

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕРАВНОМЕРНОГО СКОЛЬЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ВТОРОГО МЕТОДА ЛЯПУНОВА

Д. САБО

Кафедра математики механического факультета
Будапештского университета, H-1521 Budapest,

Поступило 23 мая 1983 г.

Представлено проф. д-ром М. ФАРКАШЕМ

Summary

This paper deals with the problem of the uniformity of motion in the case of machine tools slideways. Using Ljapunov's second method we can construct a map of stability, analytically. For the method, the linearization of the equations of motion is not necessary. The parameters which are used can be defined by measurement.

Введение

Те нежелательные вибрации, которые появляются при движении салазки станка, при установлении на размер и во время механической обработки, в большинстве случаев можно привести во взаимную зависимость с динамической неустойчивостью салазок динамической системы. Одним из важнейших явлений динамики скользящей салазки является неравномерное скольжение. Разница скользящих и сцепляющих сил трения приводит в колебание систему движущих элементов салазки, как систему колебания. Колебание может привести к застывающему скольжению, т. н. колеблющему скольжению или может затухнуть. Исследования, связанные с динамической устойчивостью системы салазки, направлены на то, чтобы найти ответ на вопрос, останутся ли при определенных условиях данной системы салазки в равномерном движении или появится самовозбуждающее колебание.

Исследования, направленные на неравномерное скольжение, принимая во внимание методы этих исследований, можно разделить на несколько групп. Использование механической заменяющей модели по всей вероятности наиболее обиходное [1, 2, 3, 4, 5], из этих теорий наиболее известной является т. н. теория предельной скорости. Много авторов исследовали то воздействие, которое оказывает время прилипания на коэффициент потенциального трения. Зная это

воздействие, можно определить критическую приводную скорость [7, 8, 9, 10, 11]. Результаты, полученные вследствие аналитического исследования устойчивости [1, 8, 12, 13, 14], подтверждают теоретические определения неизбежности неравномерного скольжения. Известные ограничения использования и трудности дальнейшего развития этих теорий привели к необходимости введения новых методов, среди которых наиболее значительным является моделирование аналоговой вычислительной машиной [5, 15, 16, 17, 18]. Экспериментальные испытания неравномерного скольжения специальным экспериментальным оборудованием в первую очередь показывают влияние свойств смазки и поверхности трения [19, 20]. Испытаниями, проведенными с салазками и салазочными моделями, можно проверить влияния всех параметров на неравномерное скольжение салазки станков [21, 22, 23, 24].

В этой работе обычную линеаризацию уравнений и их неточность обходим исследованиями, основанными на втором методе Ляпунова. Одновременно это позволяет изложить такой графический метод, на основе которого можем составить карту устойчивости.

В применяемой модели (рис. 1) тело (призма) массой m лежит на плоской поверхности; тело нагружаем силой нормального направления F . Тело продвигаем вперед с постоянной скоростью v через пружину, жесткость и демпфирование которой c и k .

Предположим, что упругость движущей пружины постоянная, а ее демпфирование линейное. Предположим далее, что скользящая и

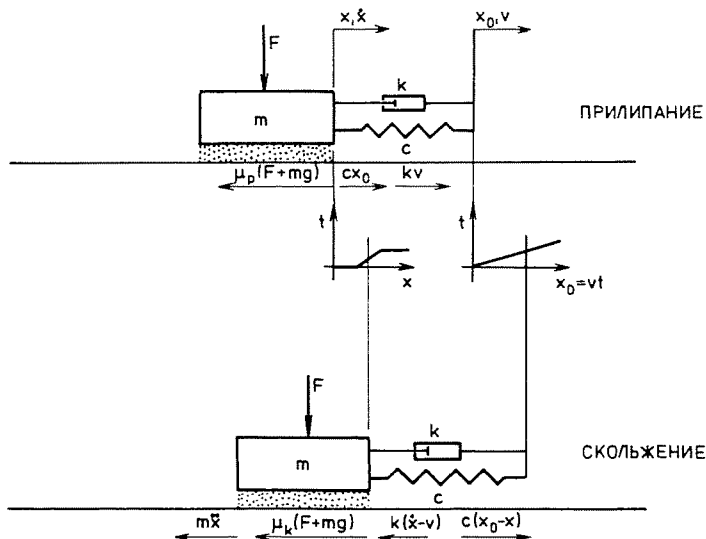


Рис. 1. Механическая модель перебойного скольжения

прилипающая силы трения, возникающие между телом и плоской поверхностью, линейно пропорциональны силе, которая давит на поверхность, а также, что скользящая сила, кроме этого, — функция только скорости \dot{x} , а прилипающая сила — функция только времени прилипания t_1 . Естественно, под выражением коэффициента прилипающего трения будем подразумевать всегда его максимум. Предположим далее, что сила F постоянна и всегда действует на центр. Предположим далее, что движущая пружина не имеет массы.

Анализ устойчивости

Во время скольжения, используя обозначения рис. 1, имеет место следующее уравнение движения тела:

$$m\ddot{x} = c(vt - x) + k(v - \dot{x}) - \mu_k(\dot{x})(F + mg), \quad \dot{x} > 0. \quad (1)$$

Требуемое линейное решение уравнения:

$$x_1 = vt - \mu_k(v)(F + mg) \frac{1}{c}.$$

Пусть

$$y = x - x_1$$

— отклонение произвольного решения от x_1 — Переходя к новой переменной от уравнения (1), получим следующее уравнение:

$$m\ddot{y} + k\dot{y} + cy = f(\dot{y}), \quad \dot{y} > -v, \quad (2)$$

где

$$f(\dot{y}) = (F + mg) [\mu_k(v) - \mu_k(\dot{y} + v)]. \quad (2a)$$

Тривиальное решение уравнения (2) соответствует решению x_1 уравнения (1). Рассмотрим положительно определенную квадратичную форму

$$V = \frac{c}{m} \frac{y^2}{2} + \frac{\dot{y}^2}{2}. \quad (3)$$

При анализе уравнения (2) используем V как функцию Ляпунова. При этом видим, V по характеру — энергия единицы массы, но с общей энергией движущегося тела, как это нетрудно показать, не находится в непосредственной зависимости, поэтому V будем называть «квазиэнергией».

В силу теоремы Ляпунова [25], зная характер $\dot{V}_{(2)}$, можем сделать вывод об устойчивости решения $y \equiv 0$, где $\dot{V}_{(2)}$ — это производная

функция по времени в силу системы (2):

$$\dot{V}_{(2)} = -\dot{y} \left[\frac{k}{m} \dot{y} - \frac{f(\dot{y})}{m} \right]. \quad (4)$$

а) Если в одной окрестности начала координат $\dot{V}_{(2)}$ определенно отрицательное, тогда решение $y \equiv 0$ асимптотически устойчиво.

б) Если в каждой окрестности начала координат $\dot{V}_{(2)}$ принимает положительное значение, тогда решение $y \equiv 0$ неустойчиво.

Если в формулу (4) запишем формулу (2а), тогда увидим, что при

$$\left. \frac{d}{d\dot{x}} \mu_k(\dot{x}) \right|_{\dot{x}=v} > -\frac{k}{F+mg} \quad (5)$$

имеет место случай а), при

$$\left. \frac{d}{d\dot{x}} \mu_k(\dot{x}) \right|_{\dot{x}=v} < -\frac{k}{F+mg} \quad (6)$$

имеет место случай б). Для исследования последнего случая нет необходимости, т. к. движение неустойчивое и возникает неравномерное скольжение, или колеблющее скольжение.

Достаточное условие бесперебойного устойчивого движения

Так как уравнение (2) имеет смысл только в случае, когда относительная скорость \dot{y} больше $-v$, условие уравнения (5) в случае а) надо в дальнейшем сузить. Предположим, что при выполнении уравнения (5), $\dot{V}_{(2)}$, определенное в довольно большой окрестности, т. е. (см. рис. 2)

$$\mu_k(v + \dot{y}) > \mu_k(v) - \frac{k}{F+mg} \dot{y} \quad \text{при } \dot{y} > 0,$$

и

$$\mu_k(v + \dot{y}) < \mu_k(v) - \frac{k}{F+mg} \dot{y} \quad \text{при } \dot{y} < 0. \quad (7)$$

Дадим такие условия, при которых решение удовлетворяет $\dot{y} > -v$. В момент прилипания

$$\dot{y} = -v, \quad \ddot{y} \leq 0.$$

Из уравнения (2) следует, что в момент прилипания

$$\ddot{y} = \frac{f(-v) + kv}{m} - \frac{c}{m} y_{t0} \leq 0, \quad (8)$$

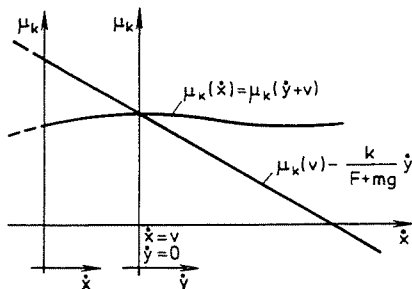


Рис. 2. Достаточное условие устойчивости

где y_{t0} — место прилипания. Из этого

$$y_{t0} \geq \frac{f(-v) + kv}{c} = y_h, \quad (9)$$

где y_h — предельное положение прилипания. Пусть

$$V_h = \frac{c}{m} \frac{y_h^2}{2} + \frac{v^2}{2}.$$

Прилипание не может произойти, если квазиэнергия тела меньше, чем V_h . Если во время движения $\dot{V}_{(2)}$ — отрицательное, тогда во избежание прилипания достаточно того, чтобы квазиэнергия тела при старте (V_0) не была больше, чем V_h .

Так как

$$V_0 = \frac{c}{m} \frac{y_0^2}{2} + \frac{v^2}{2},$$

где y_0 — место старта, достаточное условие

$$|y_0| \leq |y_h|, \quad \text{т. е.} \quad y_0 \geq -y_h. \quad (10)$$

Из условия старта можно определить значение y_0 . Из-за равновесия сил

$$-c \left[y_0 - \mu_k(v) \frac{F + mg}{c} \right] + kv - \mu_{p\infty}(F + mg) = 0, \quad (11)$$

где $\mu_{p\infty}$ — максимальный коэффициент потенциального трения, относящийся к времени прилипания $t_t = \infty$. Выражая y_0 из соотношения (11) и записав его в уравнение (10), получим, что достаточное условие избежания остановки

$$v \geq \frac{\mu_{p\infty} - 2\mu_k(v) + \mu_k(0)}{2 \frac{k}{F + mg}}. \quad (12)$$

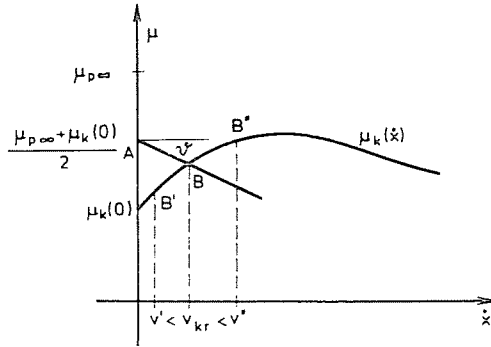


Рис. 3. Графическое определение критической движущей скорости

Теперь можем дать и границы действия выражения (7). В ходе решения

$$V \leq V_0$$

\dot{y} можно оценить как

$$-v < \dot{y} \leq \sqrt{2V_0}. \quad (13)$$

Подводя итоги, можно сказать, что движение неравномерное и решение $y \equiv 0$ асимптотически устойчиво, если выполняется условие (12) и в данной шкале неравенства (13) $\dot{V}_{(2)}$ — отрицательно определенное. Если известна кривая коэффициентов μ_k и значение $k/(F + mg)$, тогда на основе неравенства (12) посредством чертежа можем определить критическую движущую скорость v_{kr} (рис. 3). Из точки «А

$$\left(\mu = \frac{1}{2} [\mu_{p\infty} + \mu_k(0)] \right)$$

проведем прямую направления

$$\vartheta = -\arctg \frac{k}{F + mg}.$$

Абсцисса точки пересечения прямой и кривой коэффициента трения даст скорость v_{kr} . Значит, точка «В», относящаяся к скорости

$$v'' > v_{kr},$$

располагается над прямой АВ. Если угол наклона прямою AB'' : ϑ'' , тогда

$$\operatorname{tg} \vartheta'' = \frac{\mu_k(v'') - \frac{1}{2} [\mu_{p\infty} + \mu_k(0)]}{v''} > \operatorname{tg} \vartheta = -\frac{k}{F + mg},$$

после перегруппировки которого получим, что v'' удовлетворяет условию (12).

Квазиэнергетическое влияние потенциального трения. Область демпфирования

Еще не выяснена прилипающего трения в тех случаях, когда состояние равновесия устойчиво, располагает достаточно большой областью притяжения, но тело может прилипнуть. Зависимость (максимальной) силы прилипания трения от времени прилипания можем проанализировать с такой точки зрения, увеличивает ли она квазиэнергию системы или уменьшает ли ее.

Предположим, что кривая коэффициентов потенциального трения как функция времени прилипания известна. Предположим далее, что в положении y_{i0} тело прилипнет. Пусть полное время прилипания T_i , тогда тело отправляется в положении

$$y_{iT} = y_{i0} - vT_i, \quad (14)$$

где T_i можно определить на основе условий динамики. В момент T_i уравнение равновесия сил выглядит так:

$$-c \left[y_{i0} - \mu_k(v) \frac{F + mg}{c} - vT_i \right] + kv - (F + mg)\mu_p(T_i) = 0.$$

Значит, T_i будет наименьшим положительным корнем уравнения

$$-c [y_{i0} - vt_i] + (F + mg)\mu_k(v) - kv - (F + mg)\mu_p(t_i) = 0. \quad (15)$$

Выражая другим образом, можно сказать, что прилипание будет длиться до тех пор, пока

$$\mu_k(v) + \frac{kv}{F + mg} - \frac{c}{F + mg} y < \mu_p \left(\frac{y_{i0} - y}{v} \right), \quad 0 \leq t_i < T_i. \quad (16)$$

(Неравенство (16) получим из зависимости (15) с заменой $t_i = \frac{y_{i0} - y}{v}$.)

Квазиэнергия тела не увеличивается во время остановки и старта, если

$$|y_{iT}| \leq |y_{i0}|,$$

т. е. если (из формулы (14))

$$T_i \leq \frac{2y_{i0}}{v}.$$

Но последняя реализуется только тогда, когда в момент

$$t_i = \frac{2y_{i0}}{v}$$

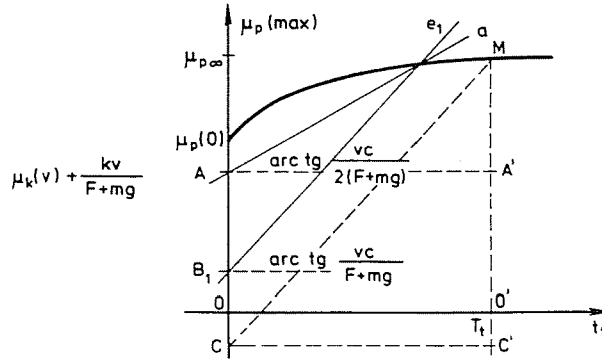


Рис. 4. Графическое определение критической амплитуды

неравенство (16) уже не является актуальным, т. е. тело уже раньше должно было бы сдвинуться. Значит, процесс прилипания происходит с потерей квазиэнергии, если в положении $y = -y_{i0}$:

$$\mu_k(v) + \frac{kv}{F+mg} + \frac{1}{2} \frac{vc}{F+mg} \left(\frac{2y_{i0}}{v} \right) > \mu_p \left(\frac{2y_{i0}}{v} \right). \quad (17)$$

Используя неравенство (17), можем продемонстрировать конструктивный процесс критической амплитуды y_{kr} . Эта критическая амплитуда такова, что если

$$y_{i0} \geq y_{kr},$$

то y_{i0} удовлетворяет неравенству (17). За этим процессом можем проследить на рис. 4. На вертикальной оси обозначим величину

$$\mu_k(v) + \frac{kv}{F+mg}$$

(точка «A»), и из этой точки проведем прямую («a») с углом

$$\text{arc tg} \frac{vc}{2(F+mg)}.$$

Из точки пересечения кривой коэффициента μ_p прямой «a» опять проведем прямую («e») под углом

$$\text{arc tg} \frac{vc}{F+mg}. \quad (18)$$

Пусть «e» пересекается с вертикальной осью в точке «B». К данному значению y_{i0} можем определить значение T_t : на вертикальной оси

измерим из «А» значение

$$-\frac{cy_{i0}}{F+mg}$$

(вниз!). Обозначим здесь точку «С». Корень уравнения (15) T_i будет абсциссой места пересечения M прямой, проведенной из точки «С», угол которой (18), и кривой коэффициента μ_p . Видно, что если точка «С» располагается под точкой «В», тогда принадлежащее к нему время прилипания T_i больше, чем принадлежащее к точке «В» критическое значение.

Обозначим буквой K и назовем демпфирующей областью объединение тех областей плоскости $y-\dot{y}$, в точках которых

- $\dot{V}_{(2)}$ — отрицательное и $\dot{y} > -v$
- или в случае $\dot{y} \leq -v: y \in H_1$,

а также пусть принадлежит к K и начало координат. Здесь H_1 — множество значений y_{i0} , при котором прилипание происходит с потерей квазиэнергии или осуществится $y_{i0} < y_h$. Ссылаясь на вышеуказанное, графическое изображение демпфирующей области видим на рис. 5.

Явное следствие изложенного — следующее достаточное условие: если начало координат имеет такую

$$L = \left\{ (y, \dot{y}) \in \mathbb{R}^2 : \frac{c}{m} \frac{y^2}{2} + \frac{\dot{y}^2}{2} \leq R \right\}, \quad (R > 0)$$

окрестность, в которой

$$L \subset K$$

выполняется, тогда движение тела (возможно, после конечного числа прилипания) стабилизируется по области притяжения

$$L \cap \{ \dot{y} : \dot{y} > -v \}.$$

Составление карты устойчивости на основе достаточных условий

Следуя использованным методам, соответствующей конструкционной системой можем составить карту устойчивости, основой которой являются две формы кривой коэффициентов трения. В этом пункте представим процесс.

Введем

$$\varphi = \frac{y}{y_0}$$

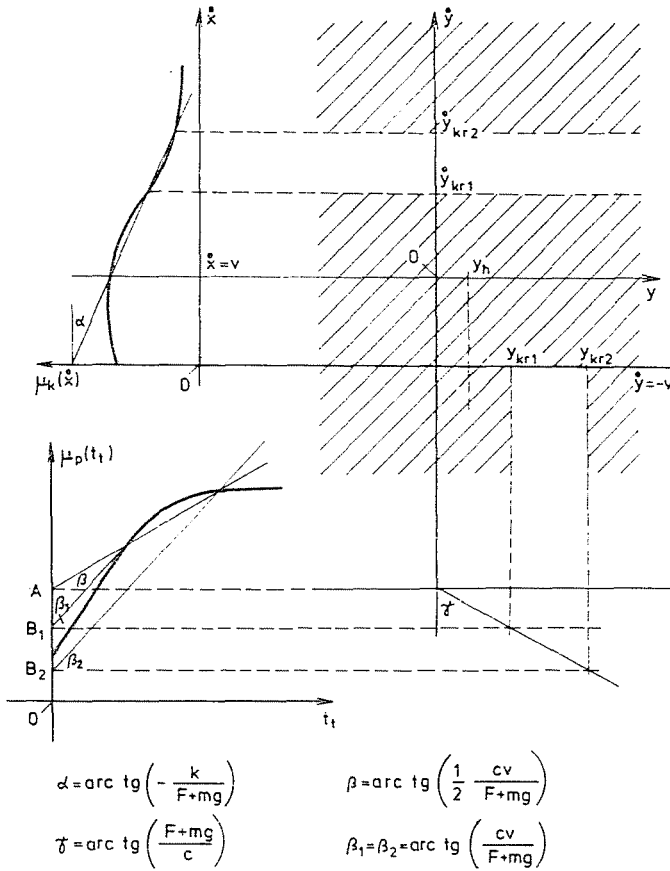


Рис. 5. Графическое изображение демпфирующего участка

безразмерной переменной (y_0 = положение старта), а также безразмерной переменной времени получаем

$$\tau = \frac{t}{\left(\frac{y_{t0}}{-v} \right)}$$

Для чисел аналогии уравнения (2) получим количества

$$P = \frac{kv}{F+mg} \quad \text{и} \quad S = \frac{mc}{k^2}$$

при условии, что v — постоянная величина. В уравнении (15), переходя к новым переменным, целесообразно отношение

$$Q = \frac{k}{c}$$

считать количеством аналогии. Введем эти количества новыми параметрами, подчеркнув, что, если известны знанием v , P , S , Q на основе зависимостей

$$k = m \frac{1}{SQ}, \quad c = m \frac{1}{SQ^2}, \quad F = m \left(\frac{v}{SPQ} - g \right).$$

v и значения $m/k/c/F$ однозначно определены.

Описанное в пункте 4 общее условие устойчивости, которое относится к демпфирующему участку, заменяем следующим: движение (возможно после конечного числа прилипания) стабилизируется, если в момент старта ($t=0$) зарегистрированный уровень квазиэнергии V_0 не больше, чем значение V_{kr} , относящееся к демпфирующему участку континуума L (при условии, что такое $L \neq \emptyset$ существует!).

Предположим, что во время скольжения удовлетворяется условие $\dot{V}_{(2)} \leq 0$ в области

$$u_1 \leq \dot{y} \leq u_2 \quad (u_1, u_2 < 0)$$

и процесс прилипания происходит с потерей квазиэнергии при условии остановки на участке

$$y_h \leq y_{t0} \leq y_{kr}.$$

Введя обозначения

$$V_t = \frac{c}{2m} y_{kr}^2 + \frac{v^2}{2},$$

$$V_- = \begin{cases} u_2^2/2 & \text{при } u_1 = -v, \\ \frac{1}{2} [\min(|u_1|, |u_2|)]^2 & \text{при } u_1 > -v \end{cases}$$

с определенным выше условием, получаем, что явно эквивалентным является следующее:

$$V_0 \leq V_{kr} = \min(V_t, V_-),$$

или

$$V_0 \leq V_t \quad \text{и} \quad V_0 \leq V_-. \quad (19)$$

Выразим V_0 , V_t , V_- новыми параметрами. После преобразования получим

$$V_0 = \frac{v^2}{2S} \left(1 - \frac{\mu_{p\infty} - \mu_k(v)}{P} \right)^2 + \frac{v^2}{2},$$

$$V_t = \frac{1}{2SQ^2} y_{kr}^2 + \frac{v^2}{2} = \frac{1}{2SQ^2} \left(\overline{AB} \frac{F+mg}{c} \right)^2 + \frac{v^2}{2},$$

$$V_- = \frac{y_{kr}^2}{2},$$

где расстояние \overline{AB} воспринимается на основе рис. 4, если $y_h < y_{kr}$, или

$$\frac{y_h c}{F + mg}$$

в другом случае, и

$$\dot{y}_{kT} = \min(|u_1|, |u_2|).$$

Введем функцию

$$W = \left(\frac{2V}{v^2} - 1 \right) SP^2,$$

и пусть соответствует к V_0, V_t, V_- в порядке W_0, W_t, W_- . Соотношение (19) явно будет эквивалентным следующим выражениям:

$$W_0 \leq W_t \quad \text{и} \quad W_0 \leq W_-.$$

Переходя к новым переменным

$$W_0 = [P + \mu_k(v) - \mu_{p\infty}]^2,$$

$$W_t = (\overline{AB})^2,$$

$$W_- = SP^2 \left(\frac{\dot{y}_{kr}}{v^2} - 1 \right).$$

Используем теперь те ранее полученные результаты, когда длина участка \overline{AB} , с одной стороны, — функция

$$P + \mu_k(v) \quad \text{и} \quad \frac{cv}{F + mg} = \frac{P}{Q}$$

а с другой — минимальное значение

$$(\overline{AB})_{\min} = \frac{y_h c}{F + mg} = P + \mu_k(v) - \mu_k(0).$$

Согласно этому значение W_t зависит только от $P + \mu_k(v)$ и P/Q , так в функции их его можно изобразить, как линии уровня. На этой же плоскости также можно изобразить и W_0 , т. е. на плоскости можно обозначить ту область или же предельную ее кривую, на которой

$$W_0 \leq W_t,$$

(рис. 6). Теперь, фиксируя Q на разных значениях, соответствующую предельную кривую можем переложить на плоскость $P-v$ (рис. 7, пучок кривых с обозначением IV), так, фиксируя два из P, v или Q , можно определить критическое значение третьего.

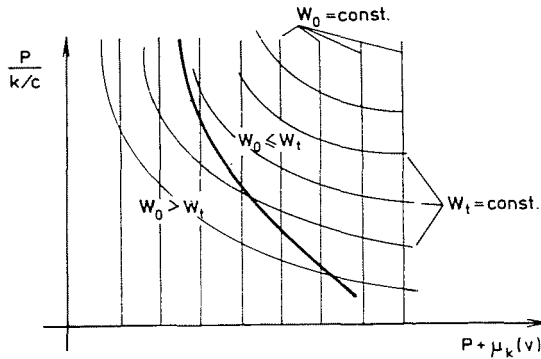


Рис. 6. Условие $W_0 \leq W_t$ в виде графического изображения

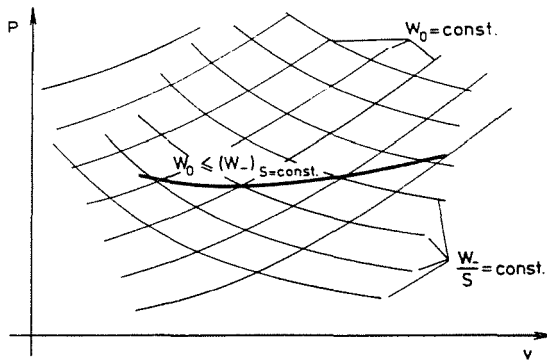


Рис. 7. Условие $W_0 \leq W_-$

Из взаимной зависимости (7), а также из изображений на рис. 5 видно, что значение \dot{y}_{kr} зависит только от v и

$$\frac{k}{F + mg},$$

которое можно и так толковать, что \dot{y}_{kr} зависит только от v и P . Таким образом, при неизменном значении S , W_- можно изобразить линиями уровня на плоскости $P - v$. То же самое можем сделать и с W_0 : ведь это — тоже только функция от P и v (рис. 8). Теперь, фиксируя S на разных значениях, можно наметить (в функции S) те области, то есть те границы (обозначим через Π), на которых выполняется (рис. 7)

$$W_0 \leq W_-.$$

Исполнение чертежа облегчается тем, что W_- прямо пропорционально значению S , т. е. достаточно построить линии $W_-/S = \text{const}$ только один раз.

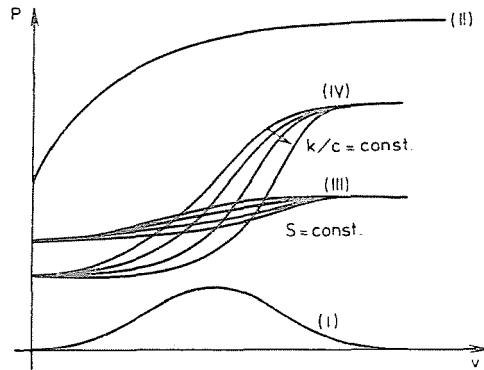


Рис. 8. Карта устойчивости

На этой же плоскости (рис. 7), используя условия (5) и (6), можем получить области, характеризующиеся устойчивым и неустойчивым равновесными положениями, которые разделяет кривая I. Уравнение кривой I

$$P = \begin{cases} -v \frac{d\mu_k(\dot{x})}{d\dot{x}} \Big|_{\dot{x} = -v}, & \text{если } \frac{d\mu_k(\dot{x})}{d\dot{x}} \Big|_{\dot{x} = -v} < 0, \\ 0 & \text{в другом случае.} \end{cases}$$

Подобным образом можно изобразить область параметров, удовлетворяющих условиям выражения (12). Уравнение кривой II, формирующей границу этой области, имеет следующий вид:

$$P = \frac{\mu_{p\infty} + \mu_k(0)}{2} - \mu_k(v).$$

Из карты устойчивости (рис. 7), фиксируя два любых переменных, можно определить критические значения двух других переменных.

— Под кривой с обозначением I равновесное положение неустойчиво, и поэтому возникает перебойное скольжение или скользящее колебание. Над кривой равновесное положение устойчиво, движение теоретически можно стабилизировать (см. соотношения (5), (6)).

— Над кривыми III и IV движение, возможно после конечного числа прилипаний, стабилизируется (см. выражение (14)).

— Над кривыми II и III движение стабилизируется без прилипаний (см. соотношения (12), (13)).

Определение параметров, необходимых для теоретического исследования устойчивости салазочной моделью

Как уже показано в пункте 5, для составления карты устойчивости достаточно знать коэффициенты трения движения и покоя в функции скорости и времени прилипания. Так как для нахождения функций нет необходимой теоретической основы, эти связи определяем опытным путем.

Для определения опытным путем функции коэффициента трения надо найти теоретически измерения относительной скорости скользящей поверхности, времени прилипания и изменения силы трения. Последнее ставит серьезные проблемы перед техникой измерения. Трудности можно избежать определением коэффициентов трения так называемым методом изменения направления, который разработал Г. Арз [26]. В этом случае достаточно регистрировать по времени относительный сдвиг салазки и направляющей. Абсолютное положение равномерного движения как состояние равновесия можно определить использованием симметрических особенностей, возникающих при перемене направления.

Рис. 9. показывает, как можно вычислить коэффициент трения по результатам измерений.

Выводы

Результаты теоретического исследования подтверждают выводы спецлитературы (см. пункт 1). Точность достаточных условий, данных на основе критерия устойчивости типа Ляпунова, и границы справедливости определяют приемлемость и действительные пределы упрощенных исходных условий. В связи с этим надо особенно подчеркнуть условия, оставленные без внимания в наших исследованиях, которые в некоторых случаях могут играть особенно важную роль:

— Жесткость движущего элемента обычно непостоянна, хотя на современных станках это приближенное значение удовлетворительно (движение предварительно напряженным винтом).

— Демпфирование движущей пружины только в очень узкой области можно рассматривать линейной функцией деформации пружины. Это предположение только при малых значениях демпфирования дает приемлемое приближение.

— Движущую пружину рассматривали безмассовой, что явно исключит анализ взаимного влияния между возникающими в пружине

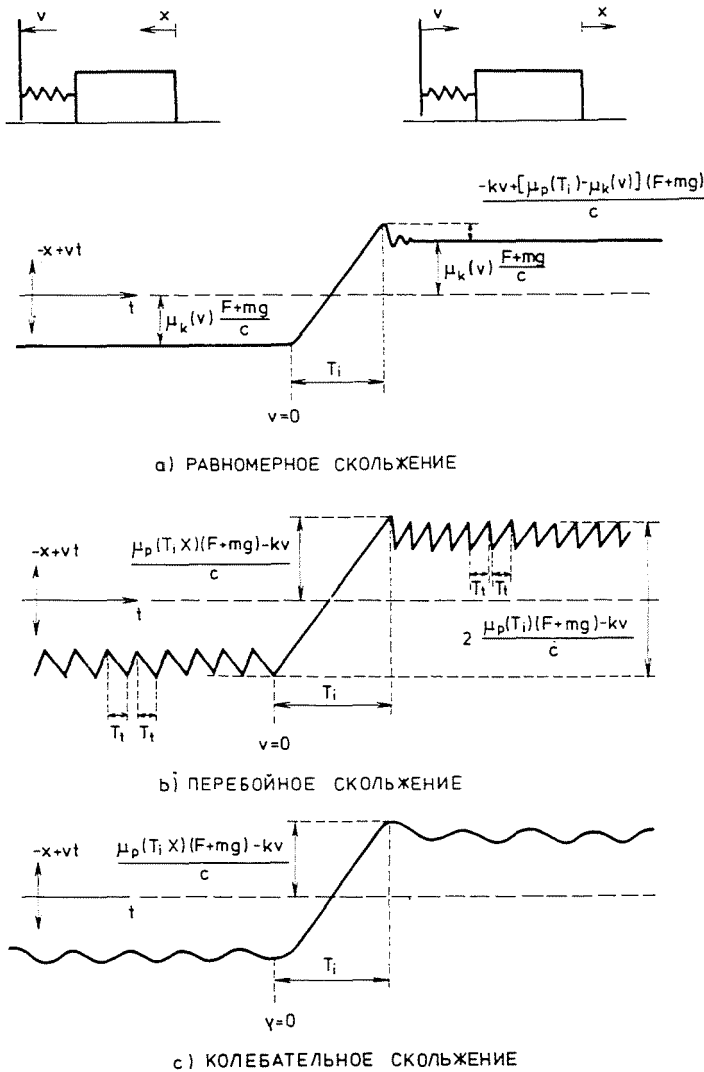


Рис. 9. Характерные движения

континуумными вибрациями и вибрациями салазки. В случаях салазок станков масса движущей пружины обычно не мала.

— Во время перебойного скольжения, особенно при больших размерах направляющих плоскости, при трансляционном движении возникает и перпендикулярное движение, на что мы не обратили внимание.

— Движение реальных скользящих салазок обычно происходит не с постоянной скоростью. Источником этого являются конструктив-

ные или технологические причины. В наших исследованиях эти обстоятельства тоже оставлены без внимания.

— Нагрузочная сила нормального направления, которая давит на трущуюся поверхность салазки и направляющей, обычно не постоянна. (Например, во время резки.) Кроме этого, на салазку действует и боковая и продольная переменная силы нагрузки.

— Использованные приближения при описании отношений трения удовлетворяют только слабым точностным требованиям. Во время анализа кривую коэффициентов трения динамического и статического движения рассматривали как равнозначные, так не определяли действительную роль времени прилипания.

Видно, что наши исходные упрощенные предположения соответствуют принятым в спецлитературе приближениям. Заметим однако, что при описании отношений трения наше исследование не сочло необходимым линеаризовать взаимную зависимость. Таким образом, наше приближение в некоторой степени более точное, чем широко распространенная линеаризация.

Контрольные вычисления, проведенные аналоговой вычислительной машиной, показали, с одной стороны, применимость нашей аналоговой вычислительной модели, а с другой позволили проанализировать, как при осуществлении достаточных условий данных устойчивых характеристик наша математическая модель располагает в действительности этими качествами.

В процессе экспериментальных исследований оказалось, что реверсированный измерительный метод пригоден для определения на салазочной модели параметров, необходимых для теоретического исследования устойчивости.

Во время экспериментального исследования характеристик устойчивости мы показали теоретическое определение критической движущей скорости с точностью около 30%, что обеспечивает возможность практического использования описанного метода.

Резюме

В статье рассмотрены прямолинейное равномерное движение салазок станка направляющими скольжения. На основе второго метода Ляпунова аналитическим исследованием можно построить карту устойчивости. Этот метод не требует линеаризации уравнений движения. Необходимые для исследования параметры можно задать путем измерений.

Литература

1. ARZ, G.: Szerszámgépek akadozó csúszásának elméleti és kísérleti vizsgálata. (Теоретическое и практическое исследование перебойного скольжения станков), Műszaki doktori disszertáció, BME 1971
2. БАРБАШИН, Е. А.: О построении функции Ляпунова, Дифференциальные уравнения, 4, 2127 (1968)
3. BIRCHALL, T. M.: Friction and lubrication of machine tool slideways, Machinery, 93, 824 (1958)
4. COOK, N. A.: A study of dynamic friction, ASME, 58, A. 257
5. Демидович, Б. П.: Лекции по математической теории устойчивости, Москва, 1967
6. ДЕРЯГИН, Б.—ПУШ, В.—ТОЛСТОЙ, Д.: Теория скольжения твердых тел, Журнал технической физики, 26, 12 (1956)
7. DOKOS, J.: Rapport présenté a la 16-ème assemble generale du CIRP, Par J. Lombard, Paris, 1966, 5-6 p.
8. HÄUSSLER, F. W.—WONKA, A.: Zur Berechnung des Stick-Slip Vorganges, Maschinenbautechnik, 45 (1959)
9. ИСЛИНСКИЙ, А. Й.—КРАГЕЛСКИЙ, Й. В.: О скачках при трении, Журнал технической физики, 14, 4 (1944)
10. KORNIGSBERGER, A.: Design principles of metall cutting machine tools, Pergamon Press, London, 1962
11. КРАГЕЛСКИЙ, Й. В.: О влиянии продолжительности неподвижного контакта, Журнал технической физики, 14, 3 (1944)
12. MOISSAN, A.: Contribution a l'Etude du Comportement Dynamique, Annals of the CIRP, 14, 295 (1968)
13. NIEMANN, G.—EHRENSPIEL, K.: Anlaufreibung und Stick-Slip bei Gleitpaarungen, VDI Zeitschr., 105, 221 (1963)
14. ПУШ, В.: Малые перемещения в станках, МАШГИЗ, Москва, 10 (1961)
15. RAIZADA, R. S.: Amortisseur hydraulique applique aux Commades de déplacement Thèse, Université de Manchester, 1961
16. REICHARD, W.: Der einheitliche Zusammenhang zwischen Sinusschwingungen, Elektr. Nachr. technik, 20, 76 (1942)
17. RISTOW, J.: Die elektrische Nachbildung des Stick-Slip Vorganges, Zeitschrift für Hochfrequenztechn., Elektroakustik, 76, 1 (1967)
18. RISTOW, J.: Die elektrische Nachbildung von Reibungsvorgängen, Maschinenbautechnik, 16, 357 (1967)
19. SCHINDLER, H.: Analyse und Näherungsberechnung der ungleichförmigen Schlittenbewegung bei Werkzeugmaschinen 6. Int. Werkzeugmaschinen tagung, 1968, Dresden
20. SCHINDLER, H.: Analyse und Näherungsberechnung der ungleichförmigen Schlittenbewegung bei Werkzeugmaschinen, Maschinenbautechnik, 17, 627 (1968)
21. SCHINDLER, H.: Einfluss der Werkstoffpaarung auf die Gleit und Genauigkeitseigenschaften von Gleitführungen, Maschinenbautechnik, 18, 345 (1969)
22. SINGH, B. R.: Study of critical velocity of stick-slip sliding, Journal of Engineering for Industry, 11, 393 (1960)
23. SINGH, B. R.: Sensitivity of slow shifting under stick-slip conditions, The Engineer, 1960. 7, p. 187-190
24. SINGH, B. R.—MOHANTI, H. B.: Experimental investigation of stick-slip sliding, The Engineer, 1959. 4, p. 537-539
25. STÖFERLE, T.—DRAGER, H. I.: Das Dämpfungsverhalten von Werkzeugmaschinenführungen, Werkstatt und Betrieb, 104, 231 (1971)

26. TANNERT, E.: Der Gleitindikator, Erdöhl und Kohl, 14, 926 (1961)
27. UMBACH, R.: Modellversuch und Messungen an ausgeführten Maschinen als Hilfsmittel für die Konstruktion im Grosswerkzeugmaschinenbau, TZ für Praktische Metallbearbeitung, 63, 217 (1969)
28. ARZ, G.—PALÁSTI, K.—PAP, A.: Műanyagbevonatú szerszámgép-csúszóvezetékek mozgásegyenletességének vizsgálata (Исследование равномерного движения по направляющим станка со смазкой), 75 éves a BDGMF Konferencia, 1973, Kézirat

György SZABÓ H-1521 Budapest