

# РАБОТА УДЕЛЬНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ, СОВЕРШЕННАЯ ДО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ПРОСТЫХ НАГРУЖЕНИЯХ

К. Касап

Кафедра технической механики  
Будапештского Политехнического Университета, Н-1521 Будапешт

Поступило 10 ноября 1987 г.

Представлено проф. д-ром техн. наук Дь. Беда

## Abstract

The influence of the kind of loading process on the plastic strain energy is examined. For the case of so-called simple loading processes a relationship of proportionality is given, underlying a method for determining the plastic strain energy accumulated up to fracture. Taking into account the deviation from the so-called one-curve hypothesis enables to determine the fracture work in cases, where the stress-strain diagram is difficult to record.

Важным вопросом технологий пластической обработки является образование предельного разрушающего состояния; знание той степени формирования, которая уже может приводить к разрушению детали. В литературе находятся стремления к распространению теорий предельного напряженного состояния, основывающихся на работе деформации на охарактеризование ожидаемого наступления разрушения [1]. Условие наступления разрушения может быть задано в виде упруго накопленной работы деформации только в узкой сфере случаев, поэтому каким-то образом пытаются учитывать и работу пластической деформации. Но роль последней в процессе разрушения еще не выяснена.

Настоящая работа рассматривает на основе экспериментов влияние различия между процессами нагружения на работу удельной пластической деформации, которая при процессе нагружения затрачивается на непосредственную окружность исходной точки разрушения.

Проводились эксперименты труб из разных материалов при сочетании растяжения и внутреннего гидравлического давления, а также при кручении плотных цилиндрических образцов. На основе экспериментальных данных описывается зависимость между работами пластической деформации, относящимися к разным простым процессам нагружения, которая может быть ис-

пользована для определения приложенной до разрушения работы удельной пластической деформации.

Пятимерное пространство девиаторов позволяет описывать процессы нагружения и деформации, поэтому и было использовано для математической формулировки задачи. В пятимерном пространстве вектор девиатора напряжения —  $\underline{S}$ , а вектор девиатора деформации —  $\underline{e}$ . Они могут быть с помощью ортогональных единичных векторов  $\underline{p}_1 \dots \underline{p}_5$  записаны следующим образом [2]:

$$\underline{S} = \sum_{k=1}^5 S_k \underline{p}_k, \quad \underline{e} = \sum_{k=1}^5 e_k \underline{p}_k. \quad (1)$$

Координаты вектора напряжения могут быть вычислены из девиатора напряжения, а координаты вектора деформации — из девиатора деформации. При целесообразном расчете координат  $S$  и  $e$  абсолютное значение этих векторов равняется применяемой в литературе интенсивности напряжений  $\sigma_i$  и интенсивности деформаций  $\varepsilon_i$ :

$$S = \sqrt{S_1^2 + \dots + S_5^2} = \sigma_i, \quad (2)$$

$$e = \sqrt{e_1^2 + \dots + e_5^2} = \varepsilon_i, \quad (3)$$

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \quad (4)$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}. \quad (5)$$

В ходе процесса деформации радиус-вектор  $\underline{e}(t)$  описывает траекторию деформации  $s(t)$  (рис. 1). На конечном, но весьма коротком участке процесса деформации приращение вектора —  $\delta \underline{e}$ . Соответствующие векторам девиаторов  $\underline{S}$  и  $\delta \underline{e}$  тензоры девиаторов подобны, если  $\underline{S}$  и  $\delta \underline{e}$  — коллинейны, т. е. заключенный ими угол  $\alpha = 0$ .

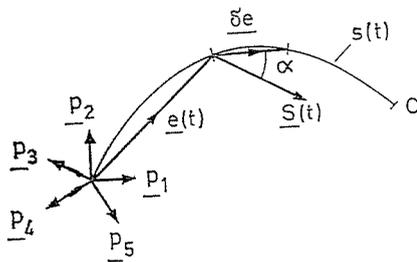


Рис. 1

Работу удельной деформации ( $W$ ) можно представить как сумму работ либо упругой ( $W_e$ ) и пластической ( $W_p$ ) деформации, либо деформаций изменения объема ( $W_v$ ) и изменения формы ( $W_d$ ), то есть

$$W = W_e + W_p = W_{ev} + W_{ed} + W_{pv} + W_{pd}. \quad (6)$$

Изменение объема считается упругим, следовательно  $W_{pv} = 0$ , при этом из выражения (6) получается:

$$W_p = W_{pd}. \quad (7)$$

Используя его, приращение работы удельной пластической деформации в процессе деформации  $\underline{\delta e}_p$  (рис. 1) имеет вид:

$$\delta W_p = \delta W_{pd} = \underline{S} \cdot \underline{\delta e}_p = |\underline{S}| \cdot |\underline{\delta e}_p| \cos \alpha_p. \quad (8)$$

С помощью формул (2), (3) вышеуказанное выражение может быть записано интенсивностью напряжений или деформаций:

$$\delta W_p = \sigma_i \cdot \delta \varepsilon_{ip} \cos \alpha_p, \quad (9)$$

где:

$$\delta \varepsilon_{ip} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\delta \varepsilon_{1p} - \delta \varepsilon_{2p})^2 + (\delta \varepsilon_{2p} - \delta \varepsilon_{3p})^2 + (\delta \varepsilon_{3p} - \delta \varepsilon_{1p})^2} \quad (10)$$

$$\cos \alpha_p = \frac{\underline{S} \cdot \underline{\delta e}_p}{|\underline{S}| \cdot |\underline{\delta e}_p|}. \quad (11)$$

Индекс  $p$  в этих формулах указывает на то, что обозначенные ими величины должны быть вычислены из остаточных деформаций. Напряжения  $\sigma_i$  определяются на основе измененных размеров образца, т. е. применяются т. н. истинные напряжения.

С использованием формулы (9) работа удельной пластической деформации, совершенная до разрушения ( $C$ ):

$$W_{pC} = \int_{(s_{0C})} \sigma_i \cos \alpha_p d\varepsilon_{ip}, \quad (12)$$

где ( $s_{0C}$ ) означает, что интегрирование следует проводить по траектории деформации от начала нагружения (0) до разрушения ( $C$ ).

В дальнейшем, для случая рассматриваемых процессов нагружения обобщим вычисление характеристик напряжения и деформации, находящихся в выражениях (11) и (12).

*Одновременное нагружение тонкостенных труб растяжением и внутренним давлением.* Из-за небольшой толщины стенки напряженное и деформированное состояния вдоль поперечного сечения трубы считаются однородными.

Возникающие в стенке трубы осевые и тангенциальные напряжения  $\sigma_a$  и  $\sigma_t$  соответственно, являются одновременно и главными напряжениями. Характеристики напряжения и деформации, необходимые для определения работы деформации, на основе формул (4), (10) и (11) имеют вид:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_t^2 - \sigma_a \cdot \sigma_t}, \quad (13)$$

$$\delta\varepsilon_{ip} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\delta\varepsilon_{ap}^2 + \delta\varepsilon_{tp}^2 + \delta\varepsilon_{ap} \cdot \delta\varepsilon_{tp}}, \quad (14)$$

$$\cos \alpha_p = \frac{\sigma_a \cdot \delta\varepsilon_{ap} + \sigma_t \cdot \delta\varepsilon_{tp}}{\sigma_i \cdot \delta\varepsilon_{ip}}. \quad (15)$$

*Растяжение тонкостенных труб.* Подобно плотным образцам, местная деформация (шейка) появляется и при растяжении труб, но ее величина меньше, чем при плотных образцах, и напряженное состояние из-за небольшой толщины стенки по заданному сечению, с хорошим приближением может считаться одноосным, таким образом,  $\sigma_t = \sigma_r = 0$ , и  $\varepsilon_{tp} = \varepsilon_{rp}$ .

С учетом вышеуказанных, на основе формулы (13) интенсивность напряжений будет

$$\sigma_i = \sigma_a. \quad (16)$$

Для остаточной деформации можно записать, что

$$\varepsilon_{ap} + \varepsilon_{tp} + \varepsilon_{rp} = 0. \quad (17)$$

Используя это выражение

$$\varepsilon_{tp} = \varepsilon_{rp} = -\frac{\varepsilon_{ap}}{2}, \quad (18)$$

$$\varepsilon_{ip} = \varepsilon_{ap}. \quad (19)$$

В диапазоне равномерной деформации

$$\varepsilon_{ap} = \ln \frac{l}{l_0}, \quad (20)$$

где  $l_0$  — длина рассматриваемого участка до нагружения, а  $l$  — после разгрузки за нагружением.

После образования шейки измерение длины  $l$  не имеет смысла, так как удельное удлинение изменяется вдоль оси образца. Разрушение начинается в суженном поперечном сечении. Последнее найдется измерением диаметра, и там измеряется изменение толщины стенки, из которой

$$\varepsilon_{rp} = \ln \frac{v}{v_0}, \quad (21)$$

где  $v_0$  — толщина стенки трубы до нагружения, а  $v$  — остаточная толщина после нагружения. С помощью формул (21), (18)  $\varepsilon_i$  уже может вычисляться в суженном поперечном сечении.

*Опыты по кручению плотными цилиндрическими образцами.* В случае кручения разрушение начинается на поверхности образца, так как напряжение там максимальное. Интенсивность напряжений, на основе формулы (4) будет:

$$\sigma_i = \sqrt{3} \tau. \quad (22)$$

Интенсивность деформаций на основе формулы (5):

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{3}}{3} \gamma, \quad (23)$$

где  $\gamma$  — относительный сдвиг в точках поверхности образца. С их помощью:

$$W_{pc} = \int_0^{\gamma_{pc}} \tau \cos \alpha_p d\gamma_p. \quad (24)$$

В точках поверхности напряжение сдвига по работе Надаи [3] может быть вычислено из диаграммы кручения,  $M(\varphi)$  следующим образом:

$$\tau = \frac{4}{d^3 \pi} \left( 3M + \varphi \frac{dM}{d\varphi} \right). \quad (25)$$

Подставим формулу (25) и  $\cos \alpha_p = 1$  в выражение (24); по Э. Райссу [4] получается, что

$$W_{pc} = \frac{1}{V} \left[ \frac{1}{2} \varphi_{pc} M_c + \int_0^{\varphi_{pc}} M d\varphi_p \right], \quad (26)$$

где  $V$  — объем рассматриваемого участка образца, а  $\varphi_{pc}$  — угол его остаточного скручения после разрушения.

### Результаты экспериментов

На тонкостенных трубах из никеля и меди были осуществлены процессы нагружения, соответствующие следующим пропорциям напряжений:  $\frac{\sigma_a}{\sigma_t} = 0,5, 1, 1,33, 2, 4, \infty$ . При каждом процессе нагружения соотношение  $\frac{\sigma_a}{\sigma_t}$  сохранялось постоянным.

Кроме того, тонкостенные трубы из стали марки С35 подвергались растяжению, и плотные образцы из той же стали — кручению.

На основе формул (13), (14) были построены диаграммы  $\sigma_i(\varepsilon_{ip})$ . Из экспериментальных результатов можно установить, что при простых процессах нагружения  $\cos \alpha_p \approx 1$ . Отклонение от  $\cos \alpha_p = 1$  меньше, чем 2%, что уже находится в пределах точности измерений. Далее можно установить, что траектории деформации представляют собой центральные прямые, так  $s_p = \varepsilon_{ip}$ , поэтому вычисление работы удельной деформации, совершенной до  $\varepsilon_{ip}$ , упрощается:

$$W_p = \int_0^{\varepsilon_{ip}} \sigma_i d\varepsilon_{ip}. \quad (27)$$

На основе диаграмм  $\sigma_i(\varepsilon_{ip})$  была определена величина работы удельной деформации ( $W_p$ ), необходимая для достижения заданной  $\varepsilon_{ipX}$  деформации, при различных процессах нагружения.

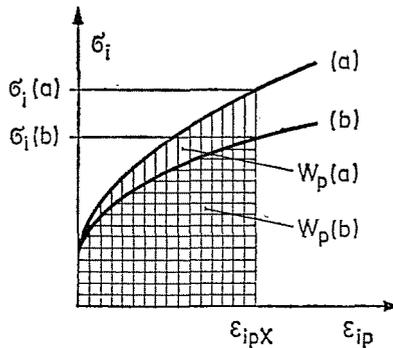


Рис. 2

Метод определения представлен на принципиальной схеме (рис. 2) для двух произвольно выбранных процессов нагружения (а) и (б). Вертикально заштрихованная область на рис. 2 соответствует  $W_p(a)$ , а горизонтально заштрихованная —  $W_p(b)$ . На основе измерений была получена следующая приблизительная зависимость между ними для случая определенного  $\varepsilon_{ip}(a) = \varepsilon_{ip}(b) = \varepsilon_{ipX}$  [5].

$$\frac{W_p(a)}{W_p(b)} = \frac{\sigma_i(a)}{\sigma_i(b)}. \quad (28)$$

Хотя соотношение имеет приближающий характер, его погрешность — по результатам измерений — меньше, чем  $\pm 3\%$ .

Зависимость (28) может быть использована и для определения работы пластической деформации, совершенной до разрушения. В большинстве случаев определение диаграммы  $\sigma_i(\varepsilon_{ip})$  требует весьма сложного опыта и измерения,

или вовсе невозможно, в этих случаях оказывается эта зависимость весьма полезной. В таких случаях диаграмму  $\sigma_i(\varepsilon_{ip})$  построим по опытам из нагружения (а), который позволяет ее просто получить — например, из растяжения. Из данного процесса нагружения (b) достаточно определить только значения разрушения  $\sigma_{iC}(b)$  и  $\varepsilon_{ipC}(b)$ . Тогда на основе зависимости (28) получается

$$W_{pC}(b) = W_p(a) \frac{\sigma_{iC}(b)}{\sigma_i(a)}, \quad (29)$$

где  $W_p(a)$  и  $\sigma_i(a)$  относятся к интенсивности деформаций  $\varepsilon_{ip}(a) = \varepsilon_{ipC}(b)$  (рис. 3).

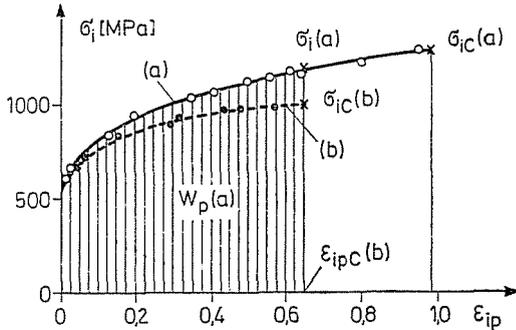


Рис. 3. ○ — растяжение (а), ● — кручение (b)

Для экспериментальной проверки приближающего метода, работа удельной пластической деформации, совершенная до разрушения при кручении плотных цилиндрических стальных образцов была определена двумя методами. Один из них основывается на зависимости (29), для которой была использована кривая  $\sigma_i(\varepsilon_{ip})$ , полученная при растяжении стальной трубы. Для другого метода была принята полная диаграмма кручения  $M(\varphi)$ , и  $W_{pC}(b)$  было определено из зависимости (26).

Измерения как по растяжению, так и по кручению были проведены на десяти образцах для каждого; на основе измерительных данных были построены диаграммы  $\sigma_i(\varepsilon_{ip})$ . На рис. 3 из них представлены только кривые среднего расположения по одному.

На основе приближающей зависимости, работа удельной пластической деформации для кручения, на основе среднего значения десяти образцов составляет

$$W_{pC}(b) = 590 \text{ MJ/m}^3. \quad (30)$$

Из оценки диаграммы кручения  $M(\varphi)$ , на основе формулы (26) получено значение

$$W_{pC}(b) = 576 \text{ MJ/m}^3. \quad (31)$$

Результат, полученный приближением отклоняется от значения, определенного из диаграммы кручения на 2,5%.

Пригодный для приближающего определения работы удельной пластической деформации, совершенной до разрушения в вышеизложенном был представлен для кручения. Однако соотношение, служащее основой метода, было определено из результатов экспериментов нескольких других процессов нагружения. Следовательно, метод приближения пригоден и для любого случая квази-статического «простого процесса нагружения».

### Литература

1. GILLEMOT, L.: MTA VI. Osztály Közleményei 37, 1966.
2. Илюшин, А. А.: Пластичность, Изд. АН СССР, Москва, 1963.
3. NÁDAI, A.: Theory of Flow and Fracture of Solids. McGraw-Hill 1950.
4. REUSS, E.: Acta Techn. Hung. 39, 259—263, (1962).
5. KASZAP, K.: Periodica Polytechnica 14. 91—105, (1970).

Dr. Kálmán KASZAP H-1521, Budapest