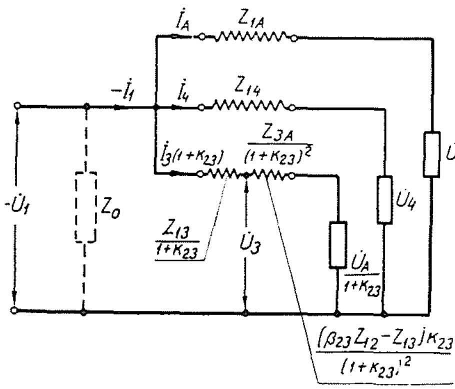

Bild 8

Als Beispiel werde ein spannungserhöhender Vierwicklungstransformator betrachtet, der von zwei unabhängigen Generatoren gespeist wird. Die Sekundärwicklungen 2 und 3 des Transformators haben Verbindungen nach Art von Spartransformatoren (Bild 9). In diesem Fall sind die Wicklungen 1 und 4 Primärwicklungen. Die Gleichung (4) für die Wicklung 4 kann deshalb in folgender Form geschrieben werden

$$- \dot{U}_4 = - \dot{U}_1 - \dot{I}_2 Z_{142} - \dot{I}_3 Z_{143} - \dot{I}_4 Z_{K14} \tag{25}$$

Für die nach Art von Spartransformatoren verbundenen Wicklungen 2 und 3 gelten die Gleichungen (19) bis (21). In den Gleichungen (21) und (25) sind die Ströme $\dot{I}_A(\dot{I}_2)$ und $\dot{I}_3$ durch die Belastungsbedingungen gegeben. Der Strom $\dot{I}_4$ kann aus der Gleichung (25) ermittelt werden:

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_4 - \dot{U}_1 - \dot{I}_2 Z_{142} - \dot{I}_3 Z_{143}}{Z_{K14}} . \tag{26}$$

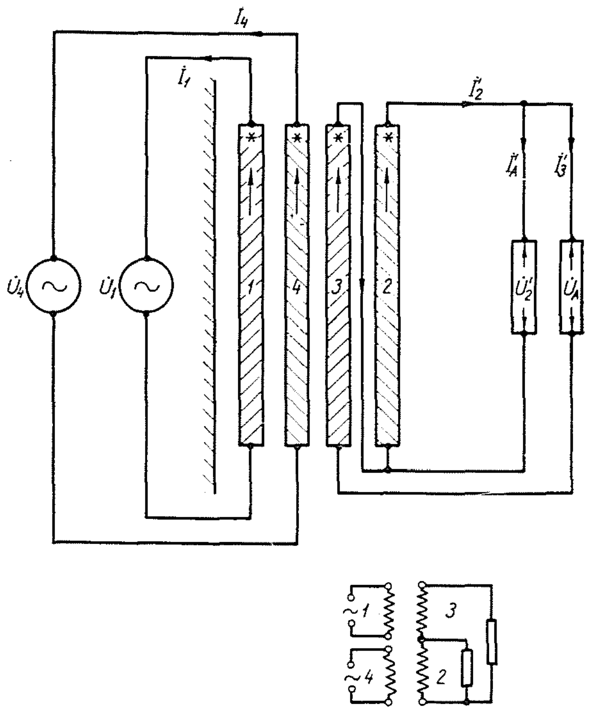

Bild 9

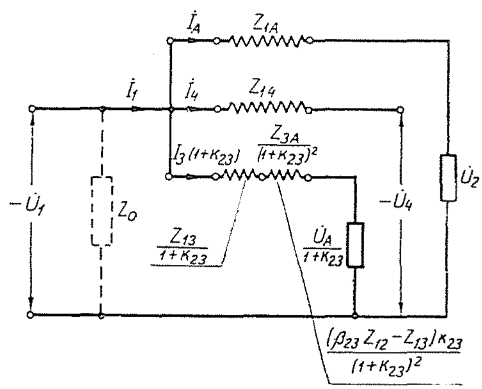

Bild 10

Diese Gleichung zeigt, daß der Strom in der Wicklung 4 von den Generatorspannungen $\dot{U}_1$ und $\dot{U}_4$ und von den Belastungsströmen der Wicklungen 2 und 3 abhängt. Das Ersatzschaltbild (Bild 10) wird analog dem in Bild 8 gezeigten ausfallen.

In einer Reihe von Fällen werden die Wicklungen einer Phase eines Mehrwicklungs-Spartransformators getrennt auf den Kernen angeordnet und ohne ausgekreuzte Zweige zu symmetrischen parallelen Kreisen verbunden.

Bei der Untersuchung der Zusammenhänge zwischen den Strömen und den Spannungen unter diesen Bedingungen ist man manchmal gezwungen, jeden parallelen Kreis als selbständige Wicklung zu betrachten. In diesem Falle kann die Anzahl der Wicklungen größer als vier sein, wodurch die Benutzung der Gleichungssysteme (3) und (4) natürlich schwieriger wird.

Die oben angeführten Beispiele umfassen grundlegende Fälle der Anwendung des Vierwicklungstransformators mit der Verbindung zweier Wicklungen nach der bei Spannungstransformatoren üblichen Art bei symmetrischer Belastung.

Bei der Berechnung der äußeren Charakteristik der einzelnen Wicklungen kann man in allen Fällen verhältnismäßig einfache komplexe Gleichungen verwenden, oder man geht von den aus ihnen erhaltenen Ersatzschaltbildern aus.

Das Ersatzschaltbild gestattet auch, mit Hilfe von Mehrwicklungs-Spartransformatoren den Verbrauch an aktiver und an Blindleistung für Fälle zu bestimmen, in denen die Transformierung der elektrischen Energie in mehrere Kanäle erfolgt.

Fließt z. B. im Zweig m des Ersatzschaltbildes, der den Widerstand $Z_{1m} = r_{1m} + jX_{1m}$ hat, der Strom I_m, so wird der Verbrauch an aktiver Leistung je Phase gleich $I_m^2 r_{1m}$ und der Verbrauch an Blindleistung $I_m^2 X_{1m}$ sein. Der bei der Transformierung durch die ohmschen Widerstände und durch die Blindwiderstände der Wicklung bedingte Gesamtverbrauch an aktiver Leistung und an Blindleistung ist gleich der Summe des Leistungsverbrauches aller Kreise des Ersatzschaltbildes, multipliziert mit der Anzahl der Phasen.

Ausgehend von den Grundgleichungen des Transformators, wurde angenommen, daß die Magnetisierungsverluste und der Magnetisierungsstrom gleich Null sind. Um sie bei der Bestimmung der aktiven Leistung und der Blindleistung näherungsweise zu berücksichtigen, kann man parallel zum Ersatzschaltbild den Widerstand Z_0 schalten, der entsprechend berechnet werden muß (Bild 4, 6, 8 und 10).

Zum besseren Verständnis der oben dargelegten Berechnungsmethode für symmetrischen Belastungsbetrieb von Mehrwicklungs-Spartransformatoren soll im Anhang ein konkretes Zahlenbeispiel betrachtet werden.

Bei der Untersuchung des unsymmetrischen Betriebes von Dreiphasen-Mehrwicklungs-Spartransformatoren ist es bequemer, sich der Methode der Zerlegung in symmetrische Komponenten zu bedienen. Die Ströme des Rechtssystems und des Linkssystems werden nach den gleichen Gesetzen transformiert, weshalb für jede Phase sogleich ihre Summe betrachtet werden kann.

Ist der Strom des Nullsystems gleich Null, kann man die Berechnung der Verhältnisse zwischen Strömen und Spannungen für jede Phase ebenso durchführen wie für den symmetrischen Betrieb.

Der Strom des Nullsystems bringt bei der Berechuung einige Besonderheiten mit sich. Mit den Belastungsbedingungen (Bild 11) soll der Strom des Nullsystems $\dot{I}_0 = \frac{\dot{I}_d}{3}$ gegeben sein. In Mehrwicklungs-Spartransformatoren sind die Wicklungen in der Regel in Dreieck geschaltet, so daß sich die Ströme des Nullsystems stets magnetisch ausgleichen. Unter diesen Bedingungen

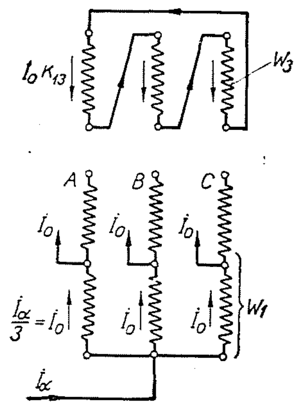

Bild 11

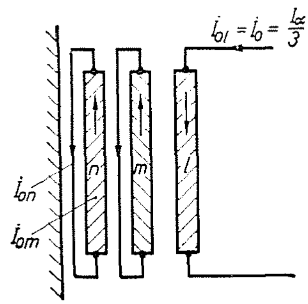

Bild 12

kann der Zusammenhang zwischen Strömen und Spannungen jeder Wicklung jeder beliebigen Phase durch die allgemeinen Gleichungen (3) und (4) ermittelt werden, nachdem die Ströme in den einzelnen Wicklungen bestimmt wurden. Wenn zwei oder mehrere Dreieckwicklungen vorhanden sind, so entsteht die Frage der Verteilung des Stromes des Nullsystems zwischen ihnen. Diese Aufgabe kann mit Hilfe der Gleichung (3) gelöst werden. Angenommen (Bild 12), daß durch die Wicklung l der Strom $\dot{I}_{01}$ des Nullsystems fließt und daß die Wicklungen m und n in Dreieck geschaltet sind, dann wirken diese Wicklungen auf die Ströme des Nullsystems so, als ob sie kurzgeschlossen wären. Unter der Annahme, daß $\dot{U}_m = \dot{U}_n = 0$, erhält man somit gemäß Gleichung (3)

$$- \dot{U}_l = \dot{I}_{om} Z_{lmm} + \dot{I}_{on} Z_{lmn}$$

$$- \dot{U}_l = I_{om} Z_{lnm} + \dot{I}_{on} Z_{lnn} ,$$

woraus

$$\beta_{omn} = \frac{\dot{I}_{om}}{\dot{I}_{on}} = \frac{Z_{nlm}}{Z_{mnl}} , \tag{27}$$

wenn

$$Z_{nlm} = \frac{1}{2}(Z_{knl} + Z_{knm} - Z_{klm}) .$$

$$Z_{mnl} = \frac{1}{2}(Z_{kmn} + Z_{kml} - Z_{knl}) ,$$

da bei

$$W_l = W_m = W_n \qquad \dot{I}_{ol} = -\dot{I}_{om} = \dot{I}_{on} ,$$

somit

$$\dot{I}_{om} = -\frac{\dot{I}_{ol}}{\beta_{onm} + 1} \tag{28}$$

$$\dot{I}_{on} = -\frac{\dot{I}_{ol}}{\beta_{omn} + 1} , \tag{29}$$

wobei

$$\beta_{onm} \cdot \beta_{omn} = 1$$

Anhang

Als Zahlenbeispiel wird ein Dreiphasen-Dreiwicklungstransformator mit einer Schaltung gemäß Bild 3 betrachtet. Die Wicklungen 1 und 2 haben die bei Spartransformatoren üblichen Schaltungen. Die Wicklungen 1, 2 und 3 sind in Stern geschaltet, die Wicklung 4 in Dreieck. Die Nennspannungen der Wicklungen sind :

$$U_1' = 70\,\text{kV}, \quad U_2' = 70\,\text{kV}, \quad U_3' = 21\,\text{kV}, \quad U_4' = 11\,\text{kV}.$$

Die Kurzschlußwiderstände in Ohm, bezogen auf die Windungszahl der Wicklung 1, schreiben sich zu

$$Z_{K12} = (0{,}96 + j\,30)\,\Omega, \quad Z_{K13} = (0{,}9 \;\; + j\,60)\,\Omega, \quad Z_{K14} = (0{,}85 + j\,80)\,\Omega,$$
$$Z_{K23} = (0{,}86 + j\,20)\,\Omega, \quad Z_{K24} = (0{,}81 + j\,30)\,\Omega, \quad Z_{K34} = (0{,}75 + j\,10)\,\Omega.$$

Die bezogenen Größen der aktiven Widerstände der Wicklungen in Ohm sind

$$r_1 = 0{,}5\,\Omega\,, \; r_2 = 0{,}46\,\Omega\,, \; r_3 = 0{,}4\,\Omega\,, \; r_4 = 0{,}35\,\Omega\,.$$

Betrachtet man den Betrieb des Transformators, wenn die Wicklungeu 2 und 3 auf eine gemischte induktive Last arbeiten, die Wicklung 4 aber nicht belastet ist, dann sind die Belastungströme in Ampere

$$\dot{I}_A = 250\,e^{-37^\circ}\,\text{A} = (200 - j\,150)\text{A}\,, \quad \dot{I}_3 = 150 e^{-j37^\circ}\,\text{A} = (120 - j\,90)\,\text{A}\,.$$

Anhand der Gleichung (7) erhält man, wenn $K_{12} = K_{21}$ die Beziehung

$$\dot{I}_1 = -\frac{200 - j\,150 + 120 - j\,90}{2}\ \mathrm{A} = (-160 + j\,120)\ \mathrm{A} = -200\, e^{-j37^\circ}\ \mathrm{A}.$$

Nach Gleichung (8) ist

$$\dot{I}_2 = \frac{200 - j\,150 - 120 + j\,90}{2}\ \mathrm{A} = (40 - j\,30)\ \mathrm{A} = 50\, e^{-j37^\circ}\ \mathrm{A}.$$

Für den Widerstand Z_{123} gilt

$$Z_{123} = \frac{1}{2}\,(0{,}96 + j\,30 + 0{,}9 + j\,60 - 0{,}86 - j\,20)\ \Omega = 0{,}5 + j\,35\ \Omega.$$

Den Gleichungen (10) und (12) gemäß, ergibt sich, wenn $\beta_{32} = 3$ angenommen wird,

$$Z_{12} = \frac{1}{2}\,(0{,}96 + j\,30 + 1{,}5 + j\,105)\ \Omega = (1{,}23 + j\,67{,}5)\ \Omega,$$

$$Z_{13} = (0{,}9 + j\,60)\ \Omega + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)(0{,}5 + j\,35)\ \Omega - \frac{1}{6}\,(0{,}96 + j\,30)\ \Omega =$$

$$= (0{,}66 + j\,49{,}16)\ \Omega.$$

$$Z_{1A} = \frac{1{,}23 + j\,67{,}5}{1 + 1 + 3}\ \Omega = (0{,}246 + j\,13{,}5)\ \Omega.$$

Es werden sodann die Klemmenspannungen der Wicklungen ermittelt:

$$\dot{U}'_A = -(70 + 70)\ \mathrm{kV} = -140\ \mathrm{kV}, \qquad \dot{U}_A = -\frac{140}{2}\ \mathrm{kV} = -70\ \mathrm{kV}.$$

Nach Gleichung (12) erhält man

$$\dot{U}_2 = 70\,000\ \mathrm{V} - (200 - j\,150)\ \mathrm{A}\ (0{,}246 + j\,13{,}5)\ \Omega = (67\,926 - j\,2663)\ \mathrm{V},$$

woraus $U_2 = 68\,000$ V.

Anhand von (9) läßt sich schreiben

$$\dot{U}_3 = 70\,000\ \mathrm{V} - (120 - j\,90)\ \mathrm{A}\ (0{,}66 + j\,49{,}16)\ \Omega = (65\,496 - j\,5841)\ \mathrm{V},$$

woraus

$$U_3 = 65\,700\ \mathrm{V},$$

und

$$U_3' = 65\,700\ \mathrm{V}\,\frac{21\ \mathrm{kV}}{70\ \mathrm{kV}} = 19\,700\ \mathrm{V}.$$

Obwohl die Wicklung 4 nicht belastet wird, ist ihre Klemmenspannung wegen der Gegeninduktion der Wicklungen nicht gleich 11 kV.

Gemäß Gleichung (9) und (10) gilt

$$\dot{U}_4 = -\dot{U}_A - \dot{I}_2\left(Z_{124} - \frac{1}{2}Z_{K12}\right) - \dot{I}_3\left(Z_{134} - \frac{1}{2}Z_{123}\right).$$

Hierin ist

$$Z_{124} = \frac{1}{2}(0{,}96 + j\,30 + 0{,}85 + j\,80 - 0{,}81 - j\,30)\ \Omega = (0{,}5 + j\,40)\ \Omega,$$

$$Z_{134} = \frac{1}{2}(0{,}9 + j\,60 + 0{,}85 + j\,80 - 0{,}75 - j\,10)\ \Omega = (0{,}5 + j\,65)\ \Omega,$$

weshalb

$$\dot{U}_4 = 70\,000\ \mathrm{V} - (40 - j\,30)\ \mathrm{A}\,(0{,}02 + j\,15)\ \Omega - (120 - $$
$$- j\,90)\ \mathrm{A}\,(0{,}25 + j\,17{,}5)\ \Omega = (68\,349 - j\,2677)\ \mathrm{V},$$

und daher

$$U_4 = 68\,350\ \mathrm{V} \text{ und } U_4' = 68\,350\ \mathrm{V}\,\frac{11\ \mathrm{kV}}{70\ \mathrm{kV}} = 10\,740\ \mathrm{V}.$$

Die elektrischen Verluste, die bei dem betrachteten Betrieb des Transformators auftreten, erhält man dem Ersatzschaltbild (Bild 4) gemäß für jede Phase zu

$$I_A^2\,r_{1A} + I_3^2\,r_{13} = 250^2\ \mathrm{A}^2 .\ 0{,}246\ \Omega + 150^2\ \mathrm{A}^2 .\ 0{,}4\ \Omega = 30\,250\ \mathrm{W}.$$

Zur Kontrolle mag folgende Gleichung dienen:

$$I_1^2\,r_1 + I_2^2\,r_2 + I_3^2\,r_3 = 200^2\ \mathrm{A}^2 .\ 0{,}5\ \Omega + 50^2\ \mathrm{A}^2 .\ 0{,}46\ \Omega +$$
$$+ 150^2\ \mathrm{A}^2 .\ 0{,}66\ \Omega = 30250\ \mathrm{W}.$$

Der Verbrauch an Blindleistung wird im vorliegenden Fall, bei Vernachlässigung des Verbrauches zur Magnetisierung von Kern und Joch

$$I_A^2\,X_{1A} + I_3^2\,X_{13} = 250^2\ \mathrm{A}^2 .\ 13{,}5\ \Omega + 150^2\ \mathrm{A}^2 .\ 49{,}16\ \Omega = 1\,950\,000\ \mathrm{VA}.$$

Literatur

1. Petrow, G.: Transformatoren, GEI, 1935.
Петров Г. Н.: Трансформаторы, ГЭИ, 1935.
2. Petrow, G.: Das Ersatzschaltbild für Mehrwicklungstransformatoren.
Петров Г. И.: Схема замещения многообмоточных трансформаторов.
Научные доклады высшей школы (Электромеханика и автоматика) № 1, 1958.

Prof. G. Petrow, Institut für Energetik, Moskau.