

# FEHLER UND BEMESSUNG VON SPANNUNGSWANDLERN

Von

K. KARSAI

Lehrstuhl für Elektrische Maschinen und Messungen, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 16. Februar, 1959)

Im ersten Teil der Abhandlung werden die Faktoren besprochen, welche die Fehler der Spannungswandler beeinflussen. Es wird die Aufmerksamkeit auf die durch die Oberharmonischen des Leerlaufstromes verursachten Zusatzfehler gelenkt. Diese können durch Herabsetzung des Wertes der Leerlaufstromstärke vermindert werden und sind darum unangenehm, weil sie in Eichbrücken nicht gemessen werden können, jedoch in den an die Sekundärseite gelegten Meßgeräten erscheinen.

Aus der Analyse der Faktoren, welche die Fehler der Spannungswandler beeinflussen, geht hervor, daß die Bestimmung der Abmessungen eines Spannungswandlers welcher bez. der Fehlerklasse gute Lösung gibt — ohne viele Versuche — auch durch eine unmittelbare Berechnungsmethode möglich ist. Dies ist nicht die notwendigerweise beste (die wirtschaftlichen, elektrischen, Sicherheits- usw. Bedingungen am meisten befriedigende) Lösung, aber eine von den vielen möglichen, und gibt zu den weiteren Verfeinerungen einen guten Anhaltspunkt.

## I. Übersetzungs- und Winkelfehler der Spannungswandler

I. 1. Die Übersetzungs- und Winkelfehler können aus dem Vektordiagramm des Spannungswandlers (Bild 1) abgeleitet werden. Demnach ist der relative Wert des Übersetzungsfehlers :

$$h = - \frac{I_2(R \cos \beta + X_s \sin \beta)}{U_2} - \frac{I'_0(R'_1 \cos \varphi_0 + X_{s0} \sin \varphi_0)}{U_2} \quad (1)$$

Der Winkelfehler (Phasenwinkel zwischen Sekundär- und Primärspannungen bzw. dessen Tangente) ist :

$$\delta = \frac{I_2(R \sin \beta - X_s \cos \beta)}{U_2} + \frac{I'_0(R'_1 \sin \varphi_0 - X_{s0} \cos \varphi_0)}{U_2} \quad (2)$$

In den Gleichungen (1) und (2), sowie im Vektordiagramm bedeuten :

- $U'_1$  = den auf die Sekundärseite reduzierten Wert der Primärspannung ;  
 $U_2$  = die Sekundärspannung ;  
 $I'_1$  = den auf die Sekundärseite reduzierten Wert der Primärstromstärke ;  
 $I_2$  = die Sekundärstromstärke ;

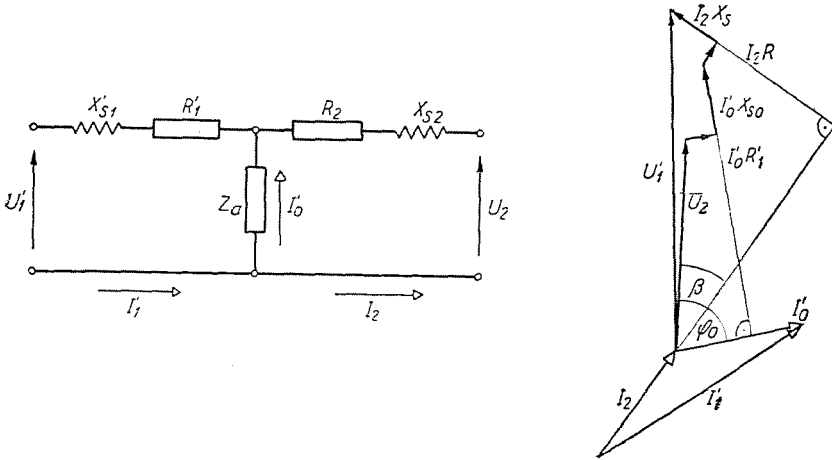


Abb. 1. Ersatzschaltbild und Vektordiagramm des Spannungswandlers

- $I'_0$  = den auf die Sekundärseite reduzierten Wert der Leerlaufstromstärke ;  
 $\varphi_0$  = den Phasenwinkel des Leerlaufstromes ;  
 $\beta$  = den Phasenwinkel der Belastungsimpedanz  
 (Phasenwinkel des Sekundärstromes).

$R = R'_0 + R_2$  = den auf die Sekundärseite reduzierten Gesamtwiderstand des Spannungswandlers ;

$$X_s = X'_{s1} + X_{s2} = \frac{2\pi f \mu_0 N_2^2}{l_s} \left( l_m \delta + \frac{l_1 a_1 + l_2 a_2}{3} \right) \approx \frac{2\pi f \mu_0 N_2^2 l_m}{l_s} \left( \delta + \frac{a_1 + a_2}{3} \right) \quad (3)$$

= die auf die Sekundärseite reduzierte Streureaktanz des Spannungswandlers (Bild 2), wo

$$l_1 = d_1 \pi; l_2 = d_2 \pi \text{ und } l_m = d_m \pi$$

$$X_{s0} = \frac{2\pi f \mu_0 N_2^2}{l_s} \left( \frac{l_1 a_1}{3} + l_m \delta + \frac{l_2 a_2}{2} \right) \quad (4)$$

= den auf die Sekundärseite reduzierten Wert jener Streureaktanz, die für den in den Primär- und Sekundärspulen durch den Leerlaufstrom hervorgerufenen induktiven Spannungsabfall maßgebend ist.

Wird der Spannungswandler zwischen dem  $\varepsilon_1$ -fachen und  $\varepsilon_2$ -fachen Wert der Nennspannung mit der zur Nennbelastung ( $P_n$ ) gehörenden Impedanz vom Phasenwinkel  $\beta$ , sowie mit der einem Bruchteil der Nennbelastung  $P_n/n$  entsprechenden Impedanz belastet, so dürfen weder Übersetzungsfehler

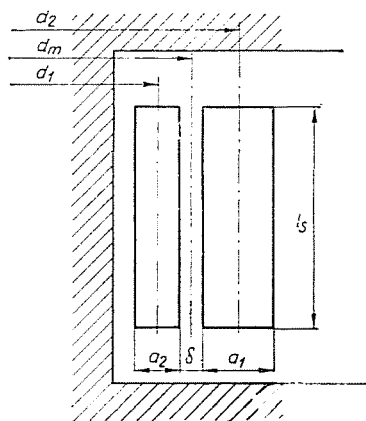


Abb. 2. Die für den Wert der Streureaktanz maßgebenden Abmessungen im Falle konzentrischer Anordnung

noch Winkelfehler die vorgeschriebenen Grenzen überschreiten. (Laut den ungarischen Normen MSZ 1576 beträgt  $\varepsilon_1 = 0,8$ ,  $\varepsilon_2 = 1, 2$ ,  $n = 4$  und  $\cos \beta = 0,8$  oder  $0,5$  nach der je Größe von  $P_n$ .)

Beziehung (1) kann auch in folgender Form aufgeschrieben werden :

$$h = - \frac{R \cos \beta + X_s \sin \beta}{Z_t} - \frac{R'_1 \cos \varphi_0 + X_{s0} \sin \varphi_0}{Z_a} \quad (5)$$

wo  $Z_t = U_2/I_2$  die Belastungsimpedanz und  $Z_a = U_2/I'_0$  die Impedanz des Überbrückungsweiges im Ersatzschaltbild bedeuten. Das erste Glied an der rechten Seite der Beziehung (5) verschiebt — im Falle konstanter Belastungsimpedanz — den Übersetzungsfehler bei Änderung der Primärspannung um einen konstanten Wert in negative Richtung. Das zweite Glied ist die Leerlauffehlerkurve, welche letzten Endes die Form der Fehlerkurve bei verschiedenen konstanten Belastungsimpedanzen bestimmt.

I. 2. Die Fehler und die Form der Fehlerkurven werden durch folgende Faktoren beeinflusst :

I. 2,1. Die beiden Komponenten des Leerlaufstromes: die Eisenverluste deckende Wirkkomponente  $I'_{0w} = P_e/U_2$ , wo  $P_e$  den Eisenverlust bedeutet, und die zur Magnetisierung nötige Blindkomponente  $I_{0b}$ . Der Effektivwert der Wirkkomponente ändert sich linear in Funktion der Klemmenspannung, vorausgesetzt, daß der Eisenverlust mit der Spannung rein quadratisch proportional ist. Die Blindkomponente ist in nicht-linearem Verhältnis mit der Spannung. Dies hat zur Folge, daß der im Ausdruck der Übersetzungs- und Winkelfehler fungierende Faktor  $\sin \varphi_0$  sich in Funktion der Spannung  $U_2$  ändert, und zwar — nachdem die Blindkomponente beim im Meßbereich des Spannungswandlers auftretenden Induktionswert stärker zunimmt als

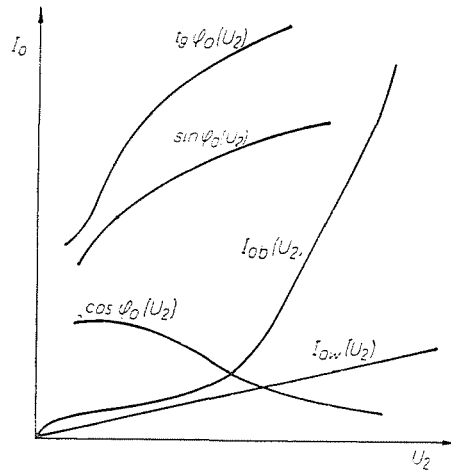


Abb. 3. Werte bezüglich der ferromagnetischen Eigenschaften des Eisens

die Wirkkomponente — wird die Kurve  $\sin \varphi_0(U_2)$  bei Erhöhung der Spannung ansteigen. Die Kurve  $\cos \varphi_0(U_2)$  wird aus ähnlichen Gründen in Funktion der Spannung  $U_2$  abnehmen (Bild 3).

Eine andere Folge zeigt sich darin, daß die Blindkomponente ein Mehrwellenstrom ist. Falls

$$u_2 = u_{2\max} \cos \omega t$$

dann ist

$$i_{0b} = i_{0b1\max} \sin \omega t + i_{0b3\max} \sin 3\omega t + i_{0b5\max} \sin 5\omega t \dots$$

Die Scheitelwerte der einzelnen Harmonischen ändern sich in Funktion von  $U_2$ . Im Falle üblicher magnetischer Beanspruchungen ist die Grundharmonische der Blindkomponente das Mehrfache der Wirkkomponente und kann auch von gleicher Größenordnung sein wie die Belastungsstromstärke (abgesehen von den aus der Permalloy-Gruppe gefertigten Spannungswandlern). An der Primärimpedanz des Spannungswandlers rufen diese Oberharmonischen

eine oberharmonische Spannung vom Momentanwert

$$\sum_{v=3,5,7\dots} - (R'_1 i_{0b,max} \sin v\omega t + X_{s0} v i_{0b,max} \cos v\omega t)$$

hervor. Diese auftretende oberharmonische Fehlerspannung hat drei weitere Folgen:

1. Die Spannungswandler-Eichbrücke mißt nur die Grundharmonische der Fehlerspannung. Falls der Abgleichanzeiger der Eichbrücke auf ein schmales Frequenzband empfindlich ist, verursachen die Oberharmonischen in der Messung keine Störungen. Ist aber der Abgleichanzeiger auf ein breites Frequenzband empfindlich, so zeigt er im Zustand, welcher auf die Grundharmonischen ausgeglichen ist, einen Mindestwert, jedoch keinen Nullwert an.

2. Wird mit dem Spannungswandler Spannung gemessen, so wird das Auslenkmoment des den Effektivwert anzeigenden Gerätes größer sein als jenes, das sich aus der Übersetzung des Spannungswandlers ergeben würde, da ja auch die Oberharmonischen ein Moment ausüben. Die Größe einer durch eine Oberharmonische des Magnetisierungsstromes verursachten Fehlerspannung beträgt

$$I_r \sqrt{R_1'^2 + v^2 X_{s0}^2}$$

Das durch sämtliche Oberharmonischen hervorgerufene Zusatzmoment ist mit dem Wert des Ausdruckes

$$\sum_{v=3,5,7\dots} I_r^2 [R_1'^2 + v^2 X_{s0}^2]$$

verhältnisgleich, wobei der Fehler des Spannungswandlers sich um den zusätzlichen Fehler

$$h'_r = \frac{\sqrt{\sum_{v=3,5,7\dots} I_r^2 [R_1'^2 + v^2 X_{s0}^2]}}{U_2} \quad (6)$$

erhöht (falls das Gerät auf sämtliche oberharmonische Frequenzen gleich empfindlich ist).

Wird die Spannung mit einem den Mittelwert anzeigenden Gerät gemessen, so ergibt sich die Spannungserhöhung oder Verminderung — je nachdem die Amplitude der Harmonischen positiv oder negativ ist — pro Harmonische zu

$$\frac{2 \sqrt{2} I_r \sqrt{R_1'^2 + v^2 X_{s0}^2}}{\pi v}$$

Das negative Vorzeichen ergibt sich dadurch, daß die Oberharmonischen des Magnetisierungsstromes an den Sekundärklemmen eine Spannung von entgegengesetztem Vorzeichen, auf das eigene bezogen, hervorrufen.

Der zusätzliche Fehler beträgt :

$$h_v'' = \sum_{v=3,5,7\dots} \frac{2\sqrt{2} I_v \sqrt{R_1'^2 + v^2 X_{s0}^2}}{\pi v U_2} \quad (7)$$

$\sqrt{2} I_v$  ist die Amplitude der Oberharmonischen. Dieser Wert ist bei der Summierung mit seinem Vorzeichen zu berücksichtigen.

3. Wenn Leistung gemessen wird und die Änderung der Netzspannung in der Zeit sinusförmig verläuft, der Verbraucher aber kein Stromkreisglied von linearem Charakter ist, wird die gemessene Leistung größer als die tatsächliche Wirkleistung sein. Das zusätzliche Auslenkmoment des Wattmeters ist mit dem Wert

$$\sum_{v=3,5,7\dots} I_v' I_v \sqrt{R_1'^2 + v^2 X_{s0}^2} \cdot \cos \varphi_v$$

verhältnisgleich, wo  $I_v'$  die Oberharmonische des Netzverbrauchers, und  $\varphi_v$  den Phasenwinkel zwischen der Oberharmonischen Spannung und dem Strom bedeuten. Der sich aus den Oberharmonischen ergebende zusätzliche Fehler der Leistungsmessung beträgt

$$h_v''' = \frac{\sum_{v=3,5,7\dots} I_v' I_v \sqrt{R_1'^2 + v^2 X_{s0}^2} \cdot \cos \varphi_v}{U_1 I_1 \cos \varphi} \quad (8)$$

wo  $U_1$  und  $I_1$  die Grundharmonischen der Spannung bzw. des Stromes im Netzverbraucher sind.

I. 2,2. Die Übersetzungsfehlerkurve in Funktion der Spannung kann verschiedenen Charakters sein. Wenn sich z. B.  $Z_a = U_2/I_0'$  in Funktion der Spannung schneller ändert als  $R_1 \cos \varphi_0 + X_{s0} \sin \varphi_0$  und die Kurve  $Z_a(U_2)$  innerhalb der Strecke  $\varepsilon_1 U_2$  und  $\varepsilon_2 U_2$  einen Höchstwert besitzt, so wird die Kurve von unten gesehen hohlgewölbt sein. Die elektromagnetischen Eigenschaften des Eisens, also die Änderung von  $Z_a$ ,  $\cos \varphi_0$ ,  $\sin \varphi_0$  in Funktion der Spannung, die gewählten magnetischen Beanspruchungen, und das Verhältnis von  $R_1$  und  $X_{s0}$  bestimmen die Form der Fehlerkurven, die zu den einzelnen konstanten Belastungsimpedanzen gehören.

Die Übersetzungsfehlerkurven können bei einer gegebenen Konstruktion mittels Korrektionswindungen in positiver oder negativer Richtung nach Belieben verschoben werden. In Anbetracht der Bemessung des Spannungswandlers ist es daher erforderlich, ein entsprechend gewähltes von der Fehlerkurve abhängiges Fehlerband  $\Delta h$  zu bestimmen (Bild 4 und 5). Dies ist der Abstand der Fehlerkurven voneinander.  $H$  bezeichnet die Genauigkeitsklasse. ( $\Delta h = 2H$  würde bestehen, wenn die Fehlerkurve eine horizontale Gerade wäre.)

I. 2,3. Wird Beziehung (2) ähnlich wie (5) aufgeschrieben, dann ergibt sich

$$\delta = \frac{R \sin \beta - X_s \cos \beta}{Z_t} + \frac{R'_1 \sin \varphi_0 - X_{s0} \cos \varphi_0}{Z_a} \quad (9)$$

Im Falle einer konstanten Impedanz  $Z_t$  gibt das erste Glied der rechten Seite, ähnlich wie bei den Erörterungen bezüglich des Übersetzungsfehlers, eine

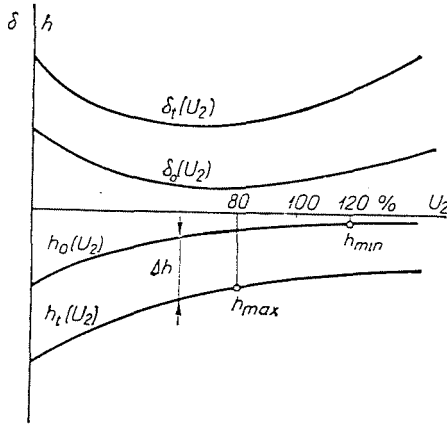


Abb. 4. Übersetzungs- und Winkelfehlerkurven des Spannungswandlers. Index »o« bezieht sich auf den Leerlaufzustand, Index »t« auf den mit Nennimpedanz belasteten Zustand. Die Kurven wurden an einem Spannungswandler aufgenommen, bei welchem  $X_{s0} \ll R'_1$

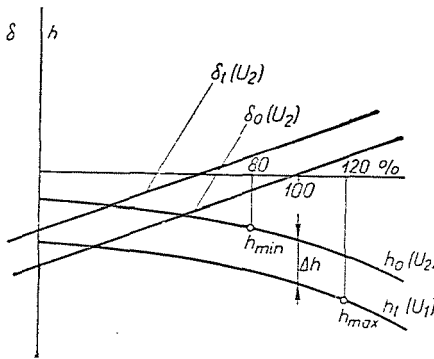


Abb. 5. Übersetzungs- und Winkelfehlerkurven des Spannungswandlers. Der Eisenkern dieses Spannungswandlers ist mit jenem identisch, dessen Fehlerkurven in Bild 4 dargestellt sind. Auch die Windungszahl ist die gleiche (den einzelnen Werten  $U_2$  sind gleich große Induktionswerte zugeordnet), jedoch ist  $X_{s0} \gg R'_1$

ebenfalls von der Belastungsimpedanz abhängige Verschiebung der Winkelfehlerkurve. Während jedoch beim Übersetzungsfehler nur eine Verschiebung in negativer Richtung möglich ist, kann sie bei der Winkelfehlerkurve, je nachdem  $R \sin \beta > X_s \cos \beta$  oder  $R \sin \beta = X_s \cos \beta$  oder  $R \sin \beta < X_s \cos \beta$

ist, positiven, Null-, oder negativen Wert aufweisen. Es kann vom Phasenwinkel der Belastungsimpedanz abhängig ein Verhältnis  $— z = X_s/R —$  gewählt werden, bei welchem die Winkelfehlerkurve bei jeder Belastungsimpedanz mit sich selbst gleich ist.

Die Änderung von  $I'_0(U_2)$  bestimmt, ähnlich wie bei den Übersetzungsfehlerkurven, den Charakter der Winkelfehlerkurve. Ein wesentlicher Unterschied liegt jedoch darin, daß beide Zahlen an der rechten Seite der Beziehung (9) sowohl positives, als auch negatives Vorzeichen haben können. Demzufolge können hier noch mehr Varianten der Kurvenform auftreten, als bei den Übersetzungsfehlerkurven. Während die Übersetzungsfehlerkurven mittels Korrektionswindungen mit sich selbst parallel beliebig verschoben werden können, ist hierfür bei den Winkelfehlerkurven keine solche naheliegende Lösung vorhanden. Deswegen ist es erforderlich, daß die Werte der Winkelfehler — bei sämtlichen angegebenen Belastungszuständen — innerhalb des Fehlerbandes liegen. Die Winkelfehlerkurve ist bei Leerlauf Null, wenn  $R'_1 \sin \varphi_0 = X_{s0} \cos \varphi_0$  d. h.  $\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{X_{s0}}{R'_1}$ . Dies kann (nachdem  $X_{s0} \approx X_s$  und  $R'_1 \approx R/2$ ) mit guter Annäherung auch in folgender Form aufgeschrieben werden :

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{2X_s}{R} = \frac{X_s}{R'_1}$$

Der Wert von  $\operatorname{tg} \varphi_0$  ändert sich, infolge der nichtlinearen Eigenschaften des magnetischen Kreises, in Funktion der Spannung. Im Falle der Induktionswerten die bei den Spannungswandlern in Frage kommen, nimmt auch der Wert von  $\operatorname{tg} \varphi_0$  mit der Spannung zu (Bild 3). Demzufolge ist der Winkelfehler nur an einem einzigen Punkt des Leerlaufbetriebszustandes Null. In Hinsicht auf den Winkelfehler ist der Wert der Verhältniszahl  $X_s/R'_1$  wichtig, welche im folgenden mit  $\tau$  bezeichnet wird. Die geeignete Wahl der Zahl  $\tau$  bedeutet, daß im Interesse eines minimalen Winkelfehlers die Verhältniszahl der Reaktanz und des Wirkwiderstandes mit den elektromagnetischen Eigenschaften des Eisens in Einklang gebracht wird. Für den Wert von  $\tau$  ergibt jedoch allein seine Übereinstimmung mit den elektromagnetischen Eigenschaften des Eisens in Anbetracht des Winkelfehlers noch nicht die richtige Lösung, da die Fehler auch innerhalb des Winkelfehlerbandes zu liegen kommen sollen. Dies bedeutet, daß der Wert  $\tau$  außer den elektromagnetischen Eigenschaften auch mit der Größe und dem Phasenwinkel der Belastungsimpedanz im Einklang sein muß. Schließlich ist es in Hinsicht auf die Winkelfehler erwünscht, daß der Leerlaufstrom klein sei (also  $\dot{Z}_a$  groß sei). Dies kann durch entsprechende Lamellierung des Eisenkerns, oder durch Anwendung von Eisensorten hoher Permeabilität (Permalloy-Gruppe) erreicht werden.



## II. Bestimmung der Hauptabmessungen von Spannungswandlern

II. 1. Auf Grund der Beziehung (5) ist das Übersetzungsfehlerband des Spannungswandlers

$$\Delta h = \frac{I_2(R \cos \beta + X_s \sin \beta)}{U_2} \quad (10)$$

Nach Multiplikation des Zählers und Nenners mit  $U_2$  ergibt sich

$$\Delta h = \frac{I_2 U_2 (R \cos \beta + X_s \sin \beta)}{U_2^2}$$

Nach dem Ordnen dieser Gleichung, und weil  $P_n = I_2 U_2$ , sowie durch Substituierung von  $\Delta h$  mit seinem prozentualen Wert, erhält man :

$$R \cos \beta + X_s \sin \beta = \frac{\Delta h U_2^2}{100 P_n}$$

Setzt man nun die Werte  $R = 2R'_1 = 2R_2$  und  $X_s = \tau R'_1$  ein (auf die Wahl der Verhältniszahl  $\tau$  kommen wir noch zurück), und ordnet man nachher die Gleichung, dann ergibt sich :

$$R'_1 = R_2 = \frac{\Delta h U_2^2}{100 P_n (2 \cos \beta + \tau \sin \beta)} \quad (11)$$

Diese Beziehung bedeutet, daß der Widerstand der Spulen eines auf das Fehlerband  $\Delta h$  zu bemessenden Spannungswandlers von dem Fehlerband, der Sekundärspannung, der Nennleistung, dem Belastungswinkel und den elektromagnetischen Eigenschaften des Eisens ( $\tau$ ) abhängt.

II. 2. Die Maßverhältnisse der Wicklung sind so zu wählen, daß sie der Bedingung  $\tau = X_s/R'_1$  entsprechen :

$$X_s = \frac{\mu_0 2\pi f N_2^2}{l_s} l_m \left( \frac{a_1 + a_2}{3} + \delta \right) \cong \tau R_2 \cong \tau R'_1 \quad (12)$$

Angenommen, daß  $R'_1 = R_2$ , dann ist  $N_1 A_1 = N_2 A_2$  wo  $N_1$  und  $N_2$  die Windungszahlen der Primär- und Sekundärwicklung,  $A_1$  und  $A_2$  den Querschnitt eines Leiters der Primär- bzw. Sekundärspule bedeuten. Die Bedingung, daß  $R'_1 = R_2$  sei, wird erfüllt, wenn der Querschnitt der Oberspannungswicklung im Verhältnis zu den mittleren Durchmessern der Wicklungen pro-

portional größer gewählt wird. Einerseits ist

$$A_2 N_2 = \frac{R_2 A_2^2}{\varrho l_2} \quad (13)$$

andererseits aber

$$A_2 N_2 = l_s \left( \frac{a_1 + a_2}{3} + \delta \right) 3/2 k_{gf} = \frac{R_2 A_2^2}{\varrho l_2} \quad (14)$$

In der Beziehung (14) ist  $k_{gf}$  der geometrische Füllfaktor der Wicklung, dessen Wert

$$k_{gf} = \frac{2 A_2 N_2}{3 \left( \frac{a_1 + a_2}{3} + \delta \right) l_s} = \frac{A_1 N_1 + A_2 N_2}{(a_1 + a_2 + 3\delta) l_s} \quad (15)$$

beträgt. Durch diese Formel wird die geometrische Füllung in der Weise definiert, daß man den Querschnitt, der durch die Isolation zwischen Primär- und Sekundärwicklung eingenommen wird mit dreifachem Wert berücksichtigt, außer den übrigen Isolationen der Wicklung. Aus Beziehung (14) kann  $\left( \frac{a_1 + a_2}{3} + \delta \right)$  durch den Wert an der rechten Seite ausgedrückt werden.

Wird dieser Wert in Gleichung (12) eingesetzt, ergibt sich

$$\frac{\mu_0 2\pi f N_2^2}{l_s} l_m \frac{2 R_2 A_2^2}{3\varrho l_2 l_s k_{gf}} = \tau R_2$$

Durch Multiplikation und Division der linken Seite mit  $k_{gf}$  erhält man nach Ordnen :

$$\frac{4 \mu_0 \pi f R_2 k_{gf}}{3 \varrho} \left( \frac{N_2 A_2}{l_s k_{gf}} \right)^2 \left( \frac{l_m}{l_2} \right) = \tau R_2 \quad (16)$$

In vollkommen gleicher Weise kann auch eine Beziehung abgeleitet werden, in der  $\left( \frac{N_1 A_1}{l_s k_{gf}} \right)^2$  fungiert. Wird aus (16)  $\frac{N_2 A_2}{l_s k_{gf}}$  ausgedrückt, ergibt sich

$$\frac{N_2 A_2}{l_s k_{gf}} = \sqrt{\frac{3 \varrho \tau}{4 \mu_0 \pi f k_{gf} (l_m/l_2)}} \quad (17)$$

Nach Substituierung des Wertes (15) in die linke Seite der obigen Gleichung, erhält man :

$$\frac{N_2 A_2}{A_1 N_1 + A_2 N_2} (a_1 + a_2 + 3\delta) = \sqrt{\frac{3 \varrho \tau}{4 \mu_0 \pi f k_{gf} (l_m/l_2)}}$$

Falls man berücksichtigt, daß  $N_1 A_1 \cong N_2 A_2$  ferner  $l_m/l_2 \cong 1$  hat man

$$a_1 + a_2 + 3\delta \cong 2 \sqrt{\frac{3q\tau}{4\mu_0 \pi f k_{gf}}} \quad (18a)$$

oder wenn man die linke Seite der Formel in cm zu erhalten wünscht und  $q$  in  $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$  einsetzt, ist

$$a_1 + a_2 + 3\delta \cong \sqrt{\frac{3q\tau}{4fk_{gf}}} 10^4 \quad (18b)$$

Mit Hilfe der Beziehungen (18) kann daher das radiale Maß der Wicklung festgestellt werden, falls die Abmessungen der beiden Spulen in Säulenrichtung gleich sind. Der Wert  $\delta$  kann auf Grund der elektrischen Festigkeitsdaten des Spannungswandlers aufgenommen werden. Bezüglich dieses Ergebnisses ist folgendes zu bemerken:

1. Soll zwischen Widerstand und Reaktanz des Spannungswandlers ein bestimmtes Verhältnis  $\tau$  eingehalten werden, dann ist das Radialmaß der Wicklung von der Windungszahl, dem Widerstand und der Nennleistung der Wicklung unabhängig. Dieses auf den ersten Augenblick überraschendes Ergebnis kann folgend erklärt werden: sieht man von den Forderungen bezüglich Grenzleistung und Windungskorrektionsmöglichkeit ab, kann ein Spannungswandler von beliebiger Übersetzungsfehlerklasse und Leistung prinzipiell mit jedwedem Säulenquerschnitt (Windungszahl) gelöst werden. Bei den vielerlei möglichen Windungszahlen ist das Verhältnis  $\tau = X_s/R_1'$  nur dann konstant, wenn im Falle hoher Windungszahl wegen der gleichbleibenden Abmessung  $a_1 + a_2 + \delta$  die Abmessung der Spule in Säulenrichtung größer wird, bei geringerer Windungszahl dagegen die Abmessung in Säulenrichtung sich im Vergleich zum Maß  $a_1 + a_2 + \delta$  vermindert.

2. Bei der Ableitung der Beziehung (18) wurde angenommen, daß  $A_1 N_1 = A_2 N_2$ , was im allgemeinen nur annähernd wahr ist. So kann es bei dem Wert  $a_1 + a_2 + \delta$  der sich aus der ersten Berechnung ergibt, vorkommen, daß die Verhältniszahl  $X_s/R_1$  vom gewünschten Wert abweicht. Auch in diesem Falle gibt die Formel für die nötigen Maße  $a_1$ ,  $a_2$  und  $l_s$  eine gute Orientierung.

3. Bei höheren Spannungen können die Abmessungen in Axialrichtung der primären und sekundären Wicklungen voneinander wesentlich abweichen. In diesem Fall ist der sich ergebende Wert  $l_s$  für den arithmetischen Mittelwert der Axialmaße beider Spulen gültig.

II. 3. Mit Hilfe der dargelegten Beziehungen kann die Berechnung des Spannungswandlers in folgender Weise erfolgen:

1. Der Säulenquerschnitt wird aus der vorgeschriebenen Grenzleistung des zu berechnenden Spannungswandlers bestimmt.

2. Nachher werden die magnetischen Beanspruchungen festgesetzt (hierauf kommen wir noch zurück).

3. Hiernach wird aus Formel (11) der Widerstand der Spulen des Spannungswandlers berechnet.

4. Der Wert des Fehlerbandes zur Formel (11) wird kleiner geschätzt als die Differenz zwischen dem größten und kleinsten Fehler.

5. Zur Bestimmung des Wertes  $\tau$  ist vorerst das Eisengewicht abzuschätzen (der Querschnitt ergibt sich aus der Grenzleistung). Hierdurch erhält man die  $I'_0$  und  $\varphi_0$  Werte die zur Nennbelastung und Nennspannung gehören. Darauf ist festzustellen, für welchen Wert die Gleichung

$$I_2(2 \sin \beta + \tau \cos \beta) + I'_0(\sin \varphi_0 + \tau \cos \varphi_0) = 0$$

— als Bedingung des Null-Winkelfehlers — erfüllt wird (vorausgesetzt, daß  $R'_1 = R_2 = R/2$  und  $X_{s0} = X_s = \tau R'_1$ ).

Zur Bestimmung des Wertes  $\tau$  gibt es noch einen anderen Weg :

a) Ist der Leerlaufstrom um eine oder mehrere Größenordnungen kleiner als die Nennstromstärke (Permalloy-Eisenkern), dann kann der Wert  $\tau$  aus dem ersten Glied an der rechten Seite der Beziehung (9) berechnet werden, und zwar so, daß

$$\Delta \delta = 0 = \frac{R \sin \beta - X_s \cos \beta}{Z_t}$$

hiervon ist

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{X_s}{R} = \frac{X_s}{2R'_1}$$

das heißt :

$$\tau = \frac{X_s}{R'_1} = 2 \operatorname{tg} \beta$$

wo ausschließlich die Belastungsimpedanz das Verhältnis  $\tau = \frac{X_s}{R'_1}$  bestimmt.

b) Ist  $I'_0 \cong I_2$ , dann beträgt der Wert

$$\tau = \frac{\sin \varphi_0 + 2 \sin \beta}{\cos \varphi_0 + \cos \beta} \quad (19)$$

c) Im allgemeinen ist

$$\tau = \frac{Y_a \sin \varphi_0 + 2Y_t \sin \beta}{Y_a \cos \varphi_0 + Y_t \cos \beta} \quad (20)$$

wo  $Y_a = I'_0/U_2$  und  $Y_t = I_2/U_2$

In Beziehungen (19) und (20) sind die zur Nennbelastung und Nennspannung gehörenden Werte einzusetzen.

Es soll auch bei der Wahl von  $\tau$  besonders darauf hingewiesen werden, daß in Anbetracht der Winkelfehler des Spannungswandlers äußerst wichtig ist, die Leerlaufstromstärke nach Möglichkeit auf einem Minimalwert zu halten. Dies kann am besten durch die Wahl einer entsprechenden, gut magnetisierbaren Eisensorte erzielt werden.

Der sich aus Gleichung (11) ergebende Widerstand bestimmt die Querschnitte der primären und sekundären Windungen. Diese Querschnitte sollen noch mit Rücksicht auf die Grenzleistung kontrolliert werden. Ist der zur Grenzleistung nötige Querschnitt kleiner, so kann der sich ergebende Querschnitt beibehalten werden, ist er aber größer, so soll der zur Grenzleistung gehörende Querschnitt gewählt werden. (Hierdurch wird das Fehlerband verringert.)

6. Hiernach wird mittels Formel (18) das Radialmaß der Wicklung bestimmt, und jene Spulenabmessung in Säulenrichtung  $l_s$  gefunden, für welche  $a_1 + a_2$  die Gleichung (18) befriedigt. Die so erhaltene Verhältniszahl  $\tau$  der Spule ist zu überprüfen. Besteht eine Abweichung, so wird dies durch entsprechende Abänderung von  $l_s$ ,  $a_1 + a_2$  und  $\delta$  korrigiert.

7. Schließlich werden auf Grund der Gleichungen (1) und (2) die Übersetzungs- und Winkelfehler des Spannungswandlers bei den vorgeschriebenen Spannungs- und Belastungswerten kontrolliert.

8. Bei höheren Spannungen kommt es oft vor, daß  $R'_1$  größer als  $R_2$  ist. Dies würde die Verschiebung der Winkelfehler in negative Richtung verursachen ( $R_1$  ist im Vergleich zu  $X_s$  vermindert). In solchen Fällen ist auch die Streureaktanz in entsprechendem Maße herabzusetzen.

### III. Berechnungsbeispiel

Es soll ein Spannungswandler von 550/110 V, Klasse 0,2, Leistung 30 VA, Grenzleistung 500 VA berechnet werden.

$$\text{Säulenquerschnitt} \dots\dots A_0 = 230 \sqrt{\frac{0,5}{50}} \cong 23 \text{ cm}$$

$$\text{Säulendurchmesser} \dots\dots D_0 = \sqrt{\frac{23,4}{0,8 \cdot \pi}} \cong 6 \text{ cm}$$

$$\text{Magnetische Induktion} \dots B_0 = 7500 \text{ G}$$

$$\text{Windungsspannung} \dots\dots U_m = 4,44 \cdot 50 \cdot 7500 \cdot 23 \cdot 10^{-8} = 0,385 \text{ V}$$

$$\text{Windungszahlen} \dots\dots N_1 = 1425 \text{ und } N_2 = 285$$

Falls ein Fehlerband von  $\Delta h = 0,2$  gewünscht wird (bei Klasse 0,2 kann der Unterschied zwischen dem größten und kleinsten Fehler auch 0,4

sein), und  $\cos \beta = 0,5$  ist, dann beträgt der Wirkwiderstand des Spannungswandlers :

$$R_2 = R'_1 = \frac{\Delta h U_2^2}{100 P_n (2 \cos \beta + \tau \sin \beta)} = \frac{0,2 \cdot 110^2}{100 \cdot 30 (1 + 3,5 \cdot 0,866)} \cong 0,2 \Omega$$

(Auf Grund der Formel (19) :  $\tau \cong 3,5$  weil  $\cos \varphi_0 = 0,28$  und  $\cos \beta = 0,5$ .)

Das Radialmaß der Wicklung wird sich, falls der geometrische Füllfaktor der Wicklung auf Grund Abschätzung 0,45 beträgt, zu

$$a_1 + a_2 + 3 \delta = \sqrt{\frac{3 \varrho \tau}{4 f k_{gf}} 10^4} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,018 \cdot 3,5}{4 \cdot 50 \cdot 0,45} \cdot 10^4} = 4,77 \text{ cm}$$

ergeben.

Als Radialmaß der Sekundärwicklung soll  $a_2 = 1,2$  cm gewählt werden, dann ergibt sich für die mittlere Windungslänge der Sekundärwicklung, bei Berücksichtigung einer Isolation von 3 mm zwischen Säule und Spule,

$$l_{2m} = (6 + 2 \cdot 0,3 + 1,2) \pi = 24,5 \text{ cm}$$

$$A_2 = \varrho \frac{N l_{2m}}{R_2} = 0,018 \frac{285 \cdot 0,245}{0,2} = 6,3 \text{ cm}^2$$

Bei einem Leiter von  $2 \times 3$  (isoliert  $2,4 \times 3,4$ ) mm, beträgt der genaue Wert von  $R_2$  0,21 Ohm. Legt man die 2,4 mm breite Seite des isolierten Leiters horizontal, wird die Wicklung aus 5 Schichten mit je 57 Windungen bestehen. Das Maß in Säulenrichtung der Wicklung ergibt sich zu

$$l_s = (57 + 1) 3,4 = 197 \text{ mm}$$

Die mittlere Länge der Primärspule beträgt, falls  $a_1 = 2,4$  cm ist und zwischen die beiden Spulen eine Isolation von 3 mm gelegt wird,

$$l_{1m} = (6 + 2 \cdot 0,3 + 2 \cdot 1,2 + 2 \cdot 0,3 + 2,4) \pi = 37,7 \text{ cm}$$

$$A_1 = 0,018 \frac{1425 \cdot 0,377}{5} = 1,94 \text{ mm}^2$$

Der nächstliegende Durchmesser ist 1,6 mm (isoliert 1,9 mm), und der hiezu gehörende Widerstand  $R_1 = 4,85$  Ohm.

Diese Wicklung kann in 14 Schichten aufgesetzt werden, wenn der vorherige Wert  $l_s$  beibehalten werden soll, so daß  $a_1 = 14 \cdot 1,9 = 26,5$  mm und

$$a_1 + a_2 + 3 \delta = 2,65 + 1,2 + 3,0,3 = 4,75 \text{ cm.}$$

In Hinsicht auf die Grenzleistung ist der Leiterquerschnitt beider Wicklungen entsprechend.

Hiernach wird der Spannungswandler auf die Übersetzungs- und Winkelfehler überprüft :

Wirkwiderstände der Spulen :  $R_1 = 0,194 \text{ Ohm}$

$$R = R_1 + R_2 = 0,404 \text{ Ohm}$$

Streueraktanzen :

$$X_{s_0} = \frac{8 \cdot 50 \cdot 285^2}{19,7} 10^{-8} \left( \frac{1,2 \cdot 24,5}{2} + 0,3 \cdot 29,3 + \frac{2,65 \cdot 37,7}{3} \right) = 0,94 \Omega$$

$$X_s = \frac{8 \cdot 50 \cdot 285^2}{19,7} 10^{-8} \left( \frac{1,2 \cdot 24,5}{3} + 0,3 \cdot 29,3 + \frac{2,65 \cdot 37,7}{3} \right) = 0,85 \Omega$$

Wie ersichtlich, beträgt die Abweichung zwischen  $X_{s_0}$  und  $X_s$  bloß etwa 10%,  $\tau = X_s/R'_1 = 4,5$ , das schon eine größere Abweichung von etwa 30% bedeutet. Nachdem die Werte von  $R'_1 = R_2$  vom vorausberechneten Wert nicht bedeutend abweichen, und der Wert  $\tau$  größer ist als erwünscht, ist es zu erwarten, daß :

- a) infolge Erhöhung der Kurzschlußimpedanz das Fehlerband zunimmt ;
- b) die Winkelfehler sich in negative Richtung verschieben, da  $\tau$  größer ist als der vorausberechnete Wert.

Das Eisengewicht beträgt etwa 14,5 kg, die Säulen- und Jochinduktionen werden gleichwertig gewählt. Bei einem Eisenmaterial  $v_{10} = 1,0$  sind für die Spannungen von 120%, 100% und 80% die Werte der magnetischen Induktion, der Eisenverluste, der Blindleistung, des Phasenfaktors und der Stromstärke in nachstehender Tabelle zusammengestellt.

B G	P <sub>v</sub> W	P <sub>m</sub> VAR	cos φ <sub>0</sub>	sin φ <sub>0</sub>	I' <sub>0</sub> A	I <sub>2</sub> A
9000	16	51	0,3	0,955	0,406	0,328
7500	11	39,3	0,271	0,968	0,37	0,273
6000	8	28,5	0,27	0,963	0,33	0,218

Die mit Gleichungen (1) und (2) berechneten, zu Spannungen von 120%, 100% und 80% gehörenden Werte der Übersetzungs- und Winkelfehler sind aus folgender Tabelle ersichtlich :

B G	Mit einer der Nennlast entsprechenden Impedanz belastet		Mit einer der 1/4 Nennlast entsprechenden Impedanz belastet		Im Leerlauf
	h	δ	h	δ	h
9000	—0,524	—1,65	—0,349	—1,18	—0,29
7500	—0,555	—1,4	—0,38	—0,9	—0,323
6000	—0,59	—1,5	—0,416	—1,0	—0,36

Das Fehlerband hat den Wert von etwa 0,23, welcher dem geschätzten Wert sehr nahe liegt, und die Differenz zwischen dem größten und kleinsten Fehler — die für die Fehlerklasse maßgebend ist — beträgt 0,241.

### Zusammenfassung

Die Abhandlung befaßt sich mit den Faktoren, welche die Fehlerkurven der Spannungswandler beeinflussen. Es wird nachgewiesen, daß die Oberharmonischen des Leerlaufstromes einen zusätzlichen Übersetzungsfehler verursachen.

Es wird eine unmittelbare Berechnungsmethode beschrieben, die im Wesen darin besteht, daß es ein von den elektromagnetischen Eigenschaften des Spannungswandler-Eisenkerns und dem Phasenwinkel der Belastungsimpedanz abhängiges Verhältnis  $X_s/R'_1 = \tau$  gibt, bei dem der Winkelfehler einen Mindestwert aufweist. Eine andere Beziehung gibt auch den Wirkwiderstand des Spannungswandlers an welcher den benötigten Forderungen entspricht. Für die dem Verhältnis  $X_s/R'_1 = \tau$  entsprechenden geometrischen Maße werden noch weitere Beziehungen angegeben.

Schließlich wird zur Veranschaulichung der Berechnungsmethode ein Zahlenbeispiel angeführt.

### Literatur

1. ARNOLD—LA COUR: Die Wechselstromtechnik II. Bd. Die Transformatoren. III. Aufl. Springer, Berlin 1936. S. 601—603.
2. LISKA, J.: Villamos gépek I. Transzformátorok. V. Aufl. (Elektrische Maschinen I. Transformatoren) Tankönyvkiadó, Budapest 1956, S. 95—97.
3. KARSAI, K.: Közvetlen módszer a feszültségváltók méreteinek megállapítására. (Unmittelbare Methode zur Bestimmung der Abmessungen von Spannungswandlern.) Elektrotechnika, Budapest, 1958, Nr. 1—2, S. 11—16.

K. KARSAI, Budapest XI., Budafoki u. 8. Ungarn.