

DIMENSIONIERUNG EXZENTRISCH BELASTETER AXIAL-RILLENKUGELLAGER AUF LEBENSDAUER UND STATISCHE TRAGFÄHIGKEIT

Von

L. VARGA und L. MOLNÁR

Lehrstuhl für Maschinenelemente, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 14. Mai 1973)
Vorgelegt von Prof. Dr. J. MAGYAR

Die im Kugellagerkatalog mitgeteilten und zur Dimensionierung der Axial-Rillenkugellager dienenden Beziehungen sind nur für den Fall gültig, wenn die axiale Belastung im Verhältnis zum Lager konzentrisch wirkt, d. h. die Kraftverteilung des Lagers gleichmäßig ist.

In der Praxis können die in die einzelnen Einrichtungen, Konstruktionen eingebauten Axial-Rillenkugellager aus konstruktiven Gründen, durch elastische Deformation (z. B. beim Schneckengetriebe wegen der Durchbiegung der Schneckenwelle), infolge Ungenauigkeiten der Herstellung (z. B. Seitenschlag der Wellenschulter-Anlagefläche) bzw. wegen unsachgemäßen Betriebes exzentrisch belastet werden. Die Abbildungen 1 und 2 zeigen die Lagerung einer Axialkolbenpumpe. Die Axial-Rillenkugellager sind in beiden Fällen aus konstruktiven Gründen einer exzentrischen axialen Belastung ausgesetzt. Die Exzentrizität der resultierenden Kraft kann nach den Gesetzen der Mechanik genau bestimmt werden. In solchen und ähnlichen Fällen kann die Lebensdauer der Lager in der üblichen Weise nicht bestimmt werden. Abb. 3 zeigt die Lagerung eines Doppel-Kranhakens. Den Vorschriften des Kranbetriebs gemäß muß die Last auf den Haken symmetrisch befestigt werden. Die Erfahrung zeigt aber, daß in vielen Fällen diese Vorschrift nicht eingehalten wird. Wegen der asymmetrischen Lastaufhängung wird das eingebaute Axial-Rillenkugellager exzentrisch belastet. In einem solchen Fall muß das Lager — da es sich um ein stehendes oder sich kaum drehendes Lager handelt — auf statische Tragfähigkeit dimensioniert werden, so daß an der Stelle des am höchsten belasteten Rollkörpers die bleibende Deformation den zulässigen Wert nicht überschreitet. In dieser Arbeit fassen wir kurz die allgemein anerkannten Ergebnisse und Zusammenhänge zusammen, mit deren Hilfe wir die Beziehung zur Bestimmung der Lebensdauer der exzentrisch belasteten Axial-Rillenkugellager bzw. die die Lebensdauer herabsetzenden Faktorenwerte in Abhängigkeit von der Exzentrizität bestimmt haben.

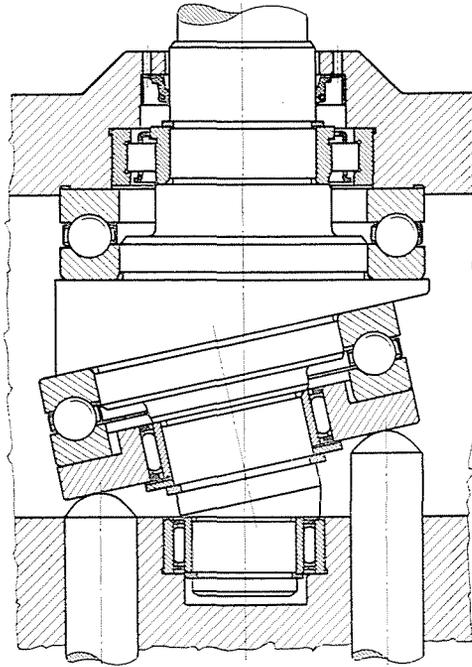


Abb. 1. Lagerung einer Axialkolbenpumpe

1. Bestimmung der Belastungsverteilung bei exzentrischer Belastung

Bei einer konzentrischen Belastung — eine hinreichende geometrische Genauigkeit der Lagerelemente vorausgesetzt — sind die Belastungen und Deformationen sämtlicher Wälzkörper gleich. Die Belastung eines einzelnen Wälzkörpers bei konzentrischer Belastung ist:

$$Q = \frac{F_a}{Z}. \quad (1)$$

Die Ebene, in der die Berührungspunkte der Kugel und der Laufbahn liegen, bleibt bei den Axial-Rillenkugellagern auch nach der Belastung senkrecht zur Drehachse des Lagers. Wenn das Axial-Rillenkugellager einer exzentrischen Belastung ausgesetzt ist, so sind die auf die einzelnen Wälzkörper wirkenden Kräfte und die Deformationen nicht gleich, aber es ist einzusehen, daß die Berührungspunkte Kugel—Laufbahn auch in diesem Fall in der gleichen Ebene liegen, und diese mit der Drehachse den Winkel θ bildet [1].

Abbildung 4 zeigt die Deformation, die bei einem Axial-Rillenkugellager durch die mit der Exzentrizität »e« wirkende Belastung F_a entsteht. Die axiale

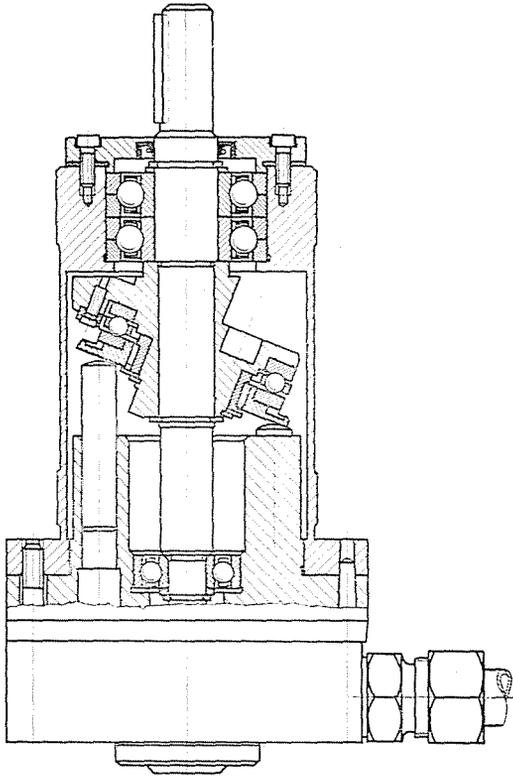


Abb. 2. Lagerung einer Axialkolbenpumpe

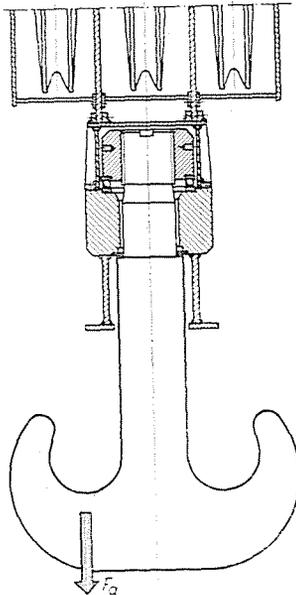


Abb. 3. Lagerung eines Kranhakens

Verschiebung der Lagermitte durch δ_a bezeichnet, kann die Deformation eines beliebigen Wälzkörpers bestimmt werden [2]:

$$\delta_\psi = \delta_a + \frac{1}{2} \Theta d_m \cos \psi, \quad (2)$$

wobei der Winkel ψ die Lage des Wälzkörpers bestimmt. An der Stelle der größten Belastung ist $\psi = 0$, und somit ist die Deformation des am meisten belasteten Wälzkörpers:

$$\delta_{\max} = \delta_a + \frac{1}{2} \Theta d_m. \quad (3)$$

Nach Einführung des Lastverteilungsfaktors ε und Reduktion der Gleichungen (2) und (3) erhalten wir:

$$\delta_\psi = \delta_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]. \quad (4)$$

Hierbei ist

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\delta_a}{\Theta d_m} \right). \quad (5)$$

In Abb. 5 sind der Lastverteilungsfaktor ε und die Winkelkoordinate ψ gedeutet. Abb. 5a zeigt den Fall der konzentrischen Belastung, wo $\varepsilon = \infty$ ist; Abb. 5b weist auf eine geringe Exzentrizität der Belastungskraft hin, wobei ein Lastverteilungsfaktor $\varepsilon > 1$ gedeutet wird. Abb. 5c zeigt den Grenzfall $\varepsilon = 1$, wo bei $Q_{\max}, Q_{\min} = 0$ ist. In Abb. 5d ist der Fall zu sehen, wenn die belastete Zone abnimmt und dadurch $\varepsilon > 1$ wird. Zur Kennzeichnung der belasteten Zone im Bereich $\varepsilon < 1$ kann auch der in Abb. 5d angegebene Winkel ψ_e benutzt werden. Die Größe des Winkels ψ_e kann aus Beziehung (4) unter der Voraussetzung bestimmt werden, daß an der Stelle $\psi = \psi_e$, $\delta_\psi = 0$ ist:

$$\psi_e = \arccos (1 - 2\varepsilon).$$

Für den Fall $\varepsilon \geq 1$ ist der Winkel ψ_e zur Kennzeichnung der belasteten Zone nicht geeignet, sein Wert beträgt in allen Fällen $\psi = 180^\circ$.

In Abb. 6 ist die Lastverteilung eines exzentrisch belasteten Axial-Rillenkugellagers für den Fall $\varepsilon < 1$ als Funktion der Winkelkoordinate ψ zu sehen. Das Kräftegleichgewicht für das Kugellager in Abb. 6 ist:

$$F_a = \sum_{\psi=0}^{\psi=\pm\psi_e} Q_\psi, \quad (6)$$

wo Q_ψ die Belastung des durch die Winkelkoordinate ψ bestimmten Wälzkörpers ist. Mit Hilfe des Hertzschen Zusammenhanges kann die Belastung eines beliebigen Wälzkörpers bestimmt werden [3]:

$$Q_\psi = Q_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^n. \quad (7)$$

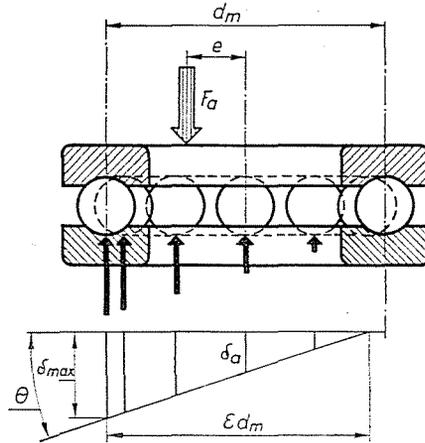


Abb. 4. Exzentrische Belastung und Verformung eines Axial-Rillenkugellagers

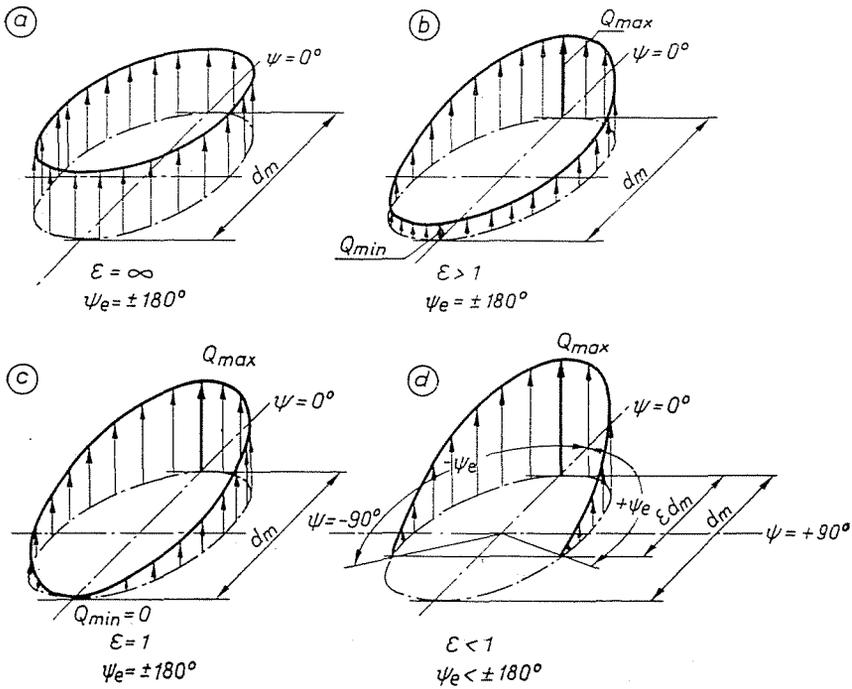


Abb. 5. Verteilung der Wälzkörperdrücke bei konzentrisch und exzentrisch wirkenden Belastungen

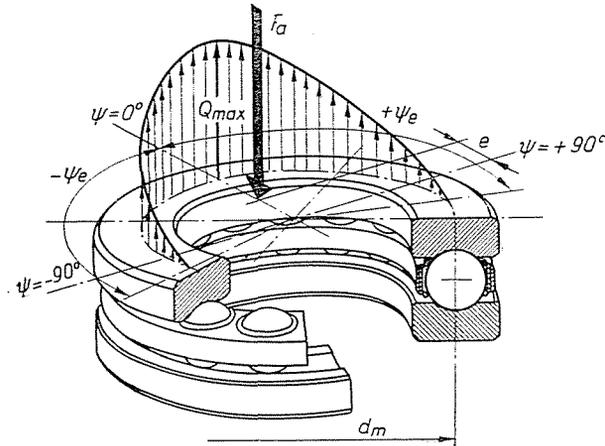


Abb. 6. Verteilung der Wälzkörperdrücke eines exzentrisch belasteten Axial-Rillenkugellagers

Der Exponent n in der Beziehung (7) ist eine von den Berührungsverhältnissen abhängige Konstante. Bei Punktberührung ist: $n = 1,5$. Wird Gleichung (7) in Gleichung (6) eingesetzt, kann die Axialbelastung des Lagers bestimmt werden:

$$F_a = \sum_{\psi=0}^{\psi=\pm\psi_e} Q_{\max} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^n. \quad (8)$$

Nach RUMBARGER [4] können die diskreten Wälzkörperbelastungen mathematisch auch als Belastungsfunktionen behandelt werden und so kann statt der Summierung der diskreten Belastungen die Integration durchgeführt werden:

$$F_a = ZQ_{\max} \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_e}^{+\psi_e} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^n d\psi, \quad (9)$$

bzw. in anderer Form:

$$F = ZQ_{\max} J_a(\varepsilon), \quad (10)$$

wobei $J_a(\varepsilon)$ das auf die Axial-Rillenkugellager bezogene Sjövallesche Integral ist:

$$J_a(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_e}^{+\psi_e} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^n d\psi. \quad (11)$$

Die Werte von $J_a(\varepsilon)$ wurden für Axial-Rillenkugellager durch RUMBARGER [4] bestimmt. Abb. 7 zeigt die Änderung der Werte $J_a(\varepsilon)$ und ε in Abhängigkeit von $\frac{2e}{d_m}$. Aus der Abbildung ist ersichtlich, daß falls $\frac{2e}{d_m} > 0,6$, d. h. $\varepsilon > 1$,

die Belastung des Wälzkörpers (oder der Wälzkörper) bei $\psi = 180^\circ$ gleich Null ist, die Lastverteilung entspricht also den Abbildungen 4 und 5c sowie 5d bzw. 6.

Die Gleichung (10) kann nicht nur zur Berechnung der Lastverteilung der Axial-Rillenkugellager verwendet werden, sondern auch für beliebige Lager, die zur Aufnahme axialer Belastungen geeignet sind, falls das Lager nur axial belastet ist.

2. Dimensionierung exzentrisch belasteter Axial-Rillenkugellager auf Lebensdauer

Nach den Untersuchungen von LANDBERG und PALMGREN beträgt die Lebensdauer eines Punktes der Laufbahn mit Punktberührung in Millionen Umdrehungen [5]:

$$L = \left[\frac{Q_c}{Q_e} \right]^3, \tag{12}$$

wobei Q_c die dynamische Tragfähigkeit eines Punktes der Laufbahn ist, deren Wert mit Hilfe der wiederholt auftretenden Berührungsspannungen und Materialkonstanten bestimmt werden kann, Q_e die auf einen Punkt der Laufbahn bezogene äquivalente Belastung bedeutet. Der Wert von Q_c kann aus der zeitlichen Änderung der Belastung des Wälzkörpers und seinen Bewegungsverhältnissen bestimmt werden.

Die dynamische Tragfähigkeit eines Berührungspunktes der Laufbahn für alle Lager mit Punktberührung ist [5]:

$$Q_c = 10 \left(\frac{2R}{d_g} \frac{r}{r - R} \right)^{0,41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1,39}}{(1 \pm \gamma)^{0,33}} \left(\frac{\gamma}{\cos \alpha} \right)^{0,3} d_g^{1,8} Z^{-0,33}. \tag{13}$$

In der Gleichung (13) ist d_g der Durchmesser des Wälzkörpers, R der Meridianradius des Wälzkörpers (bei einer Kugel ist $d_g = 2R$), r der Rillradius der Laufbahn, α der Berührungswinkel des Lagers, und γ wird folgendermaßen gedeutet:

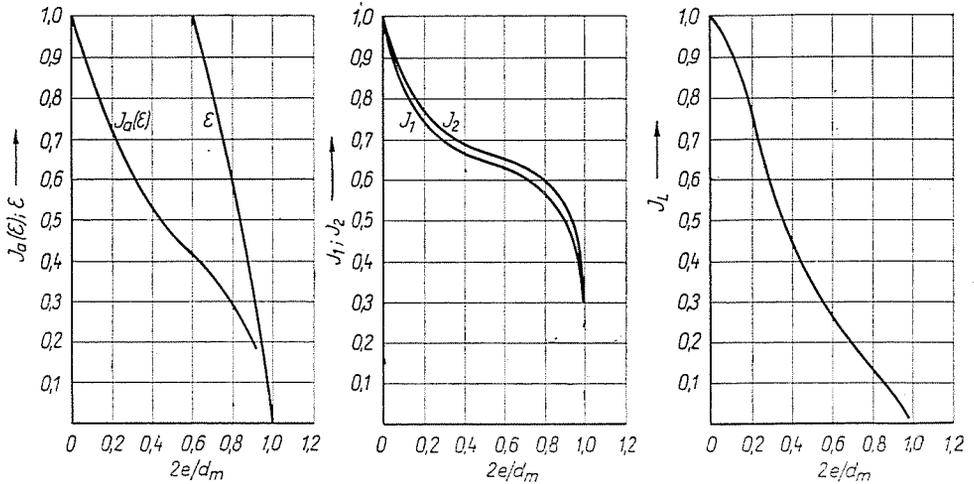
$$\gamma = \frac{d_g \cos \alpha}{d_m}$$

Die auf einen Punkt der Laufbahn bezogene äquivalente Belastung Q_e bei umlaufendem Lagerring:

$$Q_{e \text{ uml}} = Q_{\max} J_1(\varepsilon),$$

wobei

$$J_1(\varepsilon) = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_e}^{+\varphi_e} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^{4,5} d\psi}, \tag{14}$$

Abb. 7. Die Faktoren J_a und ϵ in Abhängigkeit von $2e/d_m$ Abb. 8. Die Faktoren J_1 und J_2 in Abhängigkeit von $2e/d_m$ Abb. 9. Der Faktor der Lebensdauererminderung in Abhängigkeit von $2e/d_m$

und bei einem feststehenden Lagerring:

$$Q_{\epsilon \text{ fest}} = Q_{\max} J_2(\epsilon),$$

wobei

$$J_2(\epsilon) = \sqrt[10]{\frac{3}{2\pi} \int_{-\psi_*}^{+\psi_*} \left[1 - \frac{1}{2\epsilon} (1 - \cos \psi) \right]^5 d\psi}. \quad (15)$$

Die Änderungen der zur Berechnung der äquivalenten Belastung der Laufbahn notwendigen Faktoren $J_1(\epsilon)$ und $J_2(\epsilon)$ sind als Funktion von $\frac{2e}{d_m}$ in Abb. 8 dargestellt bzw. die Zahlenwerte in Tabelle I enthalten.

Aus der dynamischen Tragfähigkeit eines Berührungspunktes der Laufbahn [Gleichung (13)] kann die dynamische Tragfähigkeit der Laufbahn bei axialen Lagern mit Punktberührung folgendermaßen erhalten werden:

$$C_p = Q_c Z \sin \alpha, \quad (16)$$

also bei umlaufendem Lagerring (Scheibe):

$$C_{p \text{ uml}} = 10 \left(\frac{2R}{d_g} \frac{r_{\text{uml}}}{r_{\text{uml}} - R} \right)^{0,41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1,39}}{(1 \pm \gamma)^{0,33}} \gamma^{0,3} (\cos \alpha)^{3,7} Z^{0,67} d_g^{1,8} \operatorname{tg} \alpha, \quad (17)$$

Tabelle I

ε	$\frac{2\varepsilon}{d_m}$	$J_0(\varepsilon)$ [4]	$J_1(\varepsilon)$ [2]	$J_2(\varepsilon)$ [2]	$J_L(\varepsilon)$
0	1,0000	1/z	0	0	—
0,1	0,9663	0,1196	0,4275	0,4608	0,0192
0,2	0,9318	0,1707	0,4806	0,5100	0,0410
0,3	0,8964	0,2110	0,5150	0,5427	0,0633
0,4	0,8601	0,2462	0,5411	0,5673	0,0873
0,5	0,8225	0,2782	0,5625	0,5875	0,1129
0,6	0,7835	0,3084	0,5808	0,6045	0,1405
0,7	0,7427	0,3374	0,5970	0,6196	0,1704
0,8	0,6995	0,3658	0,6104	0,6330	0,2036
0,9	0,6529	0,3945	0,6248	0,6453	0,2396
1,0	0,6000	0,4244	0,6372	0,6566	0,2823
1,25	0,4338	0,5044	0,6652	0,6821	0,4195
1,67	0,3088	0,6060	0,7064	0,7190	0,6143
2,5	0,1850	0,7240	0,7707	0,7777	0,8177
5,0	0,0831	0,8558	0,8675	0,8693	0,9571
∞	0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

bzw. bei einem feststehenden Lagerring (Scheibe):

$$C_{p\text{fest}} = 10 \left(\frac{2R}{d_g} \frac{r_{\text{fest}}}{r_{\text{fest}} - R} \right)^{0,41} \frac{(1 \mp \gamma)^{1,39}}{(1 \pm \gamma)^{0,33}} \gamma^{0,3} (\cos \alpha)^{0,7} Z^{0,67} d_g^{1,8} \text{tg} \alpha. \tag{18}$$

Mit Hilfe der Gleichungen (17) und (18) kann nicht nur die dynamische Tragfähigkeit eines axialen, sondern eines beliebigen Lagerringes mit Punktberührung bestimmt werden. Die in den Gleichungen vorkommenden oberen Vorzeichen beziehen sich — bei radialen Lagern mit Punktberührung — auf die Laufbahn des Innenringes, die unteren Vorzeichen auf die Laufbahn des Außenringes.

Bei Axial-Rillenkugellagern kann statt der Gleichungen (17) und (18) eine einzige und einfachere Gleichung aufgestellt werden, wenn man die folgenden Bedingungen berücksichtigt:

$$\begin{aligned} 2R &= d_g, \\ \alpha &= 90^\circ, \\ r_{\text{uml}} &= r_{\text{fest}} = r, \\ \gamma &= \frac{d_g \cos \alpha}{d_m} = 0, \\ \lim_{\alpha \rightarrow 90^\circ} \gamma^{0,3} (\cos \alpha)^{0,7} \text{tg} \alpha &= \frac{d_g^{0,3} \cos \alpha^{0,3}}{d_m^{0,3}} \cos \alpha^{0,7} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \\ &= \frac{d_g^{0,3}}{d_m^{0,3}} \cos \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sin \alpha \left(\frac{d_g}{d_m} \right)^{0,3} = \left(\frac{d_g}{d_m} \right)^{0,3}. \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der Grenzbedingungen ist die dynamische äquivalente Tragfähigkeit der Laufbahn:

$$C_p = C_{\text{fest}} = C_{\text{uml}} = 10 \left(\frac{r}{r - \frac{d_g}{2}} \right)^{0,41} \left(\frac{d_g}{d_m} \right)^{0,3} d_g^{1,8} Z^{0,67}. \quad (19)$$

Ist die dynamische Tragfähigkeit des feststehenden und des umlaufenden Lagerringes bekannt, so kann die dynamische Tragzahl des Lagers aufgrund der Wahrscheinlichkeitstheorie bestimmt werden [5]:

$$\left(\frac{C}{C_{\text{uml}}} \right)^{3e^*} + \left(\frac{C}{C_{\text{fest}}} \right)^{3e^*} = 1, \quad (20)$$

wobei $e^* = 10/9$ ist.

Ist $C_{\text{uml}} = C_{\text{fest}} = C_p$ dann ist

$$2 \left(\frac{C}{C_p} \right)^{3e^*} = 1. \quad (21)$$

Daraus:

$$C = \left(\frac{1}{2} \right)^{1/3e^*} C_p = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} C_p = 0,812 \cdot C_p. \quad (22)$$

Aufgrund der Beziehung (12) kann die Lebensdauer eines Punktes der Laufbahn der umlaufenden (Wellen-) und der feststehenden (Gehäuse-) Scheibe des Axial-Rillenkugellagers bestimmt werden:

$$L_{\text{uml}} = \left(\frac{Q_{c \text{uml}}}{Q_{e \text{uml}}} \right)^3, \quad L_{\text{fest}} = \left(\frac{Q_{c \text{fest}}}{Q_{e \text{fest}}} \right)^3. \quad (23a, b)$$

In Kenntnis der Lebensdauer der umlaufenden und der feststehenden Scheibe kann die Lebensdauer des Lagers bestimmt werden:

$$L = \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{L_{\text{uml}}} \right)^{1,11} + \left(\frac{1}{L_{\text{fest}}} \right)^{1,11}} \right]^{0,9} = \left[\frac{1}{\left[\left(\frac{Q_{c \text{uml}}}{Q_{e \text{uml}}} \right)^3 \right]^{1,11} + \left[\left(\frac{Q_{c \text{fest}}}{Q_{e \text{fest}}} \right)^3 \right]^{1,11}} \right]^{0,9}. \quad (24)$$

Nach Kürzung der Gleichung und Einführung von $Q_{c \text{uml}} = Q_{c \text{fest}} = Q_c$ ergibt sich:

$$L = \left[\frac{1}{\left(\frac{Q_{c \text{uml}}}{Q_c} \right)^{3,33} + \left(\frac{Q_{e \text{fest}}}{Q_c} \right)^{3,33}} \right]^{0,9} = \left[\frac{Q_c^{3,33}}{Q_{e \text{uml}}^{3,33} + Q_{e \text{fest}}^{3,33}} \right]^{0,9}. \quad (25)$$

Nach Einsetzen der Beziehungen $Q_{e \text{ uml}} = Q_{\max} J_1(\varepsilon)$ und $Q_{e \text{ fest}} = Q_{\max} J_2(\varepsilon)$ (siehe die Gleichungen (14) und (16)) erhalten wir:

$$L = \left[\frac{Q_c^{3,33}}{Q_{\max}^{3,33} (J_1(\varepsilon)^{3,33} + J_2(\varepsilon)^{3,33})} \right]^{0,9} = \left[\frac{Q_c}{Q_{\max}} \right]^3 \left[\frac{1}{J_1(\varepsilon)^{3,33} + J_2(\varepsilon)^{3,33}} \right]^{0,9}. \quad (26)$$

Da bei Axial-Rillenkugellagern:

$$Q_{\max} = \frac{F_a}{Z J_a(\varepsilon)}, \quad (10)$$

$$C_p = QZ \quad (16)$$

und

$$C = 0,812 \cdot C_p \quad (22)$$

sind, ist

$$L = \left(\frac{C}{F_a} \right)^3 \cdot \frac{1}{0,812^3} \cdot \frac{J_a(\varepsilon)^3}{[J_1(\varepsilon)^{3,33} + J_2(\varepsilon)^{3,33}]}. \quad (27)$$

Nach Einführung des Lebensdauerverminderungsbeiwertes erhält man:

$$J_L = \frac{1}{0,812^3} \cdot \frac{J_a(\varepsilon)^3}{[J_1(\varepsilon)^{3,33} + J_2(\varepsilon)^{3,33}]}. \quad (28)$$

Die Lebensdauer eines exzentrisch belasteten Axial-Rillenkugellagers ist bei Bezeichnung der äquivalenten Belastung mit P :

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^3 J_L. \quad (29)$$

Die Zahlenwerte des Verminderungsbeiwertes der Lebensdauer J_L sind in Tabelle I angegeben und als Funktion von $\frac{2e}{d_m}$ in Abb. 9 dargestellt.

Dimensionierung exzentrisch belasteter Axial-Rillenkugellager auf statische Tragfähigkeit

Wie bekannt, müssen die Wälzlager auf statische Tragzahl dimensioniert bzw. geprüft werden, wenn

- die Drehzahl des Lagers unter 10 U/min liegt,
- das Lager eine Schwingbewegung ausführt,
- das Lager auch in Ruhelage belastet ist,
- während der Drehbewegung des Lagers eine schlagartige oder stoßartige Beanspruchung auftritt.

Der Nachweis wird mit folgender Beziehung durchgeführt:

$$C_0 \geq S_0 P_0. \quad (30)$$

Hierbei sind:

- C_0 — die statische Tragzahl des Lagers,
- P_0 — die statische äquivalente Belastung,
- S_0 — der Sicherheitsfaktor der statischen Belastbarkeit.

Bei exzentrisch belasteten Axial-Rillenkugellagern ist es zweckmäßig, die Prüfung auf statische Tragzahl unter Berücksichtigung der Belastung des am höchsten belasteten Wälzkörpers durchzuführen. Zur Berechnung ist die dimensionslose (spezifische) Größe des maximalen Wälzkörperdruckes notwendig:

$$\bar{Q}_{\max} = \frac{Q_{\max}}{E' d_g^2}. \quad (31)$$

Hierbei bedeuten:

$$E' = \frac{E}{1 - \mu^2},$$

- E — den Elastizitätsmodul des Lagerstahles,
- μ — die Poissonsche Konstante.

Für die üblichen Lagerstähle ist $E' = 23\,100 \text{ kp/mm}^2$. Zum Nachweis der statischen Belastbarkeit des Lagers dient die folgende Beziehung [7]:

$$\bar{Q}_{\max} < 0,3 \cdot 10^{-3}. \quad (32)$$

Durch den obigen Wert wird im Falle der üblichen Lagerstähle, bei Lagern mit Punktberührung die noch zulässige bleibende Verformung eingegrenzt.
Beispiel:

In die Axialkolbenpumpe in Abb. 1 sind 2 Axial-Rillenkugellager Typ 51 217 eingebaut. Nach statischen Berechnungen konnte festgestellt werden, daß die äquivalente Belastung $P_a = 900 \text{ kp}$ in einem Abstand von 20 mm von der Mittellinie des Lagers wirkt. Wie groß ist die Lebensdauer des Lagers? Angaben:

$$d = 85 \text{ mm},$$

$$D = 125 \text{ mm},$$

$$d_m = \frac{D+d}{2} = 105 \text{ mm},$$

$$e = 20 \text{ mm},$$

$$F_a = 900 \text{ kp},$$

$$C = 7500 \text{ kp},$$

$$\frac{2e}{d_m} = \frac{2 \cdot 20}{105} = 0,381.$$

Aus Tabelle I durch Interpolation (oder aus der Abbildung 9) ist:

$$J_L = 0,5.$$

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^3 J_L = \left(\frac{7500}{900}\right)^3 0,5 = 580 \cdot 0,5 = 290 \quad \text{Millionen Umdrehungen.}$$

Aus der Berechnung läßt sich feststellen, daß die mit der Exzentrizität $e = 20$ mm wirkende Belastung die Lebensdauer des Lagers der konzentrisch wirkenden axialen Belastung gegenüber um 50% herabsetzt.

Beispiel:

Auf den Kranhaken nach Abb. 3, der Zeichnung gemäß auf den Halbhaken, ist eine Last von 31 000 kp gehängt. Den Abmessungsverhältnissen gemäß ergibt dies aus dem statischen Gleichgewicht eine Exzentrizität von 87 mm zwischen der Wirkungslinie der Kraft und der Mittellinie des Lagers. Es soll bestimmt werden, ob diese Lage mit Rücksicht auf die zulässige bleibende Verformung des Lagers zugelassen werden kann.

Angaben: Typ des eingebauten Lagers: 51 152,

$$d = 260 \text{ mm,}$$

$$D = 320 \text{ mm,}$$

$$d_m = \frac{D+d}{2} = 290 \text{ mm,}$$

$$z = 34 \text{ St,}$$

$$d_g = 3/4', (3/4'') = 19,05 \text{ mm,}$$

$$C_0 = 86\,500 \text{ kp,}$$

$$e = 87 \text{ mm,}$$

$$F_a = 31\,000 \text{ kp,}$$

$$\frac{2e}{d_m} = \frac{2 \cdot 87}{290} = 0,6.$$

Aus Tabelle I ist in Abhängigkeit von $2e/d_m$:

$$J_a = 0,4244.$$

Die größte Wälzkörperbelastung kann aus der Beziehung (10) berechnet werden:

$$Q_{\max} = \frac{F_a}{ZJ_a} = \frac{31000}{34 \cdot 0,4244} = 2160 \text{ kp.}$$

Der auf dimensionslose Form gebrachte Wert der maximalen Wälzkörperbelastung ist laut Gleichung (31):

$$\bar{Q}_{\max} = \frac{Q_{\max}}{E' d_g^2} = \frac{2160}{23100 \cdot 19,05^2} = 0,262 \cdot 10^{-3} < 0,3 \cdot 10^{-3},$$

d. h. unter den gegebenen Dimensions- und Belastungsverhältnissen führt die exzentrische Lastaufhängung noch zu keiner unzulässigen bleibenden Verformung. Sollte die Belastung bei gegebener Exzentrizität $F_a = 37\,000$ kp sein, so wird der Wert von $Q_{\max} > 0,3 \cdot 10^{-3}$, die auftretende bleibende Verformung kann also nicht mehr zugelassen werden. Wenn die Last konzentrisch auf zwei Haken aufgehängt ist und der Sicherheitsfaktor den Wert $S_0 = 1$ hat, dann ist die zulässige axiale Belastung:

$$F_a = C_0 = 86\,500 \text{ kp.}$$

Zusammenfassung

In der Maschinenbaupraxis kommt es vor, daß Axial-Rillenkugellager exzentrisch belastet werden. Dies kann aus Konstruktionsgründen, infolge elastischer Deformation oder Ungenauigkeit in der Herstellung bzw. unrichtiger Handhabung geschehen. In solchen Fällen kann die Lebensdauer oder statische Grenzbelastung nicht nach der bekannten, für konzentrische Axialbelastung ausgearbeiteten Berechnungsmethode bestimmt werden. Die Verfasser bestimmen unter Berücksichtigung der bewiesenen Thesen der Lastverteilung und der Lebensdauertheorie in Abhängigkeit von der Exzentrizität der Belastungs-Axialkraft die Werte der die Lebensdauer verringernenden Faktoren, die sie zu den bekannten Lebensdauer-Berechnungsverfahren in Beziehung setzen. Mit der Bestimmung der maximalen Wälzelement-Belastung schlagen sie eine Berechnungsmethode für die statische Grenzbelastung von exzentrisch belasteten Axial-Rillenkugellagern vor.

Literatur

1. BAT, J.: Rozklad obciazen w lozyskach tocznych; Przegląd Mechaniczny (1960)
2. HARRIS, T.: Rolling Bearing Analysis. (1966)
3. HERTZ, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte; Ges. Werke I. Leipzig (1895)
4. RUMBARGER, H.: Thrust Bearings with Eccentric Loads; Machine Design (1962)
5. LUNDBERG, G.—PALMGREN, A.: Dynamic Capacity of Rolling Bearings; Acta Polytechnica, Mechanical Engineering Series I. R. S. A. E. E. No 3 (1947)
6. LIEBLEIN, J.—ZELEN, M.: Statistical Investigation of Fatigue Life of Ball Bearings; National Bureau of Standards, Report No 3996 (1955)
7. ANDRÉASON: Theoretische Grundlagen für die Berechnung von mit Kräften und Momenten belasteten Rillenkugellagern. Konstruktion B. 21, Nr. 3. (1969)

Kurzbezeichnungen

F_a	[kp]	axiale Lagerbelastung
Q	[kp]	Belastung eines Wälzkörpers bei konzentrisch wirkender axialer Belastung
Q_{\max}	[kp]	die maximale Wälzkörper-Belastung
Q_p	[kp]	Belastungsfunktion eines Wälzkörpers
Q_e	[kp]	die äquivalente Belastung bezogen auf einen Punkt der Laufbahn
Q_c	[kp]	dynamische Tragfähigkeit eines Punktes der Laufbahn
C_p	[kp]	dynamische Tragfähigkeit der Laufbahn

C	[kp]	dynamische Tragzahl des Lagers
\bar{Q}_{\max}		dimensionslose Form des maximalen Wälzkörperdruckes
L		Lebensdauer des Lagers in Millionen Umdrehungen
R	[mm]	Radius der Meridiankurve des Wälzkörpers
d_g	[mm]	Durchmesser des Wälzkörpers
r	[mm]	Radius der Laufrille
e	[mm]	Abstand zwischen der Wirkungslinie der axialen Kraft und der Drehachse des Lagers
Z		Anzahl der Wälzkörper je Reihe
ψ		Winkelcoordinate
ε		Lastverteilungsfaktor
α		Berührungswinkel
δ_a	[mm]	axiale Verschiebung der Lagermitte
δ_{\max}	[mm]	Zusammendrückung des am höchsten belasteten Wälzkörpers
e^*		die Weibullsche Derivierte
$uml.$		Index für umlaufenden Lagerring
$fst.$		Index für feststehenden Lagerring

Dr. László VARGA } 1502 Budapest, Postfach 91, Ungarn
László MOLNÁR }