

TRIBOLOGISCHE MODELLIERUNG VON RÄUMLICHEN VERZÄHNUNGEN¹

Tibor BERCSEY und Péter HORÁK

Technische Universität Budapest
Institut für Maschinenkonstruktionslehre
H-1521 Budapest, Ungarn
Fax: (36)-1-463-3505
Telefon: 36 1 463 1372, 36 1 463 4081

Eingegangen am 20 April, 1995

Abstract

A new type of model and test-rig has been developed for investigation of the velocity and contact relation of spatial gear tooth (helical, bevel, worm gears) surfaces. The velocity relations and the curvature of the gear flanks - depending on meshing position - change along the contact line. The lubrication relation has been described by theories used to up to now with cylinder pairs having radii of curvature according to the radii of the teeth flanks at meshing points. For test a two-roller tribometer has been used. This rig is not able to present the relative velocity and radii of curvature changing along the contact line. Two cylinders can be substitute for a plane and a cylinder with calculated reduced curvature of radius. If the plane (disc) and the cylinder (roller) turn, it will be possible to set variable velocity relations along the contact line. If the roller is conical then the reduced radius will be changed along the contact line. According to these facts a calculation model and a test rig has been developed.

Keywords: lubrication relation, test-rig, gear flanks, relative velocity, curvature.

Einleitung

Es gibt verschiedene Theorien zur Modellierung des Schmierzustandes von verzahnten Getriebepaaren. Diesbezüglich führten die ersten Berechnungen NIEMANN und WEBER [1] sowie HIERSIG [2] durch. Sie stellten die Grundgleichungen zur Berechnung der Berührlinien und der Krümmungs- und Geschwindigkeitsverhältnisse im Zahneingriff von Zylinderschneckengetrieben auf und wendeten die hydrodynamische (HD) Schmierungstheorie an. JARCHOW [3] untersuchte mit diesem Verfahren das Stirnrad-Globoid-Schneckengetriebe. PREDKI [4] ermittelte die Schmierspalthöhe nach der

¹Diese Veröffentlichung ist im Rahmen der Kooperation zwischen dem Institut für Maschinen Konstruktionslehre der TU Budapest und dem Lehrstuhl für Maschinenelemente und Getriebetechnik der Universität Kaiserslautern entstanden. Auf diesem Forschungsprojekt arbeitete Dr.-Ing. Tibor Bercsey 1 Monat, Dipl.-Ing. Péter Horák 15 Monate an der UNI Kaiserslautern beim Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. Waldemar Stehlikper.

elastohydrodynamischen (EHD) Schmierungstheorie und berücksichtigte die Schneckendurchbiegung. Zur Berechnung der örtlichen Verzahnungsreibungszahlen wurde der Schmierpalt als Parallelpalt mit Hertzscher Druckverteilung aufgefaßt und die Ölerwärmung mit dem empirischen Ansatz einer effektiven Viskosität des Öles berücksichtigt. DIERICH [5] berechnete — statt der Vereinfachung, daß entlang einer Berührlinie konstante Stribecksche Wälzpressung vorliegt — die veränderlichen Pressungen im Zahneingriff mit Methode der finiten Elemente (FE). SCHOO [6] untersuchte die Reibungszahlen und die Verzahnungsverlustleistungen bei Stirnradverzahnungen nach der elastothermohydrodynamischen (ETHD) Schmierungstheorie, die durch Berücksichtigung der Energiegleichung eine Berechnung der Ölerwärmung im Schmierpalt ermöglicht. ELLER [7] löste das ETHD-Gleichungssystem und verglich die Ergebnisse mit den von BAUMANN [8] auf Zweiseibenprüfstand gemessenen Werten. Eller und Schoo setzten voraus, daß der Schmierstoff die Kontaktkörper vollständig trennt und keine Festkörperberührung auftritt. BOUCHÉ [9] berücksichtigte die Oberflächenrauheit der Kontaktflächen und ermittelte die Verzahnungsreibungszahlen der Schneckengetriebe im Mischreibungsgebiet. Sein Schmierpaltmodell ersetzt die Rauheitsspitzen der Oberflächen durch Druckfedern und ermöglicht das Berücksichtigen der Festkörperkontakte im Gleichungssystem der ETHD-Theorie. Die gerechneten Werte verglich er mit den auf dem Schneckengetriebe-Verspannungsprüfstand gemessenen Verzahnungswirkungsgraden.

Da mit dem Verspannungsprüfstand nur die fertigen Getriebepaaren können untersucht werden, taucht der Anspruch auf, einen Prüfstand aufzubauen, mit dem die Schmierungsverhältnisse von räumlichen Verzahnungen — ohne Herstellung — entlang der Berührungslinie modelliert und untersucht werden können. Dazu ist der Zweiseibenprüfstand nicht geeignet, weil er die Einstellung von entlang der Berührung veränderlichen Relativgeschwindigkeiten und Krümmungsverhältnissen nicht ermöglicht.

Das Ziel wäre, einen Prüfstand aufzubauen, der diese Anforderungen erfüllt und ermöglicht, mit Hilfe eines austauschbaren Prüfkörpers verschiedene Verzahnungsgeometrien und die Wirkung von anderen Parametern — die den Schmierzustand beeinflussen — zu untersuchen.

Einflußfaktoren des Schmierungs- und Reibungszustandes

Es gibt vier Faktoren — Werkstoffkennwert, Geometrie, Kinematik und Belastung — die bei einer tribologischen Untersuchung berücksichtigt werden müssen. Auf Grund dieser Kennwerte sind die verschiedenen Berechnungsmodelle aufgebaut und der Schmierzustand kann ermittelt werden. Das Ziel wäre, zwei von den oben benannten vier Faktoren — die

Kinematik und die Geometrie — in Zusammenhang zu bringen und zu vergleichen.

Die räumlichen Verzahnungen berühren sich entweder entlang einer Linie oder in einem Punkt.

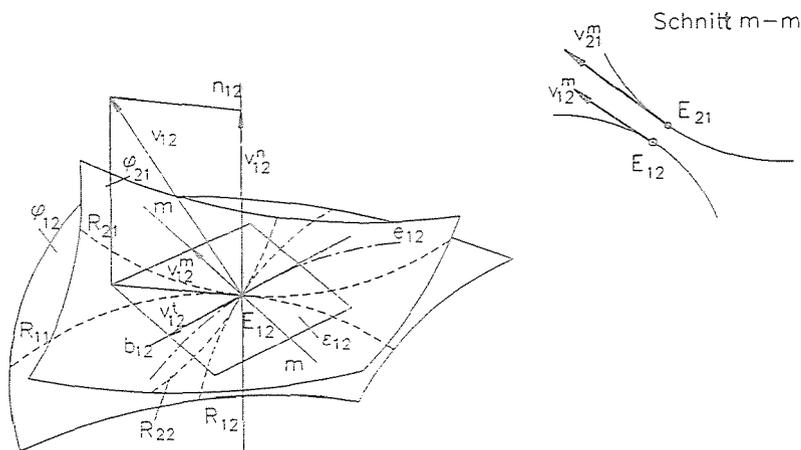


Abb. 1. Geometrische und kinematische Verhältnisse der Zahnflanken

In dem ausgewählten Eingriffspunkt E_{12} der Zahnflanken φ_{12} , φ_{21} , die sich längs einer Berührlinie e_{12} berühren, werden die Eingriffsnormale n_{12} , die Berührebene $\varepsilon_{12} \perp n_{12}$, die Hauptkrümmungsradien R_{11} , R_{12} von φ_{12} , und R_{21} , R_{22} von φ_{21} , und die Geschwindigkeiten v_{12} , v_{21} festgelegt. Wenn man die φ_{12} und φ_{21} Zahnflächen mit einer Ebene durch die Normalen n_{12} und in der Richtung m schneidet, dann entsteht der Schnitt $m - m$ der Schmierspalt zwischen den Zahnflanken senkrecht auf der Berührlinie.

Die Geschwindigkeitsvektoren v_{12} bzw. v_{21} lassen sich in der Berührungsebene und der Normalrichtung zerlegen:

$$v_{12} = v_{12}^n + v_{12}^t + v_{12}^m, \tag{1}$$

$$v_{12}^n = v_{21}^n. \tag{2}$$

Bei der eingreifenden (konjugierten) Zahnflanken ändern sich die Krümmungs- und die Geschwindigkeitsverhältnisse — abhängig von der Eingriffstellung — entlang der Berührungslinie, die bei der geometrischen und kinematischen Modellierung berücksichtigt werden müssen. Die Zahnflanke φ_{12} wird — durch die Parameter u und Ψ beschrieben — in der Nähe des Berührungspunktes durch die erste Ableitung $\varphi'_{12} = \varphi'_{12}(h, k)$ angenähert.

Die konjugierte Zahnflanke φ_2 wird mit Hilfe der M_{12} Transformationsmatrix hergeleitet: $\varphi_{12} = M_{21} \cdot \varphi_{12}(u, \Psi)$, wobei $\varphi_{21} = \varphi_{21}(v, \Theta)$, und die erste Ableitung φ'_{21} — die Annäherungs- oder Schmieglfläche — ergibt sich ähnlicherweise aus der Annäherungsfläche φ'_{12} durch M_{21} . Ist die Fläche φ'_{21} eine Annäherung der Zahnflanke φ_2 in (n) -er Ordnung, dann berühren sie sich maximal in $(n - 1)$ -er Ordnung und ihre Abweichung ist mit Taylorscher Reihe angenähert — nach [10] — wie folgt:

$$\begin{aligned} \varphi_{21}(v, \Theta) - \varphi'_{21}(v, \Theta) &= \frac{\partial^n}{\partial v^n} M_{21}(\vartheta_0) \cdot \varphi_{12}(u_0, \psi_0) \cdot \\ &\cdot \left[\left(\frac{\partial}{\partial u} v + \frac{\partial}{\partial \psi} \Theta \right)^n \vartheta_1(u_0, \psi_0) - \left(\frac{\partial}{\partial h} v + \frac{\partial}{\partial k} \Theta \right)^n \vartheta'_1(0, 0) \right] + \\ &+ \sum_{i=n+1}^q \frac{1}{i!} \left(\frac{\partial}{\partial u} v + \frac{\partial}{\partial \psi} \Theta \right)^i M_{21}(\vartheta_0) \cdot \varphi_{12}(u_0, \psi_0). \end{aligned} \quad (3)$$

Ausgehend davon braucht man solche Fläche zur geometrischen Modellierung der Berührungsverhältnisse, die sich mindestens in zweiter Ordnung berühren.

Auf Grund der Idee von Professor DRAHOS wurde ein Annäherungsmodell zweiter Ordnung aufgestellt, das aus Toruspaaren besteht [11].

Statt Toruspaare können auch Scheitelkrümmungsparaboloiden verwendet werden, wobei das Paraboloidpaar folgenderweise — in ein reduziertes Scheitelkrümmungsparaboloid und in eine Ebene — kann reduziert werden. Die zu n_{12} parallelen Geraden treffen die zwei Paraboloidpaare in je einem Punktpaar P_{12} , P_{21} . Alle Strecken $P_{12}P_{21}$ werden dann in der Richtung n_{12} so weit verschoben, bis die Endpunkte P_{12} oder P_{21} in die Ebene ε_{12} ankommen. Das Paraboloidpaar wird also zur Ebene ε_{12} reduziert. Die anderen Endpunkte P_{12} oder P_{21} bilden dann ein neues Paraboloid, das man als das reduzierte Scheitelkrümmungsparaboloid erkennt.

Das reduzierte Scheitelkrümmungsparaboloidpaar läßt sich dann im Berührungspunkt E_{12} längs b_{12} durch seinen Scheitelkrümmungsdrehzylinder ersetzen. Damit entsteht das einfachste Annäherungsmodell der Zahnflanken, das aus einem Zylinder und einer Ebene besteht.

Drehen sich die Ebene und der Zylinder, dann lassen sich verschiedene Geschwindigkeitsverteilungen einstellen — abhängig von der Drehrichtung, bzw. von der tangentialen Verschiebung der Rolle — die die Geschwindigkeitsverteilung der Zahnflanken entlang der Eingriffslinie nähern.

Die Summe der Relativgeschwindigkeiten, die Summengeschwindigkeit kennzeichnet das Wälzen im Gleitwalzkontakt und sorgt für die Bildung hydrodynamischer Schmierdrücke

$$v_{\Sigma} = v_{12}^m + v_2^m. \quad (4)$$

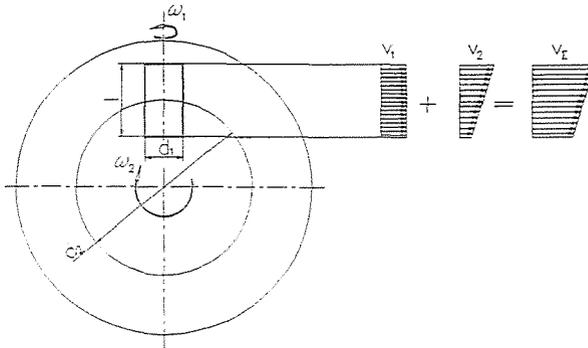


Abb. 2. Summengeschwindigkeitsverteilung bei zylindrischer Rolle

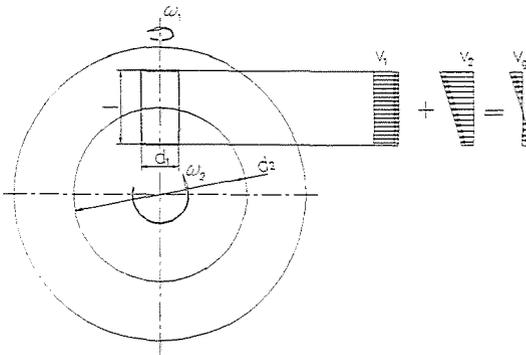


Abb. 3. Gleitgeschwindigkeitsverteilung

In *Abb 2* ist eine Modellierung der Summengeschwindigkeitsverteilung von den Zahnflanken zu sehen. (In den Bildern sind $v_{12}^m = v$ und $v_{21}^m = v_2$).

Das Gleiten der Zahnflanken aufeinander erzeugt die Verzahnungsverlustleistung. Die in der Tangentialebene liegende Gleitgeschwindigkeit beeinflusst die Reibungszahlen und legt die Richtung der Reibkraft in einem Berührungspunkt fest.

$$v_g = v_{12}^m - v_{21}^m \tag{5}$$

Mit Hilfe der Scheibe und Rolle läßt sich auch die Gleitgeschwindigkeitsverteilung — siehe in *Abb 3* — nähern.

Ist die tangentielle Verschiebung größer als 0 — wie es in *Abb 4* dargestellt ist — so lassen sich die Geschwindigkeitsvektoren in zwei — axiale und tangentiale — Komponenten zerlegen. Die axiale Geschwin-

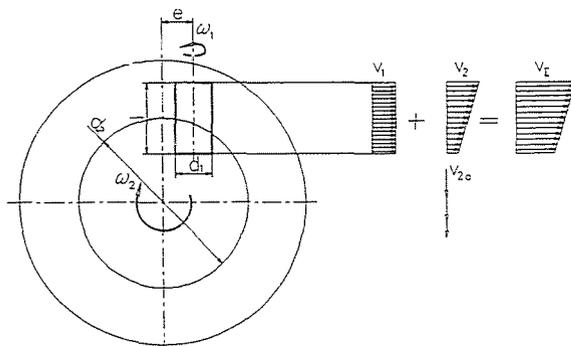


Abb. 4. Summengeschwindigkeiten bei tangential versetzter Rolle

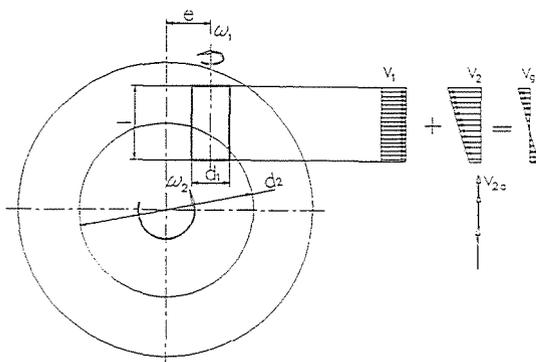


Abb. 5. Gleitgeschwindigkeiten bei tangential versetzter Rolle

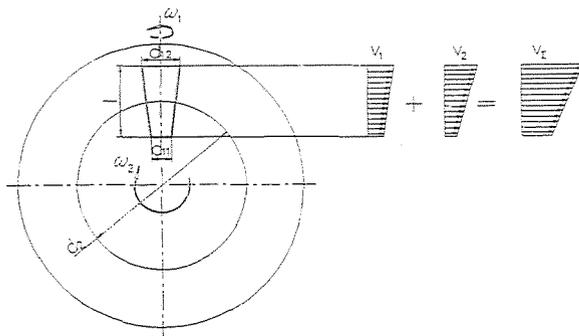


Abb. 6. Summengeschwindigkeitsverteilung bei kegeliger Rolle

digkeitskomponente v_{2a} kann das axiale Gleiten der Zahnflanken — das z.B. bei Schnecken-getrieben auftritt — modellieren.

Wenn man statt des Zylinders einen Kegel nimmt, dann sind entlang des Mantels immer verschiedene Krümmungsradien in Berührung, weil sich die Krümmung des Kegels entlang des Erzeugers linear ändert.

Dementsprechend hat der drehende Kegel eine lineare Geschwindigkeitsverteilung. Die entstehende Summen- und Gleitgeschwindigkeiten sind in *Abb 6* und *7* zu sehen.

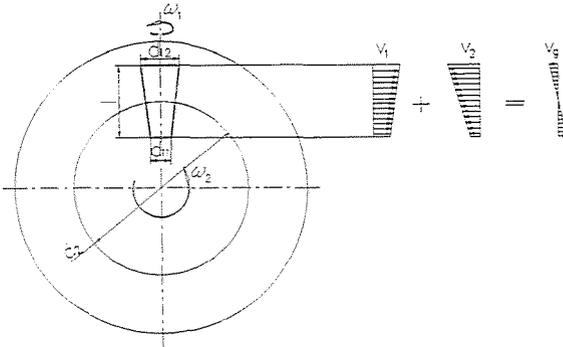


Abb. 7. Gleitgeschwindigkeitsverteilung bei kegeliger Rolle

Dreht sich der Kegel nicht nur um seine eigene Achse sondern um eine auf die Ebene senkrecht stehende Achse, dann sind in jedem Zeitpunkt verschiedene Krümmungsradien mit verschiedener Geschwindigkeit in Berührung. Siehe in *Abb 8*. Die Geschwindigkeiten ändern sich ständig entlang der Berührungslinie, in der Abhängigkeit von der Verdrehung des Prüfkörpers.

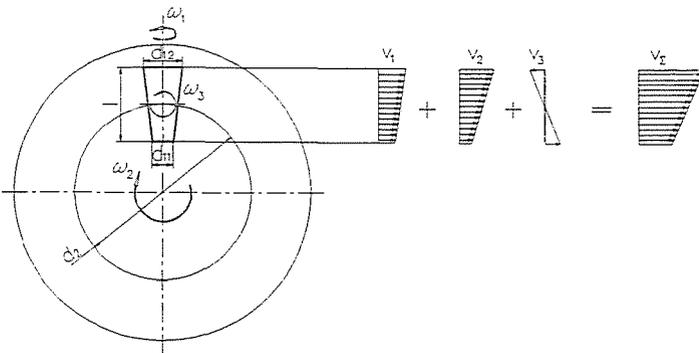


Abb. 8. Summengeschwindigkeiten bei zwei Drehachsen

Dieses Modell nähert die wirklichen Berührungs- und Geschwindigkeitsverhältnisse von Schneckengetriebeverzahnungen sehr gut. Es gibt sogar

solche halbgewalzten hyperbolischen Verzahnungen, bei denen dieses Modell die realen kinematischen und geometrischen Verhältnisse exakt wiedergibt.

Prüfstand

Um diese Kontakt- und Geschwindigkeitsverhältnisse experimentell zu untersuchen, wurde ein Stift-Scheibe-Prüfstand umgebaut, wobei die erwähnten Bewegungsmöglichkeiten eingestellt werden können.

Die sind:

- radiale und axiale Verschiebung der Rolle,
- rotatorische Bewegung der Rolle um die eigene (1) und um die auf der Scheibe senkrecht stehende Achse (2).

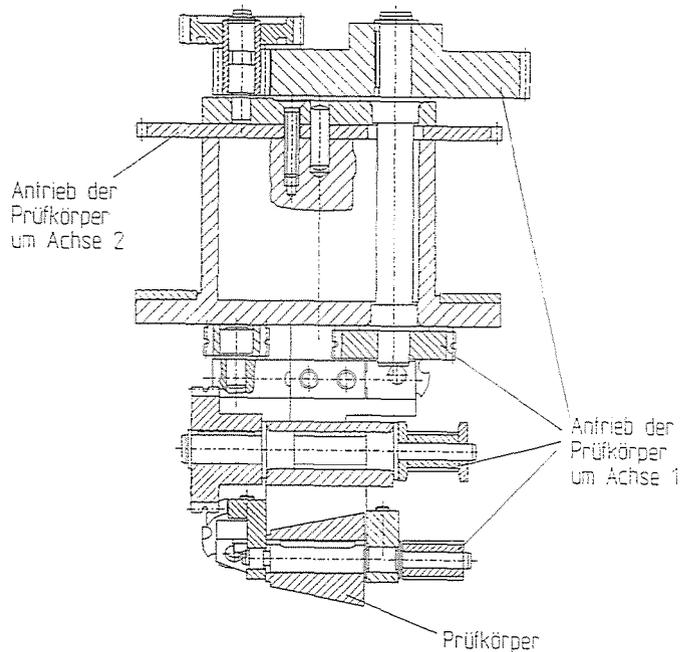


Abb. 9. Antrieb des Prüfkörpers um zwei Achsen

Sowohl die Scheibe als auch die Rolle sind austauschbar, um verschiedene Geometrie, Werkstoffpaarungen und Oberflächenrauheit untersuchen zu können.

Die Belastung der Rolle ist durch ein Tellerfederpaket stufenlos von 0 bis 100 N einstellbar, und das Reibungsmoment zwischen der Scheibe und der Rolle ist mit Hilfe einer Biegefeder und eines induktiven Wegaufnehmers zu messen.

Das Ziel der experimentellen Untersuchungen wäre: den Zusammenhang zwischen dem Reibungsmoment bzw. der Reibungszahl und den verschiedenen Krümmungs- und Geschwindigkeitsverhältnissen festzustellen. Auf Grund [9] läßt sich die Reibungszahl im Gebiet der Mischreibung, wo die schwerbelasteten räumlichen Verzahnungen meistens laufen, nach folgender Formel bestimmen:

$$\mu_{ges} = \frac{F_{rh} + F_{rF}}{w_b \cdot \Delta_1} = \mu_h \cdot T_H + \mu_F \cdot (1 - T_H). \quad (6)$$

Die Reibung setzt sich aus Flüssigkeits- und Festkörperreibung zusammen. F_{rh} ist die Flüssigkeitsreibungskraft, die an einem Ersatzwalzenpaar der Länge Δ_1 angreift, die Festkörperreibungskraft F_{rF} . w_b ist die Linienbelastung der Berührlinie, T_H ist der hydrodynamische Traganteil, der von der Belastung, der Schmierpaltgeometrie und vom Elastizitätsmodulus der Kontaktkörper abhängt. μ_h Flüssigkeitsreibungszahl, die unter anderen von der Gleitgeschwindigkeit abhängt, kann mit Hilfe iterativer Algorithmen, nach EHD- oder ETHD-Theorien berechnet werden. Der Prüfstand ermöglicht, wie früher erwähnt, unterschiedliche Werkstoffpaarungen, Oberflächenrauheiten — die die Festkörperreibungszahl μ_h beeinflussen — im geschmierten Zustand oder beim Trockenlauf zu prüfen.

Ergebnis

Ein neues Annäherungsmodell und Prüfstand wurden zur Modellierung der Berührungs- und der Geschwindigkeitsverhältnisse von räumlichen Verzahnungen entwickelt. Der Prüfstand ermöglicht die tribologische Untersuchung von im Kontakt stehenden Oberflächenpaaren sowohl bei Linien-, als auch bei Punktberührung. Da der vorhandene Prüfstand die Einstellung von größeren Belastungen als 100 N nicht ermöglicht, können nur Vergleichuntersuchungen — bezüglich der Geometrie, des Schmierstoffs, der Geschwindigkeitsverteilung — durchgeführt werden. Ein realer EHD-Kontakt zwischen den Zahnflanken kann mit dieser relativ niedrigen Belastung nicht modelliert werden.

Literatur

1. NIEMANN, G. – WEBER, C.: Schneckengetriebe mit flüssiger Reibung. *VDI-Forschungsheft*, 412, 1942.
2. HIERSIG, H. M.: Geometrie und Kinematik der Evolventenschnecke. *Forschung*, 20. Bd./Heft 6, Düsseldorf, 1954.
3. JARCHOW, F.: Versuche an Stirnrad-Globoid-Schneckengetrieben. Dissertation TU München, 1959.
4. PREDKI, W.: Hertzische Drücke, Schmierstathöhen und Wirkungsgrade von Schneckengetrieben. Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1982.
5. DIERICH, H.: Weiterentwicklung der Theorie zur Ermittlung von Hertzischen Drücken und Reibungszahlen in Verzahnungen von Schneckengetrieben. Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1989.
6. SCHOO, A.: Verzahnungsverlustleistungen in Planetenradgetrieben. Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1985.
7. ELLER, G.: Ein Beitrag zur Berechnung des stationären, nichtisothermen elastohydrodynamischen Schmierfilms. Dissertation Universität Karlsruhe, 1987.
8. BAUMANN, H.: Druck- und Temperaturmessungen mittels aufgedampfter Dünnschichtaufnehmer in einem elastohydrodynamischen Linienkontakt. Dissertation Universität Karlsruhe, 1985.
9. BOUCHÉ, B.: Reibungszahlen von Schneckengetriebeverzahnungen im Mischreibungsgebiet. Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1991.
10. BERCSEY, T.: Toroidhajtások elmélete. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1977.
11. DRAHOS, I.: Annäherungsmodell zweiter Ordnung zum Kontakt konjugierten Zahnflächen für Berechnung, Versuch und Prüfung. Unveröffentlichte Kurzfassung zum Forschungsprojekt OTKA 5-326, Miskolc, 1993.