PLANUNGSMETHODE FÜR MEHRSTUFIGE ZAHNRÄDER-WERKZEUGMASCHINENGETRIEBE MIT DREI- UND VIERWELLEN

Von

E. CSÁBLI

Lehrstuhl für Fertigungstechnik, Technische Universität Budapest

Eingegangen am 13. Sept. 1980
Vorgelegt von Prof. Dr. M. HORVÁTH

Kinematische Planung von Werkzeugmaschinen-Getriebe bedeutet die Bestimmung des strukturellen Aufbaues des Getriebes. In Kenntnis der notwendigen Leistung, des Moments und des Drehzahlintervalls wird die Planung mehrere, aufeinandergebaute Planungsphasen benötigen. Im folgenden beschäftigen wir uns von diesen Phasen nur mit einer, nämlich mit der Planung der, zwischen den Antriebsmotor, oder sonstigen mechanischen Antrieb und die Hauptspindel eingebauten Zahnradgetriebe. Grundkennzeichnung solcher Zahnrädergetriebe ist die Stufenzahl „a", das heißt, sie besitzen „a" Stück „n_i" Abtriebsdrehzahlen bei einer Antriebsdrehzahl. Die Reihe der Abtriebsdrehzahlen baut sich nach gewisser Gesetzmäßigkeit auf, und man muß bei der Aufgabenlösung kinematische und mechanische Begrenzungen berücksichtigen.

Zusammenfassung und Analyse der bisher erreichten Ergebnisse

Die Frage des Aufbaues der Drehzahlreihe war das erste Problem, das bei der Planung von Werkzeugmaschinen in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts auftauchte. Der russische Forscher A. GADOLIN hat schon damals den Aufbau der Drehzahlreihe nach geometrischer Reihe vorgeschlagen [1]. Dementsprechend ist der Stufensprung gleich dem Quotient der Drehzahlreihe,

$$\varphi = \frac{n_i}{n_{i-1}}, \tag{1.1}$$

falls die Relation $n_i > n_{i-1}$ für die Glieder i und $i-1$ der Reihe besteht. Später wurden Stufensprung und Umdrehungszahlen standardisiert. Mit dem Erscheinen der zwischen die stufenlosen Getriebe und die Hauptspindel gebauten Getriebe hat sich die Deutung des Stufensprungs ein wenig verändert, sie wurde folgendermaßen verallgemeinert:

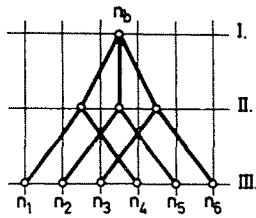


Abb. 1. Aufbaunetz entsprechend der Getriebegleichung $A_3^1 \cdot I_2^3 = E_6^1$

$$\varphi^* = \frac{n_i}{n_{i-1}}, \tag{1.2}$$

wo $i \geqq 1$ ganze Zahl ist, wenn $n_i > n_{i-1}$ und φ einen standardisierten Wert hat. Bei der Planung des Aufbaus des Getriebes ist das Aufbaunetz ein bedeutendes methodisches Ergebnis, das dem deutschen Forscher R. Germar zu verdanken ist [2, 3].

Ende der fünfziger Jahre unseres Jahrhunderts wurden die Getriebegleichungen zur Bestimmung der möglichen Aufbaumethoden eingeführt [4, 5, 6]. Die mögliche Zahl der Aufbaumethoden hängt von der Zahl, der in Reihe geschalteten elementaren Getriebe ab, diese jedoch von der Gliederzahl und Ordnungszahl.

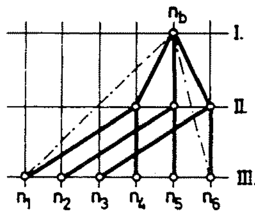
Jede Aufbaumethode wird durch eine Getriebegleichung charakterisiert. Diese enthält alle Informationen, die ein Aufbaunetz liefert.

Das Aufbaunetz und die Getriebegleichung lassen sich eindeutig zusammenordnen. Ein der Getriebegleichung $A_3^1 \cdot I_2^3 = E_6^1$ entsprechendes Aufbaunetz ist in der Abb. 1 zu sehen.

Die Herstellung der Getriebegleichungen ist einfacher, als die des Aufbaunetzes, ihre Ausdrucksweise kompakter. Die Varianten gemäß den Stufenzahlen und Ordnungszahlen können auf mathematischer Weise mit Permutation oder iterierte Permutation erhalten werden. Trotz den Vorteilen der Getriebegleichung hat sie das Aufbaunetz von der Praxis nicht verdrängt. Dies läßt sich damit erklären, daß das Drehzahlbild leicht aus dem Aufbaunetz abgeleitet werden kann.

Das Drehzahlbild ist die verzerrte Form des Aufbaunetzes, bei seiner Konstruktion wird jedes Element des Aufbaunetzes verwendet. Zu einem Aufbaunetz (zu einem Aufbau) kann man mehrere Drehzahlbilder zuordnen, d. h., daß sich mehrere konkrete Getriebe gemäß der Antriebsdrehzahl „n_b" zuordnen lassen. So wachsen die mögliche Zahlen der Lösungen auf das Vielfache. Abb. 2 zeigt die zwei Lösungen, die zu dem in Abb. 1 sichtlichen Aufbaunetz gehören.

Die viele Arten der Aufbaumethode und die zu jeder Aufbaumethode ordenbaren mehrfachen konkreten Lösungen stellen die Frage der Optimales



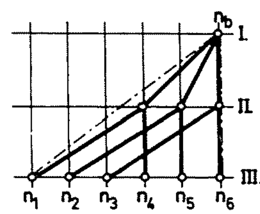


Abb. 2. Variante von Drehzahlbilder

Getriebe zu verstehen? Wir nennen ein Getriebe aus irgendeinem Gesichtspunkt optimal, wenn es hinsichtlich auf diesen Gesichtspunkt die lasten Eigenschaften besitzt [7].

Anfänglich betrachtete man jenes Getriebe optimal, das die minimale Zahnzahlensumme hatte. E. STEPHAN [8] bestrebte das Getriebe mit minimalstem Volumen zu bestimmen. Neben dem Kriterium der Zahnzahlensumme, gelten bei ihm auch das Minimum des Wellenabstandes, und als Folge der achsialen Länge des Getriebes weiterhin der gebundenen Getriebe das Minimum der Elementenanzahl, auch als Kriteria.

Mit Hilfe einer mathematischen Methode führt H. SCHÖPKE [5] die Frage des Minimums der Zahnzahlensumme auf ein elementares Getriebe zurück:

$$s = p_i \cdot z_{\min}(1 + k_{\max}) \,. \tag{1.3}$$

wo — s die Zahnzahlensumme bezüglich auf das elementare Getriebe,
— p_i die Stufenzahl des elementaren Getriebes,
— $z_{\min}$ die kleinste Zahnanzahl des Zahnrades,
— $k_{\max}$ das größte Treibverhältnis, das in dem elementaren Getriebe zustandekommt, bedeuten.

R. ZDENKOVICH [7] gibt Zusammenhänge und Prinzip für die Gestaltung der Drehzahlbilder und für die Auswertung gemäß der Zahnzahlensumme. Ein allgemeines Prinzip der Gestaltung von Drehzahlbildern ist, daß die Linien der Treibverhältnisse, die größte Verlangsamung und die größte Beschleunigung in dem Getriebe realisieren, die Diagonalen $n_b - n_1$ bzw. $n_b - n_a$ am besten annähern sollen (Vgl. Abb. 2).

Die minimale Elementenanzahl wird von den sogenannten gebundenen Getrieben gesichert. Zur Bestimmung der Treibverhältnisse ist die Ausarbeitung des sogenannten Bindungsgesetzes J. TAJNAFÖI [6] die Realisierung der graphischen Methode W. WOLF [9] zu verdanken.

Ich selbst halte die Abmessung der Getriebenelemente und die Torsionssteifigkeit der kinematischen Kette des Getriebes für ein wichtiges Kriterium. Von diesem Standpunkt aus ist die Aufbaumethode gemäß abnehmender Stufenzahl und wachsender Ordnungsanzahl vorteilhaft [2, 5, 10]. Das Kriterium der Länge von kinematischer Kette führte A. OSYCZKA ein [11].

Er verwendet als Methode die Graphtheorie, als Mittel den Computer.

Folgerungen

1. Man muß in mehrerer Hinsicht, zum Beispiel minimale Zahnzahlensumme, minimale Elementenanzahl und maximale Torsionssteifigkeit — optimales Getriebe herstellen. Unter den Kriteria der Optimalisierung ist es zweckmäßig eine Prioritätsreihe aufzustellen.

2. Zur Optimalisierung ist die Verwendung einer Rechenmaschine zweckmäßig.

3. Bei der Bestimmung der Teiltreibverhältnisse braucht die Anwendung des Drehzahlbildes ein graphisches Display, das schnelle Entscheidung und Herstellung einer neuen Variante vom Konstrukteur verlangt. Zweckmäßig zu sein scheint eine solche Formulierung der Aufgabe, die statt der geometrischen Lösung eine mathematische Lösung ermöglicht. Damit wird die Lösung unabhängig von dem subjektiven Urteil des Konstrukteurs.

Allgemeine Formulierung der Planungsaufgabe

Bei der Herstellung von jedem „n_i" Glied der Drehzahlreihe, wo $i = 1, 2, \ldots, a-1, a$ ist, aus „n_b" Antriebsdrehzahl nehmen wir an, daß der Aufbau des Getriebes durch die Reihenschaltung von „h" Stück elementaren Getrieben erfolgt. Weiterhin setzen wir voraus, daß jedes j-te elementare Getriebe, wo $= 1, 2, \ldots, h-1, h$ ist, genau „a" Stück Teiltreibverhältnisse besitzt. Zur allgemeinen Formulierung der Aufgabe nehmen wir weiterhin noch an, daß die in einem Teilgetriebe vorkommenden Teiltreibverhältnisse, voneinander unterschiedlich sind. Mit Hilfe des geometrischen Modells ist dies in Abb. 3 ersichtlich.

Gemäß der Abbildung ist das kinematische System das Folgende:

$$\begin{aligned} n_1 &= n_b \cdot k_{1,1} \ldots k_{1,j} \ldots k_{1,h} \\ &\vdots \\ n_i &= n_b \cdot k_{i,1} \ldots k_{i,j} \ldots k_{i,h} \\ &\vdots \\ n_a &= n_b \cdot k_{a,1} \ldots k_{a,j} \ldots k_{a,h} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Wir kommen nach Umwandlung des Gleichungssystems, Logarithmieren weiterhin Substituieren von

$$\overset{\varphi}{\log} \frac{n_i}{n_b} = b_i \tag{3.2}$$

und

$$\overset{\varphi}{\log}\, k_{i,j} = x_{i,j} \tag{3.3}$$

zu dem folgenden inhomogenen linearen Gleichungssystem.

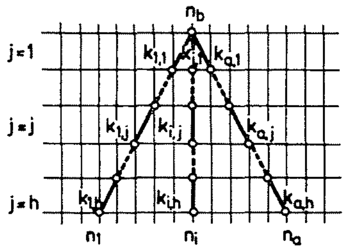


Abb. 3. Das allgemeine geometrische Modell eines Getriebes

$$
\begin{aligned}
&x_{1,1}+\ldots+x_{1,j}+\ldots+x_{1,h}=b_1\\
&\vdots\\
&x_{i,1}+\ldots+x_{i,b}+\ldots+x_{i,h}=b_i\\
&\vdots\\
&x_{a,1}+\ldots+x_{a,j}+\ldots+x_{a,h}=b_a\,,
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

das ein lineares Vektorfeld charakterisiert. Als Basis der Logarithmierung diene der Stufensprung: so besitzt das lineare Gleichungssystem ganzzahlige Koeffizienten, wodurch sich ganzzahlige Lösungen infolge des Aufbaus der Drehzahlreihe, gemäß geometrischer Reihe, ergeben. Die Aufgabe ist jetzt die Bestimmung der Größe der in der Herstellung der Punkte des Vektorfeldes vorkommenden Vektoren $x_{i,j}$ auf die Weise, daß ihre Summe, für das ganze Getriebe betrachtet, minimal sein soll, d. h.

$$\sum_{j=1}^{h}\sum_{i=1}^{a}|x_{i,j}|=\min\,. \tag{3.5}$$

Sofern der in einem elementaren Getriebe vorkommender gleicher $x_{i,j}$ Wert einmal berechnet wird. Es ist leicht einzusehen, daß diese Lösung für das ganze Getriebe die Begrenzung der Verlangsamung und der Beschleunigung, demzufolge durch Festbindung der geringsten Zahnanzahl des angewendeten Zahnrades, das Minimum der Zahnzahlensumme sichert. So kommt die größte Priorität dem Minimum der Zahnzahlensumme zu. Das Gleichungssystem hat spezielle Form, und stellt gleichzeitig das reduzierte Gleichungssystem dar. Seine Lösung kann auf analytischer Weise [12] erfolgen. Seine Koeffizientenmatrix läßt sich einfach herstellen. Die Anzahl seiner Elemente beträgt $a^2 \cdot h$ d. h., es besteht aus „h" Stück Einhetsmatrizen je von „$a \cdot a$" Dimensionen. Sein Ergebnisvektor wird entweder in Kenntnis von $n_1, n_2 \ldots n_a$ und n_b, oder von den Gesamttreibverhältnissen $K_1, K_2 \ldots K_a$ errechnet.

Darstellung der Lösungen des inhomogenen Gleichungssystems

Offenbar und zweckmäßig scheint eine Lösung auf analytischer Weise z. B. mit Hilfe der Methode der Zerlegung auf minimale Dyadsummen. Diese Methode untersucht zuerst die Lösbarkeit des Gleichungssystems und führt die Lösung des inhomogenen Gleichungssystems auf die Lösung des homogenen Gleichungssystems zurück. Das Gleichungssystem in Matrixform geschrieben hat man:

$$\bar{A}\mathbf{x}=\mathbf{b}\,. \tag{4.1}$$

Umgeordnet und die neue Variante eingeführt, bekommt man die homogene Gleichung:

$$\bar{A}\mathbf{x}-\mathbf{b}(-1)=0 \tag{4.2}$$

Das Gleichungssystem kann in folgender Form geschrieben werden:

$$\bar{A}\mathbf{b}\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{x}\\-1\end{bmatrix}=0, \tag{4.3}$$

wo $\bar{A}\mathbf{b}=\bar{A}_0$, die erweiterte Koeffizientenmatrix ist. Durch Zerlegung der Koeffizientenmatrix auf Dyadsumme

$$\bar{A}_0=\bar{U}\,\bar{V}\,', \tag{4.4}$$

wo $\bar{V}\,'$ die gebildete Matrix aus den Reihenvektoren der Dyaden, und $\bar{U}$ die aus den Säulenvektoren der Dyaden gebildete Matrix ist.

$$\bar{V}\,'\mathbf{x}=0 \tag{4.5}$$

ist das reduzierte Gleichungssystem, dessen Lösung identisch mit der Lösung des Gleichungssystems ist.

$$\bar{A}_0\mathbf{x}=0 \tag{4.6}$$

Bei der Zerlegung der $\bar{A}_0$ Koeffizientenmatrix auf Dyadsumme verwendet man zur Darstellung der untergeordneten Matrix $\bar{A}_1$ den folgenden Zusammenhang:

$$\bar{A}_1=\bar{A}_{1-1}-\frac{a_j a_i'}{a_{i,j}}, \tag{4.7}$$

wo $a_{i,j}\neq 0$ das gewählte Generierselement ist. Das Generierselement a_j ist der Säulen- und a_i' der Reichenvektor. „1" ist die Anzahl der Schritte. Man kann durch die Zerlegung auf Dyadsumme bestimmen, welche die abhängigen und welche die unabhängigen Variablen sind. Den unabhängigen Variablen einzeln Werte gebend kommt man zu partikulären Lösungen des Gleichungssystems, zu

$$\mathbf{x}_{p1}, \mathbf{x}_{p2} \dots .$$

Die allgemeine Lösung des Gleichungssystems ist

$$\mathbf{x}_h = t_1 \mathbf{x}_{p1} + t_2 \mathbf{x}_{p2} \dots, \quad \text{wo} \quad t_1, t_2 \dots$$

rationale ganze Zahlen sind.

Eine partikuläre Lösung des homogenen Gleichungssystems $\boldsymbol{\lambda}$ erhält man bei dem Wert -1 einer früher eingeführten, neuen, übrigens freien Variablen. Die allgemeine Lösung des inhomogenen Gleichungssystems ergibt sich:

$$\mathbf{x} = t_1 \mathbf{x}_{p1} + t_2 \mathbf{x}_{p2} + \dots + \boldsymbol{\lambda} \tag{4.8}$$

Da die Parameter t_1, t_2 ... rationale ganze Zahlen sind, sind auch die Lösungen ganzzahlig und es kann unendlich viel davon geben. Die Lösungen sind speziell und ihre Art ist abhängig von der Anzahl der elementaren Getriebe, d. h., ist abhängig von der Anzahl der Getriebewellen.

Darstellung der Lösung bei „a" stufigen Drei- und Vierwellen Getrieben

Weiter aber wurde festgelegt, daß die Art der Lösung von der Anzahl der in Reihe geschaltenen elementaren Getrieben abhängig ist.

Diese Festlegung soll an Getrieben, welche bei gleicher Stufenzahl aus zwei und drei elementaren Getrieben bestehen, vorgeführt werden.

Es bestehe:

$$\begin{array}{lll} \text{falls} & j=1 & x_{i,j}=x_i, \\ \text{falls} & j=2 & x_{i,j}=y_i \quad \text{und} \\ \text{falls} & j=3 & x_{i,j}=z_i. \end{array}$$

Falls $\div h=2$, so ist das lineare Gleichungssystem wie folgt:

$$\begin{array}{l} x_1 \quad + Ox_2 \dots + Ox_a + y_1 + Oy_2 + \dots + Oy_a = b_1 \\ Ox_1 \quad + \quad x_2 \dots + Ox_a + Oy_1 + y_2 + \dots + Oy_a = b_2 \\ \vdots \\ Ox_1 + Ox_2 + \dots + Ox_a + Oy_1 + Oy_2 + \dots + y_a = b_a, \end{array}$$

$$\bar{E}\mathbf{x} + \bar{E}\mathbf{y} = \mathbf{b}. \tag{5.1}$$

Falls $\div h=3$

$$x_1+Ox_2+\ldots+Ox_a+y_1+Oy_2+\ldots+Oy_a+z_1+Oz_2+\ldots+Oz_a=b_1$$

$$Ox_1+x_2+\ldots+Ox_a+Oy_1+y_2+\ldots+Oy_a+Oz_1+z_2+\ldots+Oz_a=b_2$$
$$\vdots$$
$$Ox_1+Ox_2+\ldots+x_a+Oy_1+Oy_2+\ldots+y_aOz_1+Oz_2+\ldots+z_a=b_a,$$

$$\bar{E}\mathbf{x}+\bar{E}\mathbf{y}+\bar{E}\mathbf{z}=\mathbf{b}, \tag{5.2}$$

wo $\bar{E}$ eine „$a \cdot a$" Einheitsmatrix ist.

Während der Untersuchung wird es klar, daß der Rang der Einheitsmatrix beider Gleichungssysteme „a" beträgt und identisch ist, demzufolge kann man feststellen, daß im Falle $h=2$ die Anzahl der freien Variablen $a+1$ ist, falls $h=3$ die Anzahl der freien Variablen $2a+1$ ist. Daraus folgt, daß das homogene Gleichungssystem bei $h=2$ „a" und bei $h=3$ „$2a$" partikuläre Lösungen hat.

Um leichter damit arbeiten zu können, setzen wir statt der Summe, die, durch die Multiplizierung dieser partikularen Lösungen mit den Parameterwerten von $t_1 \ldots t_a$ (bei $h=2$) entstanden ist, den Vektor $\mathbf{y}_1$ ein, und statt deren, die durch die Multiplizierung mit den Parameterwerten von $t_1 \ldots t_{2a}$ (bei $h=3$) entstanden ist, die Vektoren $\mathbf{y}_1$ und $\mathbf{y}_2$ ein.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 &= t_1 \cdot \mathbf{x}_{p1}+\ldots+t_a \cdot \mathbf{x}_{pa} \\ \mathbf{y}_2 &= t_{a+1} \cdot \mathbf{x}_{pa+1}+\ldots+t_{2a} \cdot \mathbf{x}_{2a} \end{aligned} \tag{5.3}$$

falls $h=2$, so ist die Lösung:

$$\mathbf{x}_2=\mathbf{y}_1+\boldsymbol{\lambda}, \tag{5.4}$$

wo

$$\mathbf{y}_1=\begin{bmatrix} -t_1 \\ -t_2 \\ \vdots \\ -t_a \\ t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_a \end{bmatrix} \quad (5.5) \qquad \text{und} \qquad \boldsymbol{\lambda}=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_a \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Die Lösung in verwendbarer Form

$$\mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} -t_1 & +b_1 \\ -t_2 & +b_2 \\ \vdots & \vdots \\ -t_a & +b_a \\ t_1 & +0 \\ t_2 & +0 \\ \vdots & \vdots \\ t_a & +0 \end{bmatrix}. \tag{5.7}$$

Falls $h=3$, ist die Lösung

$$\mathbf{x}_3 = \mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_2 + \boldsymbol{\lambda}, \tag{5.8}$$

wo

$$\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} -t_1 \\ -t_2 \\ \vdots \\ -t_a \\ t_1 \\ t_2 \\ . \\ t_a \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.9) \qquad \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} -t_{a+1} \\ -t_{a+2} \\ \vdots \\ -t_{2a} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ t_{a+1} \\ t_{a+2} \\ \vdots \\ t_{2a} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

und die Lösung in verwendbarer Form

$$\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} -t_1 & -t_{a+1} & +b_1 \\ -t_2 & -t_{a+2} & +b_2 \\ \vdots & & \vdots \\ -t_a & -t_{2a} & +b_a \\ t_1 & +0 & +0 \\ t_2 & . & . \\ . & . & . \\ t_a & +0 & . \\ 0 & +t_{a+1} & . \\ . & +t_{a+2} & . \\ . & . & . \\ 0 & +t_{2a} & +0 \end{bmatrix}. \tag{5.11}$$

Verwendet man die Zusammenhänge 5.7, bzw. 5.11, und verändert man den Parameter „t" zwischen bestimmten Grenzen, so kann man für alle Teiltreibverhältnisse notwendige Lösungen herstellen.

Logische Schritte der allgemein formulierten Aufgabenlösung

Die Formulierung der Aufgabe ist wie folgt: Es ist ein Getriebe von „a" Stufe zu planen, welches

— sich zum polumschaltbaren Motor $G=1$, oder zum stufenlosen Getriebe $G=2$ anschließt.

— Gegeben ist seine Drehzahlreihe $n_1 \dots n_i \dots n_a$, und die Antriebsdrehzahl n_b, $F=1$, oder die Reihe der Gesamttreibverhältnisse

$$K_1 \dots K_i \dots K_a, \quad F=0.$$

Zur Lösung beachtet man die Begrenzungsbedingungen:

— maximale Verlangsamung $K_0 = 1/4$,

— maximale Beschleunigung $K_{0,1} = 2$,

— größte Stufenzahl $P_{max} = 3$ innerhalb einem elementaren Getriebe.

Die Lösung wird mit der analytischen Methode hergestellt. Die logische Schrittfolge ist die Folgende:

1. Bestimmung des Stufensprungs:

— wenn $G=1$ und $F=1$, dann

$$\varphi = \frac{n_a}{n_{a-1}}, \qquad \text{wo} \qquad n_a > n_{a-1}$$

— wenn $G=1$ und $F=0$, dann

$$\varphi = \frac{K_a}{K_{a-1}}, \qquad \text{wo} \qquad K_a > K_{a-1}$$

— wenn $G=2$, dann $\varphi=1, 12$

2. Bestimmung des Ergebnisvektors:

— wenn $F=1$, dann $b_i = \overset{\varphi}{\log} \frac{n_i}{n_b}$ (gerundeter Wert)

— wenn $F=0$, dann $b_i = \overset{\varphi}{\log} K_i$ (gerundeter Wert)

3. Die Bestimmung der Anzahl der elementaren Getriebe besteht aus mehreren Schritten.

a) Umwandlung der kinematischen Begrenzungen für die weitere Verarbeitung.

$$c = \overset{\varphi}{\log} K_0 \tag{6.1}$$

und

$$d = \overset{\varphi}{\log} K_{0,1} \tag{6.2}$$

b) Auswahl der minimalen Elemente $b_{\min}$ des Ergebnisvektors

c) Die notwendige Anzahl der elementaren Getriebe kann man aus den kinematischen Begrenzungen ableiten:

— unter Berücksichtigung der maximalen Verlangsamung

$$h_1 = \frac{b_{\min}}{c} + 1 \text{ ganzzahliger Teil}, \tag{6.3}$$

— aus der Stufenzahl unter Berücksichtigung der größten Gliederzahl

$$h_2 = \frac{a}{P_{\max}} + 1 \text{ ganzzahliger Teil}, \tag{6.4}$$

wo $a < 8$.

— effektive elementare Getriebezahl:

$$h=h_2\,,\quad \text{wenn}\quad h_2>h_1\quad \text{und}$$

$$h=h_1\,,\quad \text{wenn}\quad h_1>h_2\,. \tag{6.5}$$

4. Die Herstellung der Lösungen von dem inhomogenen linearen Gleichungssystem gemäß der Zusammenhänge aus 5.7 bzw. 5.11, neben der Bedingung $d \geqq t \geqq c$

5. Die Menge der erlaubten Lösungen wird so festgelegt, daß die Elemente des Ergebnisvektors **x** die kinematischen Begrenzungen „c" und „d" nicht überschreiten sollen:

$$c \leqq x_{i,j} \leqq d\,.$$

6. Für die Zahnzahlensumme können auf Grund des Kriteriums der typischen Zahl des Treibverhältnisses (x, y) optimale Lösungen ausgewählt werden:

$$\sum_{h=1}^{h} \sum_{i=1}^{a} |x_{i,j}| = \text{Minimum}\,.$$

Mehrere Lösungen sind zu erwarten.

7. Die Auswahl der optimalen Lösung aus den obengenannten Lösungen für minimale Elementenzahl erfolgt gemäß des Zusammenhangs:

$$\sum_{j=1}^{h} P_j = \text{Minimum}\,. \tag{6.6}$$

Es können sich ebenfalls mehrere Lösungen ergeben.

8. Zwecks Kürzung der Länge der meist belasteten kinematischen Kette ist das Minimum des Treibverhältnisses des letzten elementaren Getriebes auf Grund des Zusammenhanges: die optimale Lösung

$$x_{i,h}\big|_{i=1}^{a} = \text{Minimum} \tag{6.7}$$

auswählbar [13].

Zusammenfassung

Die besprochene Formulierung der Aufgabe ist für reguläre und auch für überdeckte Getriebe verwendbar. Die Menge der Lösungen kann man wegen dem speziellen Charakter des Gleichungssystems, ohne dieses aufzuschreiben zu müssen, in Kenntnis der Stufenzahl und elementaren Getriebenzahl generieren. Mit Hilfe der Begrenzungen der Verlangsamung und Beschleunigung werden nur die erlaubten Lösungen dargestellt. Aus den erlaubten Lösungen wird die optimale Lösung auf Grund der Prioritätsreihe der Kriteria bestimmt. Dieser Abschnitt der kinematischen Planung wird mit Hilfe von mathematischen Zusammenhängen, durch Komputertechnik realisiert.

Die Methode läßt sich leicht zu anderen Phasen der Getriebeplanung koppeln.

Literatur

1. ACHERKAN, N.: Machine Tool Design, Vol. 3. Mir Publishers, Moscow, 1969.
2. KORDOSS, J.: Szerszámgépek I. Hajtómüvek és mechanizmusok, Tankönyvkiadó, Budapest, 1974.
3. KAZINCZY, L.: Fémforgácsoló szerszámgépek. Müszaki Könyvkiadó. Budapest, 1967.
4. BRANDENBERGER, H.: Berechnung der möglichen Ausführungsvariationen eines mehrstufigen Schaltgetriebes. Teil 2. Technica. 1962. p. 1187—1190.
5. SCHÖPKE, H.: Werkzeugmaschinen Getriebe. Georg Westermann Verlag, Braunschweig, 1960.
6. TAJNAFÖI, J.: Szerszámgépek I. Tankönyvkiadó, Budapest, 1973.
7. ZDENKOVICS, R.: Szerszámgéphajtómüvek kiválasztása és számitása grafikai úton. Hajtómü optimálás és a frekvenciaábra a komplex grafikai ábrázolás keretében. VII. Szerszámgépipari Kongresszus előadásai II. p. 345—355, Budapest, 1972. október 9—14.
8. STEPHAN, E.: Optimale Stufenrädergetriebe für Werkzeugmaschine. Springer-Verlag, Berlin, 1958.
9. WOLF, W.: Graphische Methode zur Bestimmung gebundener Dreiwellen-Getriebe im Werkzeugmaschinenbau. Teil 1. Doppelt gebundene Getriebe. TZ. für praktische Metallbearbeitung, 1975. 7. p. 241—243.
10. TAKÁCS, E.: Szerszámgépek I. Tankönyvkiadó, Budapest, 1973.
11. OSYCZKY, A.: Optimization of the Steady State Parameters for Machine Tool Gear Trains. Machine Tool Design Research, 1975. Mai. p. 31—68.
12. RÓZSA, P.: Lineáris algebra és alkalmazásai. Müszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974.
13. CSÁBLI, E.: Szerszámgépek fokozatos hajtómüveinek kinematikai tervezése logikai modellekkel. Dr. ing. Theses. TU Budapest, 1979.

Ernő CSÁBLI, H-1521 Budapest