

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОТЯЖКИ ТРУБ

ДЬ. КРАЛЛИЧ, Й. ЛОВАШ, П. ТАМАШ

Кафедра механической технологии
Будапештского Политехнического Университета

Поступило: 17 апреля 1987 г.

Представлено: проф. др. И. Артингер

Abstract

For investigating the strain-rate field and the stress state during the pipe-angle forming process a 3 dimensional stationary mathematical model has been used based on the theory of plastic flow. The physical range has been transformed to the parameter's range according to the theory of shells. The principle of the virtual power and the modified Ritz method have been used to specify the actual velocity field.

Введение

Способ протяжки труб на рогообразном сердечнике для изготовления крутоизогнутых отводов представляет собой сложный процесс горячей обработки металлов давлением. Он состоит в протягивании нагретых отрезков труб на специальном инструменте (сердечнике), имеющем форму рога, при помощи горизонтального гидравлического пресса. Протянутые на рогообразном сердечнике трубы приобретают форму крутоизогнутых колен. На *рис. 1* представлена форма сердечника. Равностенность изогнутой трубы обеспечивается тем, что протягиваемая труба-заготовка претерпевает одновременно ряд пластических дефор-

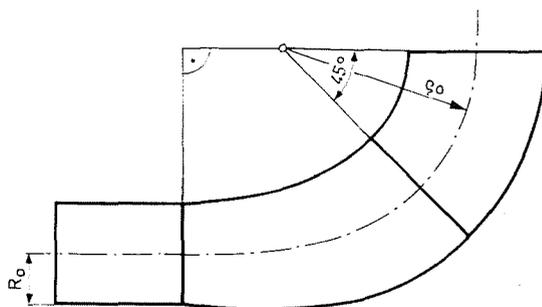


Рис. 1. Рогообразный сердечник для изготовления крутоизогнутых отводов

маций, основными из которых являются крутой изгиб трубы и растяжение по диаметру.

С внутренней стороны изгиба сердечника температуры нагрева изгибаемой трубы являются более высокими, чем с внешней стороны, что делает металл трубы-заготовки в этом месте более пластичным и обеспечивает одностороннее растяжение ее по диаметру.

Целью данной работы является математическое моделирование вышеупомянутого процесса обработки металлов давлением.

Геометрическое описание рогеобразного сердечника

На основе литературных данных [1], [2], [3], [4] предполагается, что поверхность формоизменяющего участка сердечника можно построить с помощью плоской кривой, изменяющей ее кривизну, касательная осевой линии которой параллельна нормали такой плоскости, в которой сечение сердечника является кругом. Радиус инструмента (r_c) изменяется по осевой линии. Сердечники, используемые на разных заводах, различаются в закономерности изменения радиуса. Уравнение осевой линии можно представить в виде $r = r_0(s)$, где s — длина дуги (рис. 2).

$$\mathbf{r}_0(s) = \begin{bmatrix} x_0(s) \\ y_0(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^s \cos(\alpha(\tau)) d\tau \\ \int_0^s \sin(\alpha(\tau)) d\tau \end{bmatrix} \quad (1)$$

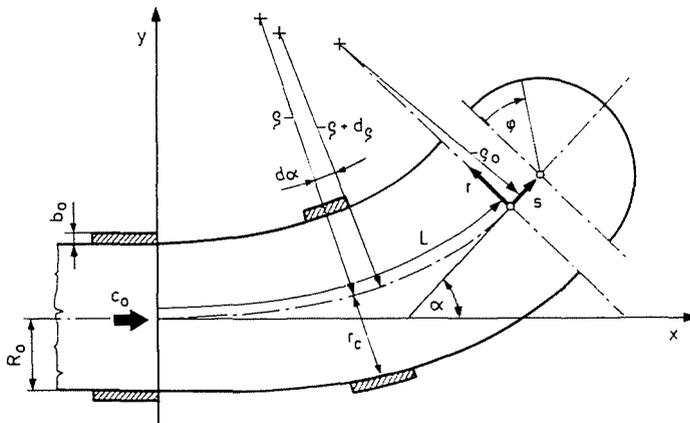


Рис. 2. Параметры поверхности сердечника

Связь между углом касательной осевой линии (α) и радиусом кривизны (ρ):

$$\alpha(s) = \int_0^s \frac{1}{\rho(\tau)} d\tau \quad (2)$$

Зная радиус и осевую линию сердечника, поверхность его рабочего участка пишется в виде

$$\mathbf{r}_n(s, \varphi) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0(s) - r_c \cos \varphi \sin \alpha \\ y_0(s) - r_c \cos \varphi \cos \alpha \\ r_c \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (3)$$

Для определения формы сердечника надо учитывать несколько условий. В начале формоизменяющего участка сердечника ($s=0$) радиус кривизны оси инструмента бесконечен ($\rho=0$). В конце этого участка ($s=L$) радиус кривизны оси равняется радиусу изделия ($\rho=\rho_0$). Торондальная поверхность плавно вписывается в том же самом месте в поверхность сердечника. На этом участке происходит калибровка отвода по диаметру и по радиусу.

Таким образом, для построения поверхности сердечника получаются следующие условия:

$$\begin{array}{ll} \text{при } s=0: \rho=0 & \text{при } s \geq L: \rho=\rho_0 \\ \dot{\rho}=0 & \dot{\rho}=0 \\ \dot{r}_c=0 & \dot{r}_c=0 \end{array} \quad (4)$$

В соответствии с законом постоянства потока течения существует связь между размерами исходной заготовки и отвода [2]:

$$\frac{D_b}{2} = \frac{R_0 \rho_0}{\rho_0 - \left(R_0 - \frac{b_0}{2} \right)} \quad (5)$$

где R_0, b_0 — внутренний радиус и толщина стенки исходной заготовки, D_b — внутренний диаметр отвода, равный диаметру сердечника на месте $s=L$.

Уравнение (5) определяет еще одно условие для описания геометрии инструмента.

Математическое моделирование процесса протяжки труб на рогеобразном сердечнике на основе стационарного пластического течения

По ходу изучения пластического течения металла предполагается, что геометрические условия, написанные выше, выполняются, и таким образом можно получать равностенную изогнутую трубу в производстве.

Криволинейные координаты. Отображение физического пространства на параметрическое пространство

Введем систему криволинейных ортогональных координат $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, в которой одна из составляющих скорости среды равна нулю. Эта система координат связана с поверхностью сердечника (рис. 3). Положение поверхностных точек определяется с помощью уравнения (3) и векторы базиса в некоторой точке (P_0) записываются следующим образом:

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_c = \frac{\partial \mathbf{r}_n}{\partial s} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \left(1 - \frac{r_c}{\rho} \cos \varphi \right) - \dot{r}_c \cos \varphi \sin \alpha \\ \sin \alpha \left(1 - \frac{r_c}{\rho} \cos \varphi \right) + \dot{r}_c \cos \varphi \cos \alpha \\ \dot{r}_c \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_\varphi = \frac{\partial \mathbf{r}_n}{\partial \varphi} = \begin{bmatrix} r_c \sin \alpha \sin \varphi \\ -r_c \cos \alpha \sin \varphi \\ r_c \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{a}_3 = \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{|\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2|} = \frac{1}{\sqrt{(r_c \dot{r}_c)^2 + (hr_c)^2}} \begin{bmatrix} hr_c \cos \varphi \sin \alpha + r_c \dot{r}_c \cos \alpha \\ \dot{r}_c r \sin \alpha - r_c h \cos \varphi \cos \alpha \\ -r_c h \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (8)$$

где $h = 1 - \frac{r_c}{\rho} \cos \varphi$.

На основе теории оболочек [5], векторы базиса в некоторой точке (P) , расположенной вне серединной поверхности, связаны с векторами

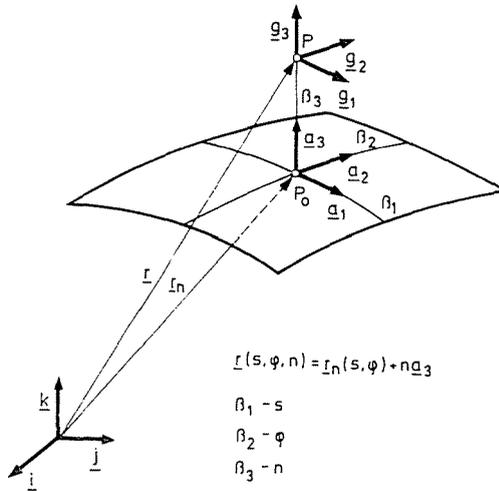


Рис. 3. Система координат, связанная с поверхностью инструмента, предназначенная для изучения пластического течения металла

базиса срединной поверхности:

$$\mathbf{g}_\gamma = \mathbf{a}_\gamma + n \frac{\partial \mathbf{a}_3}{\partial \beta_\gamma} \quad \mathbf{g}_3 = \mathbf{a}_3 \quad (9)$$

где $\gamma = 1, 2$.

Зная векторы базиса, коэффициенты Лямэ (H_i) определены:

$$H_i = |\mathbf{g}_i| \quad (10)$$

Положение некоторой точки (P) в пространстве может быть задано в виде:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_n + \mathbf{a}_3 n. \quad (11)$$

Таким образом физическая область отображается на параметрическую область в виде призмы (рис. 4).

Поле скоростей, определение функции тока

Среда считается несжимаемой. Предполагается, что исследуемый процесс является стационарным и в этом случае вектор скорости с точностью до постоянного множителя может быть представлен следующим образом [6]:

$$\mathbf{v} = \nabla \psi_1 \times \nabla \psi_2. \quad (12)$$

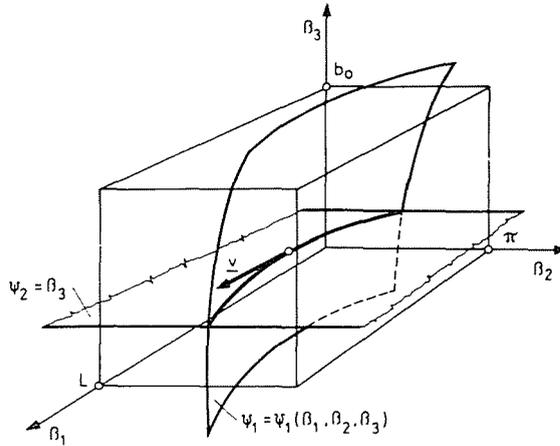


Рис. 4. Параметрическое пространство. Функция тока пластического течения

Линии тока получаются пересечением поверхностей $\psi_1(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = \text{const}$ и $\psi_2(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = \text{const}$ и вектор скорости направлен по касательной к линиям пересечения (рис. 4). В нашей задаче $\psi_1 = \psi(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ и $\psi_2 = \beta_3$. В этом случае компоненты вектора скорости:

$$v_1 = \frac{1}{H_2 H_3} \frac{\partial \psi}{\partial \beta_1}; \quad v_2 = -\frac{1}{H_1 H_3} \frac{\partial \psi}{\partial \beta_1}; \quad v_3 = 0; \quad (13)$$

Поскольку коэффициент Лямэ $H_3 = 1$, будем иметь

$$v_1 = v_s = \frac{1}{H_2} \frac{\partial \psi(s, \varphi, n)}{\partial \varphi}; \quad v_2 = v_\varphi = -\frac{1}{H_1} \frac{\partial \psi(s, \varphi, n)}{\partial s}; \quad v_n = 0 \quad (14)$$

Отличные от нуля компоненты тензора скоростей деформации могут быть выражены через $\psi(s, \varphi, n)$

$$\begin{aligned} \zeta_{ss} &= \frac{1}{H_1 H_2} \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi \partial s} - \frac{1}{H_2} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \frac{\partial H_2}{\partial s} - \frac{1}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi}{\partial s} \right] = -\zeta_{\varphi\varphi} \\ 2\zeta_{s\varphi} &= \frac{1}{H_1^2 H_2} \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial s} \frac{\partial H_1}{\partial s} \frac{1}{H_1} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial s^2} \right) H_2 + \frac{\partial H_2}{\partial s} \frac{\partial \psi}{\partial s} \right] + \\ &\quad - \frac{1}{H_2^2 H_1} \left[\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial \varphi} \right) H_1 - \frac{\partial H_1}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right] \\ 2\zeta_{\varphi n} &= -\frac{1}{H_1 H_2} \left[\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial s \partial n} - \frac{\partial \psi}{\partial s} \frac{\partial H_1}{\partial n} \frac{1}{H_1} \right) H_2 - \frac{\partial H_2}{\partial n} \frac{\partial \psi}{\partial s} \right] \\ 2\zeta_{ns} &= \frac{1}{H_1 H_2} \left[\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi \partial n} - \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \frac{\partial H_2}{\partial n} \frac{1}{H_2} \right) H_1 - \frac{\partial H_1}{\partial n} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Интенсивность скоростей деформации сдвига

$$H = 2\sqrt{\zeta_{ss}^2 + \zeta_{s\varphi}^2 + \zeta_{sn}^2 + \zeta_{\varphi n}^2}. \quad (16)$$

Для определения действительного поля скоростей используется принцип минимума полной мощности в виде модифицированного метода Ритца [6]. Вариационное уравнение переписывается

$$\int_{n=0}^{b_0} \int_{\varphi=0}^{\pi} \int_{s=0}^L \Omega \delta H^2 H_1 H_2 ds d\varphi dn + 2 \int_{\varphi=0}^{\pi} \int_{s=0}^L \tau dv H_1 H_2 ds d\varphi = 0 \quad (17)$$

где $\Omega = \frac{T(H)}{H}$ — переменный коэффициент вязкости, L, π, b_0 — размеры призмы в параметрическом пространстве, τ, v — напряжение от действия сил трения и скорость относительного скольжения на поверхности сердечника, соответственно.

Реологическое уравнение состояния среды выглядит следующим образом:

$$T = A(1 + BH^m) \exp(-C\Theta) \quad (18)$$

где A, B, C, m — реологические параметры среды, Θ — температура.

Рассмотрим кинематические граничные условия процесса:

$$\begin{aligned} \text{при } s=0: v_s = C_0 & \quad s=L: v_s = \frac{\rho_0 C_0}{\rho_0 + r_c} \left(1 - \frac{r_c + n}{\rho_0} \cos \varphi\right) \\ v_\varphi = 0 & \quad v_\varphi = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

где C_0 — скорость гидравлического пресса.

Из-за симметрии

$$\varphi=0 \quad v_\varphi=0 \quad (20)$$

$$\varphi=\pi \quad v_\varphi=0. \quad (21)$$

Длина материального волокна заготовки не изменяется на поверхности сердечника на месте $\varphi = \pi, n = 0$. При этом

$$v_s = C_0. \quad (22)$$

Принимая во внимание уравнения (14) и (19) получаются следующие граничные условия для функции тока $\psi(s, \varphi, n)$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \Big|_{s=0} = C_0(R_0 + n); \quad \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = \frac{\rho_0 C_0}{\rho_0 + r_c} \left(1 - \frac{r_c + n}{\rho_0} \cos \varphi\right) (r_c + n). \quad (23)$$

После интегрирования по φ получаем выражения для функции тока на участках границ $s=0$ и $s=L$ с точностью до произвольной постоянной.

$$\psi|_{s=0} = C_0 \varphi(R_0 + n); \quad \psi|_{s=L} = \frac{\rho_0 C_0 (r_c + n)}{\rho_0 + r_c} \left(\varphi - \frac{r_c + n}{\rho_0} \sin \varphi \right) \quad (24)$$

Представим функцию тока в виде суммы двух функций

$$\psi(s, \varphi, n) = \psi^0(s, \varphi, n) + \psi^1(s, \varphi, n) \quad (25)$$

где ψ^0 — функция тока опорного решения, ψ^1 — поправочная функция тока. При этом потребуем, чтобы функция ψ^0 удовлетворяла граничным условиям (19)—(22). Опорное решение представим в виде

$$\psi^0 = \bar{\psi}^0 + \tilde{\psi}^0 \quad (26)$$

При этом предполагаем, что $\bar{\psi}^0$ определяется выражением

$$\bar{\psi}^0 = \frac{\rho C_0 (r_c + n)}{\rho + r_c} \left(\varphi - \frac{r_c + n}{\rho} \sin \varphi \right). \quad (27)$$

В этом случае условие (21) неудовлетворено. Другой член опорного решения пишется в виде

$$\tilde{\psi}^0 = \frac{-\rho C_0 (r_c + n)}{\rho + r_c} \left[\frac{\sin \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) + 1}{2} \right] \pi. \quad (28)$$

Таким образом данное опорное решение удовлетворяет всем граничным условиям. В процессе определения поправочной функции исследуем поле скоростей (рис. 5). При построении поля скоростей, обладающего симметрией относительно оси s , должны выполняться следующие зави-

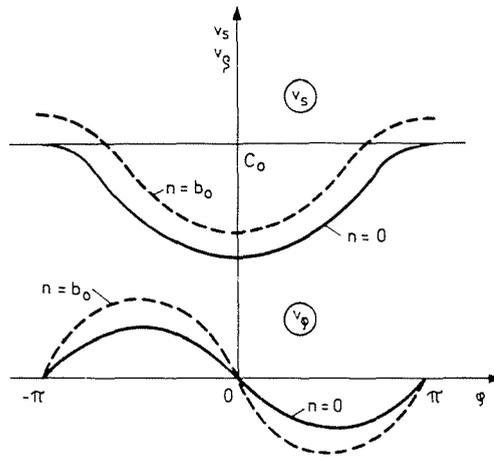


Рис. 5. Схема распределения скоростей по сечению заготовки при $s = \text{const}$

СИМОСТИ:

$$\begin{aligned} v_s(s, \varphi, n = \text{const}) &= v_s(s, -\varphi, n = \text{const}) \\ v_\varphi(s, \varphi, n = \text{const}) &= -v_\varphi(s, -\varphi, n = \text{const}) \end{aligned} \quad (29)$$

Для выполнения последнего условия достаточно, чтобы функция $\psi(s, \varphi, n)$ была нечетной по переменной φ . Граничные условия для поправочной функции

$$\left. \frac{\partial \psi^1}{\partial \varphi} \right|_{s=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial \psi^1}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial \psi^1}{\partial s} \right|_{s=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial \psi^1}{\partial s} \right|_{\varphi=\pi} = 0 \quad (30)$$

$$\psi^1|_{s=L} = 0 \quad \psi^1|_{\varphi=0} = 0 \quad \psi^1|_{n=b_0} = 0 \quad (31)$$

Поправочная функция тока запишется в виде

$$\psi^1(s, \varphi, n) = n(b_0 - n)(s(L - s))^2(\pi^2 - \varphi^2) \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J a_{ij} s^i \varphi^{2j+1} \quad (32)$$

где a_{ij} — вариационные параметры.

Поле температуры

Как указано выше, в процессе изготовления отвода создается неравномерное, но стационарное поле температуры. Так как нагрев производится с помощью газовой горелки, точное распределение температуры неизвестно. Считаем, что поле температуры приблизительно пишется в виде:

$$\Theta = \Theta(s, \varphi) \quad (33)$$

Предполагается, что температура по сечению заготовки перпендикулярному осевой линии сердечника, отличается кругом. Этот круг имеет эксцентриситет $e(s)$

$$e(s) = e_0 \left(1 - \frac{s}{L} \right) \quad (34)$$

где e_0 — эксцентриситет на месте $s=0$. Радиус круга температуры изменяется по осевой линии:

$$\hat{\Theta}(s) = \Theta_H \frac{s}{L} + \left(1 - \frac{s}{L} \right) (\Theta_K + e_0) \quad (35)$$

где Θ_H — минимальная температура на месте $s=0$, Θ_K — равномерная максимальная температура на месте $s=L$. Принимая во внимание

описанные выше условия, температурное поле определяется по уравнению (рис. 6):

$$\Theta(s, \varphi) = e(s) \cos \varphi + \sqrt{\hat{\Theta}^2(s) - e^2(s)} \sin^2 \varphi. \quad (36)$$

Предполагается, что температура постоянна по толщине заготовки.

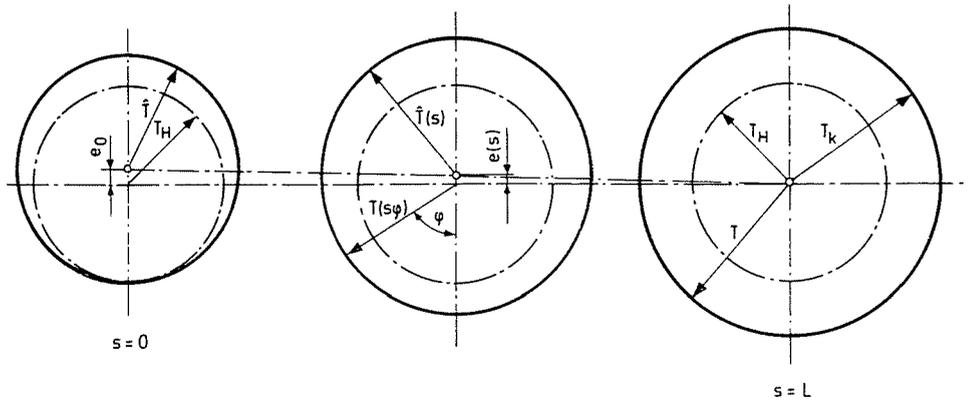


Рис. 6. Схема распределения температуры отвода по длине сердечника

На основе математической модели была составлена программа на ЭВМ типа PC/XT на языке FORTRAN.

Некоторые результаты расчета показаны на рисунках 7, 8, которые хорошо совпадают с литературными данными.

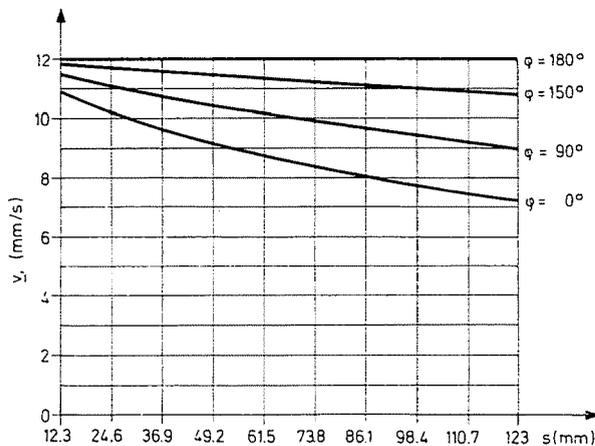


Рис. 7. Распределение скорости течения заготовки по длине формоизменяющего участка сердечника

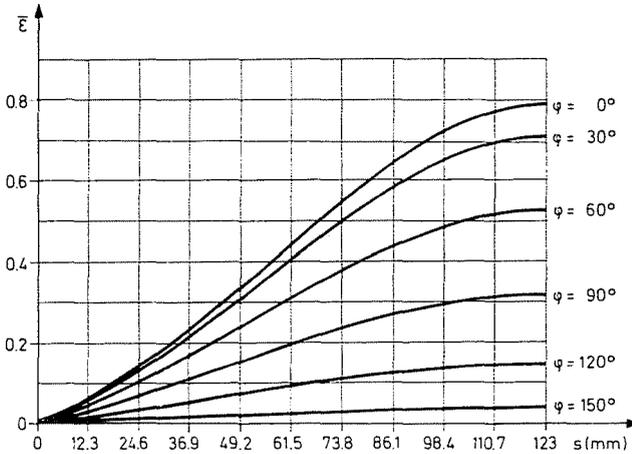


Рис. 8. Распределение степени деформации заготовки по длине формоизменяющего участка сердечника

Резюме

С целью изучения пластического деформирования протяжки труб на рогеобразном сердечнике была создана математическая модель на основе стационарного объемного течения металла.

Физическая область формоизменения заготовки была отображена на параметрическое пространство с помощью теории оболочки.

Действительное поле скоростей было определено на основе принципа минимума полной мощности в виде модифицированного метода Ритца.

Литературы

1. Фролов В. Н., Летников Ю. С.: Заводское изготовление приварных фитингов Москва, Гостоптехиздат 1956.
2. TAMÁS L.: Forgcsőív-hajlítás. Csepeli Műszaki-Közgazdasági Szemle, 1. 35—45 (1973). (по-венгерски)
3. ТАВАСТШЕРНА Р. И.: Процесс изготовления крутоизогнутых отводов горячей протяжкой по рогеобразному сердечнику Кузнечно-штамповочное производство, 4, 18—22 (1968).
4. КУРЕНКОВ В. А.: Определение формы сердечника для производства крутоизогнутых отводов Кузнечно-штамповочное производство, 7, 26—27 (1980).
5. Continuum Physics. Ed. by A. Cemal Eringen Academic Press 1975.
6. Гун Г. Я.: Теоретические основы обработки металлов давлением Москва, Металлургия 1980.

Др Дьёрдь КРАЛЛИЧ }
 Др Йенэ ЛОВАШ } Н-1521, Budapest
 Др Петер ТАМАШ }