

DIE »BREITE« DER ISOCHROMATENSTREIFEN PHOTOGRAPHIERTER SPANNUNGSOPTISCHER BILDER

Von

F. THAMM

Lehrstuhl für Technische Mechanik, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 17. Februar, 1972)

Vorgelegt von Prof. Dr. G. BÉDA

Die Isochromaten erscheinen auf Lichtbildern spannungsoptischer Bilder als Streifen endlicher Breite. Bei der Auswertung dieser Bilder werden die den ganzzahligen Isochromatenwerten entsprechenden »idealen« Isochromaten auf der Mittellinie dieser Streifen, mehr oder weniger nach Augenmaß festgesetzt. Diese Methode ist die Ursache von Auswertefehlern, deren Größe aufgrund geeigneter Aufnahmen abgeschätzt werden kann [1]. Zu dieser Abschätzung wird eine geeignete Definition und der Zahlenwert für die Größe der Isochromatenbreite benötigt. Es soll deshalb im folgenden die Isochromatenbreite aufgrund der Analyse der Leuchtdichtevertelung des spannungsoptischen Bildes und der Schwärzungsverteilung photographischer Aufnahmen bestimmt werden.

Die Leuchtdichte I einer Modellpartie zwischen gekreuzten, vollkommenen Polarisatoren und Viertelwellenblättchen durchleuchtet, kann — wie bekannt (s. z. B. [2]) — durch folgende Gleichung beschrieben werden

$$I = I_0 \sin^2 \pi m . \quad (1)$$

Hierbei sind

I_0 die Leuchtdichte des Lichtstrahles vor dem 1. Polarisator,
 m die durch die an der untersuchten Stelle des Modells auftretende Spannungsdoppelbrechung bewirkte Phasenverschiebung, als Vielfaches der Wellenlänge des bei der Durchleuchtung angewandten einfarbigen Lichtes ausgedrückt.

Die Lichtabsorption in Modell und Filtern wurde hierbei nicht berücksichtigt.

Die Leuchtdichteverhältnisse im Falle unvollkommener Filter sind in einer früheren Arbeit des Verfassers [3] untersucht worden. Wird der Einfluß der unvollkommenen Viertelwellenblättchen außer acht gelassen, was im Falle von Filtern guter Qualität zulässig sein dürfte [4], [5], [6], so kann die Leuchtdichte hinter dem Analysator folgendermaßen ausgedrückt werden

$$I = I_{\perp} + (I_{\parallel} - I_{\perp}) \sin^2 \pi m . \quad (2)$$

Hierbei sind

- I_{\parallel} die Leuchtdichte hinter dem Analysator im Falle von paralleler Polarisatorstellung und nicht doppelbrechendem Modell,
 I_{\perp} die Leuchtdichte wie vorher, jedoch bei gekreuzter Polarisatorstellung.

Den Quotienten $\delta = I_{\perp}/I_{\parallel}$ in Gl. (2) eingeführt, ergibt sich nach einiger Umformung

$$I = I_{\parallel}[\delta + (1 - \delta) \sin^2 \pi m] \quad (3)$$

I_{\parallel} hängt von der angewendeten Lichtquelle ab und kann innerhalb weiter Grenzen geändert werden. Für δ soll aufgrund von [3] im folgenden mit dem Wert $\delta = 0,01$ gerechnet werden.

Es soll nun ein Querschnitt eines durch reine Biegung belasteten Balkens (Modell) mit Rechteckquerschnitt untersucht werden. Der (einachsige) Spannungszustand ändert sich linear entlang der Querschnittshöhe, somit ist auch die Phasenverschiebung m proportional der Höhenkoordinate des Querschnitts. Dadurch werden alle Isochromaten gleich breit, und zur Untersuchung der Isochromatenbreite genügt die Untersuchung nur jenes Teiles des Isochromatenbildes, welches von dem Ort der ganzzahligen Isochromate $m = m_0$ (die »ideale« Isochromate) bis zum benachbarten Ort halbzahligen Isochromatenwertes $m = m_0 + 0,5$ (im Falle gekreuzter Polarisatoren die Stelle des Leuchtdichtemaximums) reicht (Abb. 1). Die Schwärzung des Lichtbildes wird durch die Lichtmenge $E.t$ bestimmt, welche das Produkt der Beleuchtungsstärke E und der Belichtungszeit t ist. Die Beleuchtungsstärke ist proportional der Leuchtdichte I (Gl. (3)) des spannungsoptischen Bildes [7], wobei der Proportionalitätsfaktor durch die Blendenstellung des Aufnahmeobjektives innerhalb weiter Grenzen verändert werden kann. Die Schwärzungsverteilung ergibt sich durch Projektion der $E.t$ -Verteilung auf die Schwärzungskurve des verwendeten Negativmaterials, und Rückprojektion der erhaltenen Schwärzungswerte auf die entsprechende Stelle des untersuchten Schnittes des Isochromatenbildes (Abb. 1).

Der in der Abb. 1 gezeigte Konstruktionsgang wurde für den Fall des Filmes »Fortepan 17/10 DIN« im Entwickler »Forte FD 21« (Photochemische Werke FORTE, Vác, Ungarn) 14 Minuten lang — also verhältnismäßig »hart« — entwickelt durchgeführt. Da, wie bereits erwähnt, der Wert der Lichtmenge auch im Falle gegebener Leuchtdichte I des spannungsoptischen Bildes durch die Blendenstellung der Kamera innerhalb weiter Grenzen variiert werden kann, wurde die Konstruktion für fünf verschiedene, prinzipiell willkürlich angenommene Werte der Lichtmenge durchgeführt.

Da bei gegebener Belichtungszeit und Blendenstellung die Lichtmenge $E.t$ der Leuchtdichte I des spannungsoptischen Bildes proportional ist, ändert

sich die Lichtmenge mit der Phasenverschiebung m proportional zu $\delta + (1 - \delta) \sin^2 \pi m$. Als Maßzahl der Lichtmenge wurde jener Wert der Lichtmenge angesehen, welcher in gekreuzter Polarisatorstellung zwischen den Isochromaten an jenen Stellen auftritt, wo die Phasenverschiebung $m = m_0 + 0,5$ (m_0 ganze Zahl) beträgt. Die Lichtmenge in den einzelnen Beleuchtungsstufen ist stets das Doppelte der nächst niedrigeren. Das Bereich der Beleuchtungsstufen wurde so angenommen, daß es die für die Auswertung der aufgenommenen Bilder wahrscheinlich optimale Lichtmenge enthalte. Der Verlauf

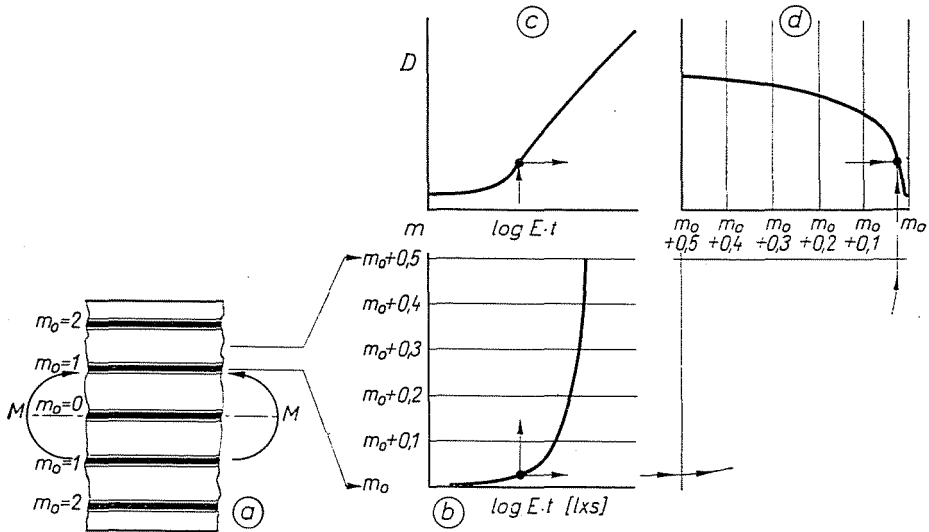


Abb. 1. Die Konstruktion der Schwärzungsverteilung eines Negativs durch Projektion der Lichtmenge $E \cdot t$ auf die Schwärzungskurve der lichtempfindlichen Schicht, für den Fall eines durch das Moment M durch reine Biegung belasteten geraden Biegebalkens. Die Konstruktion erfolgt zwischen der Stelle der Isochromate mit der ganzzahligen Ordnungszahl m_0 und der Stelle des Leuchtdichtenmaximums bei $m = m_0 + 0,5$. a) Ein Teil des Isochromatenbildes; b) Die das Negativ treffende Lichtmenge als Funktion der Isochromatenordnung (bzw. der Entfernung von der neutralen Faser des Balkens); c) die Schwärzungskurve des Negativmaterials; d) Die Schwärzungsverteilung des Negativs als Funktion der Isochromatenordnung

der Lichtmengenverteilung von der Stelle $m = m_0$ der idealen Isochromate bis zur Stelle $m = m_0 + 0,5$, die Schwärzungskurve des Negativs und die den fünf Beleuchtungsstufen im Negativ entsprechende Schwärzungsverteilung sind in Abb. 2 zusammengefaßt. Aus der Abbildung ist ersichtlich, daß die mit 1 und 2 bezeichneten, stark belichteten Negative in der Umgebung von $m = m_0$ ein sehr scharfes Schwärzungsminimum aufweisen. Dieses Minimum wird mit fallender Belichtung (Negative 3–5) immer flacher.

Wie aus der Abb. 2 ersichtlich, ändert sich die Schwärzungsverteilung mit der Phasenverschiebung m stetig. Die Breite der Isochromaten ist also keine bestimmbar Größe; sie muß vielmehr willkürlich definiert werden. Im folgen-

den soll deshalb als die Breite der auf dem *Negativ* erscheinenden Isochromaten jenes Bereich $\pm \Delta m$ betrachtet werden, an dessen Grenzen die Schwärzung des Negativs gegenüber dem Wert des Schwärzungsminimums an der Stelle m_0 um $1/10$ des Schwärzungsunterschiedes zwischen den Stellen m_0 und $m_0 + 0,5$ ansteigt. Δm kann prinzipiell aus der als Funktion der Phasenverschiebung aufgezeichneten Schwärzungsverteilung $D = D(m)$ aufgrund folgender, in implizierter Form angeschriebener Gleichung bestimmt werden:

$$D(m_0) + \frac{D(m_0 + 0,5) - D(m_0)}{10} = D(m_0 + \Delta m). \quad (4)$$

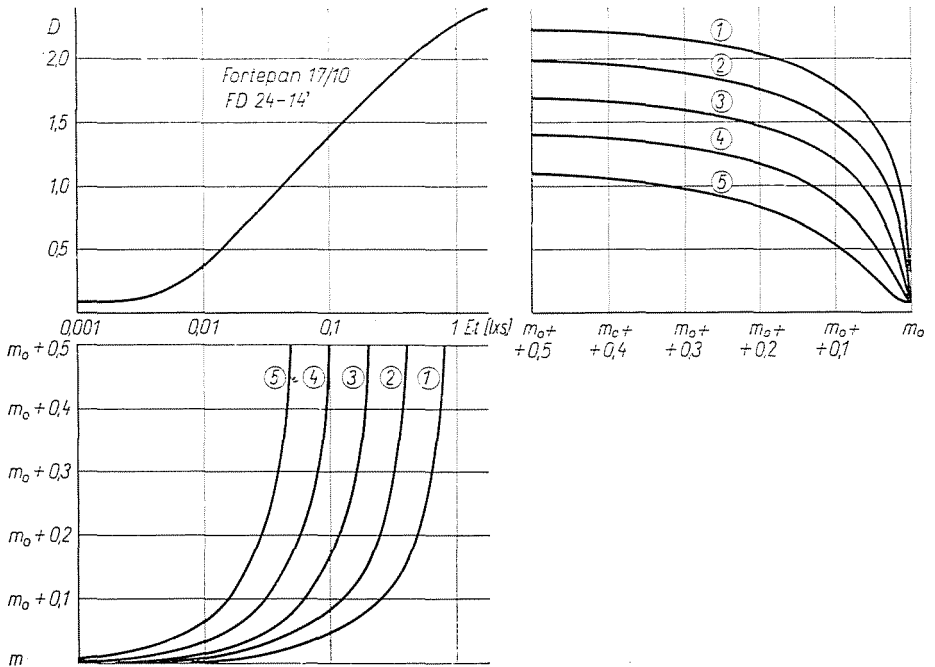


Abb. 2. Die Bestimmung der Schwärzungsverteilung im Falle fünf willkürlich angenommener Belichtungsstufen für den Film »Fortepan 17/10 DIN«, im Entwickler »Forte FD 24« 14 Minuten lang entwickelt

Die Zweckmäßigkeit dieser Definition kann damit begründet werden, daß die Erhöhung des Schwärzungswertes um $1/10$ des Schwärzungsbereiches von einem geübten Beobachter bereits deutlich wahrnehmbar ist.

Da die Schwärzungskurve im allgemeinen nur als Diagramm gegeben ist, muß Δm entsprechend der Gl. (4) graphisch bestimmt werden. Sein Wert ist für die Schwärzungskurve der Abb. 2 und für die dort eingetragenen fünf Belichtungsstufen in den Abbildungen 5 und 6 aufgezeichnet bzw. als Funktion

der Belichtung aufgetragen worden. Die einzelnen Belichtungsstufen der Abb. 2 sind auf der Abszisse der Abb. 5 und 6 besonders vermerkt worden.

Erfolgt die Auswertung nicht aufgrund des Negativs, sondern aus dem Positiv, so muß auch die Schwärzungsverteilung des Positivs bestimmt werden. In Kenntniss der Schwärzungskurve des Positivs (Vergrößerungspapier) kann diese in gleicher Weise wie die des Negativs ermittelt werden. Die Belichtung des Vergrößerungspapiers ist proportional der Schwärzung des Negativs. Der Proportionalitätsfaktor hängt von der Lichtquelle und der Blendenstellung des Vergrößerungsgerätes sowie von der Belichtungszeit ab und kann somit wieder innerhalb weiter Grenzen geregelt werden. Die Schwärzungskurve des Vergrößerungspapiers wurde demnach in einer ein annähernd günstiges Positiv ergebenden, aber sonst prinzipiell ebenfalls willkürlich festgesetzten Stellung zur Schwärzungskurve des Negativs aufgetragen.

Die Konstruktion wurde für den Fall der Vergrößerungspapiere »Bromofort Normal« (BN O) und »Bromofort Hart« (BH O) der Firma FORTE durchgeführt. In beiden Fällen wurde die Schwärzungsverteilung für je zwei, für beide Papiere gleiche Belichtungen ermittelt. Das Verhältnis der Lichtmengen der beiden Belichtungen war 2 : 1.

Die Schwärzungskurve und die daraus ermittelte Schwärzungsverteilung sind für »Bromofort Normal« in der Abb. 3, für »Bromofort Hart« in der Abb. 4 abgebildet. Zur Identifizierung ist in beide Abbildungen ein Teil der Schwärzungsverteilung des Negativs aus Abb. 2 mit eingezeichnet worden. Die bei verschiedener Belichtung entstandenen Negative sind durch in Kreise geschriebene Zahlen von 1—5, die den beiden verschiedenen Belichtungen des Positivs entsprechenden Stellungen der Schwärzungskurve des Vergrößerungspapiers gegenüber der Schwärzungsverteilung des Negativs mit *A* bzw. *B* bezeichnet worden. Den Belichtungsstufen von Negativ und Positiv entsprechen demnach zehn verschiedene Positive für beide Papiertypen.

Die *Isochromatenbreite* Δm auf dem Positiv kann durch sinngemäße Anwendung der bei dem Negativ benutzten Definition festgesetzt werden. Da sich nun an der Stelle ganzzahliger Isochromatenwerte $m = m_0$ ein Schwärzungsmaximum befindet, reicht die reale Isochromate bis zu der Stelle, an der die Schwärzung des Positivs um 10% geringer ist, als an der Stelle $m = m_0$ des Schwärzungsmaximums. Dies kann durch folgende Bedingungsgleichung ausgedrückt werden

$$D(m_0) - \frac{D(m_0 + 0,5) - D(m_0)}{10} = D(m_0 + \Delta m). \quad (5)$$

Die Isochromatenbreite auf dem Positiv erscheint auf den ersten Blick größer als die, die sich aus der Definition der Gl. (5) ergibt, da die 10prozentige Schwärzungsverminderung noch in den Bereich der als dunkel erscheinenden Randpartie der Isochromate fällt. Es erscheint deshalb auch die Definition

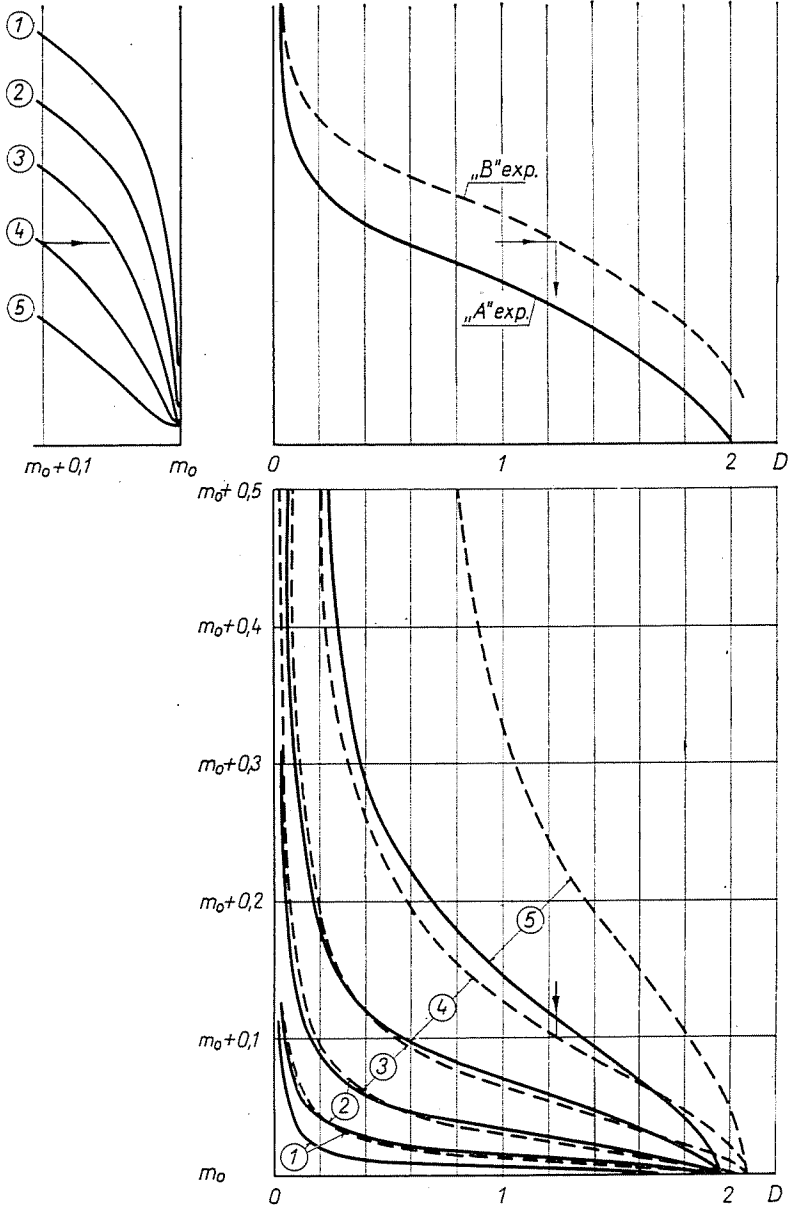


Abb. 3. Die Konstruktion der Schwärzungsverteilung der von den fünf Negativen der Abb. 2 hergestellten Abzüge auf Vergrößerungspapier »Bromofort Normal«. Von jedem Negativ erfolgt die Konstruktion für zwei verschiedene Belichtungswerte (»A« und »B«) beim Kopieren. Die an die einzelnen Kurven der Schwärzungsverteilung angeschriebenen Zahlen beziehen sich auf die Belichtungsstufen der Abb. 2

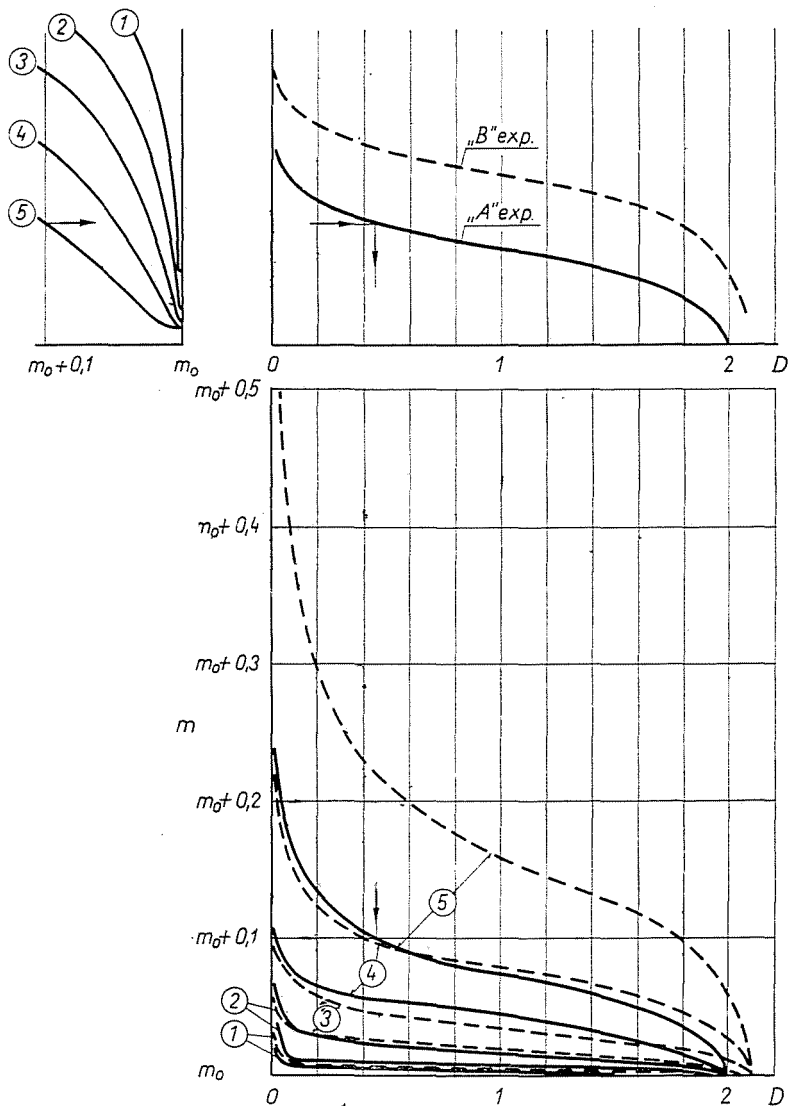


Abb. 4. Die Schwärzungsverteilung des Positivs entsprechend der Abb. 3, jedoch für das Vergrößerungspapier »Bromofort Hart«

einer scheinbaren Isochromatenbreite zweckmäßig. Demnach erscheint der Rand der Isochromate an der Stelle $m_1 = m_0 \pm \Delta m_1$, wo der absolute Wert der Steigung der Schwärzungskurve am größten ist:

$$\frac{dD(m)}{dm} = \text{maximum} . \tag{6}$$

Die Isochromatenbreite Δm und die scheinbare Isochromatenbreite Δm_1 sind als Funktion der Belichtung in der Abb. 5 für »Bromofort Normal«, in der Abb. 6 für »Bromofort Hart« aufgezeichnet worden. In beiden Abbildungen ist auch die Isochromatenbreite des Negativs aufgezeichnet worden.

Der Ort des Maximums der Steigung der Schwärzungsverteilung kann nur mit beschränkter Genauigkeit ermittelt werden. Die aufgrund der Gl. (6) bestimmte scheinbare Isochromatenbreite kann deshalb nur innerhalb eines

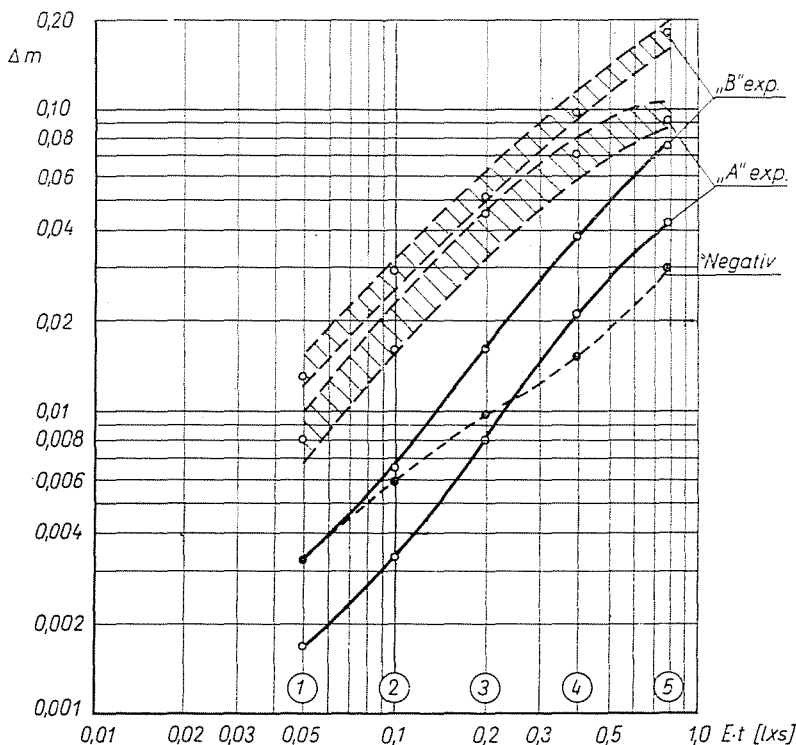


Abb. 5. Die Breite Δm der Isochromaten auf dem Negativ bzw. auf dem Positiv auf »Bromofort Normal« aufgrund der Definitionsgleichungen (4), (5) und (6) als Funktion der Belichtung des Negativs. Die auf die Linien einzelner $E.t$ -Werte geschriebenen Zahlen weisen auf die Belichtungsstufen der Abb. 2 hin

Streubereiches angegeben werden, wie dies auch in den Abb. 5 und 6 der Fall ist. In den Abbildungen sind die Belichtungsstufen 1–5 des Negativs vermerkt worden.

Der Vergleich der Abb. 5 und 6 mit der Abb. 2 zeigt, daß innerhalb des untersuchten Bereiches der Belichtung mit steigender Belichtung des Negativs immer »schmalere« Isochromaten entstehen. Die Breite der Isochromaten des von dem Negativ 1 hergestellten Positivs bleibt im Falle hart arbeitenden Ver-

größerungspapieres unter $\Delta m = 0,01$, im Falle normal arbeitenden Papieres unter $\Delta m = 0,02$.

Bei dieser Untersuchung ist jedoch der Diffusionslichthof des Negativs unberücksichtigt geblieben. Gemäß Gl. (3) beträgt der Wert der Leuchtdichte I an der Stelle $m = 2m_0 + 1/2$ das Hundertfache jener Leuchtdichte, welche auf der idealen Isochromate ($m = m_0$) auftritt. So erhält das Bild der schwach belichteten Isochromate, besonders im Falle von in der Umgebung von Span-

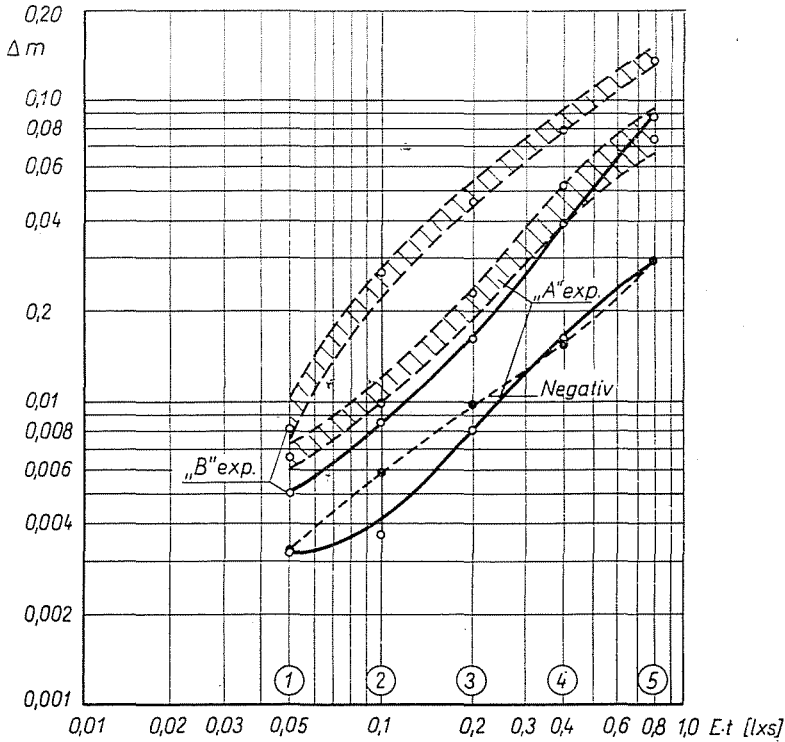


Abb. 6. Die Isochromatenbreite Δm entsprechend der Abb. 5, jedoch für das Positiv auf »Bromofort Hart«

nungsspitzen dicht aneinander liegenden Isochromaten, durch das Streulicht von den Bromsilberkörnern der benachbarten, stark belichteten Stellen zusätzliche Belichtung [8]. Dadurch werden diese schmalen Isochromaten verschleiert, was in der Umgebung von Spannungsspitzen zu ihrem vollständigen Verschwinden führen kann. Die in den Abb. 5 und 6 gezeigte Δm -Verteilung könnte nur an ganz großen Negativen des Formats 9×12 oder 13×18 cm verwirklicht werden, was die Aufnahmetechnik verteuern und schwerfällig machen würde. Bei Aufnahmen auf Kleinbildformat (24×36 mm) dürfte die Isochromatenbreite kaum unter $\Delta m = 0,1$ gedrückt werden können.

Die tatsächliche Erscheinungsform der Isochromaten bei verschieden starker Belichtung wird in der Abb. 7 gezeigt. Die Aufnahmen zeigen das Isochromatenbild eines Teiles eines auf reine Biegung beanspruchten geraden Balkens im spannungsoptischen Gerät MEOPTA FMB 53 in diffussem Licht aufgenommen. Die Beleuchtung erfolgte durch drei Natriumdampflampen Typ »Philips Na 45 W«. Die Belichtung erfolgte durch das Objektiv »Zeiss Sonnar 4/300 mm« auf Kleinbildfilm »Fortepan 17/10 DIN«. Die Aufnahmedaten der Aufnahmen 1—5 sind in der Tabelle I zusammengefaßt. Aus der Tabelle ist ersichtlich, daß die Belichtung der einzelnen Negative stets die Hälfte jener der nächst höher belichteten betrug.

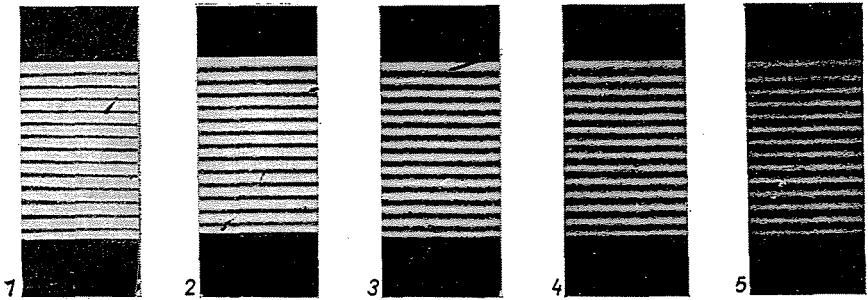


Abb. 7. Die Lichtbilder des Isochromatenbildes eines geraden Biegeträgers für verschiedene Belichtungen. Die Aufnahmedaten sind in der Tabelle I bzw. im Text zusammengefaßt

Die Vergrößerung erfolgte auf Vergrößerungspapier »Bromofort Normal«. Das Vergrößerungsgerät — MEOPTA MAGNIFAX 6×6 — besaß als Lichtquelle eine Glühlampe »Tungsram Largofot 125 W« und ein Abbildungsobjektiv »Meopta Belar F : 4,5«. Alle Positive wurden bei der Blendenstellung $f : 5,6$ sechs Sekunden lang belichtet.

Tabelle I

Belichtungsdaten der Negative der Aufnahmen 1—5 der Abbildung 7

Laufende Nummer der Aufnahme	Blendenstellung	Belichtungszeit sec
1	5,6	10
2	8	10
3	8	5
4	11	5
5	16	5

Zusammenfassung

Die Isochromaten des spannungsoptischen Bildes erscheinen im Lichtbild als Streifen endlicher Breite. Da die Breite der Isochromaten die Quelle von Auswertefehlern sein kann, wird in der vorliegenden Arbeit die Schwärzungsverteilung auf dem Negativ bzw. Positiv des spannungsoptischen Bildes aufgrund der Schwärzungskurven der verwendeten Negativ- bzw. Positivmaterialien ermittelt. Aufgrund willkürlicher aber zweckmäßiger Definitionen werden Zahlenwerte für die Isochromatenbreite angegeben. Die Resultate der Untersuchung zeigen, daß bei Berücksichtigung des Diffusionslichthofes des Negativmaterials die Breite der Isochromaten im günstigsten Fall beiderseits des ganzzahligen Isochromatenwertes m_0 den Ordnungszahlenbereich $\pm \Delta m = 0,1$ ausfüllt.

Literatur

1. THAMM, F.: Erreichbare Meßgenauigkeit photographierter Isochromatenbilder. *Periodica Polytechnica* **17** (1973) S. 73–90
2. MESMER, G.: *Spannungsoptik*, Springer, Berlin, 1939.
3. THAMM, F.—ÁGOSTON, GY.: Aufbau, Arbeitsweise und Fehlerquellen des Trajektorienzeichners für spannungsoptische Isoklinenaufnahmen. *Z. f. Instrumentenkunde*, **72** (1964), S. 63–71.
4. MINDLIN, R. D.: Distortion of the Photoelastic Fringe Pattern in an Optically Unbalanced Polariscopes. *Jr. Appl. Mech.* **4** (1937) A. S. 170–172.
5. JESSOP, H. T.: On the Tardy and Sénarmonts Methods of Measuring Fractional Relative Retardation. *Brit. J. of Applied Physics*, **4** (1953), S. 138–141.
6. TRÄGER, J.: Über den Einfluß fehlerbehafteter 1/4-Platten auf das spannungsoptische Meßergebnis. *Beiträge zur Spannungs- und Dehnungsanalyse II*. Akademie-Verlag, Berlin, 1966. S. 89–97.
7. MORVAY, GY.: A fotografiai megvilágítás mérése. (Die Messung der photographischen Belichtung.) *Kép- és Hangtechnika*, 1957. S. 114–118.
8. ANGERER, E.: *Wissenschaftliche Photographie*, 5 Aufl. Geest & Portig, Leipzig, 1953.

Dr. Frigyes THAMM, 1502 Budapest, Postfach 91, Ungarn