

EIN VERFAHREN ZUR BESTIMMUNG DER EBENEN STRÖMUNG UM DIE WASSERLINIEN ECKIGER SCHWIMMKÖRPER

Von

A. KOVÁCS

Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 8. Oktober 1974)

Vorgelegt von Prof. Dr. L. PÁPAI

1. Einleitung

Die eckigen Schwimmkörper bilden eine besondere Gruppe der Schwimmerwerke. Im Hinblick auf den Aufbau, die Einrichtungen und das Verwendungsgebiet sind sie den Schiffen verwandt. In den Dimensionsverhältnissen und somit den Stabilitätseigenschaften unterscheiden sie sich jedoch von den Schiffen in mehrfacher Hinsicht (Abb. 1).

Die Kenntnis des zu erwartenden Widerstandes von Schiffen ist schon in der Periode des Entwurfes von hoher Wichtigkeit. Der voraussichtliche Widerstand der Schiffe wird im allgemeinen mit Hilfe von Modellversuchen bestimmt.

Die Frage des Widerstandes von eckigen Schwimmkörpern kann auf gleiche Weise wie die von Schiffen behandelt werden. Die sich abspielenden Strömungserscheinungen sind ähnlich wie die um Schiffe. Für die Aufzeichnung der Widerstandskurve bestehen auch hier zwei Möglichkeiten: der klassische Modellversuch und die rechnerische Ermittlung immer mehrerer Widerstandskomponenten.

Eckige Schwimmkörper sind meistens Pontons für Kranstrukturen. Die eckige Ausgestaltung ist durch drei Faktoren begründet. Für den Ausgleich des im allgemeinen umlaufenden Auslegerarms bzw. der daran hängenden Last muß in jeder Richtung mit einem möglichst großen Hebelarm gesorgt werden. Diesem Zwecke dienen die Wasserkasten im Schwimmkörper. Der Kranbetrieb erfordert ein starres Anlegen an Kais und Schiffen, das am besten durch die eckige Gestalt ermöglicht werden kann. Schließlich gestattet der Kranbetrieb keine größeren Deckbauten, so werden sowohl der Maschinenraum als auch der Wohnraum im Schwimmkörper angeordnet. Auch diese können bei eckiger Form am günstigsten untergebracht werden.

Ein ganz flacher Boden — das waagerechte Abschneiden des senkrechten Prismas — wird meistens doch nicht verwirklicht. Das hat zwei Gründe: den in der Regel nicht in dem geometrischen Mittelpunkt des Decks aufgestellten

Kranbau, der eine entsprechende Verteilung der Auftriebskraft erfordert, und den Platzbedarf des Propellers, der die selbständige Ortsbewegung ermöglicht.

Die in Ungarn serienmäßig gebauten Schwimmkrane sind selbstgetrieben. Die Ortsbewegung wird ähnlich wie bei Schiffen durch Propulsion ermöglicht.

Die Propeller werden auf Grund des Schwimmkörper-Widerstandes entworfen.

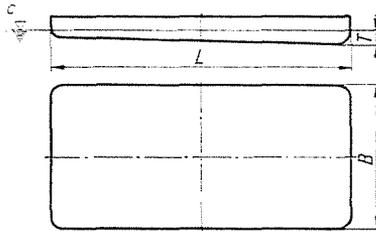


Abb. 1

2. Der Widerstand eckiger Schwimmkörper

Von Untersuchungen über den Widerstand von Schwimmkörpern, die den obigen Voraussetzungen entsprechen, wird in der Fachliteratur kaum berichtet. Der Mangel an Veröffentlichungen über Ergebnisse von Modellversuchen kann auf die sekundäre Bedeutung der Ortsbewegung gegenüber dem Kranbetrieb zurückgeführt werden. Vermutlich wurde auch deshalb nicht angestrebt, die theoretischen Ergebnisse in bezug auf den Widerstand von Schiffen auf eckige Schwimmkörper zu verallgemeinern.

Die Wasserlinien und Längsschnitte eckiger Schwimmkörper sind kongruent.

Diese relative Einfachheit der Form des Körpers brachte auf den Gedanken, die um ihn entstehende Strömung mit einer ebenen Potentialströmung anzunähern.

Die ebene Strömung bildet sich vermutlich bei großen Tiefgängen in größerer Entfernung sowohl von der wogigen Oberfläche als auch vom Boden des Schwimmkörpers heraus. Es bedeutet eine weitere Näherung, daß die Flüssigkeit nicht ideal ist, daß durch die an den Seitenwänden entstehende Grenzschicht und durch die Ablösung an den Ecken die Potentialströmung — bzw. die Druckverteilung — verändert werden. Die Prüfung dieser Erscheinungen erfordert Modellversuche. Die teilweise schon ausgeführten Modellversuche zeigten, daß der Charakter der an der Vorwand beobachteten Geschwindigkeits- bzw. Druckverteilung mit den nach der hier zu erörternden Methode bestimmten Ergebnissen in Einklang ist.

3. Verfahren zur Beschreibung der Stromlinien um die Wasserlinien

Die Wasserlinien des Schwimmkörpers bzw. die waagerechten Schnitte des senkrechten Prismas sind — die Abrundungen außer acht gelassen — Rechtecke.

Die Längsschnitte sind Kurven, die der Seitenansicht des Eintauchteils entsprechen. Der Umriß besteht auch in diesen Schnitten hauptsächlich aus Geraden, aber die Abrundungen sind nicht unbedingt Kreisbogen. Auch der Längsschnitt ergibt auf die Konstruktionswasserlinie gespiegelt eine geschlossene Kurve. Das darzulegende Verfahren ist auch für die Beschreibung der Strömung um solche Schnitte geeignet.

Am Lehrstuhl für Wasserkraftmaschinen der TU Budapest ist ein programmiertes Verfahren ausgearbeitet worden [1], mit dessen Hilfe in den auf der Umrißlinie im voraus aufgenommenen 40 Punkten γ Elementarwirbel berechnet werden können, die die dort auftretende Tangentialgeschwindigkeit darstellen bzw. mit deren Hilfe das Geschwindigkeitsfeld in der Umgebung der geschlossenen Leitkurve beschrieben werden kann.

Die Geschwindigkeit in einem im Raum außerhalb der Schnitte des Schwimmkörpers angenommenen beliebigen Punkt z_0 wird aus der Wirbelverteilung längs einer geschlossenen Leitkurve nach der Formel

$$\bar{c}(z_0) = \bar{c}_\infty + \frac{1}{2\pi} \oint_K \frac{i}{z_0 - z_k} \gamma ds_k \quad (1)$$

gewonnen.

Die Aufgabe ist also, die durch die Wirbelreihe induzierten Geschwindigkeiten zu integrieren und die resultierende induzierte Geschwindigkeit auf die Geschwindigkeit der ungestörten Strömung zu superponieren. So erhält man die Geschwindigkeit in einem beliebigen Punkt der Ebene. Zur Beschreibung der Strömung, zur Bestimmung der Stromlinien muß aber diese Berechnung in einer entsprechenden Anzahl von Punkten — unter später darzulegenden strömungstechnischen Voraussetzungen — durchgeführt werden. So ist die Lösung praktisch nur mit einer Rechenanlage möglich. Bei den weiteren Überlegungen für die numerische Lösung der Aufgabe und bei den eingeführten Bezeichnungen wird dieses Erfordernis überall in erster Reihe in Betracht genommen.

Um die bekannte Methode zur Bestimmung der Wirbelverteilung direkt anzuwenden und die Schwimmkörper mit verschiedenen Abmessungen und Dimensionsverhältnissen in einem einheitlichen System behandeln zu können, erweist es sich also notwendig, ein dimensionsloses Geschwindigkeitsfeld und dimensionslose Längenmaße einzuführen.

Um ein dimensionsloses Geschwindigkeitsfeld zu erhalten, muß man die Geschwindigkeit der ungestörten Strömung kennen. So ist die Geschwindigkeit

in Richtung der x -Achse der Grundströmung auf jeden Fall eine Einheitsgeschwindigkeit und jede berechnete Geschwindigkeit in irgendeinem Punkt der Ebene ist deren Mehrfaches.

Die dimensionslosen Längenmaße erhält man mit Hilfe der Länge des Schwimmkörpers. So ist die Länge jedes Schwimmkörpers im Verfahren einheitlich gleich eins und Schwimmkörper mit möglicherweise gleichen Dimensionsverhältnissen und von ähnlicher Form unterscheiden sich nicht voneinander.

Die dimensionslosen Koordinaten der Umrißlinien-u-Punkte werden mit $[a, b]$ und die eines beliebigen Punktes der Ebene mit $[x, y]$ bezeichnet.

Im ersten Schritt untersuchen wir die Wirkung einer Elementarzirkulation in einem beliebigen Punkt z_0 der Komplexebene.

Es wird die Differenz der Vektoren z_0 und z_k gebildet:

$$z_0 - z_k = x - ai + i(y - bi). \quad (2)$$

Deren Reziprokwert ist:

$$\frac{1}{z_0 - z_k} = \frac{x - ai - i(y - bi)}{(x - ai)^2 + (y - bi)^2}. \quad (3)$$

Mit dem Einheitsvektor multipliziert erhält man:

$$\frac{i}{z_0 - z_k} = \frac{y - bi + i(x - ai)}{(x - ai)^2 + (y - bi)^2}. \quad (4)$$

Die hier definierten Vektoren in der Komplexebene sind in Abb. 2 dargestellt.

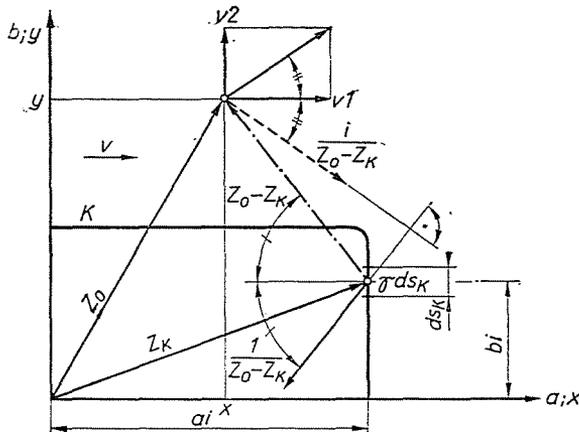


Abb. 2

In Gleichung (1) eingesetzt:

$$\begin{aligned} \bar{c}(z_0) = \bar{c}_\infty + \frac{1}{2\pi} \oint_K \frac{y - bi}{(x - ai)^2 + (y - bi)^2} \gamma ds_k + \\ + \frac{i}{2\pi} \oint_K \frac{x - ai}{(x - ai)^2 + (y - bi)^2} \gamma ds_k. \end{aligned} \quad (5)$$

Das zweite Glied ist die Komponente der induzierten Geschwindigkeit in Richtung der x -Achse, das dritte Glied — den Zeichenwechsel durchgeführt — die Komponente in Richtung der y -Achse:

$$v_1 = \frac{1}{2\pi} \oint_K \frac{y - bi}{(x - ai)^2 + (y - bi)^2} \gamma ds_k, \quad (6)$$

$$v_2 = - \frac{1}{2\pi} \oint_K \frac{x - ai}{(x - ai)^2 + (y - bi)^2} \gamma ds_k, \quad (7)$$

wo die Koeffizienten vor der Elementarzirkulation γds_k Funktionen sind, die die geometrischen Verhältnisse des Ebenensystems beschreiben.

Bei der Berechnung der Elementarbogenlängen — ds_k — wird die Umrißlinie in der Umgebung der Elementarwirbel als Gerade betrachtet. Das bedeutet bei eckigen Schwimmkörpern im größten Teil der Umrißlinie keine Abweichung von der Wirklichkeit. Auf Bogen wird diese Annäherung durch größere Dichte der Elementarwirbel ermöglicht.

So diene zur Programmierung des Elementarbogens die Beziehung

$$ds_k = \frac{\gamma_i + \gamma_{(i-1)}}{2} \Delta s_e + \frac{\gamma_i + \gamma_{(i+1)}}{2} \Delta s_u, \quad (8)$$

wo Δs_e bzw. Δs_u die Hälften der geraden Abschnitte zwischen dem Elementarwirbel i und dem vorherigen bzw. dem darauffolgenden Elementarwirbel bedeuten.

Die vierzig Elementarwirbel können auf der Umrißlinie beliebig verteilt werden. Es ist jedoch zweckmäßig, auf den nicht geraden Abschnitten, wo sich die Zirkulation stark verändert, sogar meistens ein Extremum ergibt, die Elementarwirbel dichter aufzusetzen. Es versteht sich von selbst, daß auf Abschnitten, die aufeinander irgendwie abespiegelt werden können, sich auch die Wirbelverteilung in gleicher Weise spiegeln läßt.

Die darauffolgend in diskreten Punkten durchgeführten Geschwindigkeitsbestimmungen zeigen, daß in der Nähe der Umrißlinie ein bedeutender Fehler vorkommen kann. So müssen die Punkte auf der Umrißlinie in der numerischen Rechnung verdichtet werden.

Deswegen wurde zur Erhöhung der Genauigkeit eine Ergänzung ins Verfahren eingebaut. Es werden die Entfernungen zwischen je einem Elementarwirbel und dem aktuellen Punkt in der Ebene geprüft. Ist diese Entfernung kleiner als ein beliebiger Abstand, nämlich der Verfeinerungsradius z_1 , dann wird der betreffende Elementarwirbel auf dem zugehörigen Elementarbogen verteilt. Auch das Maß der Verteilung läßt sich verändern. In dem Abb. 3 dargestellten Falle ist das Maß der Verteilung

$$p_1 = 5.$$

Die in der Ergänzung angewendete Methode setzt die Linearität der Wirbelverteilung auf den Abschnitten zwischen den Wirbeln voraus und sichert die Unveränderlichkeit der Zirkulation bei der Aufteilung.

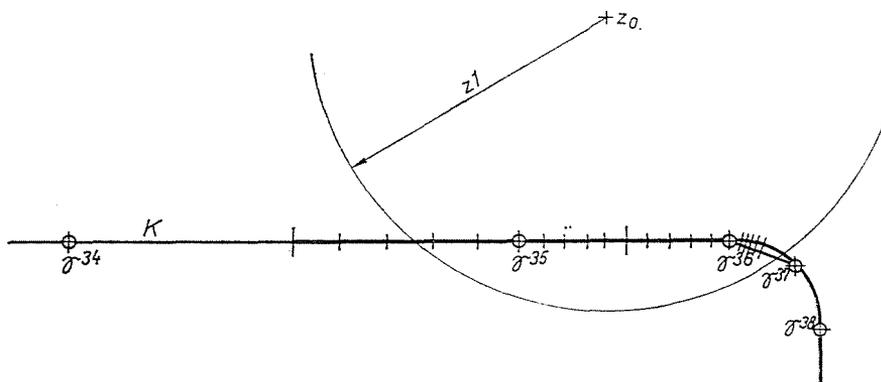


Abb. 3

Mit dem Einbau der Ergänzung wird erreicht, daß die Genauigkeit der Geschwindigkeitsrechnung beliebig erhöht werden kann, weil z_1 sogar die ganze geschlossene Kurve umfassen und p_1 unbegrenzt erhöht werden kann. Vernünftige Grenzen werden durch den Zeitbedarf der Rechanlage und die gewünschte Genauigkeit gesetzt.

Bei unseren Prüfungen erwiesen sich

$$z_1 = 0,25$$

und

$$p_1 = 10$$

in jeder Hinsicht als Optimalwerte.

Um die Stromlinien darzustellen und die Strömung zu simulieren, müssen in der Ebene Punkte gesucht werden, zwischen denen in der Zeiteinheit gleiche Flüssigkeitsmengen durchfließen. Von diesen Punkten aus sind Stromlinien

zu führen. Zweckmäßigerweise werden diese Punkte in einer Geraden parallel zu der Achse y im Bereich angesetzt, wo die Strömung parallel zur Achse x ist.

Bei zu der Achse y symmetrischen Schnitten, also bei der Prüfung der Wasserlinien eckiger Schwimmkörper, kann die Achse y selbst diese Gerade sein.

Die vorgeschriebene Wassermenge, die in ebener Strömung zwischen zwei benachbarten Stromlinien in der Zeiteinheit durchfließt, soll mit q bezeichnet werden.

Dann gilt

$$q = \sum_{i=1}^{n-1} t c_{xei} + q_k, \quad (9)$$

wo t die beliebige senkrechte Teilung ist. Die Korrektionswassermenge q_k ist der Unterschied zwischen der vorgeschriebenen und der in ganzzahligen Teil-

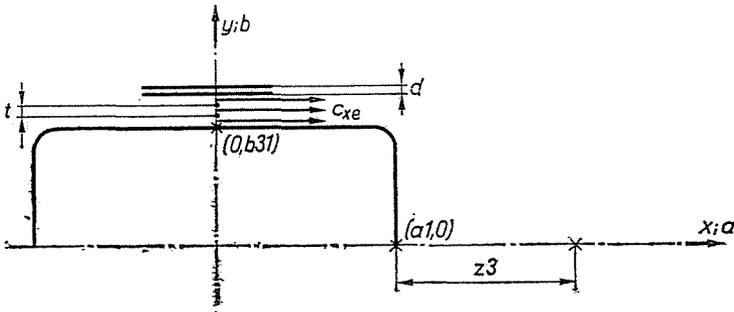


Abb. 4

breiten durchfließenden Wassermenge. c_{xe} ist die Komponente der resultierenden Geschwindigkeit in Richtung der x -Achse, unter den obigen Voraussetzungen die resultierende Geschwindigkeit selbst. Die Geschwindigkeit c_{xe} wird in jedem Falle in der Mitte der Teilbreite t definiert (Abb. 4).

Bei der Summierung der Wassermengen in Schritten t wird man zu einer Wassermenge q_n gelangen:

$$q_n = \sum_{i=1}^n t c_{xe}, \quad (10)$$

für die die Ungleichung

$$q_n > q \quad (11)$$

gilt. Das Entstehen der Ungleichung weist darauf hin, daß die gewünschte Wassermenge im Laufe der Summierung überstiegen, die gesuchte Stromlinie übersprungen wurde.

Man bildet also den Unterschied

$$q_k = q - q_{n-1} \quad (12)$$

Für die Korrektionswassermenge gilt die Ungleichung

$$q_k > 0. \quad (13)$$

Die Breite des Bereichs, wo diese Wassermenge durchfließt, ist

$$d = \frac{q_k}{c_{dxe}}, \quad (14)$$

wo c_{dxe} die Mittelgeschwindigkeit im Bereich der Breite d bedeutet. Die numerischen Lösungen bewiesen, daß die Annäherung

$$c_{dxe} = c_{xen} \quad (15)$$

zulässig sei.

So ergibt sich der Abstand zwischen der Umrißlinie und der ersten Stromlinie bzw. zwischen je zwei weiteren Stromlinien am geprüften Ort nach der Formel:

$$(n - 1)t + d. \quad (16)$$

Entlang der zur Achse y asymmetrischen Schnitte sind die Stromlinien im Bereich der Achse y zur Achse x nicht parallel. Bei den Längsschnitten eckiger Schwimmkörper liegt in der Regel dieser Fall vor. Dann empfiehlt es sich, den obigen Teil des Verfahrens vor oder hinter der Umrißlinie in der Grundströmung durchzuführen.

Die numerischen Lösungen zeigten, daß bei schmalen und langen Längsschnitten die Stromlinien um die halbe Länge vor oder hinter der Umrißlinie schon parallel sind, so darf die Ordinate, an der der obige Teil des Verfahrens durchgeführt wird, in einer Entfernung

$$z_3 = a_1 \quad (17)$$

vor bzw. hinter dem Schwimmkörper angenommen werden (Abb. 4).

Die Anzahl der Anfangspunkte bzw. die Verdichtung der Stromlinien können durch Verminderung der zwischen den Stromlinien durchfließenden Wassermenge q beliebig erhöht werden. Für die graphische Darstellung erwies sich die dimensionslose Wassermenge

$$q = 0,050$$

als zweckmäßig.

Die Anzahl der Anfangspunkte der Stromlinien bzw. ihre effektive Zahl kann vorgeschrieben werden.

Die Genauigkeit des Teilverfahrens läßt sich durch Verminderung der Größe der senkrechten Teilung t beliebig erhöhen. Die numerischen Lösungen zeigten, daß sich bei senkrechten Teilungen unter

$$t = 0,020$$

die Genauigkeit der Untersuchungen nicht weiter erhöhte.

Eine Stromlinie kann also aus einem Punkt auf der Achse y oder aus einem Punkt vor dem Schnitt begonnen werden.

Mit einem beliebig angesetzten Zeitschritt Δt mit negativem Vorzeichen, um in der positiven Achse x entgegengesetzter Richtung fortzuschreiten, können die Schrittlängen

$$\Delta x = c_x \cdot \Delta t \quad (18)$$

und

$$\Delta y = c_y \cdot \Delta t \quad (19)$$

gebildet und mit diesen die Koordinaten des vorigen Stromlinienpunktes korrigiert werden, um einen neuen Stromlinienpunkt zu erhalten.

Es ist aber zweckmäßig — den Anfangspunkt ausgenommen, in dem es dafür keine Möglichkeit gibt —, die in der neuen Schrittlänge gültige Mittelgeschwindigkeit unter Berücksichtigung des Charakters der schon bekannten Geschwindigkeitsänderung im voraus abzuschätzen und den Schritt mit dieser Geschwindigkeit durchzuführen.

Abb. 5 zeigt die Geschwindigkeitsänderung auf einem beliebigen Abschnitt einer Stromlinie in Abhängigkeit von deren Bogenlänge.

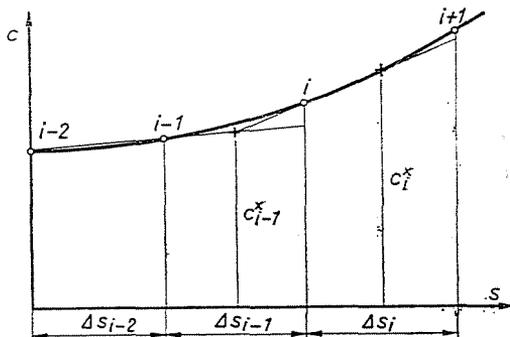


Abb. 5

Nehmen wir an, daß die Geschwindigkeiten in den Punkten $i - 2$ und $i - 1$ schon bekannt sind, dann kann die auf dem Abschnitt Δs_{i-1} gültige Mittelgeschwindigkeit linear extrapoliert werden:

$$c_{i-1}^* \cong \frac{c_{i-1} + c_i}{2}, \quad (20)$$

weiterhin:

$$c_i \cong c_{i-1} + (c_{i-1} - c_{i-2}) \frac{\Delta s_{i-1}}{\Delta s_{i-2}}. \quad (21)$$

Das Verhältnis des unbekanntes und des vorigen Abschnittes gleich eins genommen, ergibt sich die Beziehung:

$$c_{i-1}^* \cong \frac{3c_{i-1} - c_{i-2}}{2}. \quad (22)$$

Nur diese Näherung kann im zweiten Schritt vom Beginn verwendet werden. Im allgemeinen Falle läßt sich die Annäherung weiter verfeinern:

$$c_i^* \cong \frac{c_i + c_{i+1}}{2}, \quad (23)$$

wo

$$c_{i+1} \cong c_i + 2(c_i - c_{i-1}^*) \frac{\Delta s_i}{\Delta s_{i-1}}. \quad (24)$$

Das Verhältnis des unbekanntes Abschnitts zu dem vorigen wird gleich eins genommen und die vorige Formel von c_{i-1}^* eingesetzt:

$$c_{i-1} \cong 3c_i - 3c_{i-1} + c_{i-2}. \quad (25)$$

Damit gilt

$$c_i^* \cong \frac{4c_i - 3c_{i-1} + c_{i-2}}{2}. \quad (26)$$

Diese Annäherung ermöglicht die Genauigkeit des Teilverfahrens nicht allein durch Verminderung des Zeitschritts zu steigern. Übrigens ist die Verringerung des Zeitschritts unter eine gewisse Grenze wegen des schnell wachsenden Rechenzeitbedarfs nicht möglich.

Schließlich ist das für die Simulation der Stromlinien entwickelte Verfahren für die Bestimmung der Höchstgeschwindigkeit geeignet. Die Ermittlung des Höchstwertes beruht auf der ständigen Prüfung des Charakters der Geschwindigkeitsänderung. Die Prüfung wird durch die relativen Extrem-

werte erschwert, die z. B. auch bei praktisch monoton wachsenden Geschwindigkeiten vorkommen. Obwohl diese wegen der kleinen Schrittlängen bei der gewünschten Genauigkeit nicht bemerkbar sind, werden sie durch die Rechenanlage angezeigt. Deshalb wird in diesem Teil des Verfahrens auch untersucht, ob die Veränderung des Charakters der Geschwindigkeitskurve von Dauer ist, d. h., ob tatsächlich das Maximum erreicht wurde.

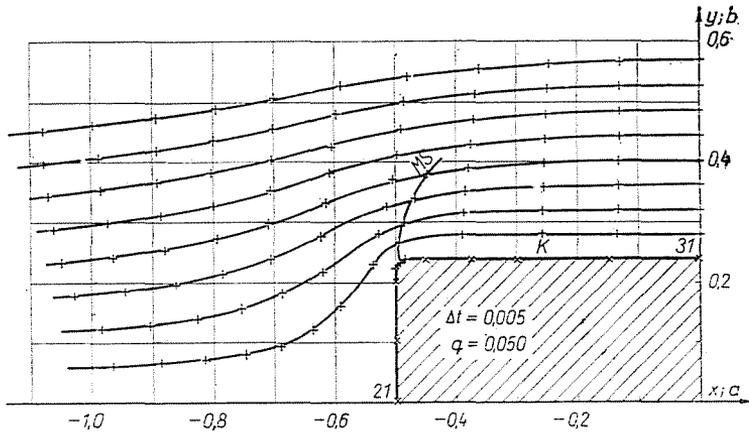


Abb. 6

Die Angabe der Koordinaten der Stromlinienpunkte und der hier auftretenden Geschwindigkeiten ist nur in der für die graphische Darstellung erforderlichen Anzahl nötig. So wird von den Werten der berechneten Koordinaten und Geschwindigkeiten durch das Rechenprogramm nur jeder n -te gedruckt. Der Wert n kann beliebig angegeben werden.

Das ganze Verfahren steht in der Autokode ELLIOT A 103 zur Verfügung. Ein für einen gegebenen Fall gezeichnetes Strombild ist in Abb. 6 dargestellt. Die Linie MS zeigt die Orte der Höchstgeschwindigkeiten.

Zusammenfassung

Eckige Schwimmkörper haben kongruente Wasserlinien. Das Strombild um die Wasserlinien kann — eine Potentialströmung vorausgesetzt — nach mathematischen Methoden beschrieben werden.

Der Beitrag legt ein numerisches Verfahren dar, mit dessen Hilfe die Stromlinien um ein Rechteck mit abgerundeten Ecken bzw. um eine geschlossene Kurve aufgezeichnet werden können.

Literatur

1. FÜZY, O.—THUMA, A.: Calculating the Velocity Distribution of a Plane Airfoil Cascade Given by its Geometry. Proceedings of the Third Conference on Fluid Mechanics and Fluid Machinery, Budapest, 1969.
2. BALOGH, B.—VIKÁR, T.: A hajók elmélete. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1955.
3. GRUBER, J.—BLAHÓ, M.: Folyadékok mechanikája. Tankönyvkiadó, Budapest 1956.

Attila KOVÁCS, H-1521 Budapest.