

ИСПЫТАНИЕ РЕБРИСТЫХ ПЛИТ НА ПРОЧНОСТЬ

Мольнар, Ш.

Кафедра деталей машин Института конструкций машин
Будапештского Технического Университета

Поступило: 20 января 1981 г.

Представлено: проф. д-р ВАРГА, Л.

Введение

Среди корпусных деталей оборудования, производимого в области машиностроительной промышленности, часто встречаются ребристые несущие детали. Однако, метод их испытания на прочность подробнее разработан для металлических конструкций инженерных сооружений. Эти численные методы не всегда пригодны для вычисления с необходимой точностью ребристых плит, применяемых в машиностроении. Поверхностная нагрузка несущих ребристых плит машинного оборудования обычно в десять раз больше, чем на строительной практике. Вследствие этого, при проектировании ребристых плит машин, относительно к главным размерам (длина, ширина) применяют более толстые плиты, высокие ребра, уменьшенные расстояния между ребрами. Из-за более «коренастого» выполнения конструкции выдвигаются на первый план и такие усилительные эффекты ребер, которыми пренебрегали в предыдущем численном методе, из-за их незначительности. Если принимаем во внимание дополнительные влияния ребер, это хотя и осложняет численный метод, но точность результатов вычисления приводит к использованию меньшего «излишнего» материала.

Литературные данные и результаты

При изучении специальной литературы можно установить, что исследование прочности ребристых плит проводится на основе дифференциального уравнения тонких плит

$$\frac{\partial^4 w_i}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 w_i}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 w_i}{\partial x_2^4} = \frac{p(x_1, x_2)}{D_m} \quad (1)$$

где x_1, x_2 — направления осей системы координат Декарта

w_i — функция прогиба средней плоскости изотропной плиты,

$p(x_1, x_2)$ — функция поверхностной нагрузки,

D_m — жесткость плиты при изгибе.

Выводом (1) дифференциального уравнения многие подробно занимались в своих работах, например, Софи-Жермен, Лагранж, Навье, Кирхгоф, Тимошенко, Галеркин, Надаи и т. д. [9], [11], [13], [14], [15].

В дальнейшем мы занимаемся — сравнительно общими — прямоугольно-продолговатыми, плоскими плитами, ребристыми на одной стороне. Положение ребер на одной стороне изотропной плиты, ортогонально относительно друг к другу, а краям параллельно. Поэтому в специальной литературе она часто называется и ортотропной плитой.

У этого численного метода, усилительные влияния ребер учитывается с равномерным рассеянием изгибающей и скручивающей жесткости вдоль и ширины плиты. (x_1, x_2 плоскость системы координат лежит в средней плоскости изотропной плиты [8], [15], [16]).

В этом случае, рассматриваемое дифференциальное уравнение:

$$B_1^* w'''' + 2H^* w'''' + B_2^* w'''' = p(x_1, x_2) \quad (2)$$

где B_1^*, B_2^* — жесткость изотропной плиты и ребер при изгибе, перпендикулярно к направлениям осей и

H^* — жесткость изотропной плиты и ребер при кручении,

w — функция прогиба средней плоскости изотропной плиты.

Во многих работах занимаются решениями жесткости при изгибе и кручении, по разным аспектам, но можно установить, что расхождения в основном не влияют на численные значения.

Влияния усилительных ребер исследовал К. Тренкс в своей диссертации. Исходя из уравнения равновесия элемента ребристой плиты

$$\begin{aligned} N_{21} + N'_{11} &= 0, \\ N'_{12} + N_{22} &= 0, \\ N'_{13} + N_{23} + p(x_1, x_2) &= 0, \\ M'_{12} + M_{22} - N_{23} &= 0, \\ M'_{11} + M_{21} - N_{13} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

при помощи упрощений получил начальное уравнение

$$\begin{aligned} N_{21} + N'_{11} &= 0, \\ N'_{12} + N_{22} &= 0, \\ M''_{11} + M'_{12} + M'_{21} + M_{22} + p(x_1, x_2) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначения в системах уравнений:

$N_{11}, N_{22}, N_{12}, N_{13}, N_{23}$ — удельные нормальные и касательные силы,
 M_{11}, M_{22}, M_{12} — удельные изгибающие и крутящие моменты.

(обозначение $\left. \frac{\partial}{\partial x_1} \right| \left| \right| = \left| \left| \frac{\partial}{\partial x_2} \right| \left| \right|$).

У этой модели расчета, так как автор не имел целью дальнейшего упрощения системы уравнений, стало возможным пренебрежение — впрочем общепринятым — условием «средняя поверхность изотропной плиты нерастяжимая». Так функции деформации можно искать в следующем виде:

$$\begin{aligned} u(x_1, x_2, x_3) &= u_0(x_1, x_2) - w'x_3, \\ v(x_1, x_2, x_3) &= v_0(x_1, x_2) - w'x_3, \\ w(x_1, x_2, x_3) &= w(x_1, x_2), \end{aligned} \quad (5)$$

где u_0, v_0 — функции перемещений — в направлении x_1, x_2 — любой точки средней плоскости изотропной плиты,

u, v, w — функции перемещений — в направлении x_1, x_2, x_3 — любой точки ребристой плиты.

Подставив выражения функций перемещений и удельных перемещений в закон Гука, потом зависимости напряжений в уравнение равновесия (4), Тренкс пришел к следующей системе дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \left(a_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + a_7 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) u_0 + (a_2 + a_7) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} v_0 - a_3 \frac{\partial^3}{\partial x_1^3} w &= 0, \\ (a_5 + a_7) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} u_0 + \left(a_7 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + a_4 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) v_0 - a_6 \frac{\partial^3}{\partial x_2^3} w &= 0, \\ a_3 \frac{\partial^3}{\partial x_1^3} u_0 + a_6 \frac{\partial^3}{\partial x_2^3} v_0 - \left(a_{10} \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + a_{16} \frac{\partial^4}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + a_{12} \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} \right) w &= \\ &= -p(x_1, x_2), \end{aligned} \quad (6)$$

который, соответственно нижеследующим, был нами записан в виде дифференциального оператора. Коэффициенты a , в системе дифференциальных уравнений зависят только от параметров геометрии и прочности.

Расчетная модель, предлагаемая для более точного учета эффектов ребер

Преимуществом обеих моделей расчета, показанных до сих пор, является то, что математическое описание явления относительно просто, легко можно его трактовать. Естественно, систему уравнений (3), описывающую явление в общем, можно свести на систему дифференциальных уравнений с одним или тремя неизвестными только при введении некоторых пренебрежений. Мешающее влияние погрешностей тем более осуществится, чем более конструкция ребристых плит отклоняется от изотропной плиты (толстые и высокие ребра по сравнению с толщиной изотропной плиты, изменчивые расстояния между ребрами в направлениях x_1 , x_2 и т. д.).

Нижеследующий расчетный метод справедлив при следующих предпосылках:

1. Геометрические:

- а) толщиной плиты (и вместе с усилительными ребрами) относительно длине и ширине плит можно пренебречь,
- б) поперечные сечения x_1 и $x_2 = \text{const}$ перпендикулярны к средней плоскости изотропной плиты;
- в) оси ребер параллельны к средней плоскости изотропной плиты и краям ребристой плиты;
- г) расстояние между ребрами и ширина плиты, совместно работающей с ребром, тождественны.

2. В отношении материала:

материал плит гомогенный, изотропный, осуществляется закон Гука.

3. В отношении деформированного состояния:

- а) сечения, которые были перпендикулярными к средней плоскости плиты, остаются перпендикулярными и после деформации,
- б) деформации вдоль толщины плиты небольшие.

4. В отношении напряженного состояния:

- а) в направлении x_3 нормальным напряжением можно пренебречь ($\sigma_{33} \approx 0$),
- б) касательными силами N_{12} и N_{21} возникающими в ребрах, можно пренебречь.

Сравнив эту систему предпосылок с системой предпосылок простейшего уравнения (2), находим, что у предложенной расчетной модели не предполагаются общепринятые условия:

- а) средняя плоскость изотропной плиты не растягивается при деформации,
- б) касательные силы передаются только изотропной плитой. В этом случае исходим из системы уравнения равновесия (3).

Функции, описывающие поле перемещения любой точки плиты, по предложению Маргуер-Воерле [8] целесообразно записать в виде

$$\begin{aligned} u(x_1, x_2, x_3) &= u_0(x_1, x_2) + \psi_1(x_1, x_2)x_3, \\ v(x_1, x_2, x_3) &= v_0(x_1, x_2) + \psi_2(x_1, x_2)x_3, \\ w(x_1, x_2, x_3) &= w(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (7)$$

где ψ_1, ψ_2 — угловые перемещения поперечных сечений, которые параллельны к плоскостям $x_2 x_3$ и $x_1 x_3$, относительно к средней плоскости изотропной плиты.

Исходя из уравнений поля перемещений, сперва решим функции напряжений, а потом получим интегрированием выражения удельных сил и моментов. При их использовании вид системы уравнений равновесия (3), в форме оператора дифференцирования:

$$\begin{aligned} &\left(a_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + a_7 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) u_0 + (a_7 + a_2) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} v_0 + a_3 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \psi_1 = 0, \\ &(a_7 + a_5) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} u_0 + \left(a_7 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + a_4 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) v_0 + a_6 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \psi_2 = 0, \\ &\left(a_8 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + a_9 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) w + a_8 \frac{\partial}{\partial x_1} \psi_1 + a_9 \frac{\partial}{\partial x_2} \psi_2 = -p(x_1, x_2), \\ &a_6 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} v_0 - a_9 \frac{\partial}{\partial x_2} w + (a_{13} + a_{11}) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \psi_1 + \\ &+ \left(a_{14} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + a_{12} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - a_9\right) \psi_2 = 0, \\ &a_3 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} u_0 - a_8 \frac{\partial}{\partial x_1} w + \left(a_{10} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + a_{15} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - a_8\right) \psi_1 + \\ &+ (a_{11} + a_{13}) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \psi_2 = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Разработка метода расчета введением оператора дифференцирования

Изучая разные методы, встречающихся в специальной литературе, например, метод Навье, [15], [4], [5], [18], Леви [4], [7], [15], [20], [2], вариационные методы [7], [10], [11], [15], числовые методы [3], [15], [24], [25], [27], [12], [23], [17], [22], функции комплексной переменной [14], [17], можно установить, что дифференциальное уравнение (8) этими методами нельзя решить без упрощения. Оказался пригодным решением метод оператора дифференцирования, особенно в работах о безмоментной теории оболочек [1], [6], [19], [28]. Использование этого метода функции перемещений можно решить следующим образом:

$$\begin{aligned}
 u_0 &= \sum_{i=1}^5 D_{1i} F_i, \\
 v_0 &= \sum_{i=1}^5 D_{2i} F_i, \\
 w &= \sum_{i=1}^5 D_{3i} F_i, \\
 \psi_1 &= \sum_{i=1}^5 D_{4i} F_i, \\
 \psi_2 &= \sum_{i=1}^5 D_{5i} F_i
 \end{aligned} \tag{9}$$

где $D_{1i} \dots D_{5i}$ — миноры коэффициентов и операторов дифференцирования системы уравнения (8),

F_i — функции решения.

Конкретные испытания прочности относятся к ребристой на одной стороне, равномерно нагруженной на поверхности, по краям шарнирно опертой плите.

Тогда краевые условия

на краях $x_1 = 0$ и a

$$w|_{x_1=0,a} = 0, \quad v_0|_{x_1=0,a} = 0, \quad \psi_2|_{x_1=0,a} = 0, \quad M_{11}|_{x_1=0,a} = 0,$$

$$N_{11}|_{x_1=0,a} = 0.$$

на краях $x_2 = 0$ и b

$$w|_{x_2=0,b} = 0, \quad u_0|_{x_2=0,b} = 0, \quad \psi_1|_{x_2=0,b} = 0, \quad M_{22}|_{x_2=0,b} = 0,$$

$$N_{22}|_{x_2=0,b} = 0.$$

Следующая функция решения, в виде ряда Фурье, удовлетворяет этим условиям:

$$F_{3p} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F_{mn} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi x_2}{b}.$$

Так как функция решения F_{3p} удовлетворяет как дифференциальному уравнению, так и краевым условиям, гомогенное решение идентично равно нулю, т. е. $F_{3p} = F_3$. Если выражаем функцию поверхностной нагрузки в виде ряда Фурье $p(x_1, x_2) = p_0 = \text{const}$.

$$p(x_1, x_2) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16p_0}{\pi^2 mn} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi x_2}{b}$$

то при введении обозначений $\alpha = \frac{m\pi}{a}$, $\beta = \frac{n\pi}{b}$ коэффициенты функции решения:

$$F_{mn} = \frac{16p_0}{\pi^2 mn [\alpha^{10} a_{55} + \alpha^8 (\beta^2 a_{56} - a_{61}) + \alpha^6 \beta^2 (\beta^2 a_{57} - a_{62}) + \alpha^4 \beta^4 (\beta^2 a_{58} - a_{63}) + \alpha^2 \beta^6 (\beta^2 a_{59} - a_{64}) + \beta^8 (\beta^2 a_{60} - a_{65})]}$$

Зная функцию решения, деформационные функции на основе системы уравнения (9) следующие:

$$u_0(x_1, x_2) = D_{13} F_3 = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} [-\alpha^7 a_{41} - \alpha^5 (\beta^2 a_{42} - a_{45}) - \alpha^3 \beta^2 (\beta^2 a_{43} - a_{46}) + \alpha \beta^4 (a_{47} - \beta^2 a_{44})] F_{mn} \cos \alpha x_1 \sin \beta x_2,$$

$$v_0(x_1, x_2) = D_{23} F_3 = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} [-\alpha^6 \beta a_{48} - \alpha^4 \beta (\beta^2 a_{49} - a_{52}) - \alpha^2 \beta^3 (\beta^2 a_{50} - a_{53}) + \beta^5 (a_{54} - \beta^2 a_{51})] F_{mn} \sin \alpha x_1 \cos \beta x_2,$$

$$w(x_1, x_2) = D_{33} F_3 = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} [\alpha^8 a_{21} + \alpha^6 (\beta^2 a_{22} - a_{26}) +$$

$$\begin{aligned}
& + \alpha^4 \beta^2 (\beta^2 a_{23} - a_{27}) + \alpha^2 \beta^4 (\beta^2 a_{24} - a_{28}) + \\
& + \beta^4 (\beta^4 a_{25} - \beta^2 a_{29} + a_{32}) + \\
& + \alpha^2 (\alpha^2 a_{30} + \beta^2 a_{31})] F_{mn} \sin \alpha x_1 \sin \beta x_2, \\
\psi_1(x_1, x_2) = D_{43} F_3 = & \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} [\alpha^7 a_{33} + \alpha^5 (\beta^2 a_{34} - a_{30}) + \\
& + \alpha^3 \beta^2 (\beta^2 a_{35} - a_{31}) + \\
& + \alpha \beta^4 (\beta^2 a_{36} - a_{32})] F_{mn} \cos \alpha x_1 \sin \beta x_2, \\
\psi_2(x_1, x_2) = D_{53} F_3 = & \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} [-\alpha^6 \beta a_{37} - \alpha^4 \beta (\beta^2 a_{38} + a_{30}) - \\
& - \alpha^2 \beta^3 (\beta^2 a_{39} + a_{31}) - \\
& - \beta^5 (\beta^2 a_{40} + a_{32})] F_{mn} \sin \alpha x_1 \cos \beta x_2.
\end{aligned} \tag{10}$$

Зная деформативные функции и их частные производные, можно решить функции напряжений ребристой плиты, и удельные моменты, нормальные и касательные силы в любом поперечном сечении.

Для оценки точности расчетных моделей, описанных в литературе и предложенных в данной работе, мы преобразовали и другие численные методы в виде дифференциального оператора. Так и у предложенного численного метода Тренкса надо удовлетворить следующим краевым условиям: на краях $x_1 = 0$ и a

$$w|_{x_1=0,a} = 0, \quad v_0|_{x_1=0,a} = 0, \quad M_{11}|_{x_1=0,a} = 0,$$

на краях $x_2 = 0$ и b

$$w|_{x_2=0,b} = 0, \quad u_0|_{x_2=0,b} = 0, \quad M_{22}|_{x_2=0,b} = 0.$$

Функция решения, которая удовлетворяет системе уравнения и краевым условиям, ищется в ряде Фурье

$$G_3 = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} G_{mn} \sin \alpha x_1 \sin \beta x_2$$

где коэффициенты

$$G_{mn} = \frac{-16p_0}{\pi^2 mn (\alpha^8 b_{17} + \alpha^6 \beta^2 b_{18} + \alpha^4 \beta^4 b_{19} + \alpha^2 \beta^6 b_{20} + \beta^8 b_{21})}.$$

В этом случае деформативные функции:

$$\begin{aligned} u(x_1, x_2, x_3) &= L_{13} G_3 - x_3 L'_{33} G_{33} = \\ &= \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} [\alpha^5 b_{22} + \alpha^3 \beta^2 b_{23} + \alpha \beta^4 b_{24} - \\ &\quad - x_3 (\alpha^5 b_{28} + \alpha^3 \beta^2 b_{29} + \alpha \beta^4 b_{30})] G_{mn} \cos \alpha x_1 \sin \beta x_2, \\ v(x_1, x_2, x_3) &= L_{23} G_3 - x_3 L_{33} G_3 = \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} [\alpha^4 \beta b_{25} + \alpha^2 \beta^3 b_{26} + \beta^5 b_{27} - \\ &\quad - x_3 (\alpha^4 \beta b_{28} + \alpha^2 \beta^3 b_{29} + \beta^5 b_{30})] G_{mn} \sin \alpha x_1 \cos \beta x_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w(x_1, x_2) &= L_{33} G_3 = \\ &= \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} [\alpha^4 b_{28} + \alpha^2 \beta^2 b_{29} + \beta^4 b_{30}] \cdot \\ &\quad \cdot G_{mn} \sin \alpha x_1 \sin \beta x_2, \end{aligned}$$

где $L_{13} \dots L_{33}$ — миноры коэффициентов и операторов дифференцирования системы уравнений (6).

Зная функции деформаций, можно решить выражения напряжений, моментов, сил.

В случае шарнирно-опертых краев ребристых плит, используемый чаще всего метод в специальной литературе основывается на уравнении (2), где функция решения — сам прогиб средней плоскости плиты

$$w(x_1, x_2) = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} W_{mn} \sin \alpha x_1 \sin \beta x_2.$$

Коэффициенты тригонометрического ряда

$$W_{mn} = \frac{16p_0}{\pi^2 mn [(B + B_{11})\alpha^4 + (2\beta + B_{12} + B_{21})\alpha^2 \beta^2 + (B + B_{22})\beta^4]}$$

Тогда краевые условия

на краях $x_1=0$ и a

$$w|_{x_1=0,a}=0, \quad M_{11}|_{x_1=0,a}=0,$$

на краях $x_2=0$ и b

$$w|_{x_2=0,b}=0, \quad M_{22}|_{x_2=0,b}=0.$$

Удельные моменты, силы и напряжения можно выразить при помощи функции прогиба.

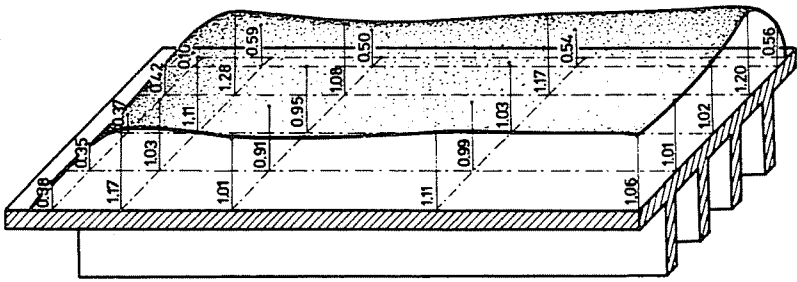


Рис. 1. Приближение поверхностной нагрузки тригонометрическим рядом ($m, n=1, 3, \dots, 9$)

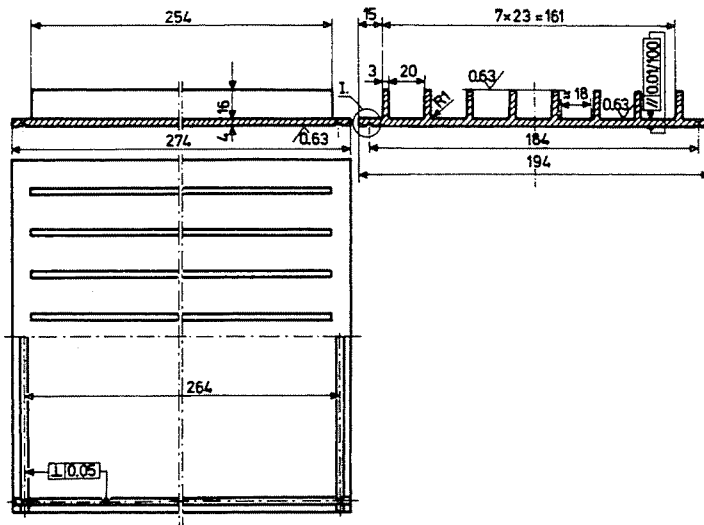


Рис. 2. Модель ребристой плиты

Результаты численных и экспериментальных исследований

В интересах сравнимости общепринятых методов и предложенного метода мы приготовили программы вычислительной машины. Расчеты проводили в Вычислительном центре Машиностроительного факультета Будапештского Технического Университета. Тип вычислительной

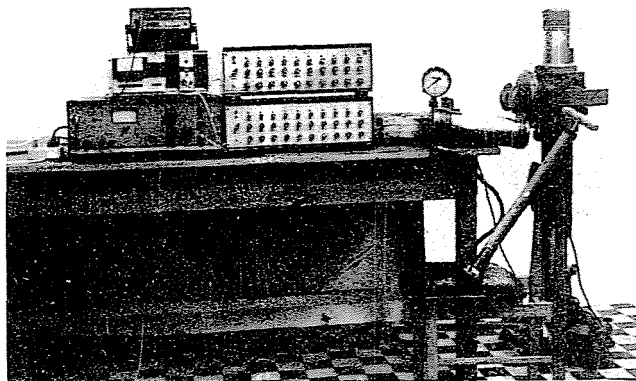


Рис. 3. Измерительное оборудование

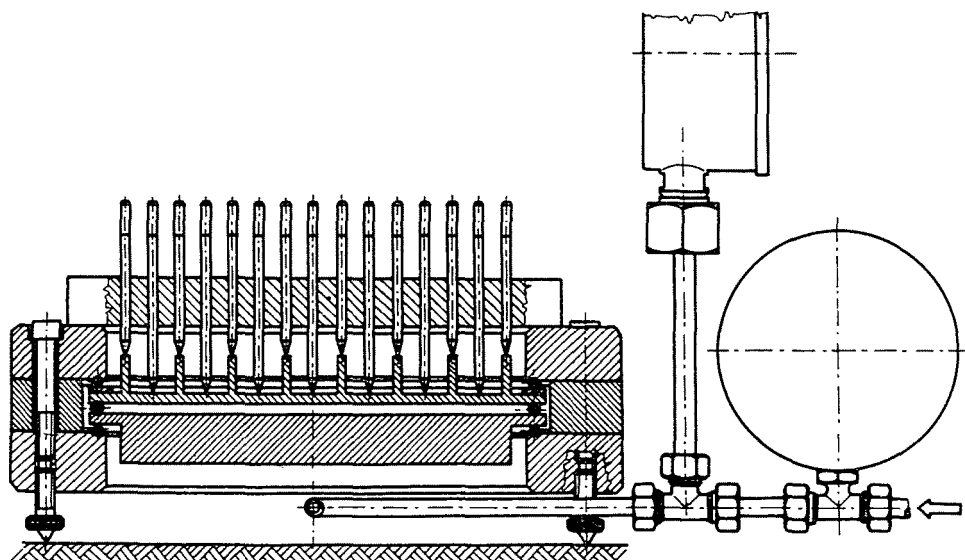


Рис. 4. Конструкция экспериментального оборудования

машины: ОДРА 1204. Имея в виду только 25 первых членов ряда, срок расчета был у первого метода 10, у метода Тренкса 30, у предложенного метода 45 минут. Контроль конвергенции, по практическому пути, произошел сравнением результатов приближений рядов любых членов.

Приближение поверхностной нагрузки, в случае 25 членов видно на рис. 1.

Экспериментальные исследования проводились на модели, обработанной резанием (рис. 2).

Измерительное оборудование показано на рис. 3, а конструкция нагрузочного и зажимного оборудования на рис. 4.

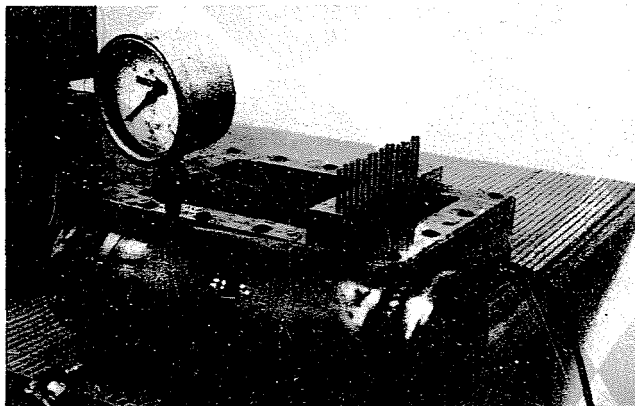


Рис. 5. Калибр-пробки на экспериментальном оборудовании

Измерение

Измерение нагрузки:

Равномерную поверхностную нагрузку на поверхность плиты мы осуществили при помощи нагнетания. Для измерения давления воздуха применили достоверный манометр Бурдона.

Измерение прогиба:

Прогиб $w(x_1, x_2)$, который вертикальный к средней плоскости изотропной плиты, измерили на ребристой стороне плиты, (на ребрах и между ребрами), калибр-пробками (рис. 5). Перемещения штрихов отсчитали катетометром.

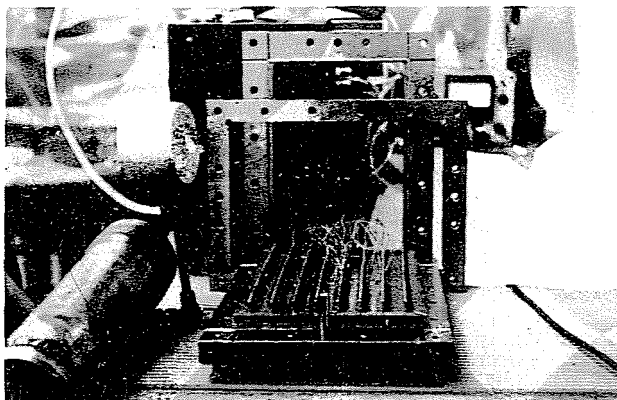


Рис. 6. Тензометрические датчики на ребристой стороне

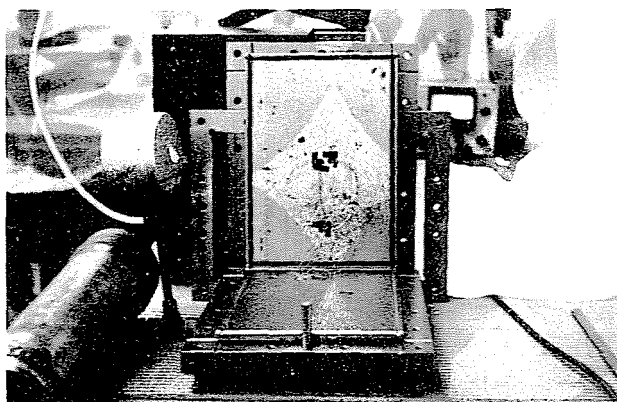


Рис. 7. Тензометрические датчики на гладкой стороне

Измерение напряжения:

В интересах определения напряжений в ребристой плите положили тензометрические датчики на ребристую и ровную сторону плиты (рис. 6 и 7).

По закону Гука из величин удельных удлинений можно было определить нормальные напряжения в плите и в ребрах. Измерения проводили на 5 уровнях, исходя из давления 0,491 МПа, постепенно уменьшая до нуля, 5 раз. Оценив полученные данные измерения, они дали основание для суждения результатов, полученных любыми численными методами.

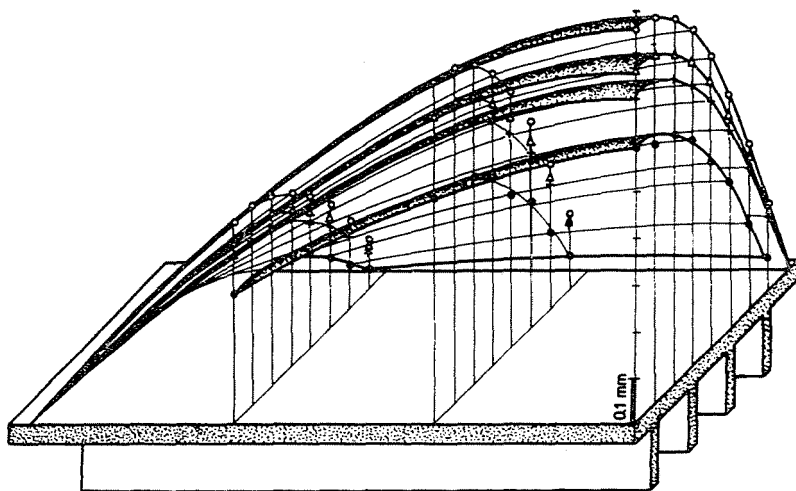


Рис. 8. Прогибы средней поверхности ребристой плиты, у распределенной поверхностной нагрузки 0,491 МПа

Из сравнения численных и измерительных данных можно было установить, что данные предлагаемого в статье численного метода лучше всего приближают значения прогиба и напряжений, полученные измерением. Различие между численными и измеренными значениями можно объяснить тем, что даже и предлагаемый метод не имеет в виду все явления и действия, как известно из системы условий. Кроме того, и отклонения в измерительном оборудовании (опора, нагрузка, введение) могут приводить к неточностям.

Из численного сравнения данных любых мест можно установить, что разные численные методы приближают измерительные значения прогиба, в ряде точности +20—25, +30—35 +45—55%. Прогибы ребристой плиты изображены на рис. 8. (внутри значения, полученные измерением, снаружи значения, определенные обычной моделью расчета).

Точность приближения нормальных напряжений в направлении ребер +25—30, +45—50, +55—60%. Численные значения нормальных напряжений, перпендикулярных к ребрам, расходят от измерительных данных в среднем на +20—30%. Это объясняется тем, что модель не располагался ребрами в этом направлении. Так как различия между численными методами даются из того, что действие ребер принимаем во внимание с различной точностью, поэтому в никаком направлении ребра нельзя ожидать значительные различия, ни в значениях нормальных напряжений.

Резюме

Статья занимается исследованием прочности прямоугольно-продолговатой, односторонне-ребристой плиты. Предлагаемый численный метод дает хорошо приближающие значения особенно у ребристых плит, использованных в области машиностроения. Этот метод действия ребер принимает во внимание точнее. Использование его можно достигнуть экономии материала в конструкциях.

Предлагаемый метод соответствует исследованию других случаев нагрузки (концентрированных, линейных, частно-распределенных) и образований ребер, если опору краев можно считать шарнирно-опертой.

Литература

1. Амбазурмян, С. А.: Общая теория анизотропных оболочек, Москва, 1974. 47.
2. Бабаджанян, В. Г.: Методы начальных функций в задаче об изгибе ортотропной плиты исследования по теории пластин и оболочек, Казанский Университет 1972. 63.
3. COLLATZ, L.: Numerische Behandlung von Differentialgleichungen, Berlin 1955. 336.
4. FARKAS, J.: Fém szerkezetek, Budapest 1974. 215.
5. Галимов, К. З.: Основы нелинейной теории тонких оболочек, Казанский Университет, 1973. 155.
6. ГОЛЬДЕНВЕЙЗЕР, А. Л.: Теория упругих тонких оболочек, Москва, 1976. 104.
7. HUBER, M. T.: Teoria sprężystości tom II., Kraków 1950. 135.
8. MARGUERRE, K. WOERLE, T.: Elastic Plates, Toronto London, 1969. 26.
9. PFLÜGER, A.: Stabilitätsprobleme der Elastostatik, Berlin 1975. 125.
10. PONOMARJOV, Sz. D.: Szilárdsági számítások a gépészetben 1., Budapest 1965. 138.
11. PONOMARJOV, Sz. D.: Szilárdsági számítások a gépészetben 3., Műszaki Könyvkiadó Budapest 1965. 123.
12. RÁKOSI, M.: Derékszögű négyszög alaprajzú lemezek számítása, Budapest. 5. (1966).
13. РЫНДИН, Н. И.: Краткий курс теории упругости и пластичности, Ленинград, 1974. 60.
14. САВИН, Г. Н.—ФЛЕЙШМАН, Н. П.: Пластинки и оболочки с ребрами жесткости, Киев, 1964. 7.
15. SZILÁRD, R.: Theory and Analysis of Plates classical and Numerical Methods, New Jersey 1974. 1.
16. TIMOSHENKO-WOJNOWSKY-KRIGER: Lemezek és héjak elmélete. Budapest 1966. 81.
17. UGODCSIKOV-SZTERANOV: A rugalmasságtan sík feladatainak megoldása analóg és digitális számítógépeken, Budapest 1978.
18. ВАЙНБЕРГ, Д. В.—ВАЙНБЕРГ, Е. Д.: Расчет пластин, Киев, 1970. 408.
19. WLASSOW, W. S.: Allgemeine Schalentheorie und ihre Anwendung in der Technik, Berlin 1958. 257.
20. NOWACKI, W.: Arch. Mech. Stos. Póls 3. (1951).
21. TRENKS, K.: Der Baninge Ger. 10. 29 (1954).
22. ВИНУКUROB, Л. П.—МЕЛЬНИКОВ, В. К.: Прикл. Мех. СССР 5/1960.
23. ZALENSKI, L. C.—ZAMENHOFF: Ins. Tech. Pub. Tra. № 331 (1975).
24. HASSAN, K.: Beitrag zur Berechnung von orthotropen Platten mit veränderlichen Steifigkeiten 1960 (DISS).
25. KURUTZNÉ-KOVÁCS, M.: Tetszőleges peremű ortotróp lemezek számítása differencia módszerrel 1972 (DISS).
26. MOLNÁR, S.: Bordákkal merevített lemezek szilárdsági vizsgálata 1979 (DISS).
27. LUDVIG, W.: Beitrag zur Berechnung Polygonal begrenzter Platten nach dem Differenzverfahren 1968 (DISS).
28. VARGA, L.: Az ortotróp henger héjak és az erősített műanyagból készült nyomástartó edények általános feszültségi állapotának meghatározása az eltolódás függvények bevezetésével 1974 (DISS).

dr. Sándor MOLNÁR, H-1521 Budapest