

TRANSIENTE VORGÄNGE IN DOPPELKÄFIGMOTOREN II. TEIL

I. RÁCZ

Lehrstuhl für Betriebslehre elektrischer Maschinen, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 10. April 1957)

4. Transiente Erscheinungen beim rotierenden Motor

In diesem Abschnitt werden die transienten Erscheinungen des mit Betriebsdrehzahl laufenden Motors untersucht. Auch hier wird angenommen, daß während der elektromagnetischen transienten Vorgänge die Drehzahl genau konstant bleibt. Einfachheitshalber wird die Einschaltung eines stromlosen Motors untersucht und die erhaltenen Ergebnisse werden am Ende des Abschnittes mit Hilfe des Superpositionsprinzips auf einige praktische Fälle angewendet. Die Formeln werden mit Operatorenrechnung abgeleitet

A) Operatorengleichungen des rotierenden Motors

Schreiben wir zuerst die Spannungsgleichung des Ständers auf. Der Abb. 1 entsprechend wird im der Ständerwicklung zugeordneten stehenden Koordinatensystem:

$$\bar{u}_s = \bar{i}_s R_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt}. \quad (28)$$

Hier bedeutet $\bar{\psi}_s$ den mit der Ständerwicklung verketteten vollen Wicklungsfluß und enthält daher den Hauptfluß sowie den Streufluß des Ständers.

Da die Läuferstromkreise verwickelter sind, ist es zweckmäßiger, ein mit dem Läufer gleichlaufendes Koordinatensystem zu verwenden (Abb. 11). Winkel x kennzeichnet den Verdrehungswinkel des Läufers. Bei einem Vektor wird der von der rotierenden Realachse eingeschlossene Winkel um x kleiner als der von der stehenden Realachse eingeschlossene Winkel. Somit kann z. B. der im stehenden Koordinatensystem aufgeschriebene Fluß $\bar{\psi}_s$ in folgender Weise in rotierendes Koordinatensystem umgeschrieben werden ($\bar{\psi}_s^*$):

$$\text{beziehungsweise} \quad \left. \begin{aligned} \bar{\psi}_s^* &= \bar{\psi}_s e^{-jx} \\ \bar{\psi}_s &= \bar{\psi}_s^* e^{jx} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Ähnlich verhält es sich mit den übrigen Vektoren: $\bar{u}_s = \bar{u}_s^* e^{jx}$, $\bar{i}_s = \bar{i}_s^* e^{jx}$.
Nun sind diese in Gleichung (28) einzusetzen:

$$\bar{u}_s^* e^{jx} = \bar{i}_s^* e^{jx} R_s + \frac{d\bar{\psi}_s^* e^{jx}}{dt} = \bar{i}_s^* e^{jx} R_s + \frac{d\bar{\psi}_s^*}{dt} e^{jx} + j \frac{dx}{dt} \bar{\psi}_s^* e^{jx}.$$

Hier ist $\frac{dx}{dt} = \omega$ die Winkelgeschwindigkeit des Läufers (im elektrischen Winkel ausgedrückt), die vorläufig auch als veränderlich betrachtet werden kann.

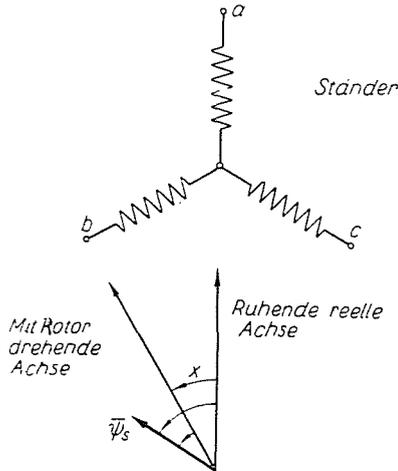


Abb. 11

Nach Vereinfachung durch e^{jx} und im weiteren die Bezeichnung * vernachlässigend, erhalten wir die Spannungsgleichung des Ständers im mit dem Läufer gleichlaufenden Koordinatensystem:

$$\bar{u}_s = \bar{i}_s R_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} + j \omega \bar{\psi}_s. \quad (30)$$

Der Ständerfluß $\bar{\psi}_s$ wird von den Ständer- und Läuferströmen gemeinsam erzeugt. Die Stromkreise des Läufers sind kurzgeschlossen und nachdem ein mit dem Läufer gleichlaufendes Koordinatensystem zur Anwendung gelangt, kann dieselbe Spannungsgleichung aufgeschrieben werden wie im Falle eines an der Sekundär- (und Tertiär-) Seite kurzgeschlossenen Transformators. Bei Anwendung der LAPLACESchen Transformation können aus den erhaltenen Gleichungen die Läuferströme mit dem Ständerstrom ausgedrückt werden, somit wird der Fluß $\bar{\psi}_s$ nur vom Strom \bar{i}_s abhängen:

$$\bar{\psi}_s = l(p) \bar{i}_s. \quad (31)$$

Bezeichnen wir die Induktivität $l(p)$ als die operatorische Induktivität der Maschine, wie dies auch in der Theorie der Synchronmaschinen üblich ist. Wird nun die LAPLACE-Transformierte der Gleichung (30) herangezogen, was nur im Falle einer ständigen Winkelgeschwindigkeit ω einfach durchgeführt werden kann, so erhalten wir :

$$\bar{u}_s = [R_s + (p + j\omega)l(p)]\bar{i}_s. \tag{32}$$

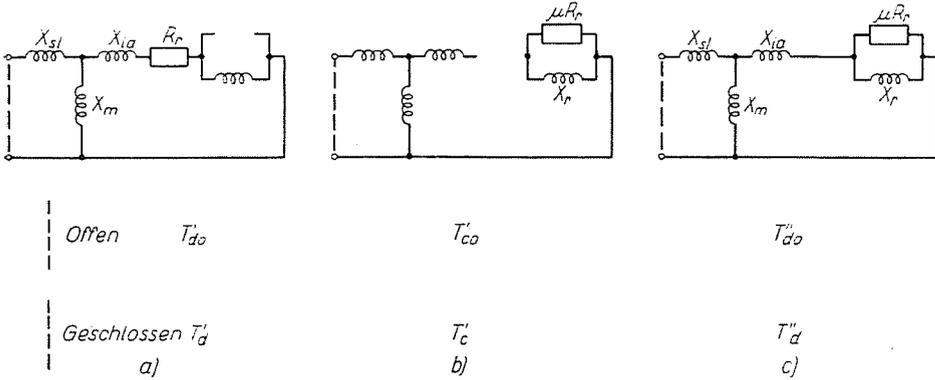


Abb. 12

Zwecks Bestimmung der operatorischen Induktivität $l(p)$ ist es zweckmäßiger, zum stillstehenden Motor ($\omega = 0$) zurückzukehren. Wird der Wirkwiderstand des Ständers gleich Null gemacht, erhalten wir aus Gleichung (32) :

$$\bar{u}_s = p l(p) \bar{i}_s = \bar{Z}(p) \bar{i}_s.$$

Somit ist $p l(p)$ die operatorische Impedanz des stillstehenden Motors. Wir erhalten aus Gleichung (5) den Wert von $p l(p)$, indem in den Gleichungen (6a) Null an Stelle von R_s gesetzt wird. Anstatt p wird wieder die Bezeichnung $q = p/\omega_1$ eingeführt. Werden im Ausdruck der Impedanz entsprechende Umformungen durch- und »fiktive« Zeitkonstanten eingeführt, erhalten wir die bei Synchronmaschinen übliche Form :

$$p l(p) = q \omega_1 l(q) = X_d q \frac{q^2 \omega_1^2 T'_d T''_d + q \omega_1 (T'_c + T'_d) + 1}{q^2 \omega_1^2 T'_{d0} T''_{d0} + q \omega_1 (T'_{c0} + T'_{d0}) + 1}. \tag{33}$$

Hier entspricht der synchronen Reaktanz X_d der Wert $X_d = X_{sl} + X_m$, der die Leerlaufreaktanz des Ständers darstellt. Im Nenner der Formel (33) stehen die Leerlauf-Zeitkonstanten. Diese sind unter Voraussetzung von offenen Ständerklemmen nach den Ersatzschaltungen der Abb. 12 zu bestimmen

(im Schema *a* ist $\mu R_r = \infty$, im Schema *b* $R_r = \infty$ und im Schema *c* $R_r = 0$).
Somit wird :

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 T'_{d0} &= \frac{X_m + X_{ia} + X_r}{R_r} ; \quad \omega_1 T'_{c0} = \frac{X_r}{\mu R_r} ; \\ \omega_1 T''_{d0} &= \frac{X_r (X_m + X_{ia})}{X_r + X_m + X_{ia}} \cdot \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Die im Zähler der Formel (33) stehenden Kurzschlußzeitkonstanten sind laut Abb. 12 unter Voraussetzung geschlossener Ständerklemmen zu bestimmen. Es können ähnliche Formeln wie unter (34) angewendet werden, nur ist $\frac{X_m X_{sl}}{X_m + X_{sl}}$ an Stelle von X_m zu setzen.

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels :

$$X_d = 360 \% = 3,6 ;$$

$$\omega_1 T'_{d0} = 202,8 ; \quad \omega_1 T'_{c0} = 1,586 ; \quad \omega_1 T''_{d0} = 1,544 ;$$

$$\omega_1 T'_d = 13,73 ; \quad \omega_1 T'_c = 1,586 ; \quad \omega_1 T''_d = 0,945 ,$$

somit wird :

$$\varrho \omega_1 l(\varrho) = \varrho 3,6 \frac{\varrho^2 12,98 + \varrho 15,32 + 1}{\varrho^2 313,5 + \varrho 204,4 + 1} .$$

B) Stationärer Betrieb

Im stationären Betrieb ist die Drehzahl des Motors konstant, $\omega = (1 - s)\omega_1$. Die Spannung ist im stehenden Koordinatensystem $\bar{u}_s = U_s e^{j\omega_s t}$. Geht man auf das mit dem Läufer gleichlaufende Koordinatensystem über, so ist laut Formel (29) mit e^{-jsx} zu multiplizieren, wo $x = \omega t$. Somit wird die an den Ständer gelegte Spannung im rotierenden Koordinatensystem

$$\bar{u}_s = U_s e^{js\omega_s t} , \quad (35)$$

und deren Laplace-Transformierte :

$$\bar{u}_s = U_s \frac{P}{P - js\omega_1} = U_s \frac{\varrho}{\varrho - js} . \quad (36)$$

Die Operatorenform des Ständerstromes erhalten wir aus Gleichung (32) :

$$\bar{i}_s = U_s \frac{\varrho}{\varrho - js} \frac{1}{R_s + (\varrho \omega_1 + j \omega) l(\varrho)}. \quad (37)$$

Die Zeitfunktion erhalten wir mittels des Entwicklungssatzes (2). Von den Wurzeln des Nenners gehört zu $\varrho = js$ der stationäre Betriebsstrom, wobei den übrigen Wurzeln freie Ströme zugeordnet sind, die abklingen und binnen kurzem verschwinden. Infolgedessen wird nach dem Entwicklungssatz der stationäre Betriebsständerstrom, da $js \omega_1 + j \omega = j \omega_1$,

$$\bar{I}_s e^{js\omega_1 t} = U_s \frac{1}{R_s + j \omega_1 l(js)} e^{js\omega_1 t},$$

die stationäre Betriebs-Admittanz bzw. -Impedanz des Motors wird daher bei Schlupf s :

$$\bar{Y}(s) = \frac{1}{R_s + j \omega_1 l(js)} \quad \text{bzw.} \quad \bar{Z}(s) = R_s + j \omega_1 l(js). \quad (38)$$

So ist z. B. die Kurzschlußimpedanz ($s = 1$) des stillstehenden Motors :

$$\bar{Z}_K = R_s + j \omega_1 l(j). \quad (39)$$

C) Zeitkonstanten der Einschaltströme

Nach Formel (7) werden die Zeitkonstanten der freien Ströme durch die Wurzeln der Gleichung

$$R_s + [\varrho + j(1 - s)] \omega_1 l(\varrho) = 0 \quad (40)$$

bestimmt. Im Einklang mit der bekannten Tatsache steht, daß die freien Ströme die Lösungen des homogenen Differentialgleichungs-Systems bilden, an Stelle der Netzspannung ist daher Null zu denken, d. h. das Abklingen der freien Ströme in der rotierenden Maschine ist bei kurzgeschlossenen Ständerklemmen zu beobachten. Infolgedessen übt selbst die Netzspannung auf den Charakter der freien Ströme keine Wirkung aus, so daß von diesem Gesichtspunkt die Synchrondrehzahl keine besondere Bedeutung hat. Nachdem unter den üblichen Betriebsverhältnissen die Drehzahl der Maschine nur um einige Prozente von der Synchrondrehzahl abweicht, kann die Rechnung mit Annahme

von $\omega_1 = \omega$, d. h. $s = 0$ durchgeführt werden. Auf diese Weise nimmt die Gleichung (40) folgende Form an:

$$R_s + (\varrho + j) \omega_1 l(\varrho) = 0. \quad (41)$$

Die genaue Lösung dieser Gleichung ist langwierig, da sie zu einer Gleichung dritten Grades mit komplexen Koeffizienten führt. Der imaginäre Teil einer der drei Wurzeln, ϱ_1 , ist nahezu $-j$. Dieser hat den Charakter $e^{-j\omega_1 t}$, bedeutet also einen mit Winkelgeschwindigkeit ω_1 der Läuferichtung entgegengesetzt rotierenden Strom, d. h. im Ständer einen Gleichstrom. Der imaginäre Teil der beiden anderen Wurzeln ist beinahe Null, so daß diese im Läufer einen nahezu Gleichstrom bedeuten.

Der Wert der ersten Wurzel kann auf folgende Weise angenähert werden: Da es sich im Ständer um fast einen Gleichstrom handelt, fließt im Läufer ein Wechselstrom mit einer Frequenz von nahezu f_1 . Die Läuferückwirkung hängt daher nur in sehr geringem Maße vom genauen Wert der Frequenz ab, weshalb im Ausdruck $l(\varrho)$ der Gleichung (41) anstatt ϱ ein der Frequenz f_1 entsprechender Wert $\varrho = -j$ gesetzt werden kann. Somit wird:

$$R_s + (\varrho + j) \omega_1 l(-j) \approx 0,$$

woraus

$$\varrho_1 \approx -\frac{R_s}{\omega_1 l(-j)} - j. \quad (42)$$

Der Wert $l(-j)$ ist die Konjugierte von $l(j)$ in Gleichung (39). Wird dieser Wert unter Zugrundelegung der Gleichung (39) ausgedrückt und in Formel (42) eingesetzt, erhalten wir

$$\varrho_1 \approx \frac{j R_s}{\hat{Z}_K - R_s} - j. \quad (43)$$

Mit den Daten des Zahlenbeispiels erhalten wir, da die Kurzschlußimpedanz $Z_K = 7,49 + j 17,77\%$ beträgt, den folgenden Wert:

$$\varrho_1 \approx \frac{j 1,4}{7,49 - j 17,77 - 1,4} - j = -0,0705 + j 0,0241 - j.$$

Der zugeordnete freie Strom hat im mit dem Läufer gleichlaufenden Koordinaten-System die Form $\bar{A}_1 e^{q_1 \omega_1 t}$ bzw. im stehenden Koordinatensystem die Form

$$\bar{A}_1 e^{q_1 \omega_1 t} e^{j \omega_1 t} = \bar{A}_1 e^{-0,0705 \omega_1 t} e^{j 0,0241 \omega_1 t}.$$

Es handelt sich hier also um einen »Gleichstrom«, der sich mit einer Geschwindigkeit von 2,41% der Synchrondrehzahl vorwärtsdreht, und dessen Abklingungszeitkonstante

$$T_1 = \frac{1}{0,0705 \cdot 314} = 0,452 \text{ s},$$

also etwas mehr als 2 Perioden beträgt.

Den beiden anderen Wurzeln der Gleichung (41) ist im Läufer Gleichstrom und im Ständer ein Wechselstrom mit einer Frequenz von nahezu f_1 zugeordnet. Deswegen kann der Wirkwiderstand R_s im Vergleich zur Streureaktanz des Ständers vernachlässigt werden. Somit wird die Gleichung (41) viel einfacher:

$$l(q) \approx 0$$

bzw. unter Berücksichtigung von (33) und jetzt mit p ausgedrückt:

$$p^2 T'_d T''_d + p(T'_d + T'_c) + 1 = 0. \tag{44}$$

Die Gleichung hat zwei Realwurzeln. Von den Werten $p_2 \approx -\frac{1}{T'_d}$ und $p_3 \approx -\frac{1}{T''_d}$ als erste Annäherung ausgehend, erhalten wir nach dem NEWTON-Gesetz folgende bessere Annäherungen:

$$\left. \begin{aligned} p_2 &\approx -\frac{1}{T'_d} \frac{1}{1 + \frac{T'_c - T''_d}{T'_d}}; & T_2 &= -\frac{1}{p_2}; \\ p_3 &\approx -\frac{1}{T''_d} \frac{1}{1 - \frac{T'_c - T''_d}{T'_d}}; & T_3 &= -\frac{1}{p_3}. \end{aligned} \right\} \tag{45}$$

Mit Angaben des Zahlenbeispiels:

$$T_2 = -\frac{1}{p_2} \approx 0,0458 \text{ s}; \quad T_3 = -\frac{1}{p_3} \approx 0,00287 \text{ s}$$

bzw.

$$\varrho_2 = p_2 \omega_1 \approx -0,0697.$$

Zwecks Beurteilung der Güte der Annäherungen wurden in Tab. II die genauen Wurzeln der komplexen Gleichung (41) und die mit Formeln (43) und (45) berechneten Näherungswurzeln zusammengestellt.

Tabelle II

	ϱ_1	ϱ_2	ϱ_3
Genauere Werte	$-0,070-j0,976$	$-0,0695-j0,0034$	$-1,136-j0,0224$
Näherungs-Werte	$-0,0705-j0,9759$	$-0,0697$	$-1,11$

Den obigen Zeitkonstanten entsprechen bei Synchronmaschinen folgende Zeitkonstanten :

- T_2 — transiente Zeitkonstante,
- T_3 — subtransiente Zeitkonstante,
- T_1 — Zeitkonstante des Ständergleichstromes.

Es sei bemerkt, daß dem Rotieren der »Gleichstrom«-Komponenten keine praktische Bedeutung zuzuschreiben ist. So ist z. B. die Winkelverdre-
hung der Gleichstromkomponenten \bar{A}_1 im Ständer in der Zeit T_1 , während
welcher der Wert auf 37% herabfällt, nur

$$T_1 \Delta \omega = 0,0452 \cdot 0,0241 \cdot 314 \approx 0,34 \text{ Radian} \approx 20^\circ.$$

D) Einschaltströme

Die Operatorenform des Einschaltstromes wurde bereits mit Formel (37) aufgeschrieben (im mit dem Läufer gleichlaufenden Koordinatensystem):

$$\bar{i}_s = U_s \frac{\varrho}{\varrho - js} \frac{1}{R_s + [\varrho + j(1 - s)] \omega_1 l(\varrho)}. \quad (37')$$

Auf Grund des Entwicklungssatzes kann die Zeitfunktion des Stromes in folgender Form aufgeschrieben werden :

$$\bar{i}_s(t) = \bar{A}_4 e^{js\omega t} + \bar{A}_1 e^{\varrho_1 \omega_1 t} + \bar{A}_2 e^{\varrho_2 \omega_1 t} + \bar{A}_3 e^{\varrho_3 \omega_1 t}. \quad (46)$$

Ein interessantes Ergebnis erhalten wir bei Vernachlässigung des Ständer-Wirkwiderstandes. Schreiben wir zunächst den Ständerstrom auf einen stillstehenden Motor bezogen, dann auf einen mit Synchrondrehzahl laufenden Motor bezogen auf.

Im Falle des stillstehenden Motors ist $s = 1$, somit ergibt sich aus (37')

$$\bar{i}_s = U_s \frac{1}{\varrho - j} \frac{1}{\omega_1 l(\varrho)}. \quad (47)$$

Im Falle des synchronlaufenden Motors ist $s = 0$, somit :

$$\bar{i}_s = U_s \frac{1}{\varrho + j} \frac{1}{\omega_1 l(\varrho)} . \quad (48)$$

Die Einschaltströme sind daher in beiden Fällen gleich groß, nur stellen sie die Konjugierten voneinander dar. Dies kann auch auf folgende Weise nachgewiesen werden. Im stehenden Koordinatensystem ergibt sich die Spannungsgleichung des Ständers bei Vernachlässigung von $R_s = 0$ nach Gleichung (28) zu :

$$\bar{u}_s = \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} .$$

Nachdem $\bar{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t}$ und im Zeitpunkt $t = 0$ der Fluß Null ist, erhalten wir für den Fluß durch Integration folgende Formel :

$$\bar{\psi}_s = \frac{U_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t} - \frac{U_s}{j\omega_1} = \bar{\psi}_{sw} + \bar{\psi}_{sgl} .$$

Der Ständerfluß besteht also aus zwei gleichgroßen Dreh-(Wechselstrom) und Gleichstrom-Komponenten. Beim stillstehenden Motor dreht sich $\bar{\psi}_{sw}$ auf den Läufer bezogen mit synchroner Winkelgeschwindigkeit, wogegen $\bar{\psi}_{sgl}$ stillsteht. Beim synchronlaufenden Motor sind die Rollen vertauscht, indem $\bar{\psi}_{sw}$ im Verhältnis zum Läufer stillsteht und $\bar{\psi}_{sgl}$ sich mit der Synchronzahl in negativer Richtung zum Läufer dreht. Aus diesem Grunde können diese Flüsse in beiden Fällen von gleichgroßen Ständerströmen erzeugt werden.

Die für den stillstehenden Motor abgeleiteten Beziehungen können daher mit Substituierung von $R_s = 0$ zur Berechnung der Stromkomponenten des synchronlaufenden Motors verwendet werden. Dieses Verfahren ist selbstverständlich bei der Berechnung der Zeitkonstanten nicht brauchbar, da hier der Wirkwiderstand R_s nicht vernachlässigt werden kann.

Der stationäre Strom des laufenden Motors beträgt im Falle $s = 0$

$$\bar{A}_4 = \frac{U_s}{R_s + j(X_{sl} + X_m)} \approx \frac{U_s}{j(X_{sl} + X_m)} , \quad (49)$$

was den Leerlaufstrom der Maschine bedeutet. Denselben Wert würde auch die Komponente \bar{A}_1 des stillstehenden Motors bei Substituierung von $R_s = 0$ [siehe Formel (14)] nach Einführung der Konjugierten ergeben.

Die Gleichstromkomponente \bar{A}_1 des Ständerstromes im laufenden Motor entspricht der Wechselstromkomponente \bar{A}_4 im stillstehenden Motor und

daher kann die Konjugierte der Formel (13) benutzt werden. Da jedoch die Kurzschlußimpedanz \bar{Z}_K auch den Ständer-Wirkwiderstand R_s enthält, ist dieser abzuziehen. Auf diese Weise erhalten wir :

$$\bar{A}_1 \approx \frac{U_s}{\bar{Z}_K - R_s} . \quad (50)$$

Die transiente Wechselstromkomponente \bar{A}_2 des Ständerstromes im laufenden Motor entspricht der Komponente \bar{A}_2 im stillstehenden Motor. Demnach erhalten wir aus Formel (15) nach Substituierung von $R_s = 0$ und Einführung der Konjugierten :

$$\bar{A}_2 \approx \frac{1}{\varrho_2 + j} \frac{U_s}{X_{sl} + X_{ia} + X_r} \frac{1}{1 + \left(\frac{X_r}{X_{sl} + X_{ia} + X_r} \right)^2 \left(\frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu} \right)} . \quad (51)$$

Hier ist $\varrho_2 \approx -\frac{1}{\omega_1 T_2}$, was neben j auch vernachlässigt werden kann.

Die Komponente \bar{A}_3 kann am einfachsten erhalten werden, indem $\bar{i}_s(t)$ nach der Einschaltung im Zeitpunkt $t = 0$ noch Null bleibt, wonach nach Gleichung (46) :

$$\bar{A}_4 + \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3 = 0 , \quad (52)$$

wird.

Die Güte der Annäherungen ist in Tab. III veranschaulicht. Die genauen Werte wurden aus Gleichung (37') berechnet, die Näherungswerte mit Hilfe der Formeln (49) bis (52).

Tabelle III

	\bar{A}_4	\bar{A}_1	\bar{A}_2	\bar{A}_3
Genauere Werte	$0 - j0,28$	$1,61 + j5,22$	$-0,06 - j3,48$	$-1,55 - j1,46$
Näherungs-Werte	$0 - j0,28$	$1,72 + j5,04$	$-0,25 - j3,60$	$-1,47 - j1,16$

Die Vektoren der einzelnen Komponenten können auch im Konstruktionswege, ähnlich wie in Abb. 7, bestimmt werden. Zunächst werden der stationäre Strom \bar{A}_4 und der Ständergleichstrom \bar{A}_1 mittels der Formeln (49) bzw. (50) berechnet, dann werden zwecks Bestimmung der Richtung der beiden anderen Komponenten die Vektoren $1/(\omega_1 T_2) + j$ und $1/(\omega_1 T_3) + j$ gezeichnet (Abb. 13). Werden zu diesen Parallele aus dem Endpunkt von \bar{A}_4 bzw. Ausgangspunkt von \bar{A}_1 gezogen, erhalten wir die Komponenten \bar{A}_2 und \bar{A}_3 .

Abb. 14 stellt den Einschaltstrom des synchronlaufenden stromlosen Motors für eine Zeitdauer von 2 Perioden dar. Die eingetragenen Ziffern bedeuten die Zahl der vom Zeitpunkt der Einschaltung verstrichenen Achtelperioden, der mit gestrichelter Linie gezeichnete kleine Kreis stellt den Kreis

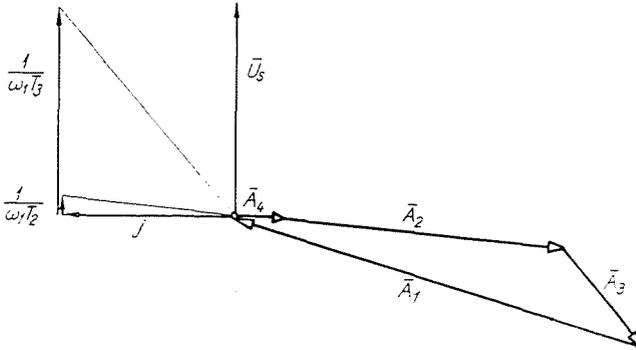


Abb. 13

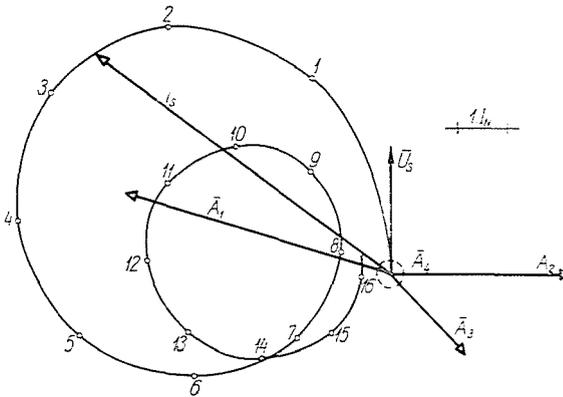


Abb. 14

des stationären Zustandes dar. Die höchste Stromstärke beträgt $7,6I_N$ und tritt nach einer nicht vollen Halperiode auf. Der Zeitpunkt des Maximums kann zu $t_m = \frac{\pi/2 + \varphi_K}{\omega_1}$ geschätzt werden. Bis zu diesem Zeitpunkt klingt die subtransiente Komponente \bar{A}_3 praktisch vollkommen ab. Die übrigen Komponenten sind in diesem Zeitpunkt nahezu gleichgerichtet, somit wird der höchste Stromstoß

$$i_{s \max} = |\bar{A}_4| + |\bar{A}_1| e^{-\frac{t_m}{T_1}} + |\bar{A}_2| e^{-\frac{t_m}{T_2}} . \quad (53)$$

In Abb. 15 ist der zeitliche Verlauf des Stromes in Phase a dargestellt, wenn die Einschaltung in der ungünstigsten Phasenlage erfolgt. Abb. 16 zeigt das Einschaltmoment in Funktion der Zeit. Nachdem die Einschaltung eines synchronlaufenden Motors untersucht wurde, ist der stationäre Wert des Momentes Null.

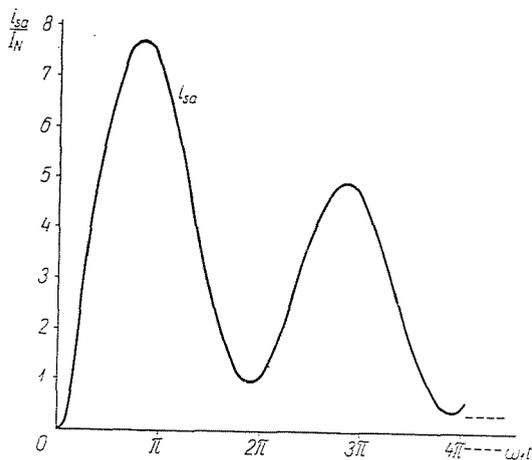


Abb. 15

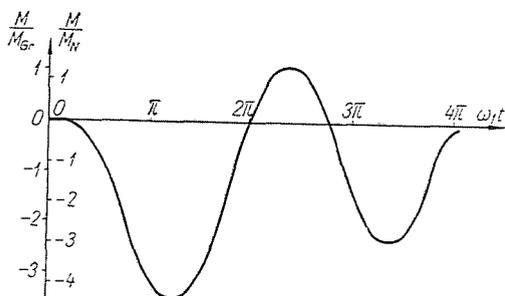


Abb. 16

Falls der Motor zur Zeit der Einschaltung mit nicht genau synchroner Drehzahl läuft, der Schlupf jedoch gering ist, dann können zur Berechnung der Zeitkonstanten unverändert die Näherungsformeln (43) und (45) gebraucht werden. Bei der Berechnung der Stromkomponenten soll von der Operatorenform (37') ausgegangen werden. Ihre Untersuchung führt zu folgenden Feststellungen.

Die stationäre Komponente \bar{A}_4 vergrößert sich, ihr Wert kann dem gewöhnlichen stationären Betriebs-Stromvektordiagramm dem Schlupf entsprechend entnommen werden.

Die Gleichstromkomponente \bar{A}_1 des Ständerstromes bleibt praktisch dieselbe wie im Falle der Einschaltung des synchronlaufenden Motors; der Ausgangswert kann auch hier mit der Formel (50) berechnet werden. Bei der Berechnung der transienten Komponente \bar{A}_2 des Ständerstromes ist die Formel (51) mit einem Korrekturfaktor zu ergänzen:

$$\bar{A}_2 \approx \frac{1}{\left(1 - j \frac{s}{\varrho_2}\right) [\varrho_2 + j(1-s)]} \frac{U_s}{X_{sl} + X_{ia} + X_r} \frac{1}{1 + \left[\frac{X_r}{X_{sl} + X_{ia} + X_r}\right]^2 \left(\frac{1}{\mu^2} + \frac{2}{\mu}\right)}. \quad (54)$$

Die subtransiente Komponente \bar{A}_3 kann aus der Bedingung $\Sigma \bar{A}_i = 0$ bestimmt werden.

Der bei Einschaltung des mit nicht genau synchroner Drehzahl laufenden Motors auftretende Stromstoß $i_{s\max}$ ist kaum etwas höher als jener beim synchronlaufenden Motor. Unter den Komponenten hat nämlich die Gleichstromkomponente den höchsten Wert, und diese ist in beiden Fällen praktisch gleich, wogegen der stationäre Strom etwas höher ist.

E) Dreiphasen-Kurzschluß

An die Ständerklemmen des Motors im Betrieb ist eine Spannung $\bar{u}_s = U_s e^{j\omega t}$ gelegt, der Motor nimmt den der Belastung bzw. dem Schlupf s entsprechenden stationären Betriebsstrom auf (Komponente \bar{A}_1). Vom Zeitpunkt des Eintretens des Dreiphasen-Kurzschlusses ($t = 0$) an ist die Klemmenspannung gleich Null. Dies kann man sich so vorstellen, daß die vorherige Spannung $U_s e^{j\omega t}$ weiter wirkt, jedoch vom Zeitpunkt $t = 0$ an auch eine Spannung $-U_s e^{j\omega t}$ an den Ständerklemmen erscheint. Daher sollen auf den normalen Betriebszustand die bei Einschaltung einer Spannung $-U_s e^{j\omega t}$ auftretenden Ströme superponiert werden. Der Kurzschlußstrom ergibt sich daher zu:

$$\bar{i}_K = \bar{A}_1 e^{j\omega t} - [\bar{A}_1 e^{j\omega_1 t} + \bar{A}_1 e^{\varrho_1 \omega_1 t} + \bar{A}_2 e^{\varrho_2 \omega_1 t} + \bar{A}_3 e^{\varrho_3 \omega_1 t}],$$

d. h.

$$\bar{i}_K = -\bar{A}_1 e^{\varrho_1 \omega_1 t} - \bar{A}_2 e^{\varrho_2 \omega_1 t} - \bar{A}_3 e^{\varrho_3 \omega_1 t}. \quad (55)$$

Der Kurzschlußstrom enthält daher die gleichen freien Ströme mit entgegengesetztem Vorzeichen wie der Einschaltstrom, hat aber keine stationäre Komponente, der Strom klingt vollkommen ab. Der Wert der stationären Komponente ist übrigens gering, besonders in dem Falle, wenn der Motor vor dem Kurzschluß mit kleiner Belastung oder leer gelaufen ist. Somit kann der

höchste Stromstoß praktisch mit demselben Wert aufgenommen werden wie beim Einschalten des synchronlaufenden Motors.

Bei der Berechnung der Kurzschlußströme von Netzen sind auch die großen Asynchronmotoren in Betracht zu ziehen, da auch diese den Kurzschlußstrom beeinflussen. Nachdem bei der Asynchronmaschine sogar die Zeitkonstante der langsamer abklingenden freien Ströme nur etwa zwei Perioden ausmacht, brauchen die Motoren ausschließlich bei der Berechnung der dynamischen Stromspitze berücksichtigt werden, wogegen bei der Berechnung der Kurzschlußleistung der Unterbrecher, außer wenn es sich um sehr große Unterbrecher handelt, die Asynchronmotoren außer acht gelassen werden können. Zur Berechnung der dynamischen Stromspitze wird häufig der Scheitelfaktor 1,8 benutzt. Dementsprechend kann eine gleichwertige Maschinenreaktanz X'' bestimmt werden.

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels ergab sich im Abschnitt *D*) ein Stromstoß von $7,6 I_N$. Demnach wird

$$X'' = \frac{100}{7,6/1,8} = 23,5 \%,$$

was einen etwa 1,2fachen Wert der Kurzschlußimpedanz $Z_K = 19,3\%$ des stillstehenden Motors bedeutet. Bei größeren Motoren kann der Faktor 1,2 mit guter Annäherung angenommen werden, bei kleineren Motoren ist ein höherer Faktor zu nehmen.

F) Ausschaltung

Beim Ausschalten des Asynchronmotors wird die Klemmenspannung des Ständers nicht sofort verschwinden, da in den kurzgeschlossenen Stromkreisen des Läufers abklingende Gleichströme entstehen, die den Fluß der Maschine aufrechtzuerhalten trachten. Da nach der Unterbrechung der Ständerstrom Null ist, $i_s = 0$, wird die Zeitkonstante der Komponenten des Vorganges auf Grund der Formel (37) durch die Bedingung bestimmt, daß $l(\varrho) = \infty$, d. h. der Nenner der operatorischen Induktivität (33) gleich Null sei. Es wird daher :

$$\varrho^2 \omega_1 T'_{d0} T''_{d0} + \varrho \omega_1 (T'_{c0} + T'_d) + 1 = 0.$$

Die Wurzeln der Gleichung können ähnlich den Formeln (45) aufgeschrieben werden, doch kann jetzt der Korrekturfaktor ganz vernachlässigt werden. Daher werden die Leerlauf-Zeitkonstanten [s. (34)] :

$$T_{10} \approx T'_{d0} \quad \text{und} \quad T_{20} \approx T''_{d0}.$$

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels $T_{10} = 0,646$ s und $T_{20} = 0,005$ s.

Die Änderung des Ständerflusses während dieser Zeit kann folgenderweise bestimmt werden. Aus Spannung \bar{U}_s und Strom \bar{I}_s des Zustandes vor Unterbrechung werden die hinter der subtransienten Reaktanz $X'' = X_{st} + \frac{X_m X_r}{X_m + X_r}$ bzw. der transienten Reaktanz $X' = X_{st} + \frac{X_m (X_r + X_{ia})}{X_m + X_r + X_{ia}}$ bestehenden subtransiente Spannung \bar{U}_s'' bzw. transiente Spannung \bar{U}_s' konstruiert (s. Abb. 17). Mit diesen kann der Ständerfluß nach der Ausschaltung im mit dem Läufer gleichlaufenden Koordinatensystem folgendermaßen ausgedrückt werden :

$$\bar{\psi}_s = \frac{1}{j \omega_1} \left[(\bar{U}_s'' - \bar{U}_s') e^{-\frac{t}{T_{20}}} + \bar{U}_s' e^{-\frac{t}{T_{10}}} \right]. \tag{56}$$

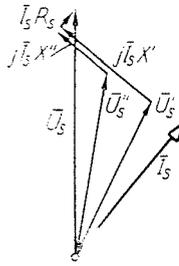


Abb. 17

Im eingeschalteten Zustand entspricht der Ständerfluß der Spannung $\bar{U}_s - \bar{I}_s R_s$. Am Ende des Ausschaltens fällt dieser sofort auf den der Spannung \bar{U}_s'' entsprechenden Wert und sodann mit der Zeitkonstante T_{20} , also praktisch sofort auf den der Spannung \bar{U}_s' entsprechenden Wert. Hiernach klingt der Ständerfluß der verhältnismäßig großen Zeitkonstante T_{10} entsprechend langsam ab. Sieht man von der ersten Halbperiode ab, so kann $\bar{\psi}_s$ einfach in folgender Weise aufgeschrieben werden :

$$\bar{\psi}_s \approx \frac{\bar{U}_s'}{j \omega_1} e^{-\frac{t}{T_{10}}}. \tag{57}$$

Die an den Ständerklemmen nach der Ausschaltung auftretende Spannung ergibt sich zu :

$$\bar{u}_s = \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} + j \omega \bar{\psi}_s \approx j \omega \bar{\psi}_s = \frac{\omega}{\omega_1} \bar{U}_s' e^{-\frac{t}{T_{10}}}.$$

Im stehenden Koordinatensystem ist die Spannungsgleichung :

$$\bar{u}_s = \frac{\omega}{\omega_1} \bar{U}_s' e^{-\frac{t}{T_{10}}} e^{j \omega_1 t}.$$

In Abb. 18 ist der Spannungsvektor $\bar{u}_s(t)$ bei der Ausschaltung eines kleineren Motors gezeigt. Der Vektor wurde mit einem Kathodenstrahloszillographen aufgenommen, der Ausgangspunkt des Vektors liegt im Koordinatenursprung, der Endpunkt ist durch den Strahl bezeichnet. Der äußere stärkere Kreis gehört zur Netzspannung und mit dieser stimmt bis zur Ausschaltung die Ständerspannung des Motors überein. Der Kreis ist stärker, weil der Strahl ihn über mehrere Perioden hindurch durchlief. Der Strahl wurde je Periode 14mal gelöscht, um ein Zeitzeichen auf die Aufnahme zu

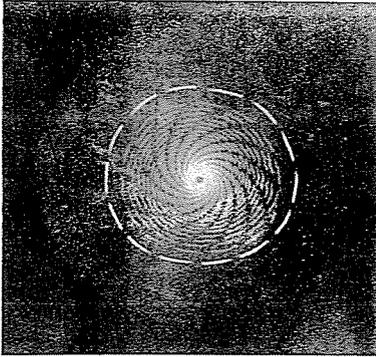


Abb. 18

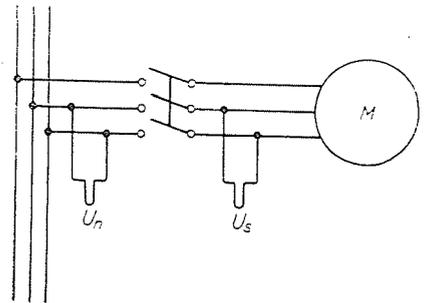


Abb. 19

bringen. Nach Ausschaltung des Motors sinkt die Spannung sofort im Verhältnis von $\frac{\omega}{\omega_1} \frac{U'_s}{U_n}$ und danach klingt sie langsam exponentiell ab. Aus den Verschiebungen der Zeitzeichen ist es ersichtlich, daß die Frequenz sofort auf $(1 - s)f_1$ gefallen ist.

Diese bleibende Spannung macht z. B. die genauere Durchführung der Auslaufmessung möglich. Zu diesem Zweck ist einerseits die Ständerspannung des Motors (U_s), andererseits die Netzspannung (U_n) mit einem Schleifenoszillographen aufzunehmen, wobei der Motor ausgeschaltet wird (Abb. 19). Nachdem zu dieser Zeit während $1/2 \sim 1$ sec der freie Gleichstrom des Läufers das Feld erregt, ist die Frequenz der Ständerspannung mit der Drehzahl des Motors genau proportional. Wird daher die Länge der einzelnen Perioden der Spannung (t_s) gemessen (oder in der Praxis die Länge von 4 bis 5 Perioden), wobei die Länge einer Periode (oder von 4 bis 5 Perioden) der Netzspannung t_n beträgt, ist die Winkelgeschwindigkeit des Motors in der Mitte der gewählten Strecke

$$\omega = \omega_1 \frac{t_n}{t_s} .$$

Mit diesem Verfahren kann die Anfangsstrecke der Auslaufkurve aufgenommen werden, von der Messung braucht jedoch meistens nur die Anfangstangente ausgewertet werden.

G) Umschaltung

In den Hilfsbetrieben von Kraftwerken kommt es vor, daß ein oder mehrere Motoren abgeschaltet und danach auf eine andere Stromquelle umgeschaltet werden. In solchen Fällen tritt ein Stromstoß auf, dessen Größe auf folgende Weise geschätzt werden kann. Im ausgeschalteten Zustand gestaltet sich die Spannung des Motors entsprechend dem vorigen Abschnitt (Abb. 20a). Nach der Ausschaltung ($t = 0$) entsteht zwischen den Spannungen des Netzes und des Motors sofort eine Phasendifferenz α_0 , die infolge der Differenz zwischen den Winkelgeschwindigkeiten zunimmt. Bis zum Zeitpunkt t_w , der Wiedereinschaltung erreicht dieser Winkel den Wert

$$\alpha = \alpha_0 + \int_0^{t_w} (\omega_1 - \omega) dt = \alpha_0 + \omega_1 \int_0^{t_w} s dt. \quad (58)$$

Der Wert des Integrals kann auf Grund der gestrichelten Fläche der Auslaufkurve (Abb. 20b) gerechnet werden. Im Zeitpunkt t_w besteht zwischen der Netzspannung und der Motorspannung die Differenz von

$$\Delta \bar{U} = U_n - U_s' e^{-\frac{t_w}{T_1}} e^{-j\alpha}. \quad (59)$$

Das Wiedereinschalten des Motors kann derart aufgefaßt werden, daß zu der Leerlaufspannung $U_s' e^{-\frac{t_w}{T_1}} e^{-j\alpha}$ plötzlich die Spannung $\Delta \bar{U}$ hinzukommt. Deswegen erhalten wir einen gleichen Einschaltstromstoß wie bei der Einschaltung eines stromlosen Motors auf die Spannung $\Delta \bar{U}$. Im obigen haben wir bei der Berechnung der Größe der Ständerspannung absichtlich außer acht gelassen, daß die Winkelgeschwindigkeit ω des Motors mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit nicht übereinstimmt. Die transienten Vorgänge werden nämlich von allem nicht durch den Ablauf der Spannung, sondern durch jenen des Flusses bestimmt, somit sind die einzelnen Spannungen in Gleichung (59) mit dem gleichgroßen Faktor ω_1 aus den Flüssen zu rechnen.

Im allgemeinen wird die Wiedereinschaltung als zulässig betrachtet, wenn sie keinen größeren Stromstoß verursacht als die direkte Einschaltung des stillstehenden Motors. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn $\Delta U \leq U_n$. Es sind zweierlei praktische Lösungen möglich. Im ersten Falle ist die Wieder-

einschaltung des Motors so rasch vorzunehmen, daß Winkel α nicht größer als $60\text{--}65^\circ$ sei, was im allgemeinen einer Wiedereinschaltzeit von $t_w < 0,15\text{ s}$ entspricht. Im zweiten Falle darf der Motor erst so spät wieder eingeschaltet

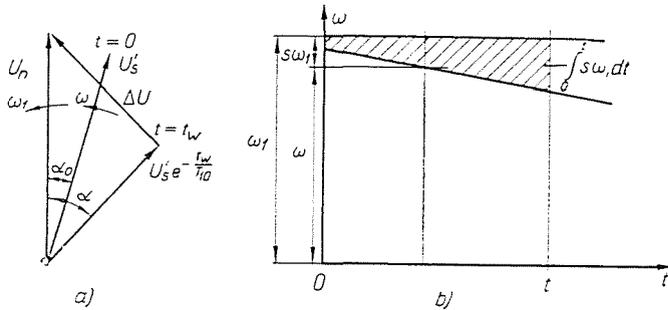


Abb. 20

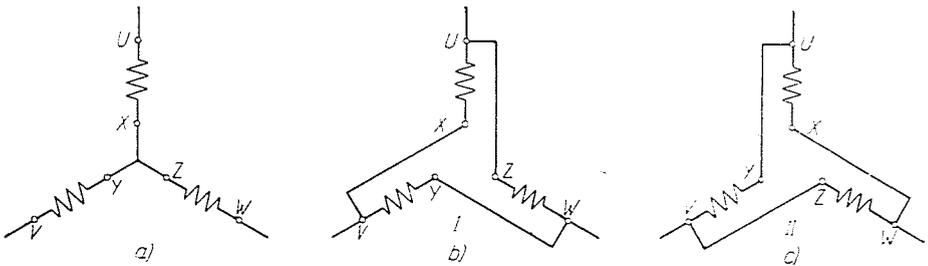


Abb. 21

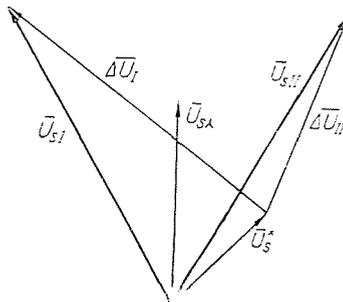


Abb. 22

werden, daß bis dahin die Ständerspannung größtenteils abklinge. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn t_w etwa das Anderthalbfache der Zeitkonstante T_{10} beträgt. In diesem Falle tritt sogar bei einer Wiedereinschaltung in Opposition kein zu großer Stromstoß auf.

Ähnliche Umschalterscheinung spielt sich beim Stern-Dreieck-Anlassen der Motoren oder beim Anlassen mit Transformator ab. Untersuchen wir

etwas genauer die Stern-Dreieck-Umschaltung. Der Motor läuft in Sternschaltung bis nahezu synchroner Drehzahl an (Abb. 21, Figur *a*). Danach wird er abgeschaltet, wobei die Ständerspannung vom Wert $U_{s\lambda}$ auf den Wert U_s^* fällt und in Phase um den Winkel α zurückbleibt (Abb. 22). Die Umschaltung in Dreieck kann auf zweierlei Art erfolgen (Abb. 21, Figur *b, c*). Der Zeitvektor der Spannung in Phase α des Motors, der mit dem von uns gebrauchten Vektor übereinstimmt, wächst auf einen $\sqrt{3}$ fachen Wert an und ändert sich im Vergleich zur Sternschaltung um 30° vorwärts oder rückwärts (Abb. 22). Demzufolge ist die den Stromstoß verursachende Spannung $\Delta \bar{U}$ in beiden Fällen wesentlich verschieden. Wie ersichtlich, ist der Fall I (Abb. 21, Figur *b*) ungünstiger. Hier kann die Höhe der Spannung ΔU_l den vollen Wert der Spannung in Dreieckschaltung erreichen, es kann also ein gleichgroßer Stromstoß auftreten wie beim Anlassen des stillstehenden Motors in Dreieckschaltung. Obzwar dieser Zustand nur ein bis zwei Perioden dauert, werden die Spulenköpfe dadurch stark beansprucht und ist auch für den Schutz sehr unangenehm.

Zusammenfassung

Es werden die elektromagnetischen transienten Vorgänge mit Betriebsdrehzahl laufenden Doppelkäfigmotors behandelt. Nach der Untersuchung der operatorischen Impedanz werden einfache Annäherungsformeln für die Einschalt- und Kurzschlußströme sowie deren Zeitkonstanten gegeben. Zur Veranschaulichung der Größenordnungen dient ein Zahlenbeispiel.

I. RÁCZ, Budapest XI., Stoczek utca 2. Ungarn