

# EXPERIMENTELLE UND THEORETISCHE UNTERSUCHUNGEN DER PNEUMATISCHEN FÖRDERUNG

Von

L. PÁPAI

Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 8. Oktober, 1974)

Vorgelegt von Prof. Dr. J. VARGA

## Einleitung

In den letzten Jahrzehnten werden für die Förderung von pulverförmigen und körnigen Stoffen in der ganzen Welt in zunehmendem Maße die pneumatischen Förderanlagen eingesetzt. Für die Bemessung derselben und für einen wirtschaftlichen Betrieb müssen die Strömungsverhältnisse des zweiphasigen Gemisches bekannt sein. Daher wurden von zahlreichen Forschungsinstituten solche theoretische Untersuchungen durchgeführt, die durch in Laboratorien und an Industrieanlagen unternommene Messungen unterstützt wurden.

Durch die Forschungsarbeiten auf dem Gebiet der zweiphasigen Strömung wurden viele Einzelheiten geklärt und es entstanden immer fortschrittlichere, einander ergänzende — doch nicht selten widersprüchliche — Theorien, von denen die wichtigsten kurz zusammengefaßt werden sollen:

1924 wurde von GASTERSTÄDT [1] das Druckabfallverhältnis (Druckabfälle bei der Förderung und bei Gasströmung) für wichtig gehalten. Von SEGLER [2] wurde in seinem 1951 erschienenen Buch der Rohrreibungsfaktor der reinen Gasströmung auch auf die Feststoff-Förderung verallgemeinert. In der Arbeit von HARIU und MOLSTAD [3] wurde 1949 der Begriff des zusätzlichen Druckabfalls bei der Förderung eingeführt. Auf dieser Grundlage wurden von BARTH [4], [5] und zahlreichen Anhängern seiner Theorien eine Anzahl theoretischer Einzelheiten und praktischer Fragen geklärt [6], [7], [8], [9]. Der Grundgedanke der Barthschen Theorie lautet: Der zusätzliche Druckabfall bei der Förderung läßt sich in Form einer zusätzlichen Gleitspannung an der Rohrwand berechnen. In der Messung der Fördergutgeschwindigkeit hat USPENSKI [10], hinsichtlich der Berechnungen von Fördergutgeschwindigkeit und Druckabfall PALZEW [11] bedeutende Ergebnisse aufzuweisen. Die Forschungen an der Technischen Universität Budapest [12], [13], [14], [15] beschäftigen sich auf Messergebnisse gestützt mit der Klärung der theoretischen Grundlagen.

Diese Untersuchungen führten zum Ergebnis, daß sich die Drücke bei der pneumatischen Förderung und das Verhältnis der Fördergutgeschwindig-

keit zur Gasgeschwindigkeit aus den Kraftwirkungen bei der Förderung ausgehend berechnen lassen. Da die auf die Körnchen wirkenden Kräfte die Folgen verschiedener Wirkungen (Beschleunigung, Hub des Fördergutgewichts, Reibung, Aufprall usw.) sind, werden sie mit Zusammenhängen von verschiedener Form ausgedrückt. Daraus folgt, daß sich die bei der Förderung auftretenden Druckabfälle und die Geschwindigkeitsverhältnisse (die Beziehung zwischen Gas- und Fördergutgeschwindigkeit) nicht mit einem einzigen Zusammenhang ausdrücken lassen, sondern es werden in Abhängigkeit von der Förderform (Flugförderung, Dichtstromförderung oder Übergangszustand) und den physikalischen Eigenschaften des Fördergutes verschiedenartige Zusammenhänge erforderlich sein.

### Bezeichnungen

$A = D^2\pi/4$	(m <sup>2</sup> ):	Querschnitt des Förderrohres
$A_g$	(m <sup>2</sup> ):	durch das Gas ausgefüllter Querschnitt
$A_m$	(m <sup>2</sup> ):	durch das Fördergut ausgefüllter Querschnitt
$a$	(m/s <sup>2</sup> ):	Beschleunigung
$B_1 = m_1 a$	(kp):	Trägheitskraft (der Beschleunigung entgegengesetzte, fiktive Kraft)
$c$ :		(Gewichts-) Konzentration
$D$	(m):	Innendurchmesser des Förderrohres
$d_0$	(m):	Korndurchmesser
$F_i$	(kp):	Impulskraft
$F_k$	(kp):	äußere Kraft
$F_1$	(kp):	auf ein Körnchen wirkende aerodynamische Kraft (Triebkraft)
$Fr = v_m^2/g D$	:	Froude-Zahl
$G$	(kp):	Gewicht der Anlage
$G_g$	(kp):	Gewicht des Gases
$G_m$	(kp):	Gewicht des Fördergutes
$G_1$	(kp):	Gewicht eines Körnchens
$g = 9,81$	m/s <sup>2</sup> :	Schwerebeschleunigung
$H$	(m):	vertikale Entfernung
$k, k_1, k_2, k_3$ :		Faktoren
$L$	(m):	horizontale Entfernung
$l, \Delta l$	(m):	Rohrlänge
$l_B$	(m):	Länge der Beschleunigungsstrecke
$m$	(kps <sup>2</sup> /m):	Masse
$m_1 = G_1/g$	(kps <sup>2</sup> /m):	Masse eines Körnchens
$n$ :		Anzahl der im Rohr gleichzeitig anwesenden Körnchen
$P_1$	(kp):	andere Kraft (z.B. aus Verformung)
$p, \Delta p$	(kp/m <sup>2</sup> ):	Druck bzw. Druckabfall
$\Delta p_G$	(kp/m <sup>2</sup> ):	Druckabfall aus dem Hub des Fördergutes
$\Delta p_z$	(kp/m <sup>2</sup> ):	zusätzlicher Druckabfall
$\Delta p_B$	(kp/m <sup>2</sup> ):	Beschleunigungsdruckabfall
$\Delta p_P$	(kp/m <sup>2</sup> ):	Druckabfall infolge anderer Kräfte
$\Delta p_S$	(kp/m <sup>2</sup> ):	Druckabfall aus dem Anprall an die Rohrand bzw. aus Reibung
$\Delta p_t$	(kp/m <sup>2</sup> ):	Gesamtdruckabfall
$\Delta p_0$	(kp/m <sup>2</sup> ):	Druckabfall bei Leerlauf
$Q_g$	(kp/s):	Gasmenge (Gewichtsdurchsatz)
$Q_m$	(kp/s):	Fördergutmenge (Förderleistung)
$q_g = Q_g/v_g$	(kp/m):	Gewicht des Gases je 1 m.
$q_m = Q_m/v_m$	(kp/m):	Gewicht des Fördergutes je 1 m.
$S_1$	(kp):	die Bewegung hemmende Kraft aus Anprall oder Reibung
$t$	(s):	Zeit
$t_B$	(s):	Anlaufzeit
$v_g$	(m/s):	Gasgeschwindigkeit (Querschnittsmittelwert)

$v_m$	(m/s):	Fördergutgeschwindigkeit (Querschnittsmittelwert)
$w = v_g - v_m$	(m/s):	relative Geschwindigkeit
$w_0$	(m/s):	Fallgeschwindigkeit (Schwebegeschwindigkeit), bei Flugförderung auf ein Körnchen, bei Dichtstromförderung auf eine Fördergutwolke (oder einen Pfropfen) bezogen
$w_f$	(m/s):	relative Geschwindigkeit der vertikalen Förderung
$\gamma_g$	(kp/m <sup>3</sup> ):	spezifisches Gewicht des Gases
$\gamma_m$	(kp/m <sup>3</sup> ):	spezifisches Gewicht des Fördergutes
$\lambda_z$ :		zusätzlicher Rohrreibungsfaktor
$\mu = Q_a/Q_g$ :		Mischungsverhältnis

### 1. Einige grundlegende Kennwerte der pneumatischen Förderung

Die Aufgabe der pneumatischen Förderung ist: der Transport korn- oder staubförmiger Materien auf eine bestimmte Entfernung ( $l$ ) mit gegebener Förderleistung ( $Q_m$ ).

Die Förderentfernung setzt sich in der Regel aus horizontalen und vertikalen Strecken  $L$  bzw.  $H$  zusammen, die durch Bögen verbunden sind. In einem der Förderleistung und dem Fördergut angepaßten Rohr ( $D$ ) erfolgt die Förderung durch die entsprechend gewählte Gasgeschwindigkeit ( $v_g$ ) auf Kosten eines Druckabfalls ( $\Delta p$ ).

In Abb. 1 sind ein senkrechtes Förderrohr für Flugförderung sowie die Druck- und Geschwindigkeitsänderungen längs des Rohres zu sehen. Der Druckabfall bei Leerlauf  $\Delta p_0$  (der zur Förderleistung  $Q_m = 0$  gehört) und der Gesamtdruckabfall bei der Förderung  $\Delta p_t$  beziehen sich auf die gleiche Gasgeschwindigkeit. (Es werden nur kleine Druckabfälle bis zu Werten untersucht, wo die Gasexpansion vernachlässigt werden darf.) Aus dem Verlauf der Geschwindigkeiten ist zu erkennen, daß die Geschwindigkeit des Fördergutes ( $v_m$ ) immer kleiner ist als die Gasgeschwindigkeit ( $v_g$ ). Auf der Beschickungsstelle wird die Fördergutgeschwindigkeit praktisch von  $v_{m0} = 0$  auf die dem Beharrungszustand entsprechende Endgeschwindigkeit ( $v_{m\infty}$ ) beschleunigt. Es läßt sich nachweisen [16], daß die Geschwindigkeit  $v_{m\infty}$  durch das beförderte Körnchen nur auf einem Weg von unendlicher Länge erreicht wird, doch

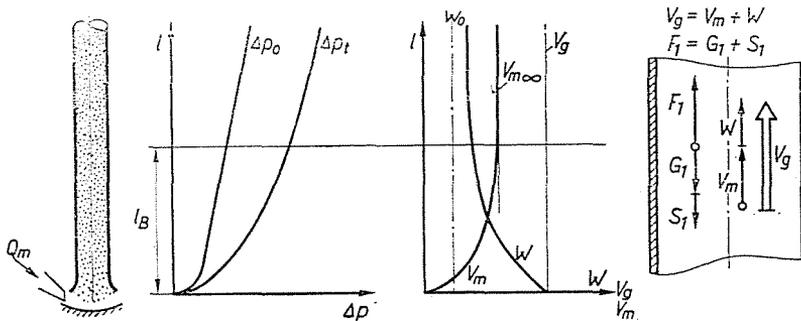


Abb. 1. Druck- und Geschwindigkeitsverlauf das vertikale Rohr entlang

kann mit der für praktische Ansprüche befriedigenden Abweichung von einigen Prozenten die Beschleunigung am Ende der Beschleunigungsstrecke  $l_B$  als abgeschlossen gelten. Die Beschleunigungsstreckenlänge ist vor allem von den Kennwerten des zu befördernden Körnchens (Korndurchmesser  $d_0$ ; spezifisches Gewicht  $\gamma_m$  des Fördergutes; Schwebegeschwindigkeit  $w_0$ ) und den Daten des Fördergases (spezifisches Gewicht  $\gamma_g$  des Gases; kinematische Viskosität  $\nu_g$ ) abhängig. Im Beharrungszustand, der auf die Beschleunigungsstrecke folgt, ist  $v_m = v_{m\infty}$  und die Druckabfalländerung das Rohr entlang kann als linear angenommen werden:  $dp/dl = \text{konst.}$

*Die relative Geschwindigkeit*

$$w = v_g - v_m \quad (1)$$

kann bei pneumatischer Förderung nie gleich Null sein (auch bei horizontaler Förderung nicht), da die auf die Körnchen wirkende aerodynamische Vortriebskraft  $F_1$  nur mit der Geschwindigkeit  $w$  entsteht. Die relative Geschwindigkeit der Vertikalförderung ( $w_f$ ) ist immer höher als die Schwebegeschwindigkeit ( $w_0$ ):

$$w_f > w_0.$$

Durch eine höhere relative Geschwindigkeit als die Schwebegeschwindigkeit wird eine Vortriebskraft gewährleistet, die größer als das Korngewicht ( $G_1$ ) ist. Die größere Vortriebskraft ist notwendig, um die bei der Förderung unbedingt anfallende, die Bewegung hemmende Kraft ( $S_1$ ) zu bewältigen. Diese kann aus Stoß, (vor allem bei Flugförderung), aus Reibung (bei Dichtstromförderung) oder gleichzeitig aus beiden (Übergangszustand) entstehen. Auf der Beschleunigungsstrecke wird außerdem auch die Beschleunigung der Körnchen durch die Vortriebskraft erzielt.

In Abb. 1 ist ein Rohrabschnitt im Beharrungszustand auch vergrößert, mit Angabe der Werte der Geschwindigkeiten und Kräfte zu sehen. Die Kraft  $S_1$  aus den die Bewegung hemmenden, u. U. nur kurzzeitigen Wirkungen (Anprall, Reibung) wurde als gleichmäßig und stetigwirkend angesetzt, mit einem Wert, der geeignet ist, die tatsächlich anfallenden Wirkungen zu ersetzen.

*Mischungsverhältnis ( $\mu$ ), Konzentration ( $c$ ).* Ein für die pneumatische Förderung oft benutzter Kennwert ist das Mischungsverhältnis (Beschickungsverhältnis):  $\mu$ , das das Verhältnis der Fördergutmenge zur Fördergasmenge bedeutet:  $\mu = Q_m/Q_g$ . Die Gewichtskonzentration ist der Quotient aus den Gewichten des in einer Rohrstrecke ( $\Delta l$ ) gleichzeitig anwesenden Fördergutes ( $G_m$ ) und Gases ( $G_g$ ). Da die Geschwindigkeiten des Fördergutstromes und des Gasstromes nicht gleich sind, ist die Konzentration ein vom Mischungsverhältnis unterschiedlicher Wert.

Dieser Umstand ist in Abb. 2 dargestellt. Hier wurde der Gasstrom ( $A_g$ ) im Rohr mit Querschnitt  $A$  als vom Fördergutstrom ( $A_m$ ) getrennt gedacht. Zu Beginn der Untersuchung gelangen in 1 s das Gas mit dem Gewichtsstrom  $Q_g$  aus dem gewählten Querschnitt (1) in eine Entfernung  $v_g$ , das Fördergut mit einem Gewichtsstrom  $Q_m$  nur in eine Entfernung  $v_m$ .

Deshalb wird in der ausgewählten Rohrstrecke (z. B.  $\Delta l = 1$  m Rohrlänge) das Verhältnis der Gewichte des Fördergutes ( $q_m$ ) und des Gases ( $q_g$ ) offenbar nicht gleich dem Mischungsverhältnis sein. Die Konzentration läßt sich mit Gewichten pro 1 m ausdrücken: (Gewicht des Fördergutes je 1 m: das Gewicht des Fördergutes in einer 1 m langen Rohrstrecke;  $q_m = Q_m/v_m$ ; in ähnlicher Weise ist das Gasgewicht je 1 m:  $q_g = Q_g/v_g$ .)

$$c = \frac{q_m}{q_g} = \frac{Q_m/v_m}{Q_g/v_g} = \frac{\mu}{v_m/v_g} \quad (2)$$

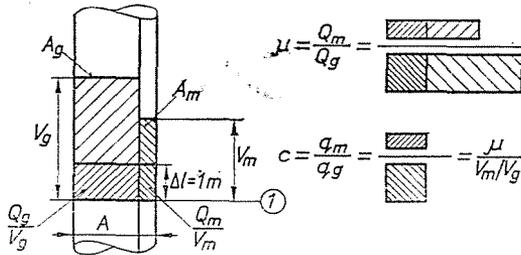


Abb. 2. Mischungsverhältnis und (Gewichts-) Konzentration

Da das Geschwindigkeitsverhältnis  $v_m/v_g < 1$  ist, ist die Konzentration immer größer als das Mischungsverhältnis. Es muß darum ein Unterschied zwischen Mischungsverhältnis und Konzentration gemacht werden, weil — sollen die Gesetze der Strömung eines Gemisches auf physikalischer Grundlage aufgeschrieben werden —, lediglich die Konzentration (also das Verhältnis der im Rohr gleichzeitig vorhandenen Gewichte) als kennzeichnend gelten kann, das Mischungsverhältnis nicht, da dieses für die Beschickungsverhältnisse kennzeichnend ist. Das im Rohr strömende Gemisch weiß nichts davon, bei welchem Mischungsverhältnis die Beschickung erfolgte. Das Anschreiben der Kennwert (z. B. des Druckabfalls) für die Förderung in Beharrungszustand kann deshalb lediglich als empirisch gelten und die Anwendung ist nur dort gerechtfertigt, wo die Kraftwirkung auf die Körnchen mit Beziehungen auf physikalischer Grundlage nicht ausgedrückt werden kann (z. B. Förderung im Übergangszustand).

Das vorstehend abgeleitete Gewicht pro 1 m ( $q_m$ ) wird in den späteren Untersuchungen eine besondere Rolle spielen. Mit seiner Hilfe lassen sich das

in der ausgewählten Rohrstrecke ( $\Delta l$ ) gleichzeitig vorhandene Förderergewicht:

$$G_m = q_m \Delta l = \Delta l \frac{Q_m}{v_m} \quad (3)$$

und in Kenntnis des Einzelkorngewichts ( $G_1$ ) die Körnchenzahl im Rohrabschnitt:

$$n = \frac{G_m}{G_1} = \frac{q_m \Delta l}{G_1} \quad (4)$$

ermitteln. Auf der Beschleunigungsstrecke ( $l_B$ ), wo die Förderergeschwindigkeit veränderlich ist, darf man von einem in Abhängigkeit vom Ort veränderlichen Wert des Gewichts je 1 m ( $q_{mi}$ ) sprechen.

## 2. Prinzipielle Grundlagen des Druckabfalls bei Zweiphasenströmung

Der Druckabfall bei der Strömung eines Zweiphasengemisches ( $\Delta p_t$ ) läßt sich als die Summe des Druckabfalls bei Leerlauf ( $\Delta p_0$ ) bei derselben Gasgeschwindigkeit ( $Q_m = 0$ ) und des zusätzlichen Druckabfalls bei Feststoffförderung ( $\Delta p_z$ ) anschreiben:

$$\Delta p_t = \Delta p_0 + \Delta p_z \quad (5)$$

Das Gesagte kann durch Versuche in einem Windkanal bestätigt werden. Abb. 3 zeigt den Druckabfall in einem langen Windkanal nur bei Gasströmung:  $\Delta p_0$  (a). Wird bei unveränderter Luftgeschwindigkeit ein Körper auf einer aerodynamischen Waage (b) in den Kanal gesetzt, nimmt der Druckabfall zu:

$$\Delta p_t = \Delta p_0 + \frac{F_1}{A}.$$

( $F_1$  ist hier die abwägbare Kraft.) Der Körper ist so klein, daß er das Geschwindigkeitsprofil bei reiner Gasströmung nicht wesentlich beeinflusst.

Werden gleichzeitig mehrere Körper gleicher Größe in den Kanal gesetzt und dies mit einer Geschwindigkeit  $v_m < v_g$  bewegt (c), ergibt sich der zwischen den Kanalenden meßbare Druckabfall zu:

$$\Delta p_t = \Delta p_0 + \frac{\Sigma F'_1}{A}. \quad (6)$$

Auf den beweglichen Waagen wird wegen der Abnahme der relativen Geschwindigkeit im Falle c) immer eine geringere aerodynamische Kraft als

im Falle b) gewogen. Bei einer Geschwindigkeit  $v_m = v_g$  werden  $F'_1 = 0$  und  $\Delta p_t = \Delta p_0$  sein.

Das letztere Modell 3/c ist übrigens das Modell der pneumatischen (oder hydraulischen) Förderung. Neben der Überlagerung der Druckabfälle  $\Delta p_t = \Delta p_0 + \Delta p_z$  bestätigt es noch folgendes:

a) Der zusätzliche Druckabfall ( $\Delta p_z$ ) bei der Förderung ist eine Folge der aerodynamischen Kraftwirkungen auf die Körnchen. (Es wird also von

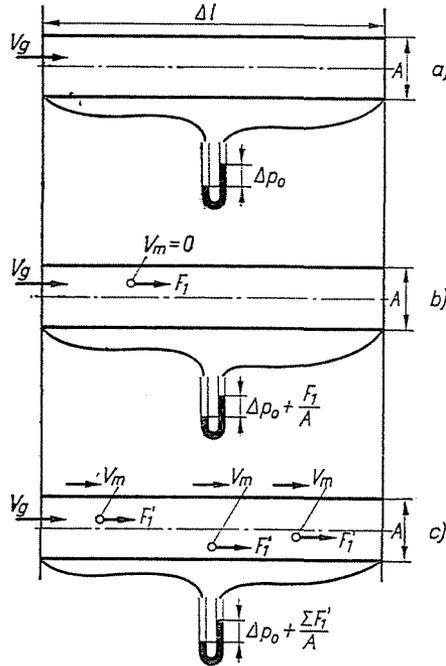


Abb. 3. Druckabfall im Windkanal: a) bei alleiniger Gasströmung; b) bei einem unbeweglichen Körper im Kanal; c) bei beweglichen Körpern im Kanal

der Änderung von  $\Delta p_0$  abgesehen. Nach zahlreichen Forschern ist diese Änderung bei Flugförderung vernachlässigbar gering. Bei Dichtstromförderung ist hingegen  $\Delta p_0$  im Vergleich zum Gesamtdruckabfall unbedeutend klein. Für den Übergangszustand ist die Frage ungeklärt). Es gilt also:

$$\Delta p_z = \frac{\Sigma F_1}{A} \tag{7}$$

b) Die Berechnungsweise (7) des zusätzlichen Druckabfalls ist davon unabhängig, womit durch die auf die Körnchen wirkende aerodynamische Kraft Gleichgewicht gehalten wird (in Abb. 3/c wird durch die Waagekraft

die Reaktionskraft dargestellt, in Abb. 1 wurde der aerodynamischen Kraft durch das Gewicht und durch die die Bewegung hemmende Kraft aus Anprall und Reibung Gleichgewicht gehalten.)

c) Wird der aerodynamischen Kraft  $F_1$  durch mehrere Kräfte Gleichgewicht gehalten (z. B. bei senkrechter Förderung eines elastischen Stoffes im Beharrungszustand:  $F_1 = G_1 + S_1$ ; in der senkrechten Beschleunigungsstrecke  $F_1 = G_1 + S_1 + B_1$ ; bei der Förderung plastischer Stoffe ist wegen Verformung zufolge des gegenseitigen Zusammenpralls eine weitere Kraft  $P_1$  zu berücksichtigen; in Bögen machen sich noch weitere Wirkungen geltend [17], [18]), läßt sich der zusätzliche Druckabfall gemäß der Überlagerung der Teilkräfte als eine Summe aus Teilen berechnen:

$$\Delta p_z = \frac{\Sigma F_1}{A} = \frac{\Sigma G_1}{A} + \frac{\Delta S_1}{A} + \frac{\Sigma B_1}{A} + \frac{\Sigma P_1}{A}; \quad (8)$$

d. h.

$$\Delta p_z = \Delta p_G + \Delta p_S + \Delta p_B + \Delta p_P \quad (9)$$

(Von den Teildruckabfällen ist im Beharrungszustand  $\Delta p_B = 0$ .)

Von den Reaktionskräften ( $G_1$ ,  $S_1$ ,  $B_1$ ,  $P_1$ ) der die Körnchen bewegenden aerodynamischen Kraft ( $F_1$ ) werden nur einzelne auf die Rohrwand übertragen ( $S_1$  entsteht durch Anprall oder Reibung an der Rohrwand; dieser Teil der Reaktionskraft wird auf die Rohrwand übertragen), andere nicht (z. B. bei Vertikalförderung das Gewicht, in der Beschleunigungsstrecke die zur Beschleunigung erforderliche Kraft). Diese Erkenntnis gestattet, die einzelnen Teile des zusätzlichen Druckabfalls bei der Förderung gleichzeitig mit der Ermittlung des Gesamtdruckabfalls auch meßtechnisch zu bestimmen. An Abb. 4 wird ein Meßgerät für die Messung des Druckabfalls ( $\Delta p_S$ ) infolge von  $S_1$  (Anprall und Reibung an der Rohrwandung) gezeigt. (Auf diese Weise durchgeführte  $\Delta p_S$ -Messungen wurden bei der Förderung von Weizen, Mehl und Kleie von PALZEW und WOLODIN [19] durchgeführt.)

Die Meßstrecke (a) der Länge  $l_1$  wird luftdicht, doch mit einem die Kraftübertragung verhindernden Flüssigkeitsverschluß (b) an die weiteren Teile des Förderrohrs angeschlossen und die gesamte Meßstrecke wird auf die Waage (c) gesetzt. Der gesamte Druckabfall auf der Meßstrecke kann im Laufe der Förderung ( $\Delta p_i$ ) und bei Leerlauf mit derselben Gasgeschwindigkeit ( $\Delta p_0$ ) gemessen werden. Der Druckabfallteil  $\Delta p_S$  wird durch Kraftmessung bestimmt.

Um die Richtigkeit des Meßverfahrens zu beweisen, soll der Impulssatz für die Meßstrecke aufgeschrieben werden. (Die Strömung kann als quasi-stationär gelten.) Dazu wird der untersuchte Teil mit einer zweckmäßig gewählten Kontrollfläche umgeben (die gestrichelte Linie in Abb. 4). Die Gas- und Fördergutströmung im Rohr mit einem Querschnitt  $A$  sollen gemäß Abb. 2 als getrennt vorgestellt werden ( $A_g + A_m = A$ ). Die Impulse, die in

der Kontrollfläche ankommen, werden vernachlässigt:  $v_{g0} = 0$  und  $v_{m0} = 0$ . Der (atmosphärische) Druck ist entlang der Kontrollfläche gleichbleibend, mit der Ausnahme des Querschnitts  $A$  des nach oben gerichteten Förderrohres (hier ist der Druck um den Wert  $\Delta p_t$  niedriger). Nun betragen die Kräfte dem Vektorendiagramm in Abb. 4 entsprechend, unter Berücksichtigung der Einrichtung mit dem Gewicht  $G_b$ , der auf der Waage gewogenen äußeren Kraft  $F_K$ , des auf der Meßstrecke gleichzeitig vorhandenen Fördergutes mit dem Gewicht  $G_m$ :

$$\int_{A_g} v_g \frac{\gamma_g}{g} v_g dA + \int_{A_m} v_m \frac{\gamma_m}{g} v_m dA + G_m + G_b - \Delta p_t A = F_K. \quad (10)$$

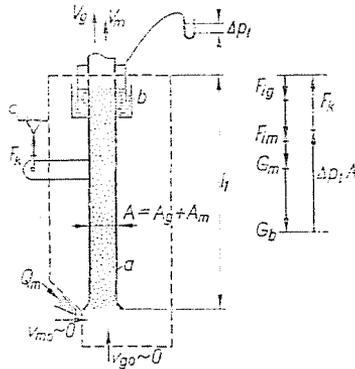


Abb. 4. Anlage für die Messung des Druckabfalls ( $\Delta p_S$ ) aus Anprall und Reibung an der Rohrwandung in einem vertikalen Rohr

Das erste Integral ist die Impulskraft des heraustretenden Gases ( $F_{ig}$ ), die durch Leerlaufmessung bestimmt werden kann. Das zweite Integral ist die Impulskraft des heraustretenden Fördergutes ( $F_{im}$ ), die aus dem für die Beschleunigung erforderlichen Druckabfall errechnet wird:

$$\int_{A_m} v_m \frac{\gamma_m}{g} v_m dA = F_{im} = \Delta p_B A. \quad (11)$$

Außerdem gilt:

$$G_m = \Sigma G_1 = \Delta p_G A.$$

Den gesamten Druckabfall  $\Delta p_t$  durch seine Teile ausgedrückt:

$$\Delta p_t = \Delta p_0 + \frac{F_{ig}}{A} + \Delta p_G + \Delta p_S + \Delta p_B + \Delta p_P. \quad (12)$$

Wird ein elastischer Stoff befördert und fallen auch keine anderen Kraftwirkungen an (z. B. die zur Verformung erforderliche Kraft  $P_1 = 0$  ist), dann gilt  $\Delta p_p = 0$ . In (10) eingesetzt:

$$F_{ig} + F_{im} + G_m + G_b - A \left( p_0 + \frac{F_{ig}}{A} + \Delta p_G + \Delta p_S + \Delta p_B \right) = F_K.$$

Nach Vereinfachung gilt:

$$G_b - A \Delta p_0 - A \Delta p_S = F_K.$$

Ist also  $G_b$ , das Gewicht der Anlage bekannt, läßt sich  $\Delta p_S$  durch Messung des Druckabfalls bei Leerlauf  $\Delta p_0$  und der Waagekraft  $F_K$  bestimmen. Damit ist die Ermittlung der Teile von  $\Delta p_z$  durch Messungen ermöglicht.

Nach dem Vorstehenden sind  $\Delta p_0$  und  $\Delta p_t$  durch direkte Druckmessungen meßbar. Durch Subtraktion erhält man:

$$\Delta p_z = \Delta p_t - \Delta p_0.$$

Nach dieser Methode erhält man durch die Messung von  $\Delta p_S$  und eine weitere Subtraktion die Summe der Druckabfälle aus Hub des Fördergutes und aus der Beschleunigung:

$$\Delta p_G + \Delta p_B = \Delta p_z - \Delta p_S.$$

Wird die Meßstrecke in Abb. 4 nicht in der Beschleunigungsstrecke, sondern im Abschnitt des Beharrungszustands angeordnet und die Meßstrecke an beiden Enden mit einer nichtkraftübertragenden Drucksperrung ausgerüstet,

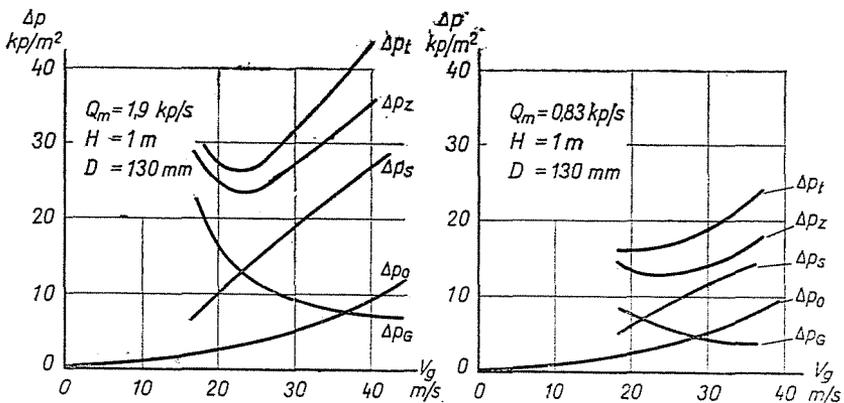


Abb. 5. Druckabfälle in einem vertikalen Rohr mit  $D = 130$  mm bei Weizenförderung im Beharrungszustand in Abhängigkeit von der Luftgeschwindigkeit

kann auch der Druckabfall aus dem Hub des Fördergutes ermittelt werden. Da in diesem Falle  $\Delta p_B = 0$ , ergibt sich der Druckabfall aus Hub aus der Subtraktion zu:

$$\Delta p_G = \Delta p_z - \Delta p_S.$$

In Abb. 5 sind die durch Druckmessungen ermittelten und mit Subtraktion errechneten Teil-Druckabfälle bei vertikaler Förderung von Weizen in einem Rohr mit dem Durchmesser  $D = 130$  mm im Beharrungszustand, bei Förderleistungen  $Q_m = 1,9$  kp/s und  $Q_m = 0,834$  kp/s auf eine Rohrlänge  $H = 1$  m umgerechnet dargestellt.

### 3. Aus Kraftwirkungen berechenbare Druckabfälle

Die genannten Teile des zusätzlichen Druckabfalls  $\Delta p_z = \Delta p_G + \Delta p_S + \Delta p_B + \Delta p_P$  lassen sich aus den Kraftwirkungen errechnen.

a) *Beschleunigungsdruckabfall*:  $\Delta p_B$ . Die Stoffkörnchen, deren Geschwindigkeit am Beschickungsort im Förderrohr praktisch gleich Null ist ( $v_{m0} = 0$ ), werden auf der Beschleunigungsstrecke ( $l_B$ ) bis zur Geschwindigkeit im Beharrungszustand ( $v_{m\infty}$ ) beschleunigt. Die Kräfte, die die Körnchen beschleunigen, machen sich im Druckabfall der Gasströmung  $\Delta p_B$  geltend. Aus der für die Beschleunigung einer Masse

$$dm = \frac{q_{mi}}{g} dl_B$$

auf der Elementarstrecke  $dl_B$  erforderlichen Kraft läßt sich die zur Beschleunigung des Fördergutstromes  $Q_m$  erforderliche Kraft bzw. der Druckabfall durch Integration ermitteln:

$$\Delta p_B = \int_0^{l_B} a \cdot \frac{q_{mi}}{gA} dl_B = \frac{Q_m}{gA} \int_0^{l_B} \frac{a}{v_m} dl_B = \frac{Q_m}{gA} \int_0^{v_{m\infty}} dv_m = \frac{Q_m v_{m\infty}}{gA}. \quad (13)$$

Selbstverständlich gelangt man zu derselben Form des Beschleunigungsdruckabfalls, wenn man aus der aufgrund des Impulssatzes aufgeschriebenen Gl. (11) ausgeht. Die Integration in (11) durchgeführt, ergibt sich:

$$\int_{A_m} v_m \frac{\gamma_m}{g} v_m dA = A_m v_m \frac{\gamma_m}{g} v_m = \frac{Q_m v_m}{g} = F_{im}$$

und damit lautet das Ergebnis:

$$\Delta p_B = \frac{F_{im}}{A} = \frac{Q_m v_{m\infty}}{gA},$$

wenn  $v_m = v_{m\infty}$ .

b) *Druckabfall aus dem Hub des Fördergutes:*  $\Delta p_G$ . Diese Größe läßt sich aus dem Gewicht ( $G_m$ ) der in der untersuchten Rohrstrecke ( $\Delta l$ ) gleichzeitig anwesenden Körnchen in einem senkrechten Rohr im Beharrungszustand berechnen:

$$\Delta p_G = \frac{G_m}{A} = \frac{\Delta l q_m}{A} = \Delta l \frac{Q_m}{v_{m\infty} A}. \quad (14)$$

*Auf der vertikalen Beschleunigungsstrecke ( $l_B$ )* ist der Druckabfall aus dem Hub des Fördergutgewichts ( $\Delta p_{GB}$ ) höher als in einer Rohrstrecke der gleichen Länge im Beharrungszustand. Der Grund hierfür ist, daß sich in der Beschleunigungsstrecke gleichzeitig eine größere Anzahl von Körnchen aufhalten (zufolge der kleinen Fördergutgeschwindigkeit) als auf einer Strecke gleicher Länge im Beharrungszustand. Die Berechnung lautet:

$$\Delta p_{GB} = \int_0^{l_B} \frac{dG_m}{A} = \int_0^{l_B} \frac{q_m}{A} dl_B = \frac{Q_m}{A} \int_0^{l_B} \frac{1}{v_m} dl_B = \frac{Q_m}{A} \int_0^{t_B} dt = \frac{Q_m}{A} t_B. \quad (15)$$

Um den Druckabfall  $\Delta p_{GB}$  zu bestimmen, müssen also entweder die Fördergutgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Rohrlänge:  $v_m(l)$  oder die sog. Anlaufzeit:  $t_B$  — die zur Beschleunigung der Körnchen erforderliche Zeit — bekannt sein. Die Funktion  $v_m(l)$  und  $t_B$  sind auch von der Art der die Bewegung hemmenden Kraft ( $S_1$ ) abhängig.

c) *Der infolge bewegungshemmender Kräfte ( $S_1$ ) auftretende Druckabfall ( $\Delta p_s$ ) im Beharrungszustand ( $v_m = v_{m\infty}$ ).*

Dieser Druckabfall ( $\Delta p_s$ ) kann den verschiedenen bewegungshemmenden Kräften (Anprall, Reibung) entsprechend aus Zusammenhängen von verschiedenartiger Form berechnet werden.

c1) Abb. 6 zeigt die Wirkung des Anpralls im horizontalen Rohr. Beim Anprall vermindert sich sowohl die axiale, wie auch die darauf senkrechte Komponente der Fördergutgeschwindigkeit ( $v_x$  und  $v_y$ ). Der axiale Geschwindigkeitsverlust muß durch Wiederbeschleunigung ersetzt werden. Der dazu erforderliche Druckabfall ( $\Delta p_{s1}$ ) ist ähnlich der bei dem Beschleunigungsdruckabfall angewandten Berechnungsweise:

$$\Delta p_{s1} = k_1 \frac{l}{D} \frac{Q_m v_m}{gA}. \quad (16)$$

Der auf die Achse senkrechte Geschwindigkeitsverlust muß ebenfalls ersetzt werden. Dazu ist der ähnlich dem Heben der Körnchen berechenbare Druckabfall ( $\Delta p_{s2}$ ) notwendig:

$$\Delta p_{s2} = k_2 l \frac{Q_m}{v_m A}. \quad (17)$$

Die Faktoren  $k_1$  bzw.  $k_2$  können durch Druckmessungen bestimmt werden. Ihr Wert hängt von den Eigenschaften des Fördergutes und des Rohres ab.

c2) Eine die Bewegung des Körnchens hemmende Kraft kann aus dem Gleiten des Körnchens an der Rohrwandung; aus Reibung stammen. (Dichtstromförderung und Fluidisationsförderung). In diesem Falle ist erfahrungsgemäß die die Bewegung hemmende Kraft dem Körnchengewicht proportional:

$$S_1 = kG_1. \tag{18}$$

Der Druckabfall infolge der die Bewegung hemmenden Kraft aus Reibung beträgt (aus n.  $S_1/A$  berechnet):

$$\Delta p_{S3} = \Delta l k_3 \frac{Q_m}{A v_m}. \tag{19}$$

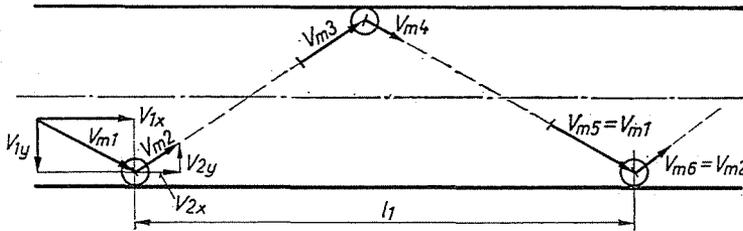


Abb. 6. Geschwindigkeitsänderungen des im horizontalen Rohr beförderten Körnchens bei Flugförderung

Der Proportionalitätsfaktor  $k_3$  wird aus dem Druckabfall bei der Förderung ermittelt.

c3) Eine die Bewegung des Körnchens hemmende Kraft kann auch gleichzeitig aus Reibung und Prall herrühren (Übergangsförderung). In einem solchen Falle läßt sich der Druckabfall infolge der die Bewegung hemmenden Kräfte aus der Summe von (16), (17) und (19) berechnen.

d) Druckabfall  $\Delta p_P$  infolge anderer Kräfte ( $P_1$ )

Zu dieser Gruppe werden Kraftwirkungen gezählt, die nicht unter a) bis c) (Beschleunigung, Hub in einem vertikalen Rohr, Anprall und Reibung an der Rohrwandung) berücksichtigt wurden. Derartige Wirkungen sind: Deformationskräfte (die während der Förderung die plastische Formänderung des Fördergutes herbeiführen), elektrostatische Kräfte (die Kraftwirkungen der Körnchen, die sich bei der Förderung elektrisch aufladen) usw. Zuzufolge derartiger Wirkungen entstandene Druckabfälle sind meistens unbedeutend. Bei einigen Fördergutarten, wo sie wesentlicher sind, ist der Druckabfall infolge der Kräfte  $P_1$  durch Messung zu ermitteln.

#### 4. Vergleich des Rechenverfahrens mit den Messungen

Das vorgeführte Rechenverfahren stimmt mit den an zahlreichen Labor-einrichtungen und Industrieanlagen erhaltenen Meßwerten gut überein. Bei den Messungen wurde die Förderung von Weizen [13], [20], Mehl [15], [21], Mahlprodukten [22], Zement [23], [24], Sand, Kunststoffen [29] usw. untersucht. Im weiteren wird die Anwendung der Methode durch die Verarbeitung der Meßergebnisse veranschaulicht.

a) In Abb. 7 ist eine Versuchseinrichtung zur Beförderung körniger Stoffe der Technischen Universität Budapest sichtbar. Die Einrichtung ist ein 20 m langes horizontales Kunststoffrohr mit einem Durchmesser von

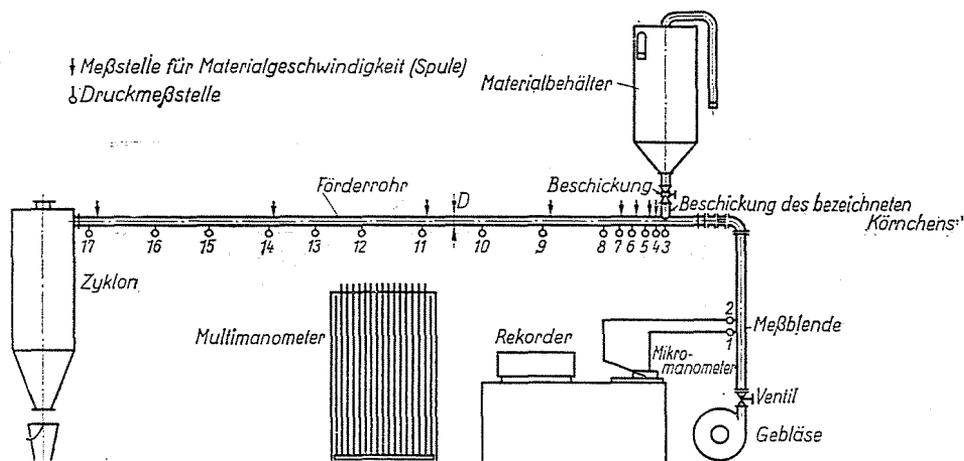


Abb. 7. Eine für Laborarbeiten bestimmte Meßeinrichtung

46 bzw. 85,5 mm. Außer der Luftgeschwindigkeit ( $v_g$ ) und der Förderleistung ( $Q_m$ ) ist die Einrichtung zum Messen der längs des Förderrohrs auftretenden Drücke (Meßstellen Nr. 3–17) und der Fördergutgeschwindigkeit (an 8 Stellen) geeignet (die Meßstellen für die Materialgeschwindigkeit sind in der Abbildung durch kleine Pfeile bezeichnet).

Das Messen der Fördergutgeschwindigkeit wurde mit Hilfe von mit Magneten markierten Körnern vorgenommen. Der sehr kleine Magnet beeinflusst weder das Gewicht, noch die Form des Korns. (Kontrolle wurde durch Messen der Fallgeschwindigkeit getroffen.) Von den Meßergebnissen nach NYITRAI werden die die Förderung von Polyäthylengranulat ( $d_0 = 4$  mm) betreffenden dargestellt. Der Zusammenhang Fördergutgeschwindigkeit – Luftgeschwindigkeit im Beharrungszustand im Rohr von  $D = 46$  mm ist in Abb. 8, der sich auf die Rohrstrecke von 1 m Länge beziehende Druckabfall aber in Abb. 9 zu sehen.

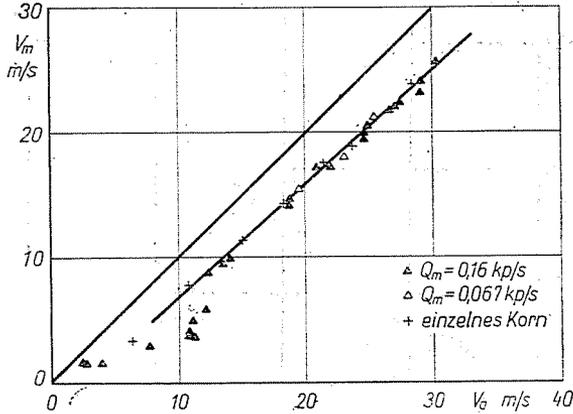


Abb. 8. Gemessene Werte der Fördergutgeschwindigkeit — Luftgeschwindigkeit  $v_m(v_g)$  bei Förderung von Polyäthylengranulat ( $d_0 = 4$  mm) im Beharrungszustand. Durchmesser des horizontalen Förderrohrs  $D = 46$  mm

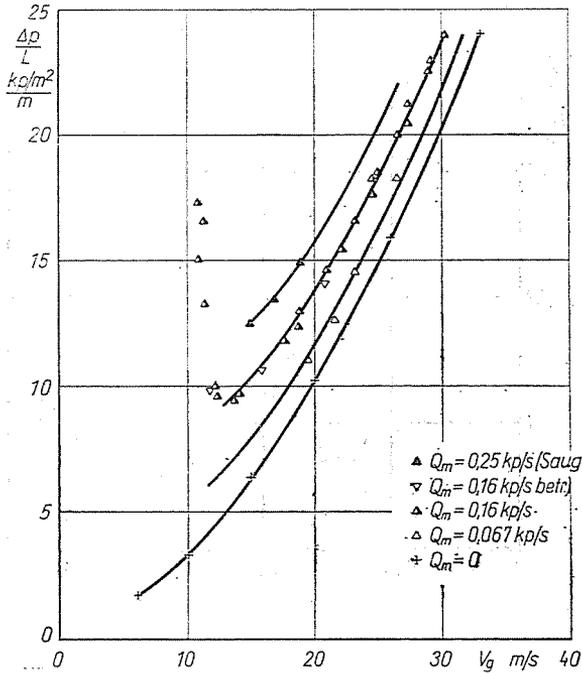


Abb. 9. Gemessener Druckabfall im horizontalen Rohr bei der Förderung von Polyäthylengranulat im Beharrungszustand,  $D = 46$  mm,  $L = 1$  m

Die sich auf das im Rohr von  $D = 85,5$  mm beziehenden Geschwindigkeiten, bzw. Druckabfälle sind in den Abbildungen 10 und 11 abzulesen.

Bei Flugförderung von körnigem Gut ergibt sich der zusätzliche Druckabfall infolge Anpralls. Dieser Druckabfall kann mit seinen zwei Teilen ( $\Delta p_{s1}$

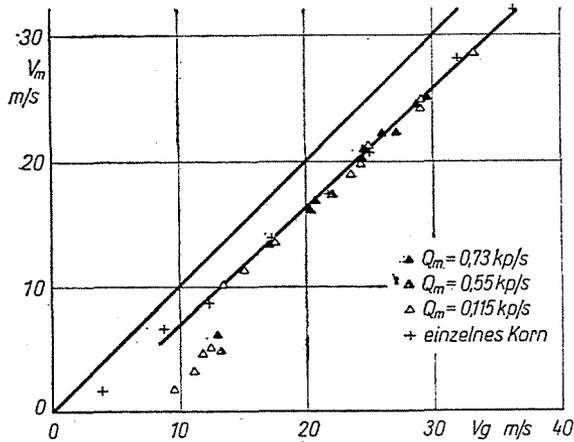


Abb. 10. Gemessene Werte der Förder- und Luftgeschwindigkeit  $v_m$  ( $v_g$ ) von Polyäthylengranulat im Beharrungszustand, Durchmesser des horizontalen Förderrohrs  $D = 85,5 \text{ mm}$

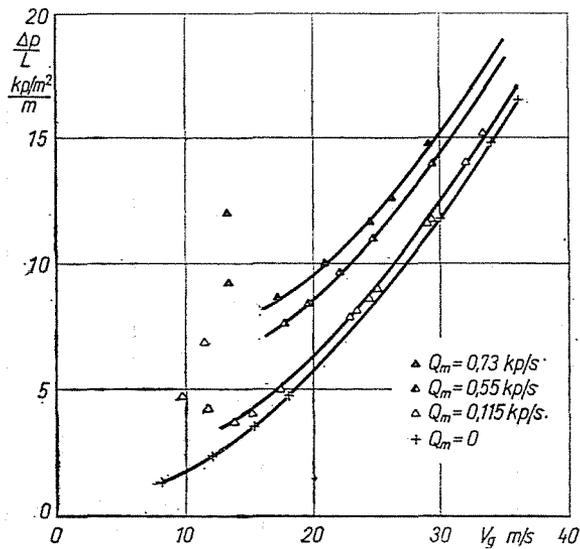


Abb. 11. Gemessener Druckabfall im horizontalen Förderrohr bei Förderung von Polyäthylengranulat im Beharrungszustand,  $D = 85,5 \text{ mm}$ ,  $L = 1 \text{ m}$

und  $\Delta p_{s2}$ ), bzw. mittels der beiden Faktoren  $k_1$  und  $k_2$  berechnet werden, deren Werte (außer Polyäthylengranulat auch für Erbsen und Weizen) in Tab. 1 abzulesen sind.

b) Im Forschungsinstitut WNIIZ (Moskau) wurden durch eine Meßreihe unter der Leitung von PALZEW [26] bei der horizontalen Dichtstromförderung von Mehl ( $\mu = 30 - 80$ ) in Rohren mit  $D = 53, 75$  und  $100 \text{ mm}$  der

Anprallfaktoren

	Polyäthylen- granulat ( $d_0 = 4 \text{ mm}$ )	Erbsen	Weizen
$k_1$	0.00043	0.00045	0.0015
$k_2$	0.35	0,24	0,25

Tabelle 1

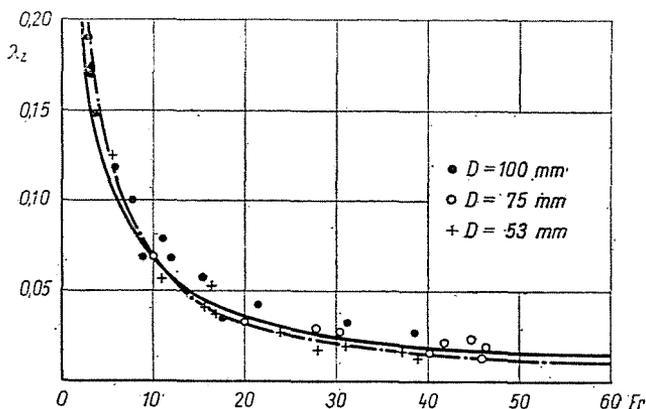


Abb. 12. Der Faktor  $\lambda_z$  bei der Förderung von Mehl in einem horizontalen Rohr in Abhängigkeit von der Froude-Zahl. (Die Meßpunkte stammen aus Messungen von Palzew [26])

Druckabfall, die Luftmengen und die Fördergeschwindigkeiten bestimmt. Für die Berechnung des Druckabfalls bei horizontaler Förderung im Beharungszustand benützte Beziehungen:

$$\Delta p_S = \lambda_z \frac{\Delta l}{D} \frac{Q_m}{A} \frac{v_m}{g} \quad (20)$$

Der Meßwert  $\lambda_z$  wurde in Abhängigkeit von der in Form von  $Fr = v_2^m/gD$  angeschriebenen »Froude-Zahl« dargestellt (die mit einer Vollinie gezeichnete Kurve in Abb. 12) bzw. wurde für die Berechnung folgende Formel vorgeschlagen:

$$\lambda_z = \frac{0,44}{Fr^{0,8}} \quad (21)$$

Nach der Druckabfallberechnung, die aus den Kraftwirkungen ausgeht, ergibt sich bei horizontaler Dichtstromförderung der überwiegende Teil des zusätzlichen Druckabfalls aus Reibung des Fördergutes an der Rohrwand; sein Wert läßt sich aus (19) berechnen. Die aus den Palzewischen Messungen erhal-

tenen Beziehungen (21) und (20) lassen sich mit der im Prinzip gerechtfertigten Beziehung (19) leicht in Einklang bringen. Zwischen den Meßpunkten  $\lambda_z$  der Abb. 12 kann auch die Kurve

$$\lambda_z = \frac{0,7}{Fr} \quad (22)$$

mit einer ähnlich guten Näherung wie (21) eingezeichnet werden (die strichpunktierte Kurve in Abb. 12) (22) und  $Fr = v_m^2/gD$  in (20) eingesetzt, erhält man:

$$\Delta P_S = \frac{0,7}{v_m^2/gD} \frac{\Delta l}{D} \frac{Q_m}{A} \frac{v_m}{g} = k_3 \Delta l \frac{Q_m}{v_m A},$$

d. h. die auch im Prinzip begründete [15], [23], [24], Beziehung (19). Nach den Messungen von PALZEW ergab sich bei der horizontalen Dichtstromförderung von Mehl die Größe  $k_3 = 0,7$ ; aus eigenen Messungen ist  $k_3 = 0,6 - 0,8$ .

Aus der Reibungskraft ausgehend kann  $k$  — ähnlich dem Reibungsfaktor — auch gar nicht ein einziger bestimmter Wert sein, sondern läßt sich in Abhängigkeit von der Oberflächenbeschaffenheit der Rohrwand sowie der Mehlbeschaffenheit durch die Bestimmung eines Bereichs angeben.

Im Bereich einer der Dichtstromförderung entsprechenden Konzentration ( $c = 20 - 300$ ) und Gasgeschwindigkeit ( $v_g = 5 - 15$  m/s) ist sein Wert vom Rohrdurchmesser, von der Förderleistung, der Gasgeschwindigkeit usw. unabhängig.

## 5. Zusammenfassung

Die zusätzlichen Druckabfälle bei der pneumatischen Förderung können von den während der Förderung anfallenden Kraftwirkungen ausgehend berechnet werden.

Da die auftretenden Kräfte (Beschleunigungskräfte, Gewichte, Kräfte aus Anprall, Reibungskräfte usw.) mit verschiedenen Gleichungen ausgedrückt werden, läßt sich der Druckabfall nicht mit einer Beziehung einer einzigen Form berechnen, sondern es müssen Beziehungen von der Förderung angepaßter, unterschiedlicher Form benutzt werden. Für diese Art der Druckabfallberechnung muß auch die Fördergutgeschwindigkeit bekannt sein. Es wurde nachgewiesen [14], [15], [28], daß sich in Kenntnis der auf das Fördergut wirkenden Kräfte auch die Fördergutgeschwindigkeit bestimmen läßt.

Dr. László PÁPAI, H-1521 Budapest

## Literatur

1. GASTERSTÄDT, J.: Die experimentelle Untersuchung des pneumatischen Fördervorganges. Forsch. Arb. Ing. Wes., H. 265 (1924).
2. SEGLER, G.: Pneumatic Grain Conveying. Braunschweig, 1951.
3. HARIU, O. H.—MOLSTAD, M. C.: Pressure Drop in Vertical Tubes in Transport of Solids by Gases. Industr. Engng. Chem. **41**, 1148—60 (1949).
4. BARTH, W.: Strömungstechnische Probleme der Verfahrenstechnik. Chem. Ing. Techn. **26**, 29—34 (1954).
5. BARTH, W.: Strömungsvorgänge beim Transport von Festteilchen und Flüssigkeitsteilchen in Gasen. Chemie-Ing.-Techn. **30**, 171—180 (1958).
6. MUSCHELKNAUTZ, E.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen über die Druckverluste pneumatischer Förderleitungen unter besonderer Berücksichtigung des Einflusses von Gutreibung und Gutgewicht. V.D.I. Forsch.-Heft. 476 (1959).
7. WELSCHOF, G.: Pneumatische Förderung bei großen Fördergutkonzentrationen. V.D.I. Forsch.-Heft 492. (1962).
8. VOLLHEIM, R.: Die Förderung von Festkörper-Luft-Gemischen in Rohren. Maschinenbautechnik **9**, 10 (1965).
9. URBAN, J.: Pneumaticka doprava. Praha (1964).
10. USPENSKI, W. A.: Pneumatitscheski transport. Moskau (1952).
11. PALZEW, W.: Skorost tschastiz sernoproduktow pri vertikalnom pnevmotransporte. Mukomolno-elevatornaja Promyslennost 18—21 (1965/H. 6.).
12. PATTANTYÚS, G. Á.: Pneumatic Conveying. Acta Technica, *VIII*. 129—177 (1954).
13. PÁPAI, L.: Pneumatikus gabonaszállítás (Pneumatische Getreideförderung). Akadémiai Közlemények *XII*. 319—363 (1954).
14. PÁPAI, L.: Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse bei waagrechter pneumatischer Förderung. Periodica Polytechnica **M 10**, 397—415 (1966).
15. PÁPAI, L.: Fluidizációs szállítás (Fluidisationsförderung). Wissenschaftliche Tagung II an der Technischen Universität Budapest. 414—434 (1967).
16. PÁPAI, L.: Examination of the Starting Section in Pneumatic Grain Conveying. Acta Technica *XIV*. 95—111 (1956).
17. KOVÁCS, L.: Berechnung des Druckabfalls in 90° horizontal eingebauten Krümmern pneumatischer Getreideförderleitungen. Periodica Polytechnica **M 8**, 447—467 (1964).
18. KOVÁCS, L.: Berechnung des Druckabfalls in Krümmern pneumatischer Förderleitungen bei Einbau in lotrechter Ebene. Periodica Polytechnica **M 10**, 155—184 (1966).
19. PALZEW, W.—WOLODIN, N.: Potera dawlenija na preodolenie tormoszenia semoproduktow pri ih vertikalnom pnevmotransporte. Mukomolno-elevatornaja promischlennost 21—24 (1965) (9).
20. PÁPAI, L.: A Pétervásári Malom koptatójának pneumatikus szállítóberendezése (Pneumatische Förderanlage des Spitzgangs in der Mühle Pétervásár). Malomipar és Term. **10**, 41—49 (1963).
21. EGRY, L.—PÁPAI, L.: Fluidizációs anyagszállítás elvi kérdéseinek vizsgálata (Untersuchung der Grundsatzfragen der Fluidisationsförderung). Malomipar és Term. **12**, 117—124 (1965).
22. PÁPAI, L.: Malmok pneumatikus szállítóberendezése (Pneumatische Fördereinrichtungen für Mühlen). Budapest, (1962).
23. PÁPAI, L.—SEBESTYÉN, GY.: Fluidizációs cementszállítás (Fluidisationsförderung von Zement). Gép **17**, 475—482 (1965).
24. PÁPAI, L.—SEBESTYÉN, GY.: Fluidisationsförderung von Zement. Periodica Polytechnica **M 9**, 301—318 (1965).
25. AHLAND, E. O.: Strömungsvorgänge im vertikalen, feststoffbeladenen Förderrohr mit austretendem Freistrahle. Diss. Techn. Hochschule Aachen (1966).
26. PALZEW, W.: Rasrabotka edinoi metodiki tipowogo rastscheta ekonomitschnych aerosoltransportnych setei. VNIIZ No. 34. (1968).
27. SIEGEL, W.: Experimentelle Untersuchungen zur pneumatischen Förderung körniger Stoffe in waagrecht Rohren und Überprüfung der Ähnlichkeitsgesetze. V.D.I. Forsch.-Heft 548 (1970).
28. PÁPAI, L.: Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse bei lotrechter pneumatischer Förderung. Acta Technica 69 (1970).
29. PÁPAI, L.: Műanyagpor és granulátum mozgatása légáramban (Pneumatischer Kunststofftransport). Anyagmozgatás és Csomagolás 1972. No. 6.
30. NYITRAI, F.: Szemes anyagok pneumatikus szállításának nyomás- és sebességviszonya. Diss. Budapest 1972.