

TRANSIENTE VORGÄNGE IN DOPPELKÄFIGMOTOREN

I. TEIL

I. RÁCZ

Lehrstuhl für Betriebslehre elektrischer Maschinen der Technischen Universität, Budapest

(Eingegangen am 10. April 1957)

1. Einleitung

Die Hochleistungs-Drehstrom-Asynchronmotoren mit Kurzschlußläufer werden zwecks Verbesserung der Anlaufeigenschaften mit Spezialläufer erzeugt. Von diesen werden hier die Maschinen mit Doppelkäfigläufer behandelt, jedoch sind einige Ergebnisse auch für den Tiefnutläufer gültig. In der Praxis ist vor allem die Kenntnis folgender transienter Vorgänge wichtig.

a) Beim Anlassen eines Motors aus dem Stillstand, die Höhe des Einschaltstromstoßes und des Momentenstoßes. Die Wichtigkeit dieser Frage steigt fortwährend, da das Anlassen mit Zuschaltung auf volle Spannung immer häufiger angewendet wird. Die auftretenden elektromagnetischen transienten Vorgänge spielen sich binnen einer bis zwei Perioden ab, weshalb bei den Untersuchungen einfachheitshalber angenommen wird, daß der Motor eine Weile im Ruhezustand bleibt. Mit der späteren Periode des Anlassens, wo die Beschleunigung des Motors transiente Erscheinungen von geringerer Bedeutung hervorruft, werden wir uns nicht befassen.

b) Die beim Kurzschluß oder Umschaltung des mit Betriebsdrehzahl laufenden Motors auftretenden Strom- und Momentenstöße. Die Umschaltungen erfolgen z. B. am Ende des Anlaßvorganges (Anlassen mit Stern-Dreieck-Umschalter, Transformator, Drosselspule) oder beim Umschalten des Motors im Betrieb auf eine andere Stromquelle (z. B. automatische Umschaltung in den Hilfsbetrieben von Kraftwerken). Auch hier wird angenommen, daß während der elektromagnetischen transienten Vorgänge die Drehzahl des Motors noch konstant bleibt. Mit dieser Voraussetzung können die Umschaltungen mit Hilfe des Superpositionsprinzips auf den Fall der Spannungsanlegung an einen laufenden Motor zurückgeführt werden.

Bei den Berechnungen werden die Eisensättigung, der Skineneffekt, die Eisenverluste und die Oberharmonischen am Umfang vernachlässigt. Die Ständerspannung U_s des Motors wird als symmetrische Dreiphasenspannung (mitlaufende) mit konstantem Wert angenommen. Ändert sich die Klemmenspannung infolge des an den Netzelementen vor dem Motor (z. B. Kabel, Transformator

usw.) auftretenden Spannungsabfalles, wird die Spannung vor diesen Elementen als die Klemmenspannung des Motors betrachtet, wobei die resultierende Netzimpedanz in jene der Motorständerwicklung einbezogen wird. Es wird angenommen, daß der Motor bezüglich Aufbaues der drei Phasen vollkommen symmetrisch, ferner, im Falle eines Motors in Sternschaltung kein Nulleiter vorhanden ist, und somit keine Ströme des Nullsystems auftreten können.

2. Berechnungsmethode

Die elektrischen bzw. magnetischen Größen der drei Phasen werden zu einem einzigen Vektor zusammengefaßt, z. B. der aus den drei Ständerströmen (i_{sa} , i_{sb} , i_{sc}) gebildete Vektor, der Vektor der Ständerströme \bar{i}_s (s. Abb. 1):

$$\bar{i}_s = \frac{2}{3} (i_{sa} + \bar{a}i_{sb} + \bar{a}^2 i_{sc}),$$

wo $\bar{a} = e^{j \frac{2\pi}{3}}$. Die Projektionen auf die Phasenachsen a , b , c des Vektors \bar{i}_s ergeben die Momentanwerte der Phasenströme. Ähnliche Vektoren werden aus den

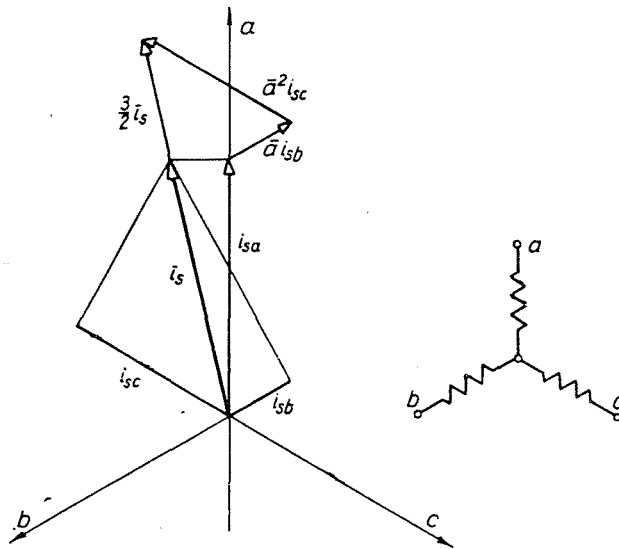


Abb. 1

Spannungen, Flüssen, Läuferströmen usw. gebildet. Den Voraussetzungen gemäß können keine Ströme des Nullsystems auftreten und somit sind diese Vektoren vollkommen für die elektrischen und magnetischen Daten der drei Phasen

bei jedwedem zeitlichen Verlauf kennzeichnend. In Abb. 1 deckt sich die Realachse des Koordinatensystems mit der Richtung der Phasenachse a des Ständers, es kann aber auch rotierendes Koordinatensystem angewendet werden.

Mit diesen Vektoren können für die drei Phasen dieselben Spannungs- oder Stromgleichungen aufgeschrieben werden, wie sie für eine Phase der Maschine auf die Momentanwerte bezogen aufzuschreiben sind. Somit kann die übliche Einphasen-Ersatzschaltung angewendet werden, wobei die Läufergrößen auf

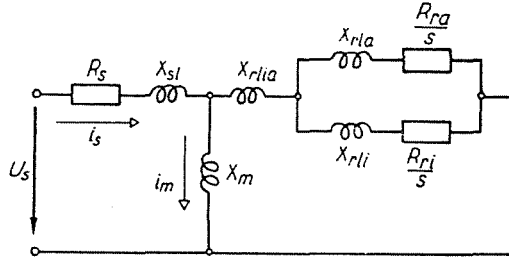


Abb. 2

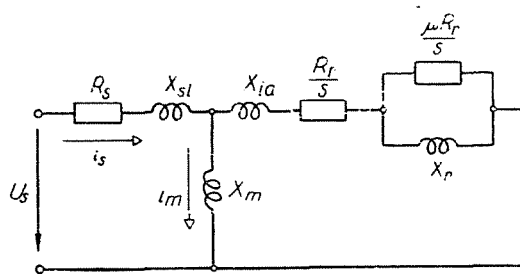


Abb. 3

die Windungs- und Phasenzahlen des Ständers umgerechnet werden (Abb. 2). Zur Untersuchung des stationären Betriebes wird diese Schaltung im allgemeinen der Abb. 3 entsprechend umgeformt, wobei die hier vorkommenden Reaktanzen und Wirkwiderstände mittels folgender Gleichungen aus Abb. 2 berechnet werden können :

$$\mu = \frac{R_{ra}}{R_{ri}}, \quad R_r = \frac{R_{ra}R_{ri}}{R_{ra} + R_{ri}},$$

$$X_{ia} = X_{rlia} + \frac{X_{rla} \cdot X_{rli}}{X_{rla} + X_{rli}}, \quad X_r = \frac{X_{rla} + \mu^2 X_{rli}}{(1 + \mu)^2} - \frac{X_{rla} \cdot X_{rli}}{X_{rlia} + X_{rli}}$$

Im überwiegenden Teil der praktisch vorkommenden Fälle kann X_{rlia} vernachlässigt werden, d. h. $X_{rla} \approx 0$, und somit werden obige Gleichungen noch einfacher :



$$X_{ia} = X_{ria} ; X_r = \frac{\mu^2}{(1 + \mu)^2} X_{rli} .$$

Die Umformung ist für jede Frequenz richtig, so daß Abb. 3 auch zur Untersuchung der transienten Erscheinungen als Grundlage dienen kann. In der vorliegenden Abhandlung wird stets auf Abb. 3 Bezug genommen, doch wird selbstverständlich in Betracht gezogen, daß es sich um keine stationären Erscheinungen handelt. Deswegen wird anstatt der Reaktanzen $X = \omega_1 L$ mit den Induktivitäten L gearbeitet und bei den Wirkwiderständen der Läuferkreise entfällt der Teiler s . Das Rotieren der Maschine ist bei der Aufschreibung der Spannungsgleichungen in Betracht zu ziehen.

In der Studie wird die LAPLACESche Transformation (Operatorenrechnung) der Definitionsformel

$$L\{f(t)\} = p \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

entsprechend angewendet. Einfachheit halber werden die Zeitfunktion und die Operatorenform (LAPLACE-Transformierte) mit demselben Buchstaben bezeichnet. Eine der Induktivität L entsprechende operatorische Impedanz ist pL , die vielmehr in der Form $\frac{P}{\omega_1} \omega_1 L = \varrho X$ angewendet wird, wo

$$\varrho = \frac{P}{\omega_1} . \quad (1)$$

Die in der Studie vorkommenden Operatorenformen stellen die gebrochenen rationalen Funktionen von ϱ bzw. p dar :

$$f(\varrho) = \frac{P(\varrho)}{Q(\varrho)} . \quad (2a)$$

Hieraus erhalten wir die Zeitfunktion mit dem Entwicklungssatz :

$$f(t) = \frac{P(0)}{Q(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{P(\varrho_k)}{\varrho_k \left(\frac{dQ}{d\varrho} \right)_{\varrho = \varrho_k}} e^{\varrho_k \omega_1 t} , \quad (2)$$

wo ϱ_k die Wurzeln der Gleichung n -ten Grades $Q(\varrho) = 0$ sind ($k = 1, 2 \dots n$). Diese Form des Entwicklungssatzes ist nur in dem Falle gültig, wenn keine mehr-

fache Wurzeln vorhanden sind und auch $g = 0$ keine Wurzel ist. Im vorliegenden Falle werden diese Bedingungen erfüllt.

Die einzelnen Ergebnisse werden auch an Zahlenbeispielen veranschaulicht. Sämtliche Zahlenbeispiele beziehen sich auf denselben Motor: 10poliger Drehstrommotor in Sternschaltung mit folgenden Nennwerten:

Leistung (an der Welle gemessen)	$P_N = 660 \text{ kW};$
Spannung	$U_N = 3 \text{ kV};$
Strom	$I_N = 160 \text{ A};$
Leistungsfaktor	$\cos \varphi_N = 0,85;$
Wirkungsgrad	$\eta_N = 93,5 \text{ } \%$;
Scheinleistung	$S_N = \sqrt{3} U_N I_N = 831 \text{ kVA};$
Nennimpedanz	$Z_N = U_N / (\sqrt{3} I_N) = U_N^2 / S_N = 10,8 \Omega$
	Ohm;
Nennschlupf	$s_N = 1,75 \text{ } \%$.

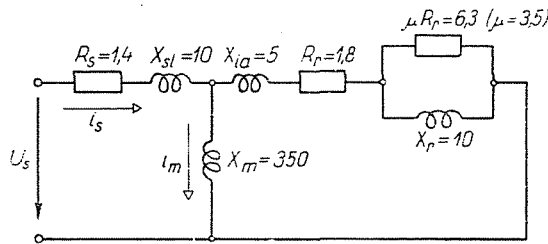


Abb. 4

Die Reaktanzen und Widerstände des Motors sind in Abb. 4 dargestellt. Die eingeschriebenen Zahlen bedeuten den Prozentwert der Nennimpedanz. Die Berechnungen werden in Relativeinheiten durchgeführt.

Die Grundeinheit des Momentes ist der aus der Nennscheinleistung mit der Synchronwinkelgeschwindigkeit berechnete Wert:

$$M_{Gr} = \frac{S_N}{\omega_1}$$

Das Nennmoment beträgt

$$M_N = \frac{P_N}{(1 - s_N) \omega_1}$$

Wenn also die in Grundeinheiten bestimmten Momentenwerte in Nennmomente umgerechnet werden sollen, ist mit dem Korrektionsfaktor

$$\frac{M_{Gr}}{M_N} = \frac{S_N}{P_N} (1 - s_N) = \frac{1 - s_N}{\eta_N \cos \varphi_N} = 1,24$$

zu multiplizieren.

3. Einschaltung des stillstehenden Motors

Das Ersatzschaltbild des Motors im Stillstand ist in Abb. 5 dargestellt. An Stelle der Induktivitäten wurden die operatorischen Impedanzen ϱX angeführt. An den Ständer wird im Moment $t = 0$ eine symmetrische Dreiphasenspannung gelegt, deren Vektor

$$\bar{u}_s = U_s e^{j\omega_1 t}, \quad (3)$$

und LAPLACE-Transformierte (Operatorenform)

$$\bar{u}_s = U_s \frac{p}{p - j\omega_1} = U_s \frac{\varrho}{\varrho - j} \quad (4)$$

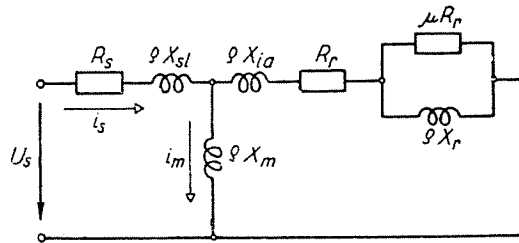


Abb. 5

ist.

Die Operatorenform der Vektoren der Ständerströme erhält man durch Division der Operatorenform \bar{u}_s mit der auf die Ständerklemmen bezüglichen resultierenden operatorischen Impedanz $Z(\varrho)$. Die Impedanz $Z(\varrho)$ kann aus Abb. 5 berechnet werden :

$$Z(\varrho) = R_s + \varrho X_{sl} + \frac{\varrho X_m \left[R_r + \varrho X_{ia} + \frac{\mu R_r \varrho X_r}{\mu R_r + \varrho X_r} \right]}{\varrho X_m + R_r + \varrho X_{ia} + \frac{\mu R_r \varrho X_r}{\mu R_r + \varrho X_r}} = \frac{N(\varrho)}{S(\varrho)}. \quad (5)$$

Demnach ergibt sich der Vektor der Ständerströme durch Vereinfachung zu :

$$\bar{i}_s = \frac{\bar{u}_s}{Z(\varrho)} = U_s \frac{\varrho}{\varrho - j} \frac{S(\varrho)}{N(\varrho)}, \quad (6)$$

wo

$$N(\varrho) = a_3 \varrho^3 + a_2 \varrho^2 + a_1 \varrho + a_0 ;$$

$$S(\varrho) = b_2 \varrho^2 + b_1 \varrho + b_0 ;$$

$$\begin{aligned}
 a_3 &= X_r (X_{sl} X_m + X_{ia} X_m + X_s X_{ia}) ; \\
 a_2 &= \mu R_r^2 (X_{sl} + X_m) + R_s \mu R_r (X_m + X_{ia} + X_r) + R_s R_r X_r ; \\
 a_1 &= R_s (X_m + X_{ia}) X_r + R_r X_r (X_{sl} + X_m) + \mu R_r [X_m (X_{sl} + X_{ia} + X_r) + \\
 &\quad + X_{sl} (X_{ia} + X_r)] ; \\
 a_0 &= R_s \mu R_r^2 ; \\
 b_2 &= X_r (X_m + X_{ia}) ; \\
 b_1 &= \mu R_r (X_m + X_{ia} + X_r) + R_r X_r ; \\
 b_0 &= \mu R_r^2 .
 \end{aligned} \tag{6a}$$

Den Ständerstrom in der Funktion der Zeit erhalten wir aus Gleichung (6) durch Anwendung des Entwicklungssatzes (2). Dieser wird aus vier Gliedern bestehen, deren jedes einer Wurzel des Nenners von (6) entspricht. Die dem Faktor $q-j$ beigeordnete Wurzel ist: $q_4 = j$, und die Wurzeln der Gleichung $N(q) = 0$ sind q_1, q_2, q_3 , wobei letztere negative Realzahlen darstellen. Somit erhalten wir mit dem Entwicklungssatz folgende Form:

$$\bar{i}_s(t) = \bar{A}_4 e^{j\omega_1 t} + \bar{A}_1 e^{q_1 \omega_1 t} + \bar{A}_2 e^{q_2 \omega_1 t} + \bar{A}_3 e^{q_3 \omega_1 t} , \tag{7}$$

wo

$$\bar{A}_4 = U_s \frac{S(j)}{N(j)} \tag{7a}$$

und

$$\bar{A}_k = U_s \frac{1}{q_k - j} \frac{S(q_k)}{N'(q_k)} , \quad k = 1, 2, 3. \tag{7b}$$

Das erste Glied ist der stationäre Strom, d. h. der dem Punkt $s = 1$ im gewöhnlichen Stromvektordiagramm zugeordnete Kurzschlußstrom \bar{I}_K , $\bar{A}_4 = \bar{I}_K$.

Die folgenden drei Komponenten sind transiente Gleichströme, die exponential abklingen. Nachdem

$$e^{q_k \omega_1 t} = e^{-\frac{t}{1/q_k \omega_1}} = e^{-\frac{t}{T_k}} ,$$

wird sich die Zeitkonstante der transienten Komponenten zu

$$T_k = -\frac{1}{q_k \omega_1} \tag{8}$$

ergeben.

A) Zeitkonstanten

Die Werte ϱ_k sind die Wurzeln der Gleichung dritten Grades $N(\varrho) = 0$. Anstatt der langwierigen Lösung der Gleichung können bei den in der Praxis vorkommenden Größenordnungen einfache Annäherungsformeln angewendet werden. Dies wird dadurch ermöglicht, daß die Größenordnungen der drei Wurzeln voneinander wesentlich abweichen. So kann die Wurzel von kleinstem Absolutwert der Gleichung $N(\varrho) = a_3 \varrho^3 + a_2 \varrho^2 + a_1 \varrho + a_0 = 0$ mit der Annäherung bestimmt werden, daß die Glieder mit ϱ^3 und ϱ^2 vernachlässigt werden. Demnach erhalten wir

$$\varrho_1 \approx -\frac{a_0}{a_1}$$

und somit ergibt sich

$$T_1 = -\frac{1}{\omega_1 \varrho_1} \approx \frac{a_1}{a_0} \frac{1}{\omega_1}$$

Unter Berücksichtigung der Gleichungen (6a) erhalten wir

$$T_1 \approx \left[\frac{X_{sl} + X_m}{R_s} + \frac{X_m + X_{ia} + X_r}{R_r} + \frac{X_r}{\mu R_r} \right] \frac{1}{\omega_1} \quad (9)$$

Nachdem neben X_m die übrigen Reaktanzen vernachlässigt werden können, kann T_1 auch mittels folgender Formel berechnet werden:

$$T_1 \approx \frac{X_m}{\omega_1} \left[\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_r} \right] = \frac{X_m}{\omega_1} \left[\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_{ri}} + \frac{1}{R_{ra}} \right] \quad (10)$$

Mit den Angaben unseres Zahlenbeispiels erhalten wir:

$$T_1 \approx \frac{350}{314} \left[\frac{1}{1,4} + \frac{1}{1,8} \right] = \frac{444}{314} = 1,414 \text{ s.}$$

Aus der Gleichung dritten Grades ergibt sich auf Grund der genauen Wurzel

$$T_1 = -\frac{452,2}{314} = 1,44 \text{ s.}$$

Das Abklingen des dieser Wurzel zugeordneten freien Stromes $\overline{A}_1 e^{\varrho \omega_1 t}$ ist das langsamste. Für die Zeitkonstante T_1 kann auf Grund der Beziehung (10), aus Abb. 2 oder Abb. 3 ausgehend, eine Ersatzschaltung aufgezeichnet werden, die an der Stelle der Ständerklemmen kurzgeschlossen ist (da es sich um freie Ströme handelt) und in der die Streureaktanzen vernachlässigt sind (Abb. 6).

Das Verhältnis der mit derselben Zeitkonstante abklingenden Läuferströme zu den Ständerströmen ist ebenfalls der Ersatzschaltung entsprechend. Diese freien Ströme fließen im Ständer und in den beiden Käfigen in einer Richtung bei welcher ihre Erregungen sich addieren, so daß sie in erster Reihe den Hauptfluß erregen. Die Zeitkonstante T_1 ist daher eigentlich die Zeitkonstante der Änderung des Hauptflusses. Nachdem sogar der Hauptfluß von der Nenngröße durch einen verhältnismäßig kleinen Strom aufrechterhalten werden kann und im Stillstand die stationäre Komponente des Hauptflusses kleiner als der Nennfluß ist, sind die mit der Zeitkonstante T_1 behafteten freien Ströme im Vergleich zu den Kurzschlußströmen sehr klein. Aus diesem Grunde können sie sogar aus einem Oszillogramm nicht ausgewertet werden. Trotzdem sind sie

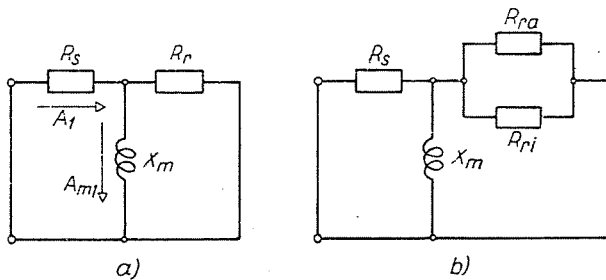


Abb. 6

von sehr großer Bedeutung mit Rücksicht auf die Entfaltung des Hauptflusses und des Momentes der Maschine. Mit den Angaben unseres Zahlenbeispiels wird der stationäre Kurzschlußstrom $\bar{I}_K = \bar{A}_4 = (2,01 - j4,78) I_N$, wobei die mit Zeitkonstante T_1 behaftete Komponente des Einschaltständerstromes vom Anfangswert $\bar{A}_1 = j 0,09 I_N$ ausgeht.

Die schneller abklingenden freien Komponenten erzeugen hauptsächlich nur Streuflüsse, weshalb bei der Bestimmung von ϱ_2 und ϱ_3 in der Ersatzschaltung der Magnetisierungszweig vernachlässigt werden kann ($X_m \rightarrow \infty$). Bei der annähernden Berechnung der Wurzel von größtem Absolutwert ϱ_3 kann in $N(\varrho)$ der Ausdruck $a_1\varrho + a_0$ vernachlässigt werden ; somit wird

$$\varrho_3 \approx - \frac{a_2}{a_3}$$

bzw. mit Vernachlässigung des Magnetisierungszweiges :

$$\varrho_3 \approx - \lim_{X_m \rightarrow \infty} \frac{a_2}{a_3} = - \left[\frac{R_s + R_r}{X_{sl} + X_{ia}} + \frac{R_r}{X_r (X_{sl} + X_{ia})} \right] \quad (11)$$

und

$$T_3 = - \frac{1}{\varrho_3 \omega_1} \quad (11)$$

Ähnlicherweise kann ϱ_2 und T_2 berechnet werden:

$$\varrho_2 = - \frac{1}{T_2 \omega_1}$$

und

$$T_2 = - \frac{1}{\varrho_2 \omega_1} \approx \lim_{X_m \rightarrow \infty} \frac{a_2}{a_1} \frac{1}{\omega_1} = \left[\frac{X_r}{\mu R_r} + \frac{X_{sl} + X_{ia} + X_r}{R_s + R_r} \right] \frac{1}{\omega_1} \quad (12)$$

Zur Beurteilung der Güte der Annäherungen wurden in Tab. I die Werte der Zeitkonstanten der drei Gleichstromkomponenten zusammengestellt, die einerseits mit den Näherungsformeln (10), (11) und (12), andererseits durch Lösung der Gleichung dritten Grades von $N(\varrho) = 0$ (6a) bestimmt wurden.

Tabelle I

	T_1, s	T_2, s	T_3, s
Näherungswerte	1,414	0,0300	0,00252
Genauere Werte	1,440	0,0272	0,00276

Wie ersichtlich, sind die Näherungsformeln für die Praxis vollkommen entsprechend. In der Wirklichkeit sind auch die »genauen« Wurzeln nicht ganz genau, da beispielsweise die Auswirkung der Sättigung größere Fehler verursachen kann. Weiterhin kann festgestellt werden, daß die Gleichstromkomponente mit der Zeitkonstante T_3 von keiner praktischen Bedeutung ist, da ihre Zeitkonstante etwa 1/7 Periode ausmacht und somit zur Zeit des größten Einschaltstromstoßes sozusagen vollkommen verschwindet.

B) Einschaltströme

Die Einschaltströme können mit Operatorenrechnung bei Anwendung der Formeln (7) berechnet werden. Jedoch können gute Näherungswerte mittels folgenden Verfahrens einfacher erhalten werden.

Die stationäre Komponente von $\bar{A}_4 e^{j\omega \cdot t}$ ist uns aus der Untersuchung des stationären Betriebes bekannt, das ist der Kurzschlußstrom:

$$\bar{A}_4 = \bar{I}_K = \frac{U_s}{Z_K} \quad (13)$$

wo \bar{Z}_K die resultierende Impedanz aus Abb. 3 für den Fall $s = 1$, d. h. die Kurzschlußimpedanz des Motors bedeutet.

Der Anfangswert \bar{A}_1 der Gleichstromkomponente $\bar{A}_1 e^{\rho \omega_1 t}$ kann aus Formel (7b) durch Substitution von $\rho_k = \rho_1$ berechnet werden. Mit den bei den vorkommenden Ordnungsgrößen zugelassenen Annäherungen erhalten wir die folgende Formel :

$$\bar{A}_1 \approx j \frac{U_s}{X_m + X_{sl}} \frac{R_r^2}{(R_r + R_s)^2} \quad (14)$$

Zur Bestimmung der Gleichstromkomponenten mit Anfangswerten \bar{A}_2 und \bar{A}_3 kann die Tatsache ausgenutzt werden, daß der Motor vor der Einschaltung strom-

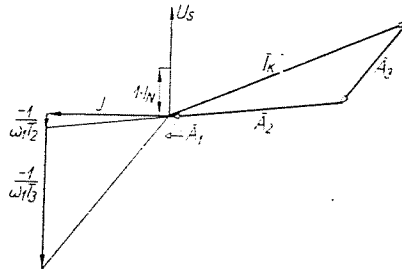


Abb. 7

los war und infolge der Induktivitäten die Größe des Ständerstromes im Zeitpunkt $t = 0$ noch Null bleibt. Deswegen wird auf Grund der Formeln (7) :

$$0 = \bar{I}_K + \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3.$$

Außerdem ist auch die Richtung von \bar{A}_2 und \bar{A}_3 bekannt. Auf der rechten Seite der Formel (7b) ist nämlich nur der Faktor $\frac{1}{\rho_k - j}$ ein komplexer Wert, die übrigen stellen Realwerte dar. Nachdem

$$\frac{1}{\rho_k - j} = \frac{\rho_k + j}{\rho_k^2 + 1} = -\frac{1}{\omega_1 T_k} + j,$$

kann die Konstruktion laut Abb. 7 zur Bestimmung von \bar{A}_2 und \bar{A}_3 angewendet werden. Zuerst werden die mit Formel (13) bzw. (14) berechneten Vektoren \bar{I}_K und \bar{A}_1 der Abbildung entsprechend ausgemessen. Danach werden aus dem Endpunkt von j die mit Formel (11) bzw. (12) berechneten Werte $-\frac{1}{\omega_1 T_2}$ und

$\frac{1}{\omega_1 T_3}$ ausgemessen und mit den erhaltenen Richtungen Parallelen aus dem Anfangspunkt von \bar{A}_1 bzw. Endpunkt von \bar{I}_K gezogen. Auf diese Weise werden die Vektoren \bar{A}_2 und \bar{A}_3 ausgeschnitten.

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels ergibt sich :

$$\bar{I}_K = (2,01 - j 4,78) I_N, \quad \bar{A}_1 = j 0,09 I_N, \quad \frac{1}{\omega_1 T_2} = 0,106$$

und $\frac{1}{\omega_1 T_3} = 1,263$. Nach Durchführung der Konstruktion erhalten wir die Werte von \bar{A}_2 und \bar{A}_3 : $\bar{A}_2 = (-0,36 + j 3,38) I_N$ und $\bar{A}_3 = (-1,65 + j 1,31) I_N$. Bei genauer Anwendung des Entwicklungssatzes ergibt sich : $\bar{A}_2 = (-0,38 + j 3,28) I_N$ und $\bar{A}_3 = (-1,63 + j 1,41) I_N$.

Für den Wert der Komponente \bar{A}_2 kann eine gute Näherungsformel erhalten werden, indem der Näherungswert (12) von ϱ_2 in die Formel (7b) substituiert und der Magnetisierungsweig ($X_m \rightarrow \infty$) vernachlässigt wird. Somit ergibt sich :

$$\bar{A}_2 \approx \frac{1}{\varrho_2 - j} \frac{U_s}{X_{sl} + X_{la} + X_r} \times \frac{1}{1 + \left[\frac{X_r}{X_{sl} + X_{la} + X_r} \frac{R_s + R_r}{\mu R_r} \right]^2 \left[1 + 2 \frac{\mu R_r}{R_s + R_r} \right]} \quad (15)$$

Hier kann im ersten Faktor neben $-j$ auch ϱ_2 vernachlässigt werden.

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels erhalten wir auf diese Weise den Wert $\bar{A}_2 = j 3,32 I_N$ [der genaue Wert ergibt sich zu $(-0,38 + j 3,28) I_N$].

Der zeitliche Verlauf des Vektors \bar{i}_s der Einschaltständerströme kann auf Grund der Formeln (7) berechnet oder konstruiert werden. In Abb. 8 ist die Kurve $\bar{i}_s(t)$ für zwei Perioden aufgezeichnet. Die Ziffern in der Abbildung bedeuten die Zahl der vom Augenblick der Einschaltung verstrichenen Achtelperioden. Aus der Abbildung ist ersichtlich, daß der Vektor \bar{i}_s sich rasch dem vom Kurzschlußstrom \bar{I}_K beschriebenen Kreis (gestrichelte Linie) nähert. Der Ständerstrom ist nach einer nicht vollen Halbperiode am höchsten. Der Zeitpunkt des Maximums

kann zu $t_m = \frac{\pi/2 + \varphi_K}{\omega_1}$ geschätzt werden.

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels ergibt sich $\varphi_K = 67,2^\circ = 1,17$ Radiane, d. h. $t_m = \frac{1,57 + 1,17}{314} = 0,00872$ s. Zu diesem Zeitpunkt werden die Größen

der einzelnen Stromkomponenten die folgenden sein :

$$\begin{aligned} \bar{I}_K e^{j\omega_1 t_m} &= j I_K &= j 5,19 ; \\ \bar{A}_1 e^{-\frac{t_m}{T_1}} &= j 0,09 \cdot 0,994 &= j 0,09 ; \\ \bar{A}_2 e^{-\frac{t_m}{T_2}} &= (-0,38 + j 3,28) 0,728 &= -0,28 + j 2,38 ; \\ \bar{A}_3 e^{-\frac{t_m}{T_3}} &= (-1,63 + j 1,41) 0,0426 &= -0,07 + j 0,06 . \end{aligned}$$

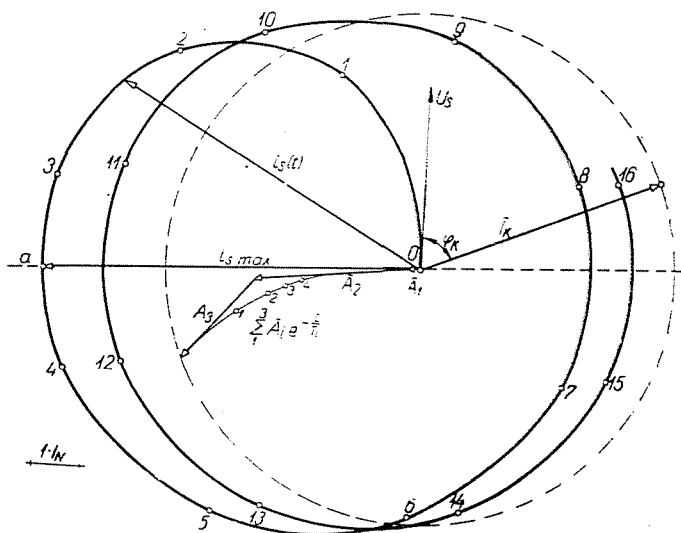


Abb. 8

Der Ständerstrom ergibt sich im Zeitpunkt t_m als die Summe der obigen Komponenten zu :

$$\bar{i}_s \max = (-0,35 + j 7,72) I_N .$$

Der Absolutwert des Vektors beträgt $7,73 I_N$, hier ist er mit dem Scheitelwert von I_N zu nehmen. Nachdem der stationäre Kurzschlußstrom $5,19 I_N$ beträgt, ist der Scheitelfaktor des Stromstoßes $7,73/5,19 = 1,49$. Aus dem Wert der Gleichstromkomponenten ist ersichtlich, daß praktisch nur die Komponente mit der Zeitkonstante T_2 zum Kurzschlußstrom hinzukommt.

Der größte Stromstoß kann auf folgende Weise berechnet werden :

$$i_s \max = I_K + A_2 e^{-\frac{\pi/2 + \varphi_K}{\omega_1 T_2}} . \tag{16}$$

Falls wir keine genauere Berechnung machen wollen, kann der Wert des Scheitelfaktors mit 1,5 angenommen werden oder bei kleineren Motoren mit 1,4. Bei den kleineren Motoren sind nämlich die Wirkwiderstände verhältnismäßig höher, weshalb auch das Abklingen schneller ist.

Die Phasenströme erhalten wir durch Projektierung auf die Phasenachsen aus Vektor \vec{i}_s . Dementsprechend tritt der obige Höchststrom tatsächlich nur in dem Falle in einer Phase auf, wenn der Vektor \vec{i}_s im Zeitpunkt t_m mit einer der Phasenachsen zusammenfällt. Dies hängt von der Lage der Spannung U_s im Zeitpunkt der Einschaltung ab, was mit der Verdrehung der ganzen Abbildung 8 in Verbindung steht. Anstatt dessen ist es viel bequemer, die Phasenach-

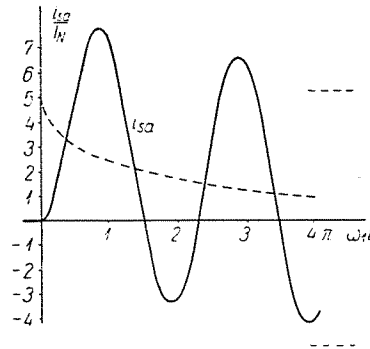


Abb. 9

sen zu verdrehen. In Abb. 8 ist die Phasenachse a mit gestrichelter Linie so aufgezeichnet worden, daß der Höchststrom in Phase a auftrete. Diese Lage entsteht, wenn im Zeitpunkt des Einschaltens die Spannung U_s eben den Nullwert überschreitet. Der zeitliche Verlauf des Phasenstromes i_{sa} ist in Abb. 9 dargestellt. Der resultierende Gleichstrom ist in der Abbildung mit gestrichelter Linie angegeben.

C) Einschalt-Momentenstoß

Das gewöhnliche Anlaßmoment (Kurzschlußmoment) des stillstehenden Motors wird von den im Ständer und Läufer fließenden Strömen erzeugt. Infolge den nach der Einschaltung auftretenden Gleichströmen erscheinen auch transiente Momentenkomponente. Zur Berechnung des Momentes kann die auch für den transienten Zustand gültige Formel

$$M = \bar{\psi}_m \times \vec{i}_s = \text{Im} [\hat{\psi}_m \vec{i}_s] \quad (17)$$

gebraucht werden. Diese Beziehung ist in Relativeinheiten gültig. Der Hauptfluß $\bar{\psi}_m$ kann aus dem Magnetisierungsstrom berechnet werden:

$$\bar{\psi}_m = L_m \vec{i}_m.$$

Somit wird das Moment

$$M = L_m \bar{i}_m \times \bar{i}_s = L_m \operatorname{Im} [\hat{i}_m \bar{i}_s] \quad (18)$$

Bei der Einschaltung enthält der Strom i_m auch Gleichstromkomponenten mit derselben Zeitkonstante wie der Ständerstrom.

Wie bei der Formel (7) gezeigt wurde, ist

$$\bar{i}_s = \bar{I}_K e^{j\omega_1 t} + \bar{A}_1 e^{-\frac{t}{T_1}} + \bar{A}_2 e^{-\frac{t}{T_2}} + \bar{A}_3 e^{-\frac{t}{T_3}} \quad (7')$$

Der Magnetisierungsstrom kann in ähnlicher Form aufgeschrieben werden :

$$\bar{i}_m = \bar{I}_{mK} e^{j\omega_1 t} + \bar{A}_{m1} e^{-\frac{t}{T_1}} + \bar{A}_{m2} e^{-\frac{t}{T_2}} + \bar{A}_{m3} e^{-\frac{t}{T_3}} \quad (19)$$

Die einzelnen Komponenten des Momentes werden durch das Vektorprodukt der einzelnen Glieder von (7') und (19) gegeben. Von den vielen Komponenten sind nur zwei in Betracht zu ziehen, da die Zeitkonstanten T_2 und T_3 so klein sind, daß diese Komponenten bis zum Zeitpunkt der Entwicklung des Momentenscheitels praktisch abklingen. Wie im Abschnitt B) gezeigt wurde, ist in der Formel des Ständerstromes auch \bar{A}_1 sehr gering, so daß die Annäherungen

$$\left. \begin{aligned} \bar{i}_s &\approx \bar{I}_K e^{j\omega_1 t} \\ \text{und} \\ \bar{i}_m &\approx \bar{I}_{mK} e^{j\omega_1 t} + \bar{A}_{m1} e^{-\frac{t}{T_1}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

benutzt werden können. Das Vektorprodukt der beiden $e^{j\omega_1 t}$ enthaltenden Glieder gibt das stationäre Anlaßmoment M_K , wogegen das Vektorprodukt aus dem Ständerstrom und der Gleichstromkomponente des Magnetisierungsstromes ein pulsierendes Moment (M_p) darstellt. Es wird daher

$$M = M_K + M_p, \quad (21)$$

wo

$$M_p = L_m \left(\bar{A}_{m1} e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \times \left(\bar{I}_K e^{j\omega_1 t} \right) = L_m \operatorname{Im} \left\{ \hat{A}_{m1} e^{-\frac{t}{T_1}} \bar{I}_K e^{j\omega_1 t} \right\} \quad (22)$$

\bar{I}_K kann zweckmäßigerweise in der Form $I_K e^{-j\varphi_K}$ aufgeschrieben werden. Bei der Bestimmung von \bar{A}_{m1} kann aus der Komponente \bar{A}_1 des Ständerstromes ausgegangen werden, die mittels Formel (14) berechnet werden kann. Auf Grund der Abb. 6a ist

$$\bar{A}_{m1} : \bar{A}_1 \approx (R_s + R_r) : R_r,$$

woraus mit Berücksichtigung der Formel (14) :

$$\bar{A}_{m1} \approx \bar{A}_1 \frac{R_s + R_r}{R_r} \approx j \frac{U_s}{X_{sl} + X_m} \frac{R_r}{R_r + R_s} \quad (23)$$

Das pulsierende Moment wird daher auf Grund der Gleichung (22) :

$$M_p \approx L_m \operatorname{Im} \left\{ -j \frac{U_s}{X_{sl} + X_m} \frac{R_r}{R_r + R_s} e^{-\frac{t}{T_1}} I_k e^{-j\varphi_K} e^{j\omega_1 t} \right\},$$

also

$$\begin{aligned} M_p &\approx -\frac{U_s I_K}{\omega_1} \frac{X_m}{X_{sl} + X_m} \frac{R_r}{R_r + R_s} e^{-\frac{t}{T_1}} \cos(\omega_1 t - \varphi_K) = \\ &= -M_{p \max} e^{-\frac{t}{T_1}} \cos(\omega_1 t - \varphi_K), \end{aligned} \quad (24)$$

wo die Anfangsamplitude des pulsierenden Momentes :

$$M_{p \max} \approx \frac{U_s I_K}{\omega_1} \frac{X_m}{X_{sl} + X_m} \frac{R_r}{R_r + R_s} \quad (25)$$

Die Amplitude des pulsierenden Momentes vermindert sich kaum in einigen ersten Perioden, da die Zeitkonstante T_1 eine Größenordnung von 50 bis 100 Perioden aufweist. Aus diesem Grunde kann der Höchstwert des Momentes

$$M_{\max} \approx M_K + M_{p \max} \quad (26)$$

erreichen. Bei der obigen Berechnung wurde vorausgesetzt, daß die Einschaltung der drei Phasen am Ständer des Motors völlig gleichzeitig erfolgt. Bei den Schaltern kann jedoch zwischen den Einschaltungen der einzelnen Phasen eine Abweichung von sogar $\frac{1}{4}$ Periode vorkommen. Wenn beispielsweise zuerst die Kontakte der Phasen b und c schließen, dann entwickelt sich im Motor in der resultierenden Richtung der Spulen b und c ein Hauptfluß, dessen mit der Zeitkonstante T_1 behaftete Komponente bei ungünstiger Einschaltphasenlage einen der Komponente \bar{A}_{m1} entsprechenden Wert erreichen kann. Wenn nun Phase a um eine Viertelperiode später eingeschaltet wird, entwickelt sich auch in der Achsrichtung der Phasenspule a eine mit der Zeitkonstante T_1 behaftete Hauptfluß-Komponente gleicher Größe, so daß als Endergebnis ein $\sqrt{2}$ facher Wert auftreten kann. Infolgedessen kann bei ungünstigen Phasenlagen im Falle nicht gleichzeitiger

Einschaltung die Amplitude des pulsierenden Momentes den Wert $\sqrt{2} M_{p \max}$ erreichen und der Höchstwert des Momentes

$$M_{\max} \approx M_K + \sqrt{2} M_{p \max} \tag{27}$$

betragen.

Mit den Angaben des Zahlenbeispiels ergibt sich :

$$M_K = \text{Re} \left[\widehat{U}_s \overline{I}_K \right] - I_K^2 R_s = 2,01 - 5,19^2 \cdot 0,014 = 1,63 ;$$

$$M_{p \max} = \frac{1 \cdot 5,19}{1} \frac{3,5}{3,6} \frac{0,018}{0,018 + 0,014} = 2,83 .$$

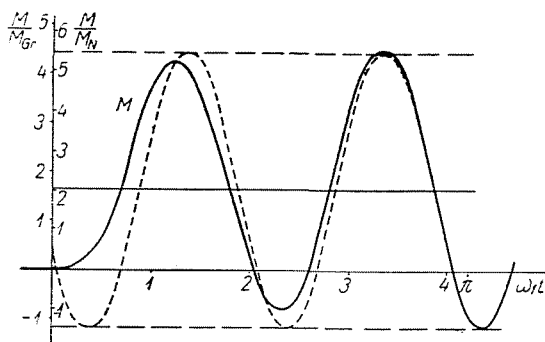


Abb. 10

Der Höchstwert des Momentes kann daher im Falle gleichzeitiger Einschaltung $1,63 + 2,83 = 4,46$ bzw. bei nicht gleichzeitiger Einschaltung im ungünstigen Falle $1,63 + \sqrt{2} \cdot 2,83 = 5,63$ betragen. Diese Zahlen beziehen sich auf das aus der Nennscheinleistung mit der Synchronwinkelgeschwindigkeit berechnete Grundmoment. Auf das Nennmoment M_N bezogen, das aus der Nennleistung an der Welle berechnet wird, ergeben sich 1,24fache Werte, so daß der höchstmögliche Wert des Momentes $1,24 \cdot 5,63 M_N = 7 M_N$ ausmachen kann.

In Abb. 10 ist der zeitliche Verlauf des Momentes bei gleichzeitiger Einschaltung dargestellt. Für den Fall des Zahlenbeispiels ergibt sich :

$$M = 1,63 + 2,83 e^{-\frac{t}{T_1}} \cos (\omega_1 t - 67,2^\circ) .$$

In den ersten ein bis zwei Perioden weicht das Moment von dieser Beziehung ab, weil zu dieser Zeit die Komponenten mit der Zeitkonstante T_2 und T_3 noch nicht abgeklungen sind. Diese wirken jedoch auf das Momentenmaximum

nicht, sie vermindern das Moment nur in der ersten Periode. Das Moment soll nämlich im Zeitpunkt $t = 0$ von Null ausgehen, an dieser Stelle ist sogar auch der erste und zweite Differentialquotient nach der Zeit ebenfalls Null. In Abb. 10 sind bei der mit starker Linie gezogenen Momentenkurve sämtliche Komponenten berücksichtigt, während die Kurve mit gestrichelter Linie der obigen Näherungsformel entspricht.

Der obige hohe Wert des Momentenmaximums wird durch die Sättigung nicht in bedeutendem Masse vermindert, da der Wert von $\overline{A}_{m1} L_m$ 55% des Nennflusses und die Komponente mit der Kreisfrequenz ω_1 des Hauptflusses 50% beträgt; die beiden ergeben auch summiert keine große Sättigung. Die Sättigung wirkt auf die Zeitkonstante in stärkerem Masse, jedoch ist die Zeitkonstante $T_1 = 1,4$ s nur insofern von Bedeutung, daß sie viel größer als die Periodenzeit ist. In der Praxis beschleunigt sich der Motor nach der Einschaltung, so daß die Zeitkonstante sich stark vermindern wird.

Zusammenfassung

Der erste Teil der Abhandlung befasst sich mit den elektromagnetischen transienten Erscheinungen des Doppelkäfigmotors im Ruhezustand. Es werden einfache Annäherungsformeln für die Einschaltströme, deren Zeitkonstanten, sowie für den Wert der Einschaltmomentenstöße gegeben. Zur Veranschaulichung der Grössenordnungen dient ein Zahlenbeispiel. Die transienten Erscheinungen der mit Betriebsdrehzahl laufenden Maschine werden im zweiten Teil erörtert.

I. RÁCZ, Budapest, XI. Budafoki út 4—6, Ungarn