ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ НА ДИНАМИКУ И НАСТРОЙКУ СИСТЕМ С КИНЕМАТИЧЕСКИМИ СВЯЗЯМИ

М. Гортел

Институт термомеханики ЧСАН, Прага
Поступило: 16 марта 1988 г.

Abstract

Due to the existence of parametrical nonlinearities in time dependent links of gear boxes with shall type cases certain domains of nonperiodic and chaotic vibrations in resonance characteristic were observed. It can be shown that there is a corelation between these domains, intensity of loading forces, generally nonlinear damping forces and design factors as gear wheels etc.

The knowledge of these relations can be used for dynamic tuning of systems not only in design period but also later for finished products.

Более точное моделирование динамических явлений в высокоскоростных передаточных системах авиационного, автомобильного и т. под. типов приводит от дискретной детерминистической точки зрения замены системы к решению системы обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка в виде

$$M\mathbf{v}''+K\mathbf{v}'+{}_3K|\mathbf{w}'(\mathbf{v}')|^3\operatorname{sgn}\mathbf{w}'(\mathbf{v}')+{}_1\mathbf{C}(\tau)\mathbf{v}+{}_2\mathbf{C}(\tau)\mathbf{w}^2(\mathbf{v}) = F(\tau) \tag{1}$$

которая содержит переменные от времени коэффициенты как у простого линейного, так и у члена нелинейного — квадратического консервативных сил. С физической точку зрения параметрические члены матрицы ${}_1\mathbf{C}(\tau)$ представляют связь кинематических пар, параметрические члены матрицы ${}_2\mathbf{C}(\tau)$ — воздействие Герцовых давлений, вязкости масла, профильных модификаций и т. д. в зацеплении зубчатых профилей кинематических пар.

В докладе обращено внимание на влияние параметрических нелинейностей на развитие резонансных амплитуд, а также на возможность гашения резонансных амплитуд с помощью системных параметров. Под гашением колебаний здесь понимается перенос собственного частотного спектра, а тем и амплитудно-частотного пика динамической системы с целью достичь снижения колебаний без диссипации энергии.

В рамках теории управления систем с переменной структурой представляется возможным у систем с кинематическими связями — зубчатыми колесами использовать параметрическое управление для перенастройки, а тем и гашению колебаний. В качестве управляющего параметра выбраны временное перекрытие ε и жесткостная амплитудная модуляция $\varkappa$ консервативных возвратных сил.

Далее приведены примеры решения, которые являются результатом анализа системы упруго закрепленных колес с прямым передним зубчатым зацеплением с четырмя степенями свободы. После введения относительного движения в зацеплении кинематических пар движение описывается системой дифференциальных уравнений (1), где матрица масс и массовых моментов инерции **M**, матрица демпфирования **K** и матрица консервативных переменных от времени сил

$$
{}_1\mathbf{C}(\tau) = \left\| \begin{matrix} \lambda_0 + \sum\limits_{n=1}^{\infty} (Y_n \cos Kn\tau - U_n \sin Kn\tau), & 0, & 0 \\ \sum\limits_{n=1}^{\infty} V_{3n} \cos Kn\tau, & \lambda_3, & 0 \\ \sum\limits_{n=1}^{\infty} V_{2n} \cos Kn\tau, & 0, & \lambda_2 \end{matrix} \right\|
$$

$$
{}_2\mathbf{C}(\tau) = \left\| \begin{matrix} -\sum\limits_{n=1}^{\infty} I_n \sin Kn\tau, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \end{matrix} \right\|
$$

3-го порядка, векторы $\mathbf{v}=[y; y_i]^T$, y — относительное движение в направлении прямой зацепления, y_i $(i=3, 2)$ — движение закрепления колес в том-же направлении что и y, K — натуральное число и τ — безразмерное время. Штрихом обозначены производные по времени τ.

Третья степень вектора скорости $\mathbf{w}^{13}(\mathbf{v})$ или квадратический член вектора движения $\mathbf{w}^2(v)$ определены общими выражениями

$$
\mathbf{w}^{ik}(v') = \mathbf{D}(\mathbf{w}'(\mathbf{v}'))\mathbf{w}^{ik-1}(\mathbf{v}') \quad \text{или} \quad \mathbf{w}^k(\mathbf{v}) = \mathbf{D}(\mathbf{w}(v))\mathbf{w}^{k-1}(\mathbf{v})
$$

при этом $\mathbf{D}(\mathbf{w}'(v'))$ или $\mathbf{D}(\mathbf{w}(v))$ — диагональные матрицы, элементы главной диагонали которой образуют элементы вектора $\mathbf{w}'(\mathbf{v}')\equiv\mathbf{v}'$ или $\mathbf{w}(\mathbf{v})\equiv\mathbf{v}\cdot F$ — вектор внешних непотенциальных сил возмущения

$$
\mathbf{F} = \{ \sum_{n=0}^{\infty} [a_n \cos(n\tau+\bar{\varphi}) + b_n \sin(n\tau+\bar{\varphi})], 0, 0\}^T,
$$

где $\bar{\varphi}$ — угол разстройки между внешними и внутренними — параметрическими силами возмущения.

Система уравнений (1) решается для однократного резонанса в относительном движении y, т. е. для условий

$$
\lambda_0 = N^2, \quad \lambda_i \neq N_1^2 \quad (N, N_1\text{-натуральные числа}, \; i = 3{,}2).
$$

Для граничных условий либо условий периодичности

$$\mathrm{v}(\tau+0) = \mathrm{v}(\tau+2\pi), \quad \mathrm{v}'(\tau+0) = \mathrm{v}'(\tau+2\pi) \tag{2}$$

получим при решении системы (1) интегральным методом, т. е. преобразованием нелинейной дифференциальной граничной задачи (1), (2) последовательными приближениями в эквивалентную задачу интегродифференциальную, зависимость резонансной амплитуды относительного движения

$$A = f(\varepsilon, \varkappa, \beta, \delta, D, \ldots I_n, \bar{\varphi}\, \alpha, \ldots)$$

как в области диссипативного, так и под влиянием особенностей кинематики зацепления зубьев (качение — скольжение) в области самовозбуждающихся колебаний. Здесь обозначено β, δ — коеффициенты линейного, D — нелинейного демпфирования, I_n — коэффициенты параметрической нелинейности а α — частотная вариация. На рис. 1 показано влияние первой гармонической $I_{N/2}(N=2)$ ряда жесткости параметрической нелинейности $_2\mathrm{C}(\tau)\mathrm{w}^2(\mathrm{v})$ в области самовозбуждающегося колебания линейного члена β относительного движения в координатной системе $\{\alpha; A; I_1\}$ для $I_1 \in \langle 1; -1 \rangle$. Вообще можно констатировать [1], что члены I_n параметрических нелинейностей вызывают на резонансных ветвях неаналитические разрывы с частотными скачками, которые являются линейными функциями I_n. Эти разрывы заполняют области с непериодическим либо хаотическим колебанием несмотря на то, что все функции в (1) и граничных условиях (2) решения периодические функции. Нелинейности I_n далее качественно вызывают деформацию резонансных кривых в кривые с «мякнущей» либо «тверднущей» характеристикой в зависимости от величины, типа или знакового характера демпфирования.

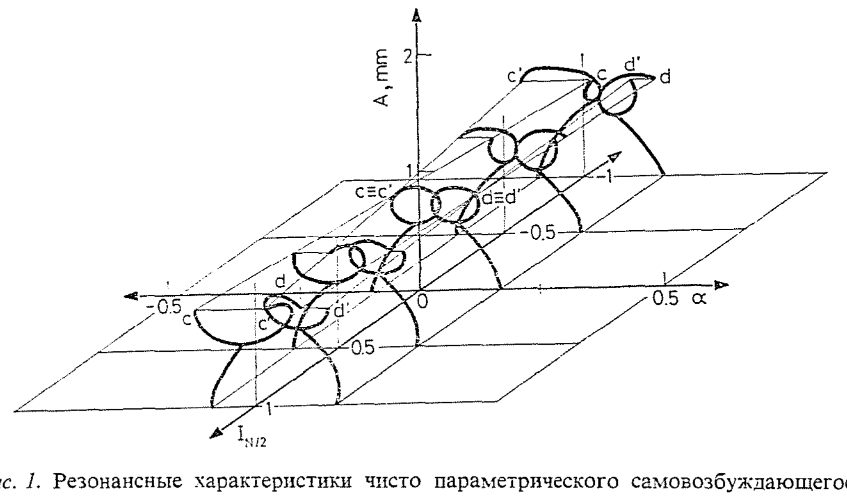

Рис. 1. Резонансные характеристики чисто параметрического самовозбуждающегося колебания в зависимости от параметрической нелинейности $I_{N/2}$; $N=2$, $K=2$, $\lambda_0=4$, $\lambda_{3,2} \neq N_1^2$, $\beta=-0{,}5$, $\delta_{3,2}=0$, $D=D_{3,2}=0{,}1$, $a_N=0$, $I_{(3/2)N}=0$

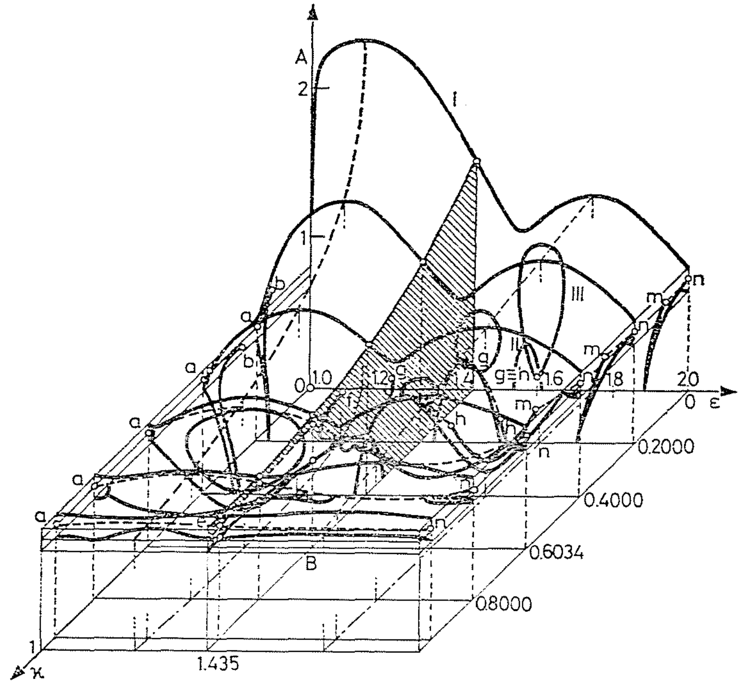

Рис. 2. Формы резонансных характеристик $\{\varepsilon, A, \varkappa\}$ самовозбуждающегося и параметрического колебания для частотной вариации $\alpha=0$ и настройки системы $N=2$, $K=2$, $\lambda_0=4$, $\delta_{3,2}\neq N_1^2$, $\beta=-0{,}5$, $\delta_{3,2}=0$, $D=D_{3,2}=0{,}1$, $a_N=0$, параметрические нелинейности $I_{N/2}=-1$, $I_{(3/2)N}=0$ а $\bar{\varphi}=0$

Рис. 2 изображает пространственный образ в координатах $\{\varepsilon; A; \varkappa\}$ резонансной формы A относительного движения. О влиянии фактора временного перекрытия ε и амплитудной модуляции $\varkappa$ жесткостной функции на динамическое поведение целой системы можно заключить, что их целенаправленным изменением, напр., посредством конструкционных проектных параметров таких как число зубьев колес и модуль зубчатки, корекции высоты и профиля зубьев можно систему настроить либо перестроить в динамически более выгодную область даже на уже готовых машинах. При этом штрихованно обозначенные области $\widehat{ab}$, $\widehat{nm}$, $\widehat{an}$ — области с непериодическими колебаниями. Из амплитудного анализа можно полагать в качестве динамически наиболее выгодных зубчатые колеса прежде всего высокоскоростных передач

а) для $\varepsilon=1, 2, 3$ $(\Rightarrow\varkappa=1)$ либо для величин ε, лежащих в окрестности целочисленных величин $(\Rightarrow\varkappa<1)$. Случай $\varkappa=0$ представляет разрушение не менее одного зуба, в зацеплении находящейся пары зубьев для $\varepsilon\in\langle 1; 2)$, одной пары зубьев для $\varepsilon\in\langle 2; 3)$ и т. д.

б) для $\varepsilon > 1$ и $\varkappa \to 1$, т. е. выбором большего числа зубьев и малого модуля зуба m.

в) для ε удовлетворяющему в пространстве $\{\varepsilon; A; \varkappa\}$ локальному амплитудному миниму, кроме случаев из а).

Литература

1. Гортел, М.: Динамика нелинейных параметрических систем с кинематическими связями. Докторская диссертация, Институт термомеханики ЧСАН, Прага 1982.

Milan Hortel — Institut of Thermomechanics,
Czechoslovak Academy of Sciences,
Dolejškova 5, CS-18200 Prague 8, Chechoslovakia.