UNTERSUCHUNG DER BEWEGUNG DER IN WAAGERECHTEM ROHRE MIT STRÖMENDEM GAS GEFÖRDERTEN KÖRNIGEN STOFFE

I. MONOSTORY

Lehrstuhl für Mathematik,
Technische Universität, H-1521 Budapest

Eingegangen am 2. April 1985

Vorgelegt von Prof. Dr. M. Farkas

Abstract

The problem of pneumatical mass transportation is—using minimal energy—an open problem up to now. The present paper uses stochastical methods for the approximation of the solution. The real experiments were simulated by using computer programs. In the paper we constructed three consecutive models for the solution. We believe that these models can be refined using further investigations and real experiments.

Einleitung

Die Untersuchungen in Verbindung mit der pneumatischen Stofförderung haben das zentrale Problem, daß die technischen Angaben jener pneumatischen Maschine bestimmt werden sollen, welche die gegebene Förderungsaufgabe mit einer minimalen Energieverwendung lösen kann.

Die mit der Frage beschäftigte Fachliteratur kann auf so um eine 60-jährige Vergangenheit zurückblicken. Eine bahnbrecherische Bedeutung hatte die Tätigkeit von J. Gasterstädt. Trotz der in der inzwischen vergangenen Zeit — besonders in den letzten 30 Jahren — erfahrenen großen Aktivität und Interesse ist es doch bis heute nicht gelungen einen einheitlichen Standpunkt für die Bestimmung des ergänzenden Druckabfalles der unter der Stoffströmung entstandenen Verluste auszugestalten.

Der Artikel von W. Siegel (1983) gibt uns darüber Bescheid, daß in diesem Bezug — gegenwärtig — in der ganzen Welt von den Forschern mehr als zwei Dutzend Zusammenhänge benutzt oder empfohlen werden.

Es ist wohlbekannt, daß der zur Stoff-Förderung nötige Gas druckmehrbetrag zur Beschleunigung der an der Rohrwand unelastisch anprallenden, gebremsten Partikeln notwendig ist. Dieser Mehrdruck ist mit der Summe des auf den freien Partikelbahnen eintretenden Beschleunigungsmaßes proportional.

Diese Abhandlung will zur Lösung des zitierten Problems mit Verwendung von mathematischen — in erster Reihe mit wahrscheinlichkeitstheoretischen — Mitteln beitragen. Ausführlicher: sie entwirft eine Konzeption, die der Wahrheit durch das Schaffen und die Analyse einer entwicklungsfähigen Modell-Serie immer vollständiger nahekommt.

In dieser Arbeit wurden die ersten drei Glieder der vorgestellten Modell-Serie ausgestaltet; wir haben deren Forschung verrichtet und die erhaltenen Ergebnisse fixiert.

Zweidimensionelles kinematisches Modell

Das erste Glied der Serie ist ein zweidimensionelles kinematisches Modell. Es untersucht die Frage, wie viele Anpralle an einer Rohrwand von gegebener Länge zu erwarten sind, wenn der Anprall in jedem Fall mit einem so zufälligen Winkel geschieht, welcher an dem $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ Interwall je ein realisierter Wert eines gleichverteilten wahrscheinlichen Veränderlichen ist.

Wir haben bewiesen, daß es für die Wahrscheinlichkeits-Verteilung der Anprallenzahl: „k" geltend ist, daß

$$P(\xi = k) = \left(\frac{2}{\pi d}\right)^k \frac{l^k}{k!},$$

wo „l" die Rohrlänge und „d" der Durchmesser des Rohres ist.

Deshalb haben wir für die Bestimmung des Erwartungswertes der Anprallzahl M ein Simulationsprogramm (Programm No. 1.) zubereitet, welches neben der oben erwähnten Voraussetzung — bis zu einer bestimmten Grenze der Anprallzahl — abzählt: wie viele Anpralle an der Rohrwand von bestimmter Länge Platz finden.

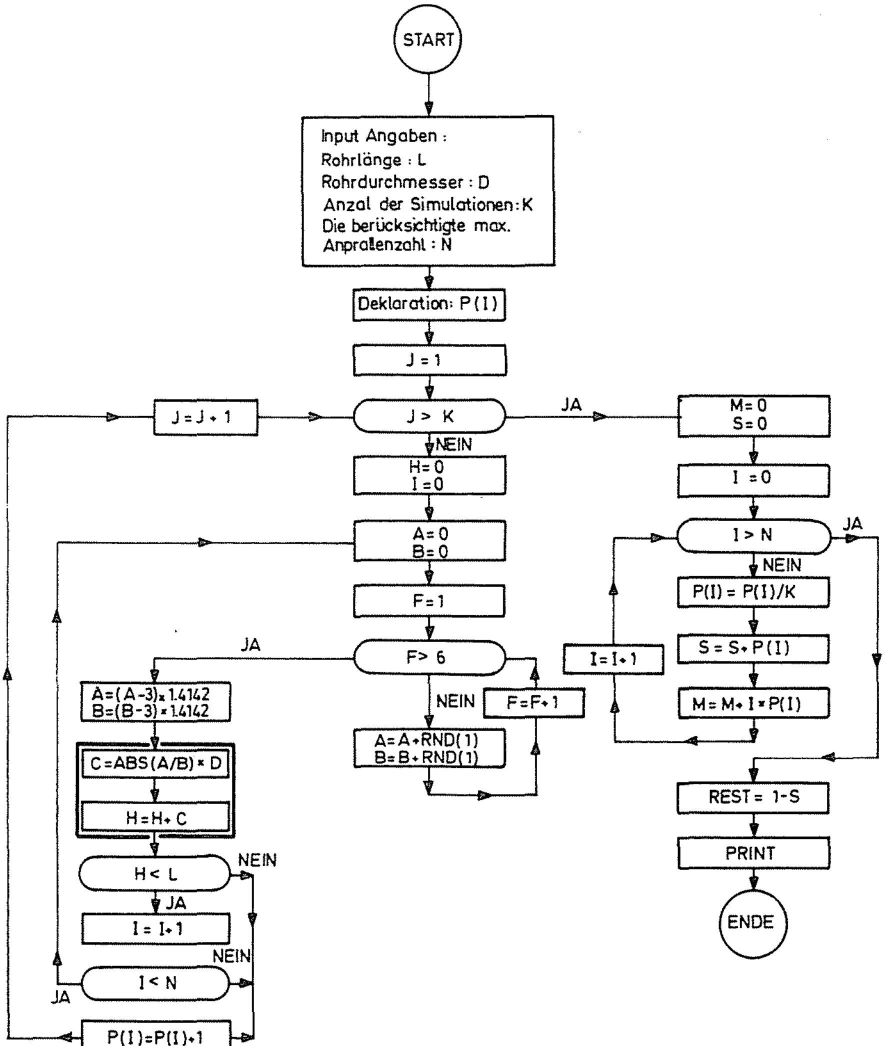
Die Einlesung des in dem Diagramm vorkommenden Standardprogramms RND (1.) symbolisiert die Erzeugung von Zufallszahlen die aus der gleichmäßigen Verteilung an dem Intervall (0; 1) entstehen.

Den Verlauf 100–500-mal simulierend, — für den Fall verschiedener Verhältnisse von $\frac{l}{d}$ — haben wir den Mittelwert der gewonnenen Anprallzahlen bestimmt.

Diese Mittelwerte haben wir — bei den gegebenen Maßverhältnissen — als den Erwartungswert der Anprallzahl betrachtet.

Wir haben die Fehlergrenze der verwendeten Annäherungen festgelegt.

Die Versuchsergebnisse analysierend ist es festzustellen, daß das konstante Verhältnis von l/d den Ablauf der Erscheinung eindeutig bestimmt. In einem sehr weiten Rohre wird aber das umgekehrte Verhältnis zwischen



Program 1

Anprallzahl und Rohrdurchmesser verzerrt: in einem weiten Rohre sind *relativ* mehrere Anprallzahlen zu erwarten. Die Lösung der Erscheinung besteht in der Voraussetzung für die Verteilung des Reflexionswinkels α.

Kinematisches Modell

Auch das zweite Glied der Modell-Serie ist ein kinematisches Modell. Die festgelegte Aufgabe betrachten wir aber schon in dem dreidimensionalen Raum: die fliegenden Partikel werden nach dem Anprall auch der Ebene des

Achsenschnittes angemessen zerstreut. Den Winkel der Zerstreuung haben wir an dem Intervall $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ als eine gleichverteilte Veränderliche betrachtet.

Den Grundgedanken der vorigen Modellbildung haben wir unverändert behalten. Das Simulationsprogramm hat sich mit einer minimalen Veränderung im Sinne des vorhererwähnten Absatzes als verwendbar bewährt.

DIE ERWEITERUNG DES UMGERAHMTEN TEILES VON DEM DIAGRAMM No. 1

$$\downarrow$$
$$\boxed{\mathrm{C} = \mathrm{ABS(A/B)} \times \mathrm{D}}$$
$$\downarrow$$
$$\boxed{\mathrm{C} = \mathrm{C} \times \mathrm{COS\,(RND(1)} - 0{,}5) \times \pi}$$
$$\downarrow$$
$$\boxed{\mathrm{H} = \mathrm{H} + \mathrm{C}}$$
$$\downarrow$$

Die zu erwartenden Anprallzahlen zeigten den entsprechenden Angaben des zweidimensionalen Modells angemessen eine Zunahme von 1,5. Dieses Ergebnis zeigt gut, daß der Integralmittelwert der Funktion *cos x* gleich $\frac{2}{\pi} \approx \frac{2}{3}$ ist, d.h. die Anprallzahl steht in ungekehrtem Verhältnis mit der Durchschnittslänge der Projektion der Nachbaranprallen in der Richtung der Rohrachse.

Dynamisches Modell

Das dynamische Modell — eine stationäre Stoffströmung angenommen — wurde auf den, aus dem Impulssatz ableitbaren Zusammenhang

$$dp = K\, dv$$

erbaut. „*dp*" bedeutet hier den Druckabfall des Fördergases, „*dv*" ist die Geschwindigkeitszunahme der Stoffströmung in Achsenrichtung, $K = \frac{\dot{m}}{A}$ ist konstant. („$\dot{m}$" ist in der Zeiteinheit am Anfang des Rohres eingeladete Materialmenge und „*A*" der Querschnitt des Förderrohres.)

Das Modell beschreibt die Bewegung eines einzigen mit Gasströmung von c_g Geschwindigkeit beförderten Teilchens im Gravitationsfeld.

Das die Bewegung beschreibende Differentialgleichungssystem ist:

$$m\frac{dc_x}{dt}=K\sqrt{(c_g-c_x)^2+c_y^2+c_z^2}\cdot(c_g-c_x);$$

$$m\frac{dc_y}{dt}=-K\sqrt{(c_g-c_x)^2+c_y^2+c_z^2}\cdot c_y-mg;$$

$$m\frac{dc_z}{dz}=-K\sqrt{(c_g-c_x)^2+c_y^2+c_z^2}\cdot c_z;$$

wo „m" die Masse des Materialteilchens, $\underline{c}=(c_x, c_y, c_z)$ die Geschwindigkeit des Teilchens, $\underline{c}_g=(c_g, 0, 0)$ die Geschwindigkeit der Gasströmung, „g" die Gravitationsbeschleunigung und „K" in der die Förderkraft bestimmenden Gleichung:

$$\underline{F}=K\cdot|\underline{w}|\cdot\underline{w}$$

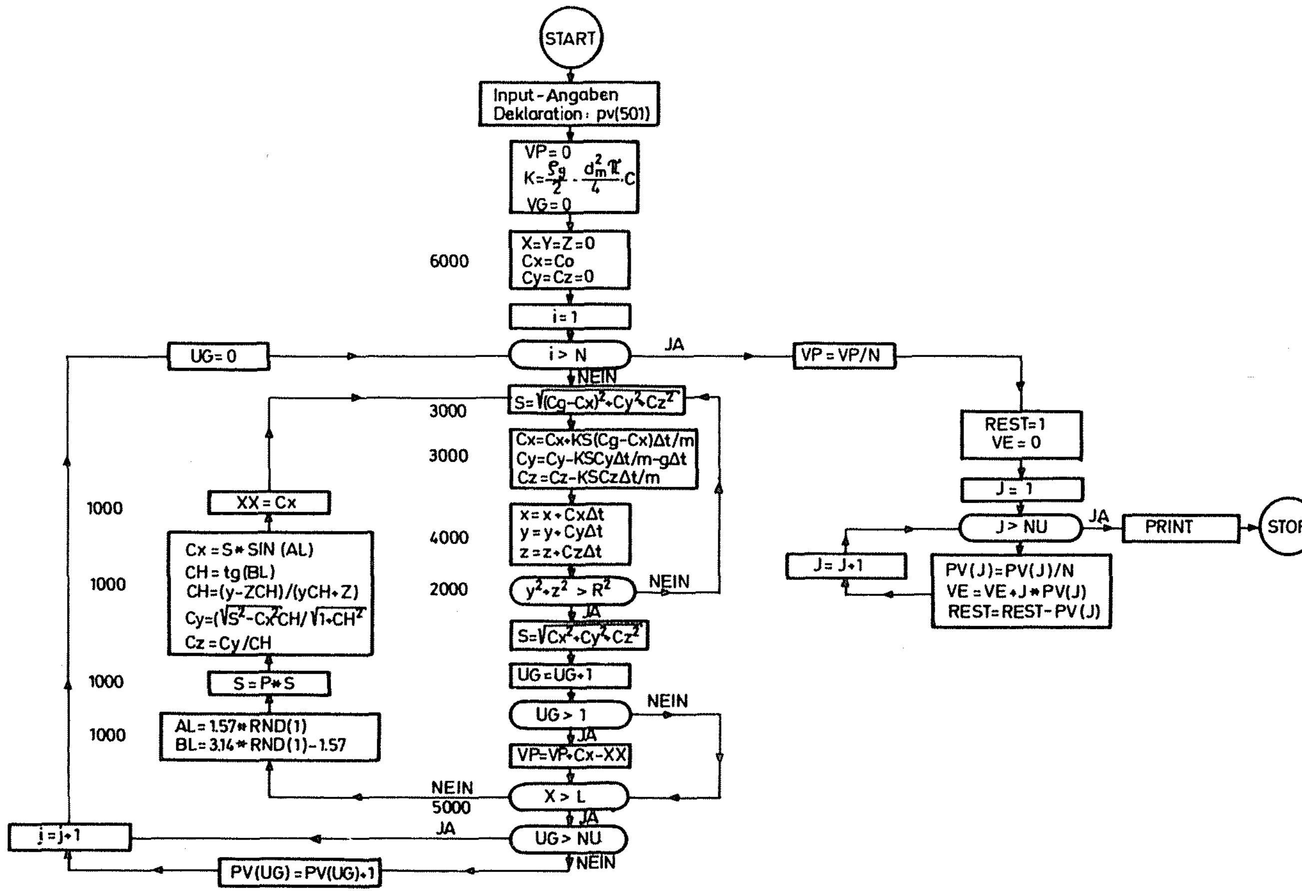
auftretender Faktor: $K=\frac{\varrho_g}{2}\cdot\frac{d_m^2\cdot\pi}{4}\cdot C$ sind.

$\underline{w}$ bezeichnet da die Relativgeschwindigkeit, ϱ_g die Dichte des Gases, d_m den Durchmesser des Partikels und C den aerodynamischen Widerstandskoeffizient.

Die Lösung der zum Differentialgleichungssystem gehörenden Anfangswertaufgabe mit Euler-Methode ist ein Teil unseres Simulationsprogramms No 2. (3000, 4000, 2000 Subrutinen.) Die Input-Angaben des Programms No 2. sind:

Rohrlänge: L;
Rohrradius: R;
Gasdichte: ϱ_g;
Geschwindigkeit der Gasströmung: $(c_g, 0, 0)$;
Anfangsgeschwindigkeit der Partikel: $(C_0, 0, 0)$;
Masse des Materialteilchens: m;
Durchmesser der Partikel: d_m;
Gravitationsbeschleunigung: g;
Multiplikator der Geschwindigkeitsverminderung: p;
Aerodynamischer Widerstandsfaktor: C;
Anzahl der Simulationen: N;
Die berücksichtigte maximale Anprallenzahl: NU;
Größe des Zeitintervalls: Δt.

Das Programm bestimmt die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Anprallenzahl UG:PV (J), den Erwartungswert der Anprallenzahl: VE und den Mittelwert der Summe von den Geschwindigkeitszunahmen während der


START
Input-Angaben
Deklaration: pv(501)
VP=0
K=ρg/2 · d_m²π/4 · C
VG=0
6000
X=Y=Z=0
Cx=Co
Cy=Cz=0
i=1
UG=0
i > N
JA
NEIN
VP=VP/N
3000
S=√(Cg-Cx)²+Cy²+Cz²
3000
Cx=Cx+KS(Cg-Cx)Δt/m
Cy=Cy-KSCyΔt/m-gΔt
Cz=Cz-KSCzΔt/m
4000
x=x+CxΔt
y=y+CyΔt
z=z+CzΔt
2000
y²+z² > R²
NEIN
JA
S=√Cx²+Cy²+Cz²
UG=UG+1
UG > 1
NEIN
JA
VP=VP+Cx-XX
NEIN
5000
X > L
JA
JA
UG > NU
NEIN
PV(UG)=PV(UG)+1
j=j+1
1000
XX=Cx
1000
Cx=S*SIN (AL)
CH=tg(BL)
CH=(y-ZCH)/(yCH+Z)
Cy=(√S²-Cx²CH/√1+CH²
Cz=Cy/CH
1000
S=P*S
1000
AL=1.57*RND(1)
BL=3.14*RND(1)-1.57
REST=1
VE=0
J=1
J > NU
JA
PRINT
STOP
J=J+1
PV(J)=PV(J)/N
VE=VE+J*PV(J)
REST=REST-PV(J)

Program 2

Bewegung des Materialteilchens: VP. (Als Kontrolle — Gegenprobe — haben wir auch die Wahrscheinlichkeit der sehr großen Anprallenzahl, die Rest-Wahrscheinlichkeit: „REST" ausschreiben lassen.

Wir haben den „Versuch" mit einem Gas von $20 \frac{m}{s}$ Geschwindigkeit und mit 1,2 kg/m^3 Dichte in einem Rohr von 5 m Länge und 0,1 m Durchmesser, mit gewählten $p=0{,}7$ und $C=0{,}5$, mit Angaben, die den Weizenkörnchen-Partikeln ähnlich sind, durchgeführt. Die Anfangsbedingungen des Differentialgleichungssystems haben wir dem Slip und der in dem kinematischen Modell erläuterten Anprall-Bedingungen gemäß fixiert. Während der Lösung des Gleichungssystems haben wir mit dem Zeitintervall$\Delta t=10^{-3}$ s gearbeitet.

Der Versuch wurde mit einer Förderungsgasgeschwindigkeit von $30 \frac{m}{s}$ wiederholt. (Die anderen Input-Angaben unverändert gelassen.)

Die Ergebnisse haben gezeigt, daß es infolge der Geschwindigkeitszunahme des Fördergases das Durchschnitt-Beschleunigungmaß unter den an der Rohrwand zustande gekommenen Nachbar-Anpralle des Partikels bedeutend ist und in Größenordnung mit den in dem Versuchseinrichtung durchgeführten Ergebnissen übereinstimmt.

Zusammenfassung

Die im Aufsatz bekanntgemachten Modelle können als die ersten drei Glieder einer Modell-Serie betrachtet werden, die mit der wiederholten Verwendung der wahrscheinlichkeitstheoretischen — statistischen Methoden und den Mitteln der numerischen Analyse weiter entwickelt werden können. Im folgenden ist das Zustandebringen eines Modells erforderlich, welches eine reelle Stoffströmung annimmt und auch die aus den Wechselwirkungen der Partikeln entstandenen Effekte berücksichtigt.

Ebenfalls ist die Untersuchung der Beschleunigungstrecke zwischen der Ladevorrichtung und der stationärbetrachtenden Strecke, sowie die Beschreibung der Strömung in dem nichthorisontalen Abschnitt noch übrig.

Die folgerichtige und ergebnisvolle Ausführung dieser Arbeit beansprucht eine gemeinsame Anstrengung von den Fachleuten der Strömungslehre, Mathematik und des Programmierers.

Literatur

1. PRÉKOPA, A.: Valószínűségelmélet műszaki alkalmazásokkal Műszaki Könyvkiadó, Budapest (1972).
2. GOLDSTEIN, S.: The Steady Flow of Viscous Fluid part a Fixed Special Obstacle at Small Reynolds Numbers (Proc. Rox.Soc.A. 123, 1929)
3. PÁPAI, L.: Anyagszállítás légáramban és folyadékáramban. Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest, (1965).
4. KOVÁCS, L.: Ähnlichkeitskriterien bei der pneumatischen Förderung Budapest, Műszaki Egyetem Vízgépek Tanszékének Közleményei, (1974).
5. KAUFMANN, W.: Technische Hydro- und Aeromechanik, Springer Verlag, Berlin, (1963).
6. GNEDENKO, B.: The Theory of Probability. Mir Publishers, Moscow, (1976).

Dr. Iván MONOSTORY H-1521 Budapest