

ANALYTISCHE NÄHERUNGSLÖSUNG ZUR BERECHNUNG DER MINIMALEN ÖLFILMDICKE VON DYNAMISCH BELASTETEN ZYLINDRISCHEN GLEITLAGERN

Von

J. CZÉGI

Lehrstuhl für Maschinenelemente, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 13. Juli 1972)
Vorgelegt von Prof. Dr. J. MAGYAR

1. Bezeichnungen

P	Lagerbelastung	[kp]
d, r	Durchmesser bzw. Halbmesser des Zapfens	[cm]
R	Halbmesser der Lagerbohrung	[cm]
b	Lagerbreite	[cm]
$\bar{p} = P/db$	spezifische Lagerbelastung	[kp cm ⁻²]
p	hydrodynamischer Druck	[kp cm ⁻²]
e	Exzentrizität	[cm]
$\psi = (R - r)/r$	relatives Lagerspiel	[—]
$\varepsilon = e/\psi r$	relative Exzentrizität	[—]
ω	Winkelgeschwindigkeit der Welle	[sec ⁻¹]
$\omega_g = 2\pi/T$	erregende Kreisfrequenz	[sec ⁻¹]
ω_e	effektive Winkelgeschwindigkeit	[sec ⁻¹]
ω_P	Winkelgeschwindigkeit des Lastvektors	[sec ⁻¹]
h	Lagerspaltweite bei φ	[cm]
η	dynamische Viskosität	[kp sec cm ⁻²]
φ	Polarkoordinate	[—]
z	Axialkoordinate	[cm]
β	Verlagerungswinkel	[—]
$S_t = P\psi^2/db \eta \omega_e$	Sommerfeld-Zahl für tangentielle Bewegung	[—]
$S_s = P\psi^2/db \eta \dot{\varepsilon}$	Sommerfeld-Zahl für normale Bewegung	[—]

2. Die Anwendung der Reynoldsschen Gleichung für die zylindrischen Radialgleitlager Die zwei Grundlösungen

Im allgemeinen Fall, unter Berücksichtigung der in Abb. 1 angegebenen tangentialen und normalen Geschwindigkeitskomponenten, kann die Reynoldsgleichung in folgender Form geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[(1 - \varepsilon \cos \varphi)^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right] + r^2 (1 - \varepsilon \cos \varphi)^3 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \\ = \frac{6\eta}{\psi^2} (\omega_1 + \omega_2 - 2\omega_P - 2\dot{\beta}) \varepsilon \sin \varphi - \frac{12 \eta \dot{\varepsilon}}{\psi^2} \cos \varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

Bei vorgeschriebenen Geschwindigkeitskomponenten kann man die Druckverteilung durch eine Näherungslösung bestimmen. Eine große Schwierigkeit besteht darin, die

rigkeit besteht in der Bestimmung der genauen physikalischen Grenzbedingungen. Um dieses Problem zu umgehen, bedienen sich die Forscher der willkürlichen Bedingung, daß die Druckfunktion und deren örtliche Ableitungen 2π periodisch sind. Nach der Lösung der Reynoldsschen Gleichung, unter Beibehaltung des einen positiven Druck ergebenden Teils und Außerachtlassung der negativen Drücke, werden die Grenzkoordinaten φ_1 und φ_2 des Druckbereichs bestimmt. Danach lassen sich die beiden Belastungskomponenten in Richtung der minimalen Spaltweite bzw. in der darauf senkrechten Richtung berechnen:

$$P \cos \beta = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-b/2}^{b/2} p \cos \varphi r d\varphi dz \text{ bzw.}$$

$$P \sin \beta = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{-b/2}^{b/2} p \sin r d\varphi dz. \quad (2)$$

Auf Grund der beiden Gleichungen können die Belastung P und der Verlagerungswinkel β auch für veränderliche Geschwindigkeitskomponenten bestimmt werden.

Aus der Aufstellung der Reynoldsschen Gleichung folgt, daß der hydrodynamische Druck im allgemeinen Fall teils aus der Tangentialbewegung der Gleitflächen (*Keilwirkung*), teils aus der Normalbewegung (*Verdrängungswirkung*) entsteht. Die Grundlösungen für diese beiden Spezialfälle sind von großer praktischer Bedeutung. Auf Grund reiner Keilwirkung entwickelt sich das Druckfeld in den statisch belasteten, stationären Gleitlagern. Haben die Lagerelemente keine Drehbewegung oder ist deren effektive Winkelgeschwindigkeit gleich Null, jedoch die Belastung wechselnd, wird das die Flüssigkeitsreibung sichernde Druckfeld durch die Verdrängungswirkung erzeugt. Da die Reynoldssche Gleichung linear ist, können die aus der Keilwirkung und der Verdrängungswirkung berechneten Drücke einfach summiert werden. Die allgemeine Lösung ergibt sich also durch die Kombination der beiden Grundlösungen.

Sind Größe und Winkelgeschwindigkeit des Belastungsvektors und auch die Winkelgeschwindigkeiten der Gleitflächen konstant, dann läuft das Gleitlager mit ständiger Exzentrizität, also $\dot{\varepsilon} = 0$, und $\dot{\beta} = 0$. Die effektive Winkelgeschwindigkeit eingeführt:

$$\omega_e = \omega_1 + \omega_2 - 2\omega_p \quad (3)$$

übergeht Gl. (1) in die dem stehenden Belastungsvektor entsprechende Form:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[(1 - \varepsilon \cos \varphi)^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right] + r^2 (1 - \varepsilon \cos \varphi)^3 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{6\eta\omega_e\varepsilon}{\Psi^2} \sin \varphi. \quad (4)$$

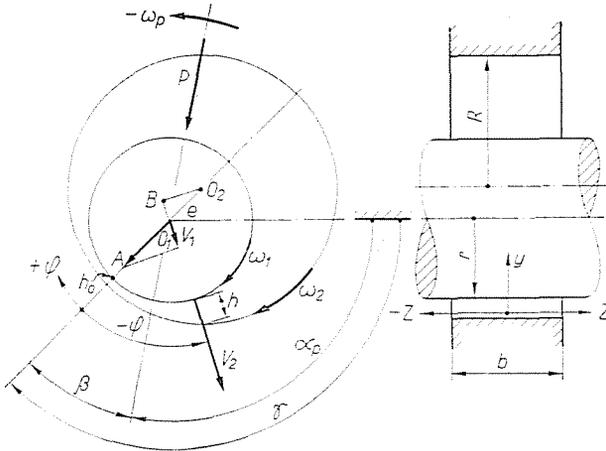


Abb. 1. Die geometrischen Kennwerte des zylindrischen Gleitlagers

Nach der Auflösung der Gl. (4) ergeben sich die Druckfunktion in dimensionsloser Form:

$$\frac{P \psi^2}{\eta \omega_e} = F(\varepsilon, b/d, \varphi, z),$$

sodann mit Hilfe der Gl. (2) die Belastungsfunktion für Tangentialbewegung, die in der Literatur im allgemeinen als Sommerfeld-Zahl bezeichnet wird zu:

$$S_i(\varepsilon, b/d, \varphi_1) = \frac{P}{db} \frac{\psi^2}{\eta \omega_e}. \quad (5)$$

Die Sommerfeld-Zahl wird durch die relative Exzentrizität ε , das Breitenverhältnis b/d und die Anfangskoordinate φ_1 des Druckfeldes beeinflusst. Die Koordinate φ_1 hängt vom Ölzufuhrort und von der Ölzufuhrweise ab (Bohrung, Verteilungsnut, Ölzufuhr unter Druck oder druckfrei).

Für das ganz umschließende 360°-Lager wurden von den Koautoren SASSENFELD—WALTHER [1], RAIMONDI—BOYD [2] und JAKOBSSON—FLOBERG [3] die Berechnungen durchgeführt. Da nach der Meinung der Verfasser die Abweichung der Sommerfeld-Zahlen für endliche Lagerbreiten unter 4% ist, genügt für die weiteren Untersuchungen die Mitteilung der Ergebnisse von SASSENFELD—WALTHER in Abb. 2.

Das andere Teilproblem der zeitveränderlich belasteten Lager ist die Ölverdrängungswirkung. In diesem Spezialfall haben die Gleitflächen keine Tangentialgeschwindigkeit, dagegen vermindert sich zufolge der Belastung die Dicke des Ölfilms und so wird durch die relative Normalgeschwindigkeit ein hydrodynamischer Druck erzeugt.

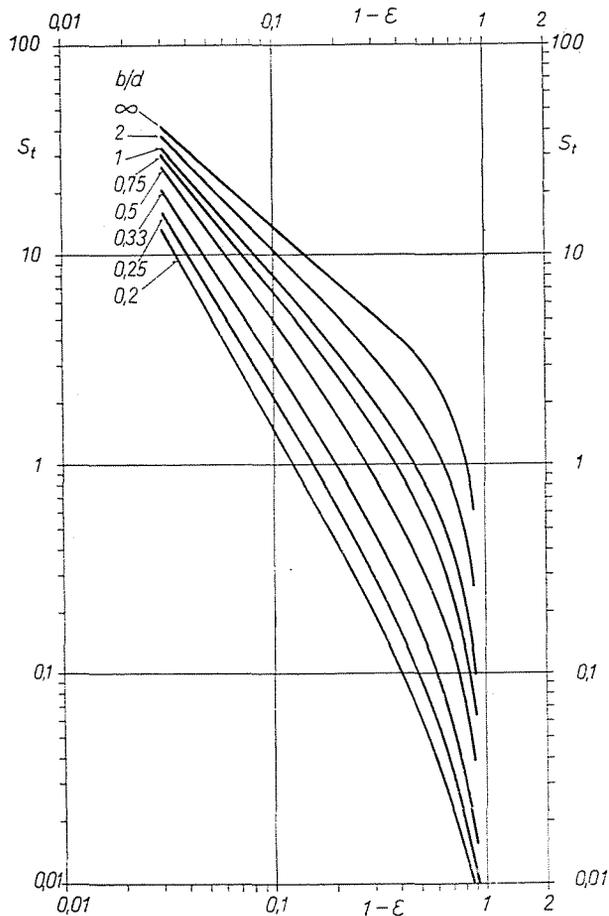


Abb. 2. Sommerfeld-Zahl für Tangentialbewegung (360°-Lager)

Für eine symmetrische Ölverdrängung sind alle Winkelgeschwindigkeitskomponenten: $\omega_1 = \omega_2 = \omega_p = \beta = 0$, wodurch sich die Reynoldssche Gleichung auf die folgende Form vereinfacht:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[(1 - \varepsilon \cos \varphi)^3 \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right] + r^2 (1 - \varepsilon \cos \varphi)^3 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = - \frac{12 \eta \dot{\varepsilon}}{\psi^2} \cos \varphi \quad (6)$$

und sich die Druckverteilung gemäß Abb. 3 gestaltet.

HÄHN [4] löste Gl. (6) durch ein numerisches Rechenverfahren, aber nur für das Breitenverhältnis $b/d = 0,5$. Dagegen schrieb HOLLAND [5] die Druckfunktion vor, sodann bestimmte er den zu dem angegebenen b/d gehörigen c -Wert aus der Kontinuitätsbedingung. HAYS [6] setzte die Druckfunktion mit einer Doppel-Fourier-Reihe an, danach bestimmte er die Koeffizienten der

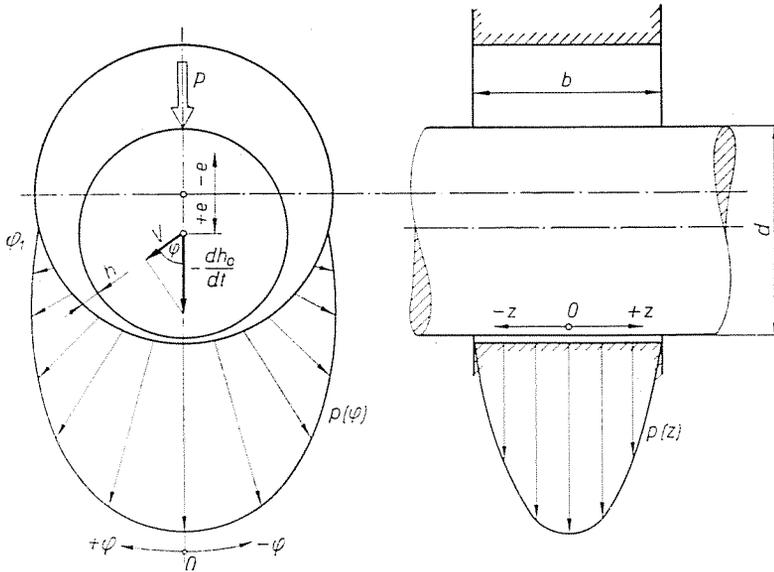


Abb. 3. Symmetrische Ölverdrängung im zylindrischen Gleitlager

Reihe mit Hilfe der Variationsrechnung. Es kann angenommen werden, daß die numerische Methode von HAHN die genauesten Werte ergab und somit können diese als Vergleichungsgrundlage dienen. Die Angabe von HAYS weist mit den vorigen eine sehr gute Übereinstimmung auf. Die Berechnungsergebnisse HOLLANDS in den Bereichen $\varepsilon > 0,8$ und $b/d < 1$ weichen von denen von HAYS wesentlich ab, was der sehr vereinfachten mathematischen Methode zuzuschreiben ist.

Unter Berücksichtigung der vorigen Ausführungen benutzten wir zu den weiteren Berechnungen im allgemeinen die Angaben von HAYS (Abb. 4). Da in der Originalarbeit von HAYS von Abb. 4 abweichende b/d -Werte stehen, waren wir gezwungen, eine graphische Interpolation durchzuführen, und haben deshalb für die Breitenverhältnisse $b/d > 1$ auch die S_n -Werte von MEINERS [7] und von HOLLAND in Betracht gezogen.

3. Die Bestimmung der Zapfenlage für periodische Kraftveränderung auf Grund der Ölverdrängungswirkung

Für zeitveränderliche Belastung ist die Sommerfeld-Zahl:

$$S_n(\varepsilon, b/d) = \frac{P(t) \psi^2}{db \eta \dot{\varepsilon}} \quad (7)$$

Durch Trennung der Veränderlichen und nach Integration der Gl. (7) — falls die Anfangsbedingungen bekannt sind — kann die Änderung $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ der relativen Exzentrizität in einem Zeitintervall $t_2 - t_1$ bestimmt werden:

$$\frac{\psi^2}{db\eta} \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} S_n(\varepsilon, b/d) d\varepsilon. \quad (8)$$

Die linke Seite der Gl. (8) drückt die Fläche unter der Kurve in Abb. 5 — nach der physikalischen Auslegung den Impuls der Lagerbelastung in dimensionsloser Form — in einem gewissen Zeitintervall aus, also

$$I = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} S_n(\varepsilon, b/d) d\varepsilon. \quad (9)$$

Die Sommerfeld-Zahl kann in geschlossener Form nur für $b/d = \infty$ und $b/d = 0$ integriert werden. Für endliche b/d -Werte verwendeten wir eine graphische Integrationsmethode. In Abb. 6 sind die Integralwerte:

$$I_n = \int_{-1}^{\varepsilon} S_n(\varepsilon, b/d) d\varepsilon$$

für das symmetrisch belastete 180°-Lager angegeben, aus denen die Integralwerte, die zu beliebigen Grenzen ε_1 und ε_2 gehören, mit dem Zusammenhang

$$[I]_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} = [I_n]_{\varepsilon_2} - [I_n]_{\varepsilon_1} \quad (10)$$

berechnet werden.

Beim vorgeschriebenen Kraftverlauf stehen zur Berechnung auf Grund der Gl. (9) zwei Integralgleichungen mit den Impulsen I_1 und I_2 zur Verfügung. Diese sind analytisch unauflösbar, denn es sind eben die Integralgrenzen unbekannt. Zur Lösung wurde eine nomographische Methode benutzt. Zu jedem festgelegten ε_1 -Wert und zu den zu diesem mit den Schritten $\Delta\varepsilon$ gewählten Werten: $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + i\Delta\varepsilon$ wurden auf Grund der Angaben in Abb. 6 die Wertepaare $I_1 + |I_2|$ und $I_1 - |I_2|$ berechnet. Die Ergebnisse für die verschiedenen Breitenverhältnisse b/d wurden vom Verfasser in einem früheren Werk [8] schon veröffentlicht.

4. Die Bestimmung der Zapfenlage unter Berücksichtigung der gleichzeitigen tangentialen und normalen Geschwindigkeitskomponenten

4.1. Berechnungsverfahren

Die Entwicklung der Theorie der dynamisch belasteten Lager führte über die Werke von HARRISON [9], SWIFT [10], FRÄNKEL [11], STONE—UNDERWOOD [12], OTT [13] und BURWELL [14] zu den auch in der Praxis angewend-

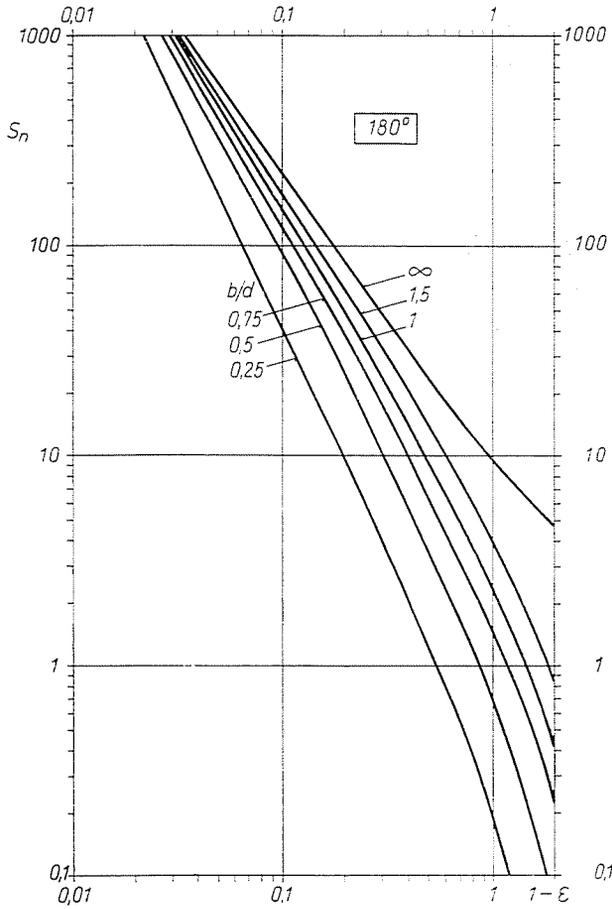


Abb. 4. Sommerfeld-Zahl für Ölverdrängung

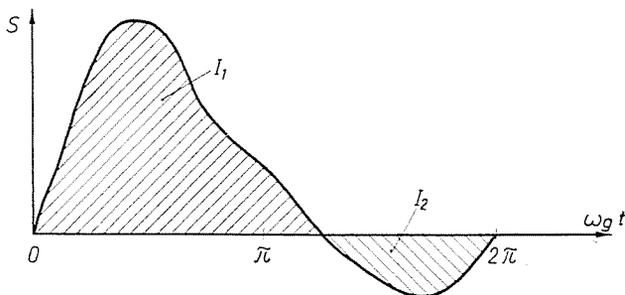


Abb. 5. Die Veränderung der erregenden Sommerfeld-Zahl für eine Periode

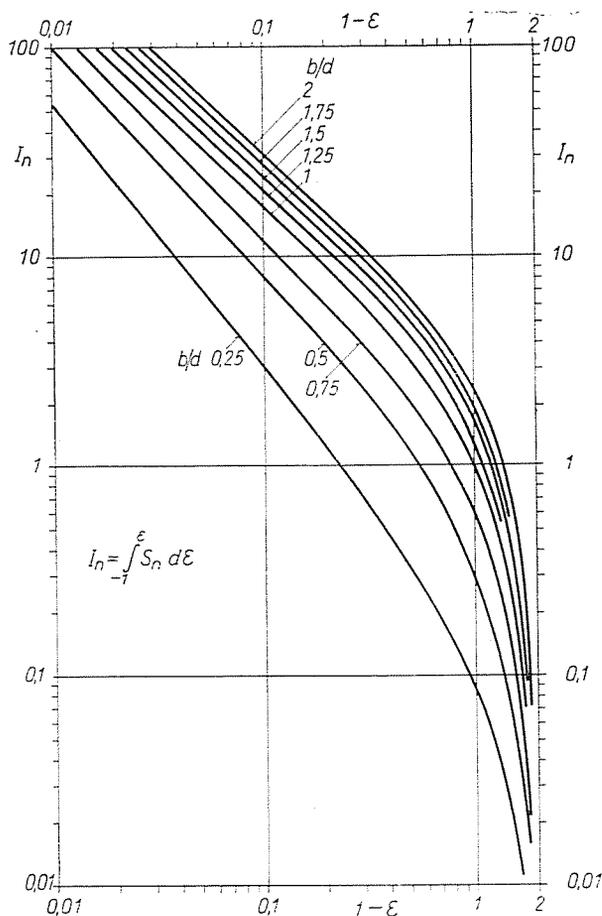


Abb. 6. Bestimmte Integralwerte der Sommerfeld-Zahl

baren, auf Rechenanlagen programmierten Methoden. Die Ausarbeitung der vier in ihren Methoden voneinander abweichenden Verfahren ist HAHN [4]—SOMEYA [15], HOLLAND [5], BOOKER [16] und BLOK [17] zu verdanken. Wir können von der ausführlicheren Behandlung derselben absehen, denn bei dem im weiteren behandelten analytischen Rechenverfahren werden diese Werke nicht in Betracht gezogen.

In Verbindung mit konkreten Problemen werden hingegen die Ergebnisse der einzelnen Verfahren verglichen. Die vier grundlegenden Rechenverfahren wurden, u. zw. in erster Linie für Lager von Verbrennungsmotoren, von mehreren Verfassern durch Messungen nachgeprüft. Die Meß- und Berechnungsergebnisse stehen in Einklang. Im Bereich großer Exzentrizitäten ist die Übereinstimmung gut, bei kleinen Exzentrizitäten dagegen ist die Abweichung schon größer, dies spielt aber keine wesentliche Rolle. RADERMACHER [18], der

die Berechnungsmethoden von HAHN, SOMEYA und HOLLAND miteinander verglichen, stellte fest, daß das Verfahren des letzteren den Meßergebnissen am nächsten steht. In einer seiner späteren Veröffentlichungen erwähnt auch HAHN [19] selbst, daß falls die Genauigkeit der Hollandschen Berechnung in der Praxis bestätigt wird, diese wegen des kleineren Arbeitsaufwandes zu bevorzugen ist.

4.2. Analytisches Näherungsverfahren zur Berechnung der Zapfenbahn

Die meßtechnisch bestimmte [20] unter Belastung elastisch deformierte Spaltform des Lagers weicht wesentlich von der theoretischen Form in Abb. 1 ab und erinnert an den asymmetrischen Gleitschuh. Auf Grund der Ähnlichkeitsbeziehungen zwischen den zylindrischen Radiallagern und den Gleitschuhen wurde für die dynamisch belasteten Lager die folgende Differenzialgleichung gewonnen [21]:

$$S_t + \frac{1.6}{\omega_e} \frac{dS_t}{dt} = \frac{\omega}{\omega_e} S(\omega t). \quad (11)$$

Das Symbol auf der rechten Seite der Gl. (11)

$$S(\omega t) = \frac{P}{db} \frac{\psi^2}{\eta\omega}$$

bedeutet die Lagerbelastung in dimensionsloser Form, als Funktion des Zapfendrehwinkels $\alpha = \omega t$ (Abb. 8).

Die Differentialgleichung (11) ist im Bereich $\varepsilon > 0$ (Dünnfilmverdrängung) gültig. Bei der praktischen Anwendung werden folgende zwei Bedingungen mit unwesentlichen Fehlern in Betracht genommen: a) der Breitenfaktor ist bei tangentialer und normaler Bewegung für alle ε und b/d -Werte gleich ($S_t/S_{t\infty} = S_n/S_{n\infty}$), b) im Bereiche $\varepsilon < 0$ kann die Verdrängungswirkung im Vergleich zur Keilwirkung vernachlässigt werden.

Wird eine Strecke der Belastungskurve mit einer einfachen Funktion gleicher Impulse dargestellt (sin, cos, exp, Polynom, Konstant), kann die Gl. (11) einfach gelöst, und die zeitliche Veränderung von S_t bestimmt werden. Die zum gegebenen b/d gehörenden ε -Werte können in Abb. 2 abgelesen werden und somit kann die Zapfenbahn gezeichnet werden.

Ersetzen wir nun die eine Strecke der Belastungskurve durch die Funktion $S = S_m + S_0 \sin \omega_g t$. Nach Einführung des Parameters $K = 1,6 \omega_g / \omega_e$ ist die allgemeine Lösung der Gl. (11) wie folgt:

$$S_t = \frac{\omega}{\omega_e} \left(S_m + \frac{S_0}{\sqrt{1+K^2}} \sin(\omega_g t - D) \right) + C_1 \exp(-\omega_g t/K), \quad (12)$$

wo C_1 die Integrationskonstante ist. Der Phasenwinkel läßt sich aus dem Zusammenhang $\operatorname{tg} D = K$ berechnen. Die unter der Bedingung b) berechneten Werte der Integrationskonstante C_1 sind in Abb. 7 angegeben. Für symmetrischen Kräfteverlauf ist $C_1 = 0$, jedoch kann das letzte Glied der Gl. (12) ebenso vernachlässigt werden wenn $S_m/S_0 > 1$ und $\omega_g/\omega_e < 1,5$, denn der maximale Fehler liegt unter 5%. Ist $\omega_g/\omega_e > 1,5$, kann das Impuls-Prinzip im vorigen Abschnitt gemäß Abb. 8 angewendet werden. Von praktischem Gesichtspunkt aus ist das Maximum der Funktion (12) von Bedeutung, da sich daraus die maximale Exzentrizität berechnen läßt. Bei $\omega_g t_2 = \pi/2 + D$ ist $S_t = S_{t_2} = S_{t_{\max}}$ bzw.

$$S_{t_2} = \frac{\omega}{\omega_e} (S_m + S_0/\sqrt{1+K^2}), \quad (13)$$

und der dazu gehörige $\varepsilon_2 = \varepsilon_{\max}$ -Wert kann für das gegebene b/d in Abb. 2 abgelesen werden.

5. Die Vergleichung der Berechnungs- und Versuchsergebnisse

Zur Bestimmung der voneinander getrennten Einflüsse der einzelnen Parameter (erregende Kreisfrequenz, effektive Winkelgeschwindigkeit, spaltgeometrische Angaben, Ölversorgungs- und Verteilungssysteme: Zufuhrdruck, Schmiernuten) sind nur einfache Belastungsfunktionen geeignet. Solche Berechnungs- und Versuchsergebnisse sind in den Werken von CARL [22] und RADERMACHER [18] zu finden, da ihre Zielsetzung das Vergleichen der Rechen-

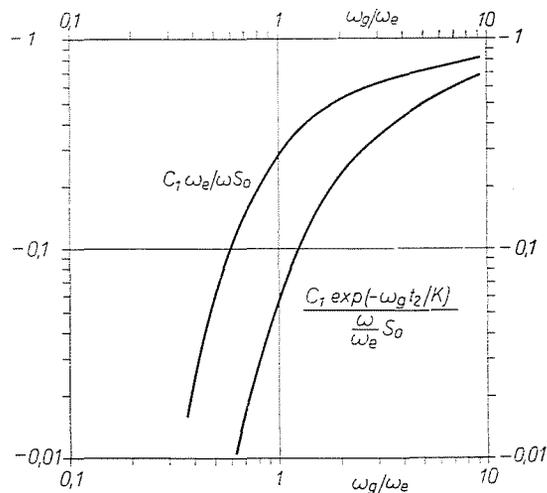


Abb. 7. Die Werte der Integrationskonstante C_1

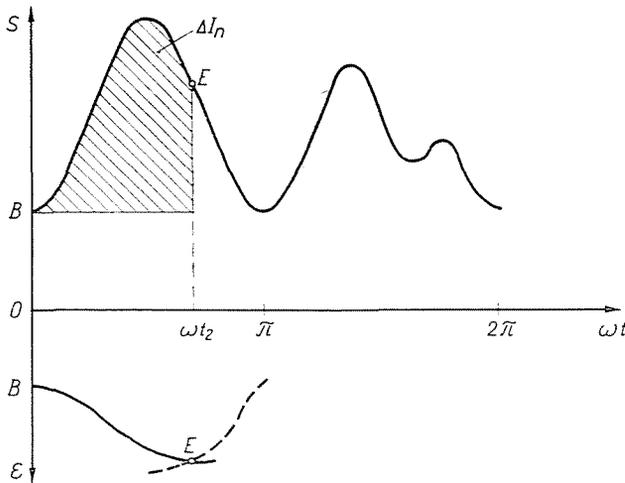


Abb. 8. Die Anwendung des Impulsprinzips ($\omega_g/\omega_e > 1.5$)

verfahren von HAHN [4], SOMEYA [15] und HOLLAND [5] mit Hilfe von Versuchen war.

Für symmetrische, sinusförmige Belastungen von ständiger Richtung ergaben die drei erwähnten numerischen Verfahren die ϵ_{\max} -Werte in Tabelle 1.

Tabelle 1
Berechnete und gemessene ϵ_{\max} -Werte bei der Belastungsfunktion $S = S_0 \sin \omega_g t$, ($b/d = 0.5$, $\omega_g/\omega_e = 1$)

$S_m = 0$	Berechnet				Gemessen
	Hahn	Someya	Holland	Czégi	Carl
$S_0 = 0.3$	0.4			0.35	0.30
0.5	0.54			0.46	0.44
1	0.68	0.68	0.63	0.61	0.60
3	0.84			0.79	
5	0.88			0.85	
10	0.95			0.91	

Hier wurden auch die Ergebnisse der im vorigen Abschnitt behandelten analytischen Lösung angegeben. Da sich der Kraftvektor nicht dreht, ist $\omega_e = \omega$, ferner stimmt die erregende Kreisfrequenz mit der Zapfenwinkelgeschwindigkeit überein, daher ergeben sich: $\omega_g/\omega_e = 1$ und $K = 1.6$. Zu den nach Gl. (13) berechneten S_{t_2} -Werten und zu $b/d = 0.5$ können die ϵ_{\max} -Ergebnisse aus Abb. 2 genommen werden, die übrigens in Spalte 5 der Tabelle zu finden sind.

Die Meßergebnisse von CARL [22] in Spalte 6 der Tabelle beziehen sich zwar auf die Meßparameter: $n = 2550/\text{min}$, $\psi = 1.8 \cdot 10^{-3}$, $\eta = 19 \cdot 10^{-8}$ kpsc/cm² und $\bar{p} = 4.75 - 15.8$ kp/cm², sie sind aber für jede Kombination der Veränderlichen gültig, die denselben S_0 -Wert ergibt.

Tabelle 2

Berechnete und gemessene ε_{\max} -Werte bei der Belastungsfunktion
 $S = S_m + S_0 \sin \omega_g t$, ($b/d = 0,5$, ω_g/ω_e ist wechselnd, $S_0 = 1$)

$S_0 = 1$ $\omega_g/\omega_e = 1$	Berechnet		Gemessen	$S_0 = 1$ $S_m = 0$	Berechnet	
	Hahn	Czégi	Carl		Hahn	Czégi
$S_m/S_0 = 0$	0,68	0,6	0,6	$\omega_g/\omega_e = 1$	0,68	0,60
0,25		0,68	0,68	0,75	0,74	0,64
0,5	0,76	0,73	0,70	0,6	0,76	0,66
0,75	0,79	0,76	0,73	0,5	0,78	0,68
1	0,80	0,79	0,76			
1,5	0,84	0,82				
2	0,85	0,84				
4	0,91	0,90				

In der Tabelle 2 wurden die zu den verschiedenen sinusförmigen Belastungen berechneten ε_{\max} -Werte mit den Meßergebnissen von CARL verglichen. Auf der linken Seite der Tabelle veränderten sich das Verhältnis der Mittelbelastung und der Amplitude, auf der rechten Seite das Verhältnis der erregenden Frequenz und der effektiven Winkelgeschwindigkeit. Bei den eigenen Berechnungen des Verfassers wurden Gl. (13) und Abb. 2 benutzt. Die Grundangaben der Versuche stimmten mit denen der vorigen Versuchsreihe überein, nur die Mittelbelastung und die erregende Frequenz veränderten sich.

Für die dreieck- und trapezförmigen Belastungsänderungen in Abb. 9 wurden die Berechnungen bzw. Versuche von RADERMACHER [18] durchgeführt. Bei den eigenen Berechnungen nahmen wir an, daß die Belastungsfunktionen durch Sinusfunktionen gleicher Impulse ersetzt werden können. So ist für dreieckförmigen Kräfteverlauf $I = \pi/2$ bzw. $S_0 = \pi/4$. Aus Gl. (13) ist $S_{t_2} = 0,416$, und dazu ist für $b/d = 0,5$ aus Abb. 2 $\varepsilon_{\max} = 0,56$. Das Berechnungsverfahren von HOLLAND ergab $\varepsilon_{\max} = 0,58$ und die Methode von SOMEYA $\varepsilon_{\max} = 0,63$.

Die nominalen Versuchsangaben des trapezförmigen Belastungsverlaufs sind: $\bar{p} = 50, 75$ und 100 kp/cm^2 , $n = 1000/\text{min}$, $\psi = 1,36 \cdot 10^{-3}$, $\eta = 11 \cdot 10^{-8} \text{ kpsec/cm}^2$.

Die Prüfeinrichtung konnte nur mit gewissen Abweichungen dem programmierten, theoretischen Kräfteverlauf folgen. Deshalb beziehen sich die numerischen Berechnungsergebnisse in Tabelle 3, im Einklang mit den Versuchen, auf die verzerrte Belastungskurve. Bei der eigenen Berechnung wurde dagegen der theoretische Kräfteverlauf laut Abb. 9 berücksichtigt. Die größte, dimensionslose Belastung S_1 wurde mit den tatsächlichen Angaben der Versuche: n , ψ und η berechnet. Die widersprüchlichen Meßergebnisse in Tabelle 3 sind nicht den Meßfehlern der Meßköpfe, vielmehr den elastischen Deformationen von Achse und Lager zuzuschreiben.

Tabelle 3

Berechnete und gemessene ϵ_{\max} -Werte bei trapezförmigem Belastungsverlauf ($b/d = 0,5$)

S_1	S_0	ω_0/ω_e	Berechnet			Gemessen
			Someya	Holland	Czégi	Radermacher
1	1,09	1	0,69	0,64	0,63	—
7,25	8,63	0,5	0,93—0,95	0,92—0,93	0,92	0,89—0,90
11,95	14,0	0,5	0,94—0,96	0,93—0,95	0,94	0,87—0,88
15,7	1	0,5	0,97—0,98	0,96—0,97	0,97	0,88—0,89

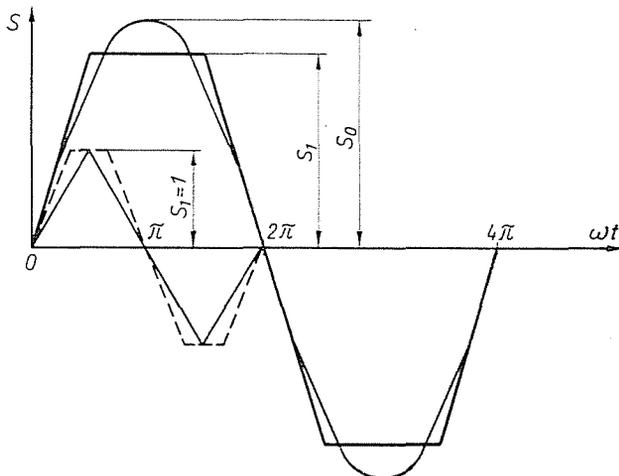


Abb. 9. Dreieck- und trapezförmiger Kräfteverlauf

Die Berechnungsergebnisse des dreieck- und trapezförmigen Belastungsverlaufs bestätigen die Annahme, daß der zeitliche Ablauf der Belastung keine wahrnehmbare Wirkung ausübt, lediglich der Impuls, die erregende Kreisfrequenz und die effektive Winkelgeschwindigkeit stellen wesentliche Faktoren dar.

Zusammenfassung

Auf Grund der dynamischen Ähnlichkeit zwischen den zylindrischen Gleitlagern und den Gleitschuhen wurde eine in geschlossener Form lösbare Differentialgleichung gewonnen, die für sinusförmigen Belastungsverlauf gelöst wurde. Es wird festgestellt, daß der Belastungsverlauf keine wesentliche Wirkung auf die maximale Exzentrizität hat, nur der Impuls, die erregende Kreisfrequenz und die effektive Winkelgeschwindigkeit zu den wesentlichen Faktoren gehören. Ist $\omega_0/\omega_e > 1,5$, können die dynamisch belasteten Lager nach dem Impulsprinzip berechnet werden. Für diesen Fall wird ein nomographisches Verfahren mitgeteilt.

Das ausgearbeitete Berechnungsverfahren wurde mit den Verfahren von HAHN, SOMEYA und HOLLAND bzw. mit den Versuchsergebnissen von CARL und RADERMACHER verglichen.

Literatur

1. SASSENFELD, H. — WALTHER, A.: Gleitlagerberechnungen. VDI-Forsch.-Heft 411. Düsseldorf 1954.
2. RAIMONDI, A. A. — BOYD, J.: A solution for the finite journal bearing and its application to analysis and design. Trans ASLE 1 (1958) 159.
3. JAKOBSSON, B. — FLOBERG, L.: The finite journal bearing considering vaporisation. Trans. Chalmers University of Technology. No 190. Göteborg 1957.
4. HAHN, H. W.: Das zylindrische Gleitlager endlicher Breite unter zeitlich veränderlicher Belastung. Diss. Techn. Hochschule Karlsruhe 1957.
5. HOLLAND, J.: Beitrag zur Erfassung der Schmierverhältnisse in Verbrennungskraftmaschinen. VDI-Forsch.-Heft 475. Düsseldorf 1959.
6. HAYS, D. F.: Squeeze Films: A finite journal bearing with a fluctuating load. Trans ASME D. 83 (1961) 579.
7. MEINERS, K.: Beiträge zur Gleitlagerberechnung. VDI-Forsch.-Heft 488. Düsseldorf 1961.
8. CZÉGI, J.: Die hydrodynamische Berechnung der wechselbelasteten zylindrischen Gelenke. Periodica Polytechnica (Mech. Eng.) 15 (1971) 271.
9. HARRISON, W. J.: The hydrodynamical theory of the lubrication of a cylindrical bearing under variable load and of a pivot bearing. Trans. Cambr. Phil. Soc. 22 (1919) 273.
10. SWIFT, H. W.: Fluctuating loads in sleeve bearings. J. Inst. Civil Engrs. 5 (1937) 161.
11. FRÄNKEL, A.: Berechnung von zylindrischen Gleitlagern. Diss. E. Techn. Hochschule Zürich 1944.
12. STONE, J. M. — UNDERWOOD, A. F.: Load carrying capacity of journal bearings. Trans. SAE 1 (1947) 56.
13. OTT, H. H.: Zylindrische Gleitlager bei instationärer Belastung. Diss. E. Techn. Hochschule Zürich 1948.
14. BURWELL, J. T.: The calculated performance of dynamically loaded sleeve bearings. Trans. ASME 69 (1947) 231, Trans. ASME 71 (1949) 358, Trans. ASME 73 (1951) 393.
15. SOMEYA, T.: Stabilität einer in zylindrischen Gleitlagern laufenden, unwuchtfreien Welle. Diss. Techn. Hochschule Karlsruhe 1962.
16. BOOKER, J. F.: Dynamically loaded journal bearings — Mobility method of solution. Trans. ASME D. 87 (1965) 537.
17. BLOK, H.: Topological aspects and impulse-whire angle method in the orbital hydrodynamics of dynamically loaded journal bearings. Lectures. Delft 1964—65.
18. RADERMACHER, K.: Das zylindrische Gleitlager unter nach Größe und Richtung veränderlicher Belastung. Diss. Techn. Hochschule Karlsruhe 1962.
19. HAHN, H. W.: Möglichkeiten zur Berechnung von Gleitlagern in Verbrennungsmotoren. Automobil Industrie 1 (1962) 77.
20. CAMPBELL, J. — LOVE, P. P. — MARTIN, F. A. — RAFIQUE, S. O.: Bearings for reciprocating machinery: a review of the present state of theoretical, experimental and service knowledge. Proc. Inst. Mech. Engrs 182 (1967—68), Conf. on Lubr. and Wear, London 1967. Paper 4.
21. CZÉGI, J.: Analytische Näherungslösung zur Berechnung von periodisch, dynamisch belasteten Gleitlagern. Jubiläumskongreß der Techn. Universität Budapest 1971.
22. CARL, TH. E.: Das zylindrische Gleitlager unter konstanter und sinusförmiger Belastung. Diss. Techn. Hochschule Karlsruhe 1962.

Dr. József CZÉGI, 1502 Budapest, Postfach 91, Ungarn