

UNTERSUCHUNG EINES DURCH BANDAGEN VERSTÄRKTEN SILOS AUS GFK

F. THAMM und R. GÁTI

Lehrstuhl für Technische Mechanik
Technische Universität, H-1521 Budapest

Eingegangen am 3 Dezember, 1991

Abstract

A cylindric grain silo originally assembled from segments by bonding has been subsequently reinforced by hoops of pre-stressed filament wound glass-fiber rovings. After about ten years of service several of the hoops grew loose and moved downward along the wall of the silo. This phenomenon could be explained by the difference in thermal expansion between them and the silo-wall. A calculation based on the theory of thin cylindrical shells showed that in case of empty silo and low winter temperatures the contact stress between the wall and the hoops changes sign. The failure of the bond between both results in the observed loosening of the hoops.

Keywords: grain-silo, strength analysis, fiber reinforced plastics.

1. Einleitung

Ursprünglich aus einzelnen Segmenten („Dauben“) durch Kleben zusammengebaute GFK-Silos sind nachträglich durch vorgespannte Bandagen („Reife“) aus harzimpregnierten Glasfaser-Rovings verstärkt worden. *Abb. 1* zeigt die Masskizze, *Abb. 2* das Lichtbild eines der Silos. Nach einer Betriebszeit von etwa 10 Jahren haben sich mehrere Bandagen von der Wand gelöst und sind um etwa 20–40 cm entlang der Mantelfläche des Silos abgerutscht (*Abb. 3*). Zur Klärung der Ursachen dieser Erscheinung sind Untersuchungen am Lehrstuhl für Technische Mechanik der Technischen Universität durchgeführt worden, über die im folgenden berichtet wird.

2. Der Aufbau der Silowand und der Verstärkung

Der Mantel des Silos besteht aus 16 Segmenten, die als Sandwichkonstruktion ausgebildet sind. Als Kernmaterial dienen nebeneinander angeordnete, schraubenförmig gewickelte Stahldrähte, die zwischen zwei im Handauflegeverfahren hergestellten GFK-Zylinderschalen einlaminieren sind (*Abb. 4*). Die einzelnen Segmente wurden zunächst durch anlamierte überlappte

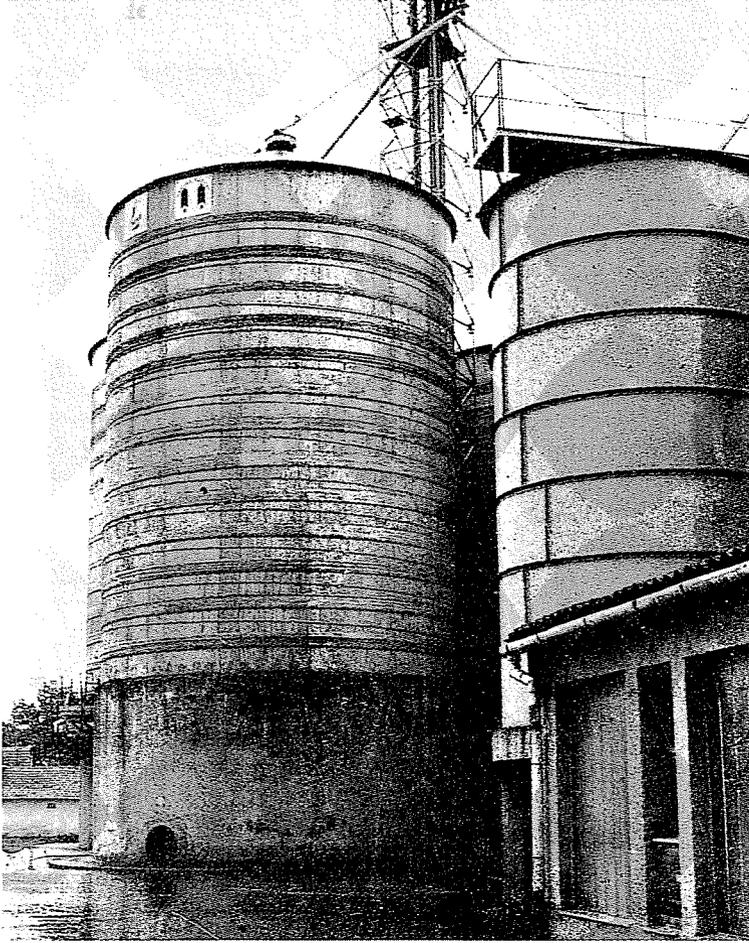


Abb. 2. Lichtbild eines der Silos

iche Fasermenge verstärkt. Der volumenbezogene Glasgehalt der im Handauflegeverfahren hergestellten Wandsegmente beträgt etwa $\varphi_t = 0,25$.

Da kurz nach Indienststellung des Silos durch Ablöseerscheinungen der Überlappungen der Klebstreifen Zweifel an der Zuverlässigkeit der Tragfähigkeit dieser Klebverbindungen an den Stoßstellen der Segmente auftauchten, wurde die in den *Abb 1-3* gezeigte Verstärkung beschlossen. Es handelte sich dabei um als endlos anzusehende Glasfaser-Rovings, die in einem Wickelverfahren mit UP-Harz getränkt mit Vorspannkraft aufgebracht wurden [1]. Sowohl die Dicke der Deckschichten der Silowand als

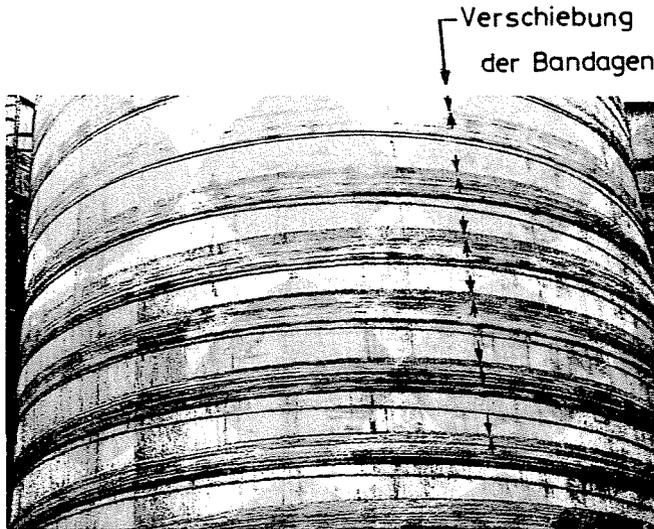


Abb. 3. Die Mantelfläche des Silos.

Die Verschiebung der lose gewordenen Bandagen ist durch Pfeile markiert

auch der Querschnitt der aufgeklebten Bandagen wurde von oben nach unten stufenweise vergrößert, um entsprechend dem Oberflächendruck des granulierten Füllgutes eine Konstruktion von annähernd gleicher Festigkeit zu erreichen. Die Wicklung erfolgte in Strängen von je $A_s = 72 \text{ mm}^2$ Faserquerschnitt mit einer Vorspannkraft von etwa $F_{vs} = 10^3 \text{ N}$ pro Strang. Als massenbezogener Glasgehalt wurde vom Hersteller $\varphi_s = 0,6$ angegeben, was einem volumenbezogenen Glasgehalt von $\varphi_t = 0,366$ entspricht. Daraus ergibt sich eine Verspannung auf den Laminatquerschnitt bezogen von der Größe

$$\sigma_v = \frac{F_{vs}}{A_s} \cdot \varphi_t = \frac{10^3}{72} \cdot 0,366 = 5,08 \text{ MPa}$$

ist also relativ klein. Für den E -Modul der Bandagen ergibt sich auf Grund des Glasgehaltes von $\varphi_t = 0,366$ in Umfangsrichtung etwa

$$E_{||} = E_B = 2,875 \cdot 10^4 \text{ MPa}.$$

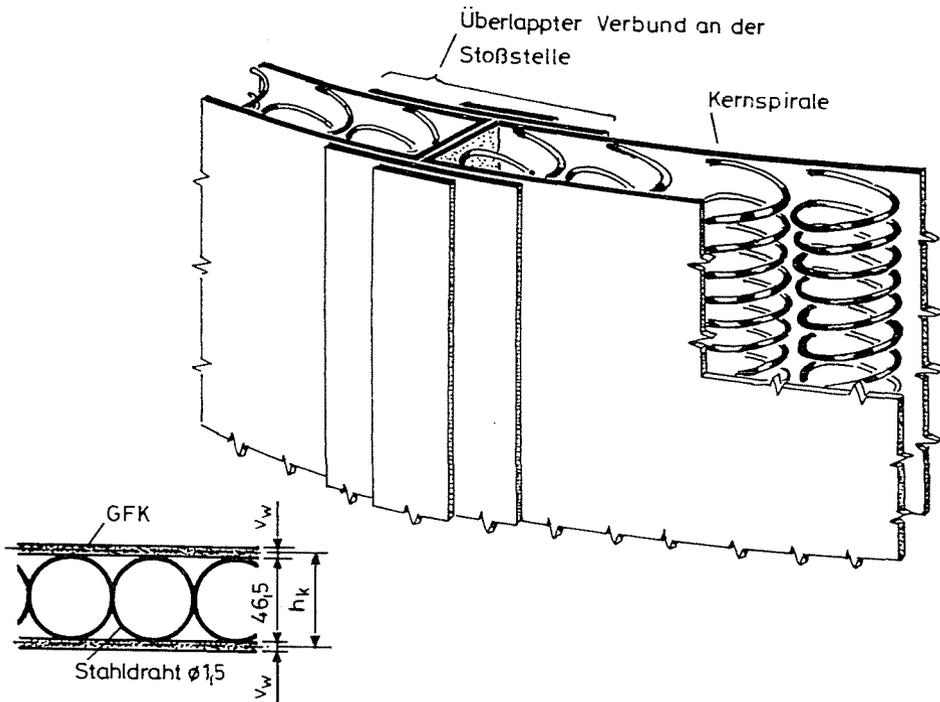


Abb. 4. Der Aufbau der Silowand. Die Kernschicht der Sandwichkonstruktion wird durch zwischen die GFK-Deckschichten einlamierte, schraubenförmig gewundene Stahldrähte gebildet

3. Ermittlung der Materialkennwerte der Bauteile des bandagierten Silos

Zur nachfolgenden Untersuchung der Streckenlast zwischen den Bandagen und der Silowand werden ihre mechanischen und thermische Materialkennwerte benötigt. Da aus dem Silo keine Probekörper entnommen werden konnten, mussten diese auf Grund der Theorie der Laminats berechnet werden. So wurden die Wärmedehnzahlen auf Grund der Gleichungen von SCHNEIDER [2], [3] bestimmt. Als Ausgangspunkt dienten die Daten der Glasfaser (E-Glas) und des benützten Harzes (Normal UP-Harz), die in der *Tabelle I* zusammengefasst sind. Aus diesen sind zunächst die Elastizitätskonstanten des unidirektional verstärkten Laminats nach den Gleichungen von PUCK [4] berechnet und in der *Tabelle II* zusammengefasst worden.

Die zur Berechnung der Wärmedehnzahlen von SCHNEIDER abgeleiteten Gleichungen für unidirektional bzw. kreuzweise verstärktem Laminat

Tabelle I
Stoffwerte der Ausgangsstoffe des Laminates

		Faser (E-Glas)	Matrix (UP-Normalharz)
Wärmedehnzahl	[/°C]	$5 \cdot 10^{-6}$	$80 \cdot 10^{-6}$
E-Modul	[MPa]	$7,3 \cdot 10^4$	$3,2 \cdot 10^3$
Querdehnungszahl		0,25	0,36

Tabelle II

Stoffwerte unidirektional verstärkten Laminates auf Grund der Daten der *Tabelle I* für einen volumenbezogenen Glasgehalt von $\varphi_t = 25\%$ und mit den von PUCK [4] eingeführten Bezeichnungen

Bezeichnung	Gleichung	Zahlenwert
E_m^*	$\frac{E_m}{1-\nu_m^2}$	$3,6765 \cdot 10^3 \text{ MPa}$
E_{\parallel}	$E_f \varphi_t + E_m (1 - \varphi_t)$	$2,065 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
E_{\perp}	$\frac{E_m^* (1 + 0,85 \varphi_t^2)}{(1 - \varphi_t)^{1,25} + \varphi_t \cdot \frac{E_m^*}{E_f}}$	$5,4491 \cdot 10^3 \text{ MPa}$
$\nu_{\perp \parallel}$	$\varphi_t \nu_t + (1 - \varphi_t) \nu_m$	0,3325
$\nu_{\parallel \perp}$	$\nu_{\perp \parallel} \cdot \frac{E_{\perp}}{E_{\parallel}}$	0,08774

Index f bezieht sich auf die Faser,

Index m auf die Matrix,

Index \parallel bezieht sich auf die Faserrichtung,

Index \perp bezieht sich auf die Richtung senkrecht zu der Faserrichtung.

sind in der *Tabelle III* zusammengestellt. Für die Bandagen — als unidirektional verstärktes Laminat — gilt Gl. (1), für die Wand Gl. (3) der Tabelle. Die auf Grund der Zahlenwerte der *Tabellen I* und *II* berechneten Werte sind in der *Tabelle IV* zusammengefaßt. Wie aus der Tabelle ersichtlich, ist der Unterschied zwischen den Wärmedehnzahlen von Wand und Bandagen beträchtlich.

Die nun folgenden Berechnungen wurden für einen der unteren Bandagen durchgeführt, wo die Wandstärke der Deckschicht der Silowand $\nu_w = 3,5 \text{ mm}$ beträgt und die Bandage aus $n = 23$ Strängen besteht. Die gesamte Vorspannkraft beträgt dort

$$F_v = n \cdot F_{vs} = 2,3 \cdot 10^4 \text{ N},$$

Tabelle III
 Wärmedehnzahl von Laminaten mit den Bezeichnungen der *Tabelle II*
 nach SCHNEIDER [2] [3],

	Bezeichnung	Bestimmungsgleichung
	α_{\parallel}	$\alpha_f + \frac{\alpha_m - \alpha_f}{\frac{\varphi_t}{1 - \varphi_t} \cdot \frac{E_f}{E_m} + 1} \quad (1)$
	α_{\perp}	$\alpha_f - (\alpha_m - \alpha_f) \cdot \frac{2(\nu_m^2 - \nu_m + 1) \cdot 1.1\varphi_t}{1.1\varphi_t(2\nu_m^2 + \nu_m - 1) - (1 - \nu_m)}$ $- \frac{\nu_m \cdot 1.1\varphi_t E_f}{1.1\varphi_t E_f + (1 - 1.1\varphi_t) E_m} \quad (2)$
	*	$\alpha_{\parallel} + (\alpha_{\perp} - \alpha_{\parallel}) \cdot \frac{a - b}{b^2 - ac} \cdot \left(\frac{b}{aE_{\parallel}} - \frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} \right) + \frac{1}{aE_{\parallel}}$
	α_x	mit $a = \frac{1}{1 - k_x} \left(\frac{1 - k_x}{E_{\parallel}} + \frac{k_x}{E_{\perp}} \right)$ $b = \frac{1}{1 - k_x} \cdot \frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}}$ $c = \frac{1}{1 - k_x} \left(\frac{1 - k_x}{E_{\perp}} + \frac{k_x}{E_{\parallel}} \right) \quad (3)$

Index \parallel bezieht sich auf die Faserrichtung,

Index \perp bezieht sich auf die Richtung senkrecht zu der Fasern,

k_x : Faseranteil in x -Richtung,

* Zur Berechnung von α_y muss k_x mit $(1 - k_x)$ vertauscht werden.

und der Bandagenquerschnitt ist

$$A_B = \frac{n \cdot A_s}{\varphi_t} = \frac{23.72}{0,366} = 4525 \text{ mm}^2.$$

Für die Zugsteifigkeit der Bandage ergibt sich somit

$$K_B = A_B E_B = 4525 \cdot 2,875 \cdot 10^4 = 1,3009 \cdot 10^8 \text{ N}.$$

Die Steifigkeitskennzahlen der Wand ergeben sich — wegen annähernd ebener Formänderung — mit den Elastizitätskonstanten nach PUCK [4]

$$c_{\parallel} = \frac{E_{\parallel}}{1 - \nu_{\perp\parallel}\nu_{\parallel\perp}} \quad \text{und} \quad c_{\perp} = \frac{E_{\perp}}{1 - \nu_{\perp\parallel}\nu_{\parallel\perp}}$$

Tabelle IV

Zusammenfassung der berechneten Werte der Wärmedehnzahlen und der der Zwischenrechnungen auf Grund der Gleichungen der *Tabelle III* und der *Tabelle II*

Bauteil	Daten der Laminierung	Zahlenwerte
Bandagen	$\varphi_t = 0,366$	$\alpha_B = \alpha_{\parallel} = 10,3 \cdot 10^{-6} [/^{\circ}\text{C}]$
Wand	$\varphi_t = 0,25$ $k_x = 0,5$	$\alpha_{\parallel} = 13,717 \cdot 10^{-6} [/^{\circ}\text{C}]$
		$\alpha_{\perp} = 66,74 \cdot 10^{-6} [/^{\circ}\text{C}]$
		$a = 2,3194 \cdot 10^{-4} [\text{mm}^2/\text{N}]$
		$b = 3,1647 \cdot 10^{-5} [\text{mm}^2/\text{N}]$
		$c = 2,3104 \cdot 10^{-4} [\text{mm}^2/\text{N}]$
		$\alpha_w = \alpha_x = 26,693 \cdot 10^{-6} [/^{\circ}\text{C}]$

und dem E -Modul E_x in Umfangsrichtung

$$E_x = E_{xw} = k_x c_{\parallel} + (1 - k_x) c_{\perp}$$

zu

$$K_w = 2\nu_w E_{xw} \quad (\text{Zug-Druck-StEIFigkeit}) \text{ bzw.}$$

$$D_w = \frac{K_w h_k^2}{2(1 - \nu_{\perp\parallel} \nu_{\parallel\perp})} \quad (\text{BiegestEIFigkeit}).$$

Hierbei bedeuten: k_x den Faseranteil in der x -Richtung
 h_k den Abstand der Mittelflächen der Deckschichten.

Mit den Zahlenwerten der *Tabelle II* ergeben sich

$$K_w = 9.409 \cdot 10^4 \text{ N/mm},$$

$$D_w = 1.2195 \cdot 10^8 \text{ Nmm}.$$

Diese Werte sind anlässlich einer früheren Untersuchung experimentell nachgeprüft worden. Für den Mittelwert der gemessenen Zug-Druck-StEIFigkeiten ergab sich dabei

$$K_w = 1,127 \cdot 10^5 \text{ N/mm}$$

in recht guter Übereinstimmung mit dem berechneten Wert. Die gemessenen Biegesteifigkeiten zeigten jedoch starke Streuung im Bereich

$$1,5 \cdot 10^7 \text{ Nmm} < D_w < 1,5 \cdot 10^8 \text{ Nmm},$$

wohl wegen der Streuung der Zwischenschichtdicke h_0 . Den folgenden Berechnungen wurden die gemessenen Werte zu Grunde gelegt und zwar so, daß die Berechnung für beide Grenzwerte von D_w durchgeführt wurde.

4. Ermittlung der Streckenlast F zwischen der Silowand und den Bandagen

Die Untersuchung erfolgte auf Grund der Theorie der Zylinderschalen, deren radiale Aufweitung w durch die von der Bandage ausgeübte Streckenlast F behindert wird. Das benützte Koordinatensystem und die Bezeichnungen sind in der *Abb. 5* zusammengefaßt. Zunächst wurde eine einzelne Bandage untersucht und die Zylinderschale als „lang“ betrachtet. Als Kontrolle dieser Untersuchung wurde die Mantelfläche zwischen zwei gleichartigen Bandagen betrachtet und auf Grund dieser Untersuchung die Spannungsverteilung im Zylindermantel zwischen den Bandagen ermittelt. Die Aufweitung w der Behälterwand kann in beiden Fällen aus drei Anteilen zusammengesetzt gedacht werden:

$$w = w_s + w_{Tw} + w_{pw}. \quad (4)$$

Hierbei bedeutet

w_s die Lösung der Differentialgleichung der Zylinderschale
 $w_{Tw} = r\alpha_w\Delta T$ die Wärmedehnung (α_w ist aus der *Tabelle IV* zu entnehmen, ΔT bedeutet den Temperaturunterschied gegenüber der Umgebungstemperatur kurz nach dem Laminieren)

$w_{pw} = \frac{r^2 p_z}{K_w} \cdot \left(1 - \kappa \frac{\nu_w}{2}\right)$ den Einfluß des Innendruckes p_z des Schüttgutes der Silofüllung an. r und p_z sind aus der *Abb. 5* zu ersehen. Nach [4] beträgt die Querdehnungszahl der Oberflächenschicht der Silowand

$$\nu_w = \frac{2\nu_{\perp} E_{\parallel}}{E_{\parallel} + E_{\perp}} = 0,1388.$$

κ ist eine Verhältniszahl, die die Wirkung axialer Schubkraft berücksichtigt. Ihr Wert kann für ruhendes Füllgut zu $\kappa = 0,5$, für sich beim Entleeren der Silos bewegendes Füllgut zu $\kappa = 1$ angenommen werden.

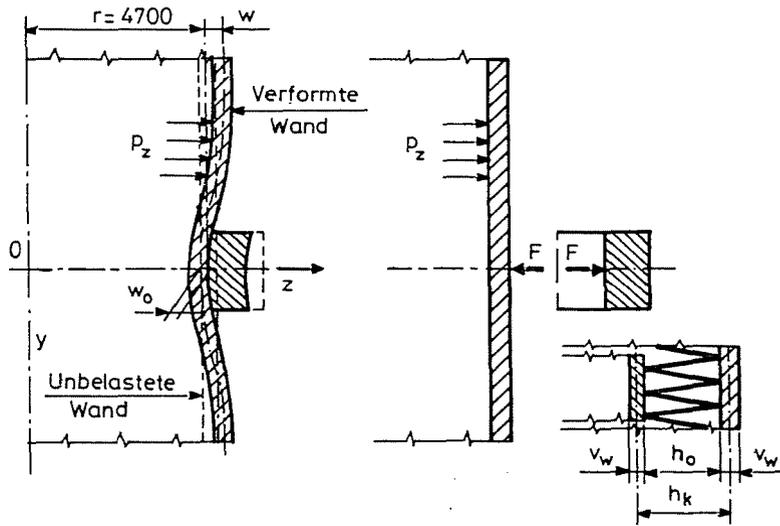


Abb. 5. Die Verformung w des Silomantels durch die von den Bandagen übertragenen Streckenlast

Untersuchung einer einzelnen Bandage

Wird die Silowand beiderseits der Bandage als „unendlich lang“ angesehen, kann für w_s geschrieben werden:

$$w_s = -e^{ky} [B_1 \cos(ky) + B_2 \sin(ky)] \quad (5)$$

mit der Abklingzahl

$$k = \sqrt[4]{\frac{K_w}{D_w r^2}}$$

Die Aufweitung der Bandage kann wie folgt angeschrieben werden

$$w_B = w_{vB} + w_{TB} + w_{FB}. \quad (6)$$

Hierbei stellt

$w_{vB} = -\frac{r F_v}{K_B}$ die Wirkung der Vorspannkraft F_v ,

$w_{TB} = +r \alpha_B \Delta T$ die der Wärmedehnung und,

$w_{FB} = +\frac{r^2 F}{K_B}$ die der gesuchten Streckenlast zwischen Silowand und Bandage dar.

Zur Bestimmung der noch unbekanntenen Größen B_1 , B_2 und F können auf Grund der Anpassung der Bandage an die Silowand die folgenden Bedingungen aufgestellt werden:

a. $w = w_B$ für $y = 0$:

$$B_1 + r\alpha_w \Delta T + \frac{r^2 p_z}{K_w} \cdot \left(1 - \kappa \cdot \frac{\nu_w}{2}\right) = -\frac{r F_v}{K_B} + r\alpha_B \Delta T + \frac{r^2 F}{K_B}. \quad (7)$$

b. Wegen der Symmetrie der Formänderung in Bezug auf die z -Achse

$$w' = 0 \quad \text{für} \quad y = 0.$$

Durch Ableitung von w_s nach y ergibt diese Bedingung:

$$B_1 - B_2 = 0. \quad (8)$$

c. Gleichgewichtsbedingung in radialer Richtung:

$$2D_w w''' = F \quad \text{für} \quad y = 0.$$

Die 3. Ableitung der Gl. (5) benützend, ergibt sich

$$B_1 + B_2 = \frac{F}{4D_w k^3}. \quad (9)$$

Aus den Bedingungen a-c. ergeben sich für die Unbekannten

$$F = \frac{w_{vB} - w_{pw} + (\alpha_B - \alpha_w) \cdot r \Delta T}{\frac{1}{8D_w k^3} - \frac{r^2}{K_B}}, \quad (10)$$

$$B_1 = B_2 = \frac{w_{vB} - w_{pw} + (\alpha_B - \alpha_w) \cdot r \Delta T}{1 - \frac{8k^3 r^2 D_w}{K_B}}. \quad (11)$$

*Untersuchung des Verhaltens der Silowand
zwischen zwei benachbarten Bandagen*

Die bisher gemachte Annahme einer „unendlich langen“ Zylinderschale kann angesichts des Abstandes von nur $l = 900$ mm zwischen den Bandagen angezweifelt werden. Es ist deshalb zur Kontrolle auch der Fall einer Reihe gleichartiger Bandagen in Abständen von l untersucht worden, wodurch auch die Berechnung der Spannungsverteilung im Silomantel in besserer Annäherung durchgeführt werden kann. In diesem Fall kann an Stelle der Gl. (5) nun wie folgt geschrieben werden:

$$W_s = e^{-ky} [B_1 \cos(ky) + B_2 \sin(ky)] + e^{+ky} [B_3 \cos(ky) + B_4 \sin(ky)]. \quad (12)$$

Diese in Gl. (4) eingesetzt und unter Berücksichtigung der Gl. (6) ergibt weiters unter Berücksichtigung folgender Bedingungen

$$\text{a.} \quad w = w_B \quad \text{für} \quad y = 0$$

$$\text{b.} \quad w = w_B \quad \text{für} \quad y = l$$

$$\text{c.} \quad w' = 0 \quad \text{für} \quad y = 0$$

$$\text{d.} \quad w' = 0 \quad \text{für} \quad y = l$$

$$\text{e.} \quad 2Dw''' = F \quad \text{für} \quad y = 0 \quad (13)$$

und mit den Bezeichnungen

$$a_{11} = e^{-kl} [\sin(kl) + \cos(kl)]; \quad a_{12} = e^{-kl} \cos(kl)$$

$$a_{22} = e^{-kl} [\sin(kl) - \cos(kl)]; \quad a_{23} = e^{-kl} \sin(kl)$$

$$a_{33} = e^{+kl} [\sin(kl) - \cos(kl)]; \quad a_{34} = e^{+kl} \cos(kl)$$

$$a_{44} = e^{+kl} [\sin(kl) + \cos(kl)]; \quad a_{45} = e^{+kl} \sin(kl)$$

$$C = -w_{vB} - \frac{r^2 p_z}{K_w} \cdot \left(1 - \frac{\kappa \nu_f}{2}\right) + (\alpha_B - \alpha_w) \cdot r \Delta T$$

$$f = \frac{r^2}{K_b}$$

folgende Matrixengleichung zur Bestimmung der unbekanntnen B_1 ; B_2 ; B_3 ; B_4 und F :

$$\begin{bmatrix} +1 & -1 & +1 & +1 & 0 \\ +1 & 0 & +1 & 0 & -f \\ -a_{11} & -a_{22} & -a_{33} & +a_{44} & 0 \\ +a_{12} & +a_{23} & +a_{34} & +a_{45} & -f \\ +1 & +1 & -1 & -1 & \frac{1}{4k^3 D_w} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ C \\ 0 \\ C \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Die Rechnung ist numerisch durchgeführt worden. Die Resultate beider Rechnungsarten stimmten überaus gut überein, so daß die Annahme einer einzelnen Bandage zur Bestimmung der Streckenlast F vollständig befriedigte. Zur Berechnung der Spannungsverteilung in der Silowand erwies sich jedoch die Berechnung auf Grund der Bandagenreihe als günstiger.

5. Zahlenmäßige Auswertung der Resultate

Die Streckenlast F hängt gemäß Gl. (10) von den folgenden Größen ab:

- Temperaturabweichung gegenüber dem Zustand des Laminierens der Bandagen,
- Innendruck p_z aus der Füllung des Silos,
- Wegen der Größe κ vom Charakter des Betriebszustandes (ruhender Siloinhalt bzw. Entleeren),
- Wegen der Kriechneigung des Laminates von der Betriebsdauer.

Die Zeit- und Temperaturabhängigkeit des Kriechens wurde durch die Abhängigkeit des E -Moduls bzw. der Zug-Druck- und der Biegesteifigkeit von der Belastungszeit und Temperatur folgendermaßen berücksichtigt. Die durch Laborversuche bestimmten Werte ($E_{0,20}$; $K_{0,20}$; $D_{0,20}$) wurden mit einem Zeitkoeffizienten k_t und einem Temperaturkoeffizienten k_T multipliziert. Für k_T wurde entsprechend der ungarischen Bauvorschrift [5] die folgende Beziehung benützt

$$k_T = 0,8 \left(\frac{T}{20} - 1 \right). \quad (15)$$

Tabelle V
Die Werte des Zeitkoeffizienten k_t nach ZÖPFEL [6]

Belastungsdauer $t^{[h]}$	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5
k_t	0,96	0,87	0,79	0,71	0,65	0,58

Für k_t wurden die von ZÖPFEL [6] angegebenen und in der *Tabelle V*, zusammengefassten Werte verwendet.

Da sowohl die Zug-Druck-StEIFigkeit wie auch die Biegesteifigkeit der Wand in Kurzzeit-Laborversuchen ermittelt worden waren, müssen die Koeffizienten k_t und k_T auch auf sie angewendet werden. Die gemessenen Werte mit $K_{w(0,20)}$ bzw. $D_{w(0,20)}$ bezeichnet gelten dann für die in die Rechnung eingehenden Werte

$$K_w = K_{w(0,20)} k_t k_T,$$

$$D_w = D_{w(0,20)} k_t k_T. \quad (16)$$

Das Kriechen der Bandagen kann vernachlässigt werden, da die „endlosen“ Rowings die Belastung praktisch ohne die Vermittlung der Matrix aufnehmen. Für die Bandagen gilt somit, da nur die Temperaturabhängigkeit verbleibt:

$$K_B = K_{B(0,20)} k_T. \quad (17)$$

Unter Berücksichtigung der Gl. (15), (16) und (17) wurde nun die Streckenlast F als Funktion der Betriebszeit mit der Umgebungstemperatur als Parameter aufgezeichnet. Die Temperatur des Laminierens wurde auf Grund der Aufzeichnungen des Herstellers mit 20 °C angenommen.

Für den beladenen Silo wurde die Streckenlast bei ruhender Füllung und zu Beginn der Entladung — für den Fall einer Einzelbandage in der *Abb. 6*, und für eine Serie gleichartiger Bandagen in Abständen von $l = 900$ mm in der *Abb. 7* aufgezeichnet. In beiden Fällen wurde die Berechnung für beide Grenzwerte der Biegesteifigkeit durchgeführt. Der Vergleich der *Abb. 6* und *7* zeigt nur geringfügige Unterschiede. Deswegen wurde der Fall des leeren Silos nur für den Fall der Einzelbandage untersucht und die Streckenlast F in der *Abb. 8* als Funktion der Betriebszeit aufgezeichnet.

Wie aus der *Abb. 8* ersichtlich, kehrt das Vorzeichen der Streckenlast bei leerem Silo, und Temperaturen unter 0 °C um. Es tritt eine Zugspannung zwischen der Wand und der Bandage auf, die wegen der mangelhaften Zuverlässigkeit nachträglich laminiertes Klebschichten das Ablösen

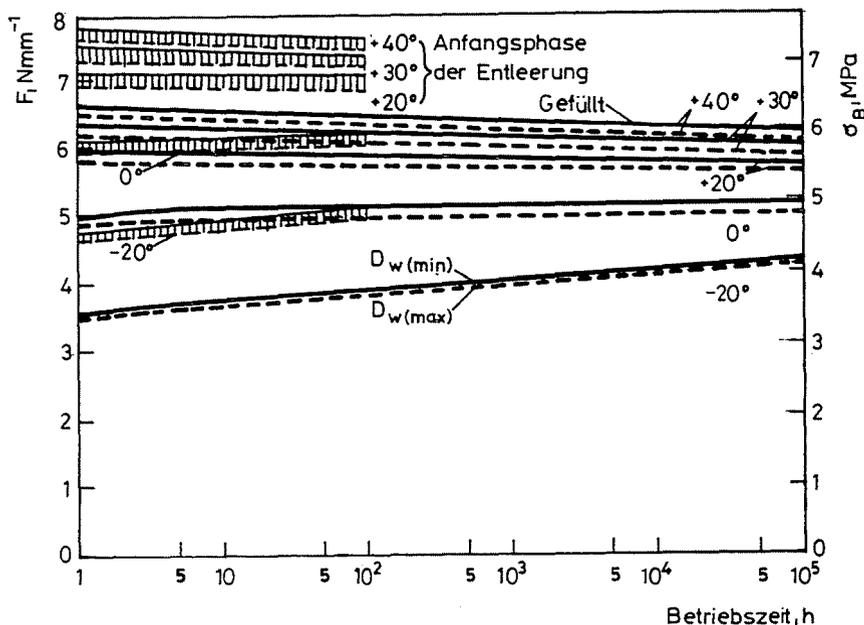


Abb. 6. Die Streckenlast F als Funktion der Betriebszeit für die unterste Bandage mit der Umgebungstemperatur als Parameter für ruhendes Füllgut (dick ausgezogen bzw. gestrichelt) und zu Beginn der Entleerung, berechnet unter Annahme einer einzelnen Bandage. $D_{w(\min)}$ kleinste, $D_{w(\max)}$ größte gemessene Biegesteifigkeit. σ_B : Zugspannung in der Bandage

der Bandagen verursachen kann. Zwei ausserordentlich kalte Winter seit dem Anbringen der Bandagen haben diesen Vorgang sicher beschleunigt. Zur Vermeidung des Fortschreitens der Ablösung der Bandagen wurden deshalb an der Silowand nachträglich Stützen für die Bandagen angebracht.

Als Beispiel für die Spannungsverteilung im bandagierten Silo sind in der Abb. 9 Umfangsspannung σ_t und Längsspannung σ_a für gefüllten und leeren Silo bei einer Temperatur von $T = -20^\circ\text{C}$ und der Belastungszeit $t = 0$ als Funktion von y zwischen der Symmetrieebene einer Bandage und der Mittelfläche zwischen den benachbarten Bandagen aufgezeichnet worden. Die Umfangsspannung wurde mit den Bezeichnungen von Punkt 3 nach der Gleichung

$$\sigma_t = \pm \nu_w D_w \cdot \frac{w''}{\nu_w h_k} + E_w \cdot \frac{w}{r} + \nu_w \sigma_a^* \quad (18)$$

und die Axialspannung nach

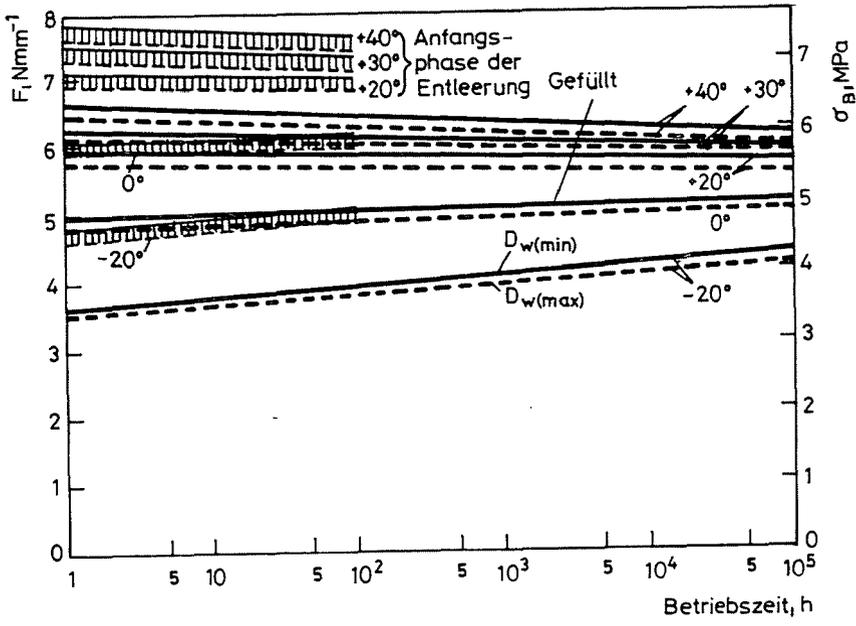


Abb. 7. Wie in Abb. 6 jedoch unter Annahme identischer Bandagen in Abständen von $l = 900$ mm berechnet

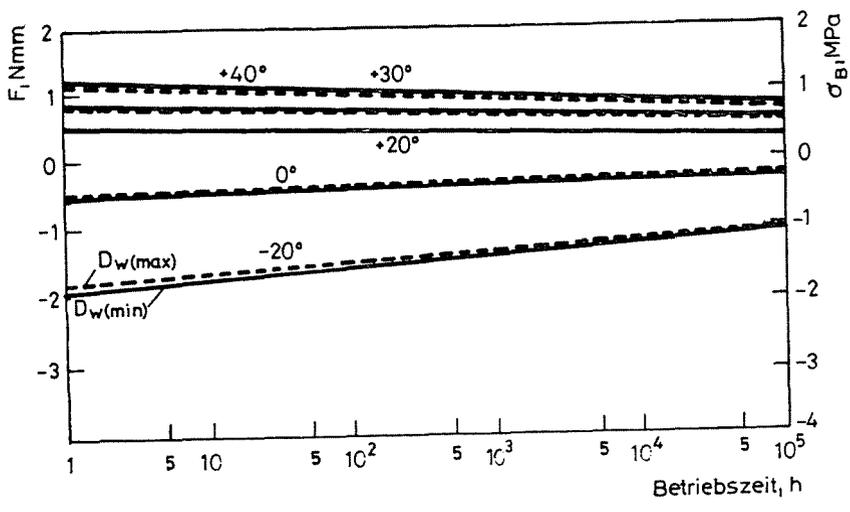


Abb. 8. Die Streckenlast zwischen Bandage und Silowand im Falle leerer Silos. σ_B : Längsspannung in der Bandage

$$\sigma_a = \pm D_w \cdot \frac{w''}{v_w h_k} + \sigma_a^* \tag{19}$$

berechnet. Hierbei bedeutet σ_a^* den aus der flächenbezogenen Reibungskraft p_s nach der Gleichung (m : Höhe des Silos)

$$\sigma_a^* = \frac{1}{2v_w} \int_0^m p_s dy \tag{20}$$

berechneten Betrag der Axialspannung. Auf die Einzelheiten der Berechnung dieser, weitgehend auf rohe Empirie aufgebauten Größe soll hier nicht näher eingegangen werden.

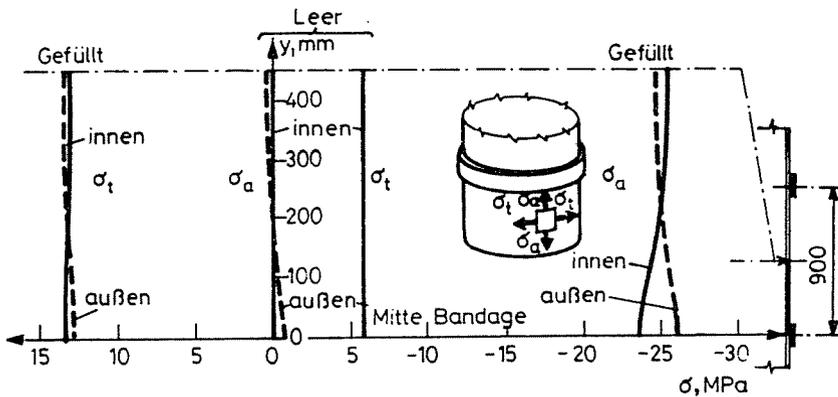


Abb. 9. Verteilung der Spannungscomponenten in den Deckschichten der Silowand entlang einer Erzeugenden der Wand zwischen der Symmetrieebene der Bandage und der Mittelebene zwischen den Bandagen bei einer Umgebungstemperatur von $T = -20\text{ }^\circ\text{C}$ für gefüllten bzw. leeren Silo.

Wie aus der Abb. 9 ersichtlich, ist der Einfluß der Bandagen auf die Spannungsverteilung der Silowand recht gering. Die Bandage dient lediglich als zusätzliche Sicherheit wegen den unzuverlässigen Klebnähten zwischen den Segmenten. Im Falle einer schon beim Entwurf des Silos vorgesehenen Bandagierung würden sowohl eine kleinere Steifigkeit der Silowand, wie auch kleinere Bandagenquerschnitte genügen, jedoch würde eine höhere Verspannung der Bandagen nützlich sein. Die nun gezeigte Berechnungsmethode kann dann als Grundlage für die Dimensionierung neuer Silos dienen.

Literatur

1. KECSKEMÉTHY, G. – SOMMER, L.: Neues Herstellungsverfahren von Großilos aus GFK. *Schweizer Baublatt* 1979. Nr. 27. Beilage: „Kunststoffe im Bau“ Nr. 84. S. 1–8.
2. SCHNEIDER, W.: Wärmeausdehnungskoeffizienten und Wärmespannungen von Glasfaser – Kunststoff – Verbunden.) *Kunststoffe* 63 (1973) Nr. 12. S. 929– 933.
3. SCHNEIDER, W.: Wärmeausdehnungskoeffizienten und Wärmespannungen aus Glasfaser – Kunststoff – Verbunden aus unidirektionalen Schichten. *Kunststoffe* 61 (1971) Nr. 4. S. 273–277.
4. PUCK, A.: Zur Beanspruchung und Verformung von GFK Mehrschichtenverbund-Bauelementen. *Kunststoffe* 57 (1967) Nr. 4. S. 284–293; Nr. 7. S. 573–582; Nr. 12. S. 965–978.
5. Irányelvek műanyag szerkezetek erőtani tervezéséhez. (Richtlinien zum festigkeitsmäßigen Entwurf von Kunststoffkonstruktionen) Építésügyi Szabványosítási Központ. MI-04.55–78. Budapest, 1978.
6. ZÖPFEL, M.: Sicherheitskennwerte zur Bemessung von Plastkonstruktionen. *Plaste und Kautschuk*. 17 (1970) Nr. 10. S. 765–770.

Address:

Dr. Frigyes THAMM, Dr. Róbert GÁTI
Lehrstuhl für Technische Mechanik
Technische Universität Budapest
H-1521 Budapest, Hungary