EINIGE ANWENDUNGEN DER NETZWERKTECHNIK IM STADTVERKEHR

Von

G. Gyulai

Lehrstuhl für Verkehrsbetriebswesen Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 28. Dezember 1969)

Vorgelegt von Prof. Dr. I. Turányi

Durch die Operationsforschung werden im Interesse der optimalen Entscheidung die Probleme der Tätigkeit und Struktur eines ökonomischen oder anderen Systems mit wissenschaftlichen Mitteln, am häufigsten mit Hilfe von analogen mathematischen Modellen untersucht. Selbstverständlich wird für das Verkehrsnetz die auf den Begriffen und Gesetzmäßigkeiten der Theorie der Graphen ruhende netzwerktechnische Methode als topologisches Modell oft angewandt und leistet bei den Planungsschritten des städtischen Massenverkehrsvorgangs bis zur Planung der Linienführung mit ihren zahlreichen Methoden eine wertvolle Hilfe. Topologische Modelle lassen sich nicht nur in den geographischen Netzen anwenden, sondern auch in verwickelten Organisationsprozessen; so z. B. wieder auf dem Gebiet des Verkehrs im Verkehrsbauwesen oder für organisatorische Fragen.

Eine der bekanntesten Anwendungen der Theorie der Graphen wird durch die sich der gerichteten Graphen bedienenden, zahlreichen Verfahren der Netzwerkplanung dargestellt. Das *Netzwerk* ist eine graphische Darstellung des Forschungs- und Entwicklungsplanes oder einer ähnlichen Aufgabe, die die Zusammenhänge zur Durchführung des Vorgangs, zum Erreichen des Zieles der Strömung erforderlichen Tätigkeiten zeigt, wobei ihr mathematischer Inhalt die das Minimum der Zeitsummen enthaltende oder auf die maximale Leistungsfähigkeit hinweisende Zielfunktion (mit den Bedingungen) ist. Nach dieser Methode arbeiten die *netzwerktechnischen* Verfahren [1], für die die methodologische Grundlage im Rahmen der Operationsforschung durch das Modell der Graphen gebildet wird.

Die Diagramme der Netzwerktechnik lassen sich überall gut *anwenden*, wo es sich um Aufgaben in Verbindung mit der Durchlaufzeit handelt oder wo zahlreiche Tätigkeiten zu koordinieren sind, wie

a) Leitungs- und Kontrollvorgänge sowie Entscheidungen

b) Planung und Überprüfung von Plänen

c) Ausarbeitung von Programmen (Rechenanlagen, Kostensenkung)

d) Forschung, technische Entwicklung

e) Geschäftsführungs- und Produktionsorganisation (ERALL), Koordination

f) Vorbereitung, Entwurf und Organisation der Investition und des Bauvorhabens

g) Optimierung von Investition, Zeit, Ressourcen, Kosten

h) Verkehrsnetzbelastungen und Linienführung

i) Transportallokationen

j) Planung eines Stadt- oder Bezirksnetzes

k) Vergleich von Varianten und Analyse der Strömungen usw.

Verkehrsnetz wird ein endlicher, vollständiger und zusammenhängender Graph genannt, in dem jede Kante mit einem Aufwendungskennwert »*c*« versehen ist, wobei das Transportnetz im Sinne der kombinatorischen Topologie einen Graphen bildet, dessen Knotenpunkte die Knotenpunkte des Netzes und dessen Kanten die Verbindungsstreckenabschnitte sind. Nach dem Begriff der Theorie der Graphen werden die Kantenlängen des Netzwerkes als Teilgraphen in Form des »Weges« gruppiert, wobei die gesuchten, als optimal bezeichneten Wegstrecken zuerst einen um den Zielpunkt gruppierten »Verkehrsbaum« bilden, sodann wird dieser u. U. für mehrere oder sämtliche Punkte des Netzes — wurzelartig — konstruiert [2]. Der Graph ist meistens eben, er kann gerichtet oder nicht gerichtet sein, und seine Anwendung für den Verkehr läßt sich nach folgenden *Hauptgebieten* behandeln:

1. Ermittlung von Strömen mit einem gegebenen Wert bei minimaler »Aufwendung«
2. dazu Ermittlung von analogen Modellen aufgrund von Postulaten
3. Ermittlung des maximalen Stromes innerhalb der Kapazitätsgrenzen der Linienstrecken
4. Anwendung von Allokationsmodellen und von Hamilton-Wegen
5. schließlich kleinere Partitionsaufgaben.

Die *Schritte der Prozeßplanung* im städtischen (Nah-) Massenverkehr sollen folgendermaßen systematisiert werden:

I. Generierung von Fahrgastströmen zwischen den Knotenpunkten des Graphen

II. Angabe von Aufwendungskennwerten pro Linienstrecke und Ermittlung vorläufig einer einzigen, als »optimal« bezeichneten Wegstrecke

III. Verteilung der Strömungen und Berücksichtigung der Kapazitätsbeschränkungen

IV. Entwurf auf dieser Grundlage der direkten Linien

V. Zuordnung von Endhaltestellen, Personal und Fahrzeugen

VI. schließlich die Fahrplanbildung.

Bei der Behandlung nach den angeführten Abschnitten der Theorie der Graphen sollen diese Schritte der Massenverkehrsplanung immer berücksichtigt werden.

1. Ströme mit minimaler Aufwendung im Graphen

In diesem Punkte soll einstweilen bei der Ermittlung der einzigen optimalen Wegstrecke zuerst die Wegstrecke zwischen je zwei Punkten *mit einem minimalen Zeitaufwand* — die meiner Ansicht nach unrichtig die optimale genannt wird — bestimmt werden. In Punkt 14 soll dann die Berücksichtigung der Folgen der Zeitersparnis vorgeschlagen werden, weil man so zur tatsächlih optimalen Entscheidung gelangt, im nächsten Punkt wird dann diese einzige optimale Strömung zwischen den parallelen, alternativen Linien verteilt werden.

11. Dazu müssen zwischen den Knoten des Graphen zuerst *Fahrgastströme generiert werden*, d. h. es sind in den Knotenpunkten des Graphen die Emissionen und Bestimmungen, mit anderen Worten die Zahlen der abfahrenden und ankommenden Fahrgäste zu ermitteln. Das geschieht bei einem vorhandenen Verkehrsnetz durch eine Erhebung mit Befragung nach Quelle und Ziel (die wegen der großen Anzahl der Fragen in der Regel lediglich repräsentativ möglich ist) und durch die Wachstumsraten eines von dem gegenwärtigen Verkehr ausgehenden, z. B. des *Fratar*-Verfahrens, während für eine perspektivische Ermittlung die »Anziehungsmodelle« oder mikroökonomischen Modelle mit einem synthetischen Gedankengang herangezogen werden. Bei unseren soziologischen Erhebungen gelang es, zu diesen Parameterwerte festzusetzen [3].

12. Darauffolgend sind an den die »Tätigkeiten« bedeutenden Kanten des Graphen, d. h. an den Streckenabschnitten des Netzes, die Aufwendungskennwerte »c« zu vermerken. Diese *Aufwendungskennwerte* können Entfernungen, Energieverbrauch, Kosten oder dem Ortsveränderungscharakter des Verkehrs entsprechend, zweckmäßigerweise — aufgrund des *Vandorf*-Prinzips — Reisezeiten darstellen. Als Reisezeit wird die Summe aus der die Beschleunigungs- und Verzögerungs Zusatzzeiten enthaltenden Fahrzeit und aus den Aufenthaltszeiten in den Haltestellen sowie den Wartezeiten bezeichnet. Statt eines einzigen Durchschnittswertes soll jedoch angenommen werden, daß sich die Reisezeit und ihre Komponenten mit einer Normalverteilung annähern lassen, ein derartiges Verhalten der Komponenten konnte nämlich mit einer chi^2-Probe nachgewiesen werden. Die Wahl der Wegstrecke wird jedoch auch durch psychologische und wirtschaftliche Faktoren beeinflußt; beschäftigen wir uns erst mit dem ersteren Gebiet, das — der Arbeitspsychologie gegenüber — als Fahrgastpsychologie bezeichnet werden soll [3].

Durch die Assoziation wird die Frage beantwortet, warum und welches Erinnerungsbild sich im Gedächtnis einstellt, welchen Selektionsfaktor die persönliche Stimmung darstellt, da die Emotion fähig ist, tief eingewurzelte Hemmungen zu lösen, in schlechter Stimmung auch geringfügige Unannehmlichkeiten gewichtig erscheinen und all das *die Erwartungen des Einzelnen in* *bezug auf seine Ansprüche und sein Herangehen an die Wertung der Ergebnisse bestimmt.* Mit Hilfe von zahlreichen Messungen und nach der Korrelationsmethode stellte ich fest, daß, wenn man Eile hat usw., die Wartezeit für dreimal solang geschätzt wird; um die mathematischen Ergebnisse mit der Fahrgastpsychologie in Einklang zu bringen, schlage ich vor, auf günstigen Streckenabschnitten die Reisezeit mit einem Multiplikator unter eins zu vermindern, im ungünstigen Falle zu erhöhen. Bei der Wahl der Wegstrecke sind die mangelhaften Kenntnisse oder die ungenügende Aufmerksamkeit subjektiver Natur, und in der erwähnten Normalverteilung sind die Fehlwahlen enthalten. Schließlich wird es richtig sein, auch die Mehrzeiten für das Umsteigen, das Durchfahren von Knotenpunkten, ja sogar für die regelmäßigen Verkehrsstauungen, statt der Streckenabschnitte, in den Knotenpunkten zu berücksichtigen, wobei die Unbequemlichkeit des Umsteigens von Sándor Patz mit einem Zeitgleichwert von 2 Minuten eingerechnet wird.

13. Nun folgt auf dieser Grundlage die Ermittlung der sogenannten optimalen Wegstrecke zwischen je 2 Knoten, die richtiger: *Linie mit minimalem Zeitbedarf* genannt werden sollte, da — wie wir es sehen werden — in der Bildung des endgültigen, wirklichen Optimums auch die Kosten mitspielen. Die Kosten werden durch die Beschleunigung gewiß erhöht und eine gemeinsame, optimale Entscheidung ist durch die *gleichzeitige* Erwägung der Vor- und Nachteile anzustreben. Diese Frage ist dem nach dem CPM-Verfahren gelösten Problem des kritischen Weges verwandt, wo jedoch die Summe der Abschnitte mit dem maximalen Zeitbedarf als für die Durchlaufzeit maßgebend betrachtet wird, wobei diese selbstverständlich durch eine geschickte Organisation auf das unbedingt notwendige Maß herabgesetzt werden [4]. Bei der stochastischen Variante der CPM bedient man sich der Beta-Verteilung der Zeitabschätzung, während sich die Reisezeit und Fahrzeit durch eine Normalverteilung annähern lassen und mit einer chi^2-Probe in erforderlicher Weise bestätigt werden [5].

Von den netzwerktechnischen Verfahren zur Ermittlung der Wegstrecke mit dem geringsten Zeitbedarf scheint das *Moorsche* das zweckmäßigste in der Anwendung zu sein; ein Verfahren, das mit einem ähnlichen Gedankengang sowohl in einer tabellarischen Übersichtsform nach KÖRÖNDI [6], als auch in Form einer Matrix nach HASSE herangezogen werden kann. Die Zielfunktion ist das Minimum des Produktes aus der Fahrgastzahl und dem Zeitbedarf, unter den Bedingungen von lediglich positiven Strömungen und Kapazitätsgrenzen.

Die optimalen Wege $i \rightarrow k$ von dem Knotenpunkt i zu einem beliebigen Knotenpunkt k können mit der Zahl der Knotenpunkte angegeben werden, über die der optimale Weg führt. Die Zahlenfolge der zur Kennzeichnung erforderlichen Knotenpunkte läßt sich jedoch herabsetzen, wenn lediglich die Zahlen der G_{ik} »Antipunkte«, d. h. immer die Zahlen der Anfangsknotenpunkte der *letzten* Teilstrecken registriert werden, wobei sich aus den Antipunkten die Knotenpunkt-Reihenfolge der optimalen Verbindungen nach rückwärts konstruieren läßt. Besteht keine direkte Verbindung zwischen zwei Zwischenknotenpunkten l und m, wird diese Tatsache mit dem Symbol $a_{lm} = \infty$ bzw. in der Rechenanlage mit der größten M Zahl ausgedrückt. Das Optimum-

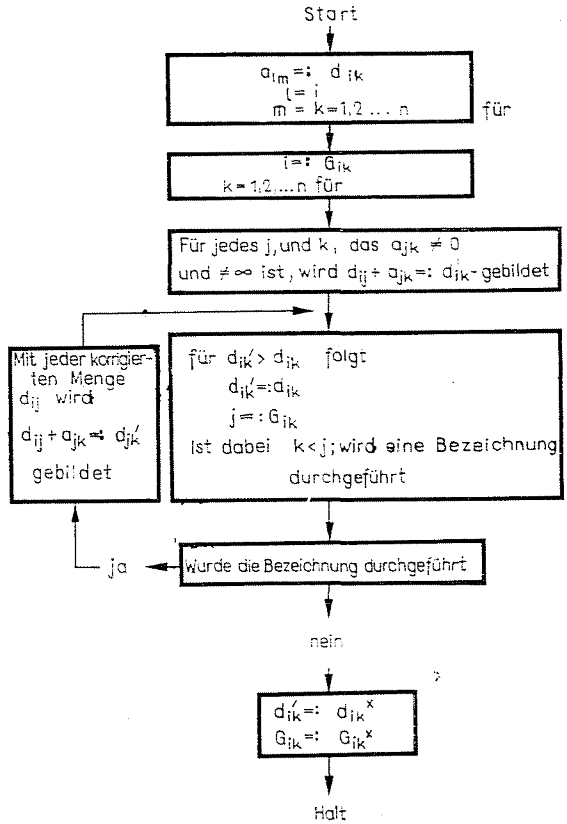

Abb. 1. Bestimmung des optimalen i-kWeges

kriterium besteht also darin, daß sich der gesuchte günstige $i \rightarrow k$ Weg aus den direkten Verbindungen, aus den Teilwegen so zusammensetzt, daß die Summe d_{ik} der aus den Zeitwerten der Teilwege summierten Indexzahlen minimal sei. Im Falle von zahlreichen Abschnitten empfiehlt es sich, jeden für einen Abschnitt maßgebenden a_{lm}-Wert in einer sog. »Aufwendungsmatrix« zusammen zu stellen. Der Gedankengang für die Ermittlung von optimalen Wegen ist in Abb. 1 schematisch dargestellt [7], das in Abb. 2a angegebene Beispiel wird im weiteren auch zahlenmäßig kurz ausgearbeitet.

Aus dem »Wurzelpunkt« des Baumes, d. h. aus dem gemeinsamen Zielpunkt $i = 2$ sämtlicher optimaler Wegstrecken ausgehend wird zu jedem Nachbarpunkt die Zeitdauer festgelegt. Sodann werden die vom Nachbarpunkt mit dem kleinsten Index [1] zu den Nachbarn des letzteren [2, 3, 4] gegebenen Zeiten mit der vorigen Zeit addiert und nachgeprüft, ob man nicht eine geringere Gesamtzeit erhält als die bisher registrierte; in bejahendem Falle wird eine Korrektion durchgeführt und im weiteren, die neuere, kleinere Zeitdauer (d') mit dem Anfangsindex G der letzten Teilstrecke registriert. Nach Beendigung kann über diese, als Antipunkte, auf die als optimal bezeichnete Weglinie zurückgeschlossen werden.

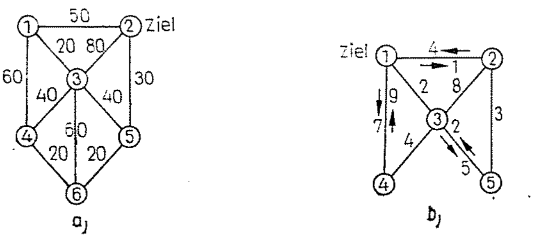

Abb. 2. Beispiele für die Ermittlung des optimalen Weges

Im angeführten Beispiel ergibt sich aus dem Knotenpunkt 2 in Richtung von Punkt 1 mit der kleinsten Kennzahl ausgehend $a_{21} = 50 = d_{21}$. Zu diesem Element werden nacheinander die Elemente $a_{12} = 50$ $(k = 2)$, $a_{13} = 20$ $(k = 3)$ und a_{14} hinzugegeben und die Ergebnisse sind mit den aus Punkt 2 ausgehenden, den Punkt 1 nicht berührenden Summen d_{22}, d_{23}, d_{24} zu vergleichen.

$$d_{22} = d_{21} + a_{12} = 50 + 50 = 100 > d_{22} = 0, \text{ bleibt } 0$$
$$d'_{23} = d_{21} + a_{13} = 50 + 20 = 70 < d_{23} = 80, \text{ auf } 70 \text{ zu korrigieren}$$
$$d'_{24} = d_{21} + a_{14} = 50 + 60 = 100 < d_{24} = M, \text{ auf } 110 \text{ zu korrigieren}$$

Nachfolgend werden die Entfernungen (oder Streckenzeiten) von Punkt 3 ausgehend in Richtung von 1, 2, 4, 5, 6 aufgerollt, wodurch die vorhin erhaltenen Entfernungen verbessert werden, sollte sich eine von diesen kleiner ergeben haben. Dann wird von 4 ausgehend in Richtung 1, 3, 6 fortgesetzt usw.

Nach Abwicklung sämtlicher d_{2k}-Elemente ist die Berechnung des aus dem Knotenpunkt $i = 2$ zu sämtlichen anderen Knotenpunkten führenden optimalen Weges beendet. Durch Sammlung der verbesserten, abgewickelten Entfernungen ergibt sich als Endzustand:

$$d^*_{21} = 50, d^*_{22} = 0, d^*_{23} = 70, d^*_{24} = 110, d^*_{25} = 30 \text{ und } d^*_{26} = 120.$$

Aufgrund einer Reihenanordnung der Anti-Knotenpunkte lassen sich also die vom Knotenpunkt $i = 2$ in Richtung sämtlicher anderer Knotenpunkte ausgehenden, optimalen Wege ablesen. Der optimale Weg von Knotenpunkt $i = 2$ zum Knotenpunkt $k = 4$ wird z. B. wie folgt gekennzeichnet: $4 \leftarrow 1 \leftarrow 2$.

Von HASSE [8] wird bei der Matrixrechnung im Sinne der die Streckenelemente a_{lm} enthaltenden Abb. 2b die nicht symmetrische Matrix mit sich selbst derart kombiniert, daß das Element c_{lm} folgende Form annimmt:

$$c_{lm} = \min_j (a_{lj} + a_{jm}), \quad j = 1 \ldots n.$$

Damit ergeben sich die Anfangs- und die Schlußmatrix mit der Indexbezeichnung der günstigen Wegstrecke.

Tabelle 1

Matrizen zur Hasseschen Methode

$$A_1 = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 2 & 7 & M \\ 2 & 4 & 0 & 8 & M & 3 \\ 3 & 2 & 8 & 0 & 4 & 5 \\ 4 & 9 & M & 4 & 0 & M \\ 5 & M & 3 & 2 & M & 0 \end{array} \qquad A_3 = \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 6_3 & 4_2 \\ 4 & 0 & 5_5 & 9_{53} & 3 \\ 2 & 3_1 & 0 & 4 & 5 \\ 6_3 & 7_{31} & 4 & 0 & 9_3 \\ 4_3 & 3 & 2 & 6_3 & 0 \end{array}$$

Auch das Rechenverfahren der CPM mit Matrixtabellen wurde verwertet, indem von den zu einem gewissen Punkte führenden Wegen nicht mit dem höchsten, sondern immer mit dem *kleinsten* Werte weitergearbeitet wurde. Es soll hier noch auf den Algorithmus von SOLLIN [9] hingewiesen werden.

14. Es darf jedoch keine Zeitersparnis um jeden Preis, bei ernstlicher Kostenerhöhung gefordert werden; ein Fall, der dann eintritt, wenn die Reisezeit auf der kürzeren Wegstrecke (z. B. im Stadtzentrum) wegen der Verkehrstauungen eine längere Zeit in Anspruch nimmt. Es läßt sich annehmen, daß vom Großteil der Fahrgäste, unter Berücksichtigung sämtlicher Belange, in einer komplexen Anschauung die günstigste Wegstrecke gewählt wird, besonders wenn — auf volkswirtschaftlicher Ebene — auch die *finanziellen Lasten* auf die Beanspruchcr der Leistung abgewälzt werden. Wo könnten gegenüber den höheren Betriebskosten eines Mehrweges Einsparungen gemacht werden? Die Vor- und Nachteile von zwei Wegstreckenvarianten werden unten tabellarisch gezeigt [10]:

	Wegstrecke 1	Wegstrecke 2
Linienlänge h	kürzer	länger
Reisezeit t	länger	kürzer
Geschwindigkeit s in m/sec	kleiner	größer
I. Amortisation Fahrzeug	größer	kleiner (wegen t)
II. Amortisation Gleis	kleiner	größer (wegen Länge)
III. Arbeits- und Betriebskosten:		
aus der Länge	kleiner	größer (wegen h)
aus Energieverlust	größer	kleiner (wegen Reisegesch.)

Bis jetzt erhielt man das Betriebsergebnis summiert, dann

IV. die Fahrgaststundenaufwendung hinzugesetzt	die größer	kleiner (wegen t)

ist, erhält man den summierten Wert auf volkswirtschaftlicher Ebene.

I. Bei einer kürzeren Reisezeit t_2, doch auf einer längeren Wegstrecke h_2 ist der Anteil aus Fahrzeugamortisation und Personallohn je beförderter Fahrgast kleiner, doch II. sind die Amortisations- und Erhaltungskosten eines längeren Gleises höher. III. In der Energiekostengestaltung machen sich zwei gegensätzliche Wirkungen geltend: durch eine Verlängerung der Wegstrecke werden diese Kosten zweifellos erhöht, doch können diese Mehrkosten durch die Wirkung vieler Anfahrten und Verzögerungsabschnitte u. U. vollkommen ausgeglichen werden. IV. Auf volkswirtschaftlicher Ebene spricht bei den Fahrgästen der Forint-Gleichwert der Zeitersparnis für die Wegstrecke h_2 und schließlich erweist es sich dann als wirtschaftlich, sich für die längere Wegstrecke zu entscheiden, wenn die Kostendifferenz zu Lasten des Abschnittes h_2: II $\pm$ III — I — IV < 0 ist. *Das ist das wirtschaftliche Optimumkriterium der Wegstreckenwahl.*

Wurden die Teilstreckenzeiten nach Normalverteilung angegeben, so sind die voraussichtlichen Werte mit den Quadratstreuungen zu addieren und auf dieser Grundlage ergibt sich die Umlaufzeit lediglich mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit, zwischen gewissen Fehlergrenzen. Der Vorteil dieses hier vorgeschlagenen »direkten« Verfahrens besteht darin — selbstverständlich unter der Voraussetzung, daß erst sämtliche Störungen innerer Herkunft behoben wurden —, daß es bei einer großen Anzahl von Messungen die wesentlichen Einwirkungen ganz sicher enthält, und daß die Fehlergrenze mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit festgelegt werden kann.

2. Verteilung der Fahrgäste auf die alternativen Linien

Im Vorstehenden wurde eine einzige optimale Wegstrecke bestimmt; nicht von jedem Fahrgast wird jedoch die aufgrund der Zeitdauer oder einer komplexen Wirtschaftlichkeitsentscheidung günstigste Wegstrecke gewählt, sondern die Wahl weist wegen des über die Reduktionswerte der Aufwendungskennzahlen im fahrgastpsychologischen Teil Vorgetragenen: eine aus Wahlfehlern herrührende Streuung nach einem die Normalverteilung annähernden oder einem anderen Gesetz auf.

Die zwei untenstehenden *Postulate* aus der Theorie der Graphen beweisen, daß sich zur Charakterisierung der Streuung einer Strömung um die optimale Wegstrecke das aus der Physik bekannte, zweite Kirchhoffsche Gesetz als analoges Modell verwerten läßt, doch zur Dämpfung der Wirkung des »Widerstandes« (= Teilstreckenzeit als entscheidender Faktor) mit einem Exponenten von 6 bis 10, was sich durch die Beobachtung des Verhaltens der Fahrgäste beweisen ließ. Auch das entspricht den Erfahrungen — und kann auch zahlenmäßig wahrscheinlich gemacht werden —, daß es sich nicht lohne, die Verteilung auf mehr als 3 Wegstrecken zu berechnen.

I. Spitzenpostulat. Bei einer beliebigen Spitze ist die algebraische Summe der den zur *Spitze* gehörigen Kanten zugeordneten Veränderlichen erster Art gleich Null. Der Ausdruck algebraische Summe bedeutet, daß die vorkommenden Veränderlichen erster Art als Summande bzw. Subtrahende zu berücksichtigen sind, je nach dem, ob die das entsprechende Element darstellende Kante positiv oder negativ auf der untersuchten Spitze sitzt. Für elektrische Netze ist dieses Postulat als I. Kirchhoffsches Gesetz bekannt.

II. Kreispostulat. Die algebraische Summe der den *Kanten* eines beliebigen Kreises zugeordneten Veränderlichen zweiter Art ist gleich 0. In diesem Falle wird angenommen, daß der Kreis orientiert wurde, und daß die einzelnen Veränderlichen zweiter Art als Summande bzw. Subtrahende vorkommen, je nach dem, ob die entsprechende Kantenorientierung der Elemente mit der Orientierung des Kreises übereinstimmt, oder nicht. Wird ein elektrisches Netz betrachtet, so läßt sich in diesem Postulat das *zweite Kirchhoffsche Gesetz* leicht erkennen [2].

Die Verteilung zwischen parallelen Wegstrecken und die Wirkung der Einflußfaktoren sollen am Beispiel der *neuen Wohnsiedlung Rákospalota* im Bau gezeigt werden. Es seien als Ausgang 14 000 Wohnungen angenommen, daraus ergeben sich aufgrund der erwähnten soziologischen Erhebung bei je 4 Bewohnern und mit den Reduktionsfaktoren 69 000 Fahrten pro Tag, in Richtung des Bereiches 633 (Kaserne »Bajcsy-Zsilinszky«) 4960 Fahrgäste. Die optimale Wegstrecke ergibt sich mit einer Reisezeit von $t_0 = 30$ Min über die Nagy-Lajos-Király-Straße. Es stellt sich die Frage, wie sich diese für eine einzige optimale Wegstrecke ermittelte Fahrgastzahl zwischen den möglichen Alternativen verteilen würde, d. h. welcher Anteil auf der Kerepesi-Straße verbleiben und die Untergrundbahn benutzen würde?

$$U \frac{\frac{1}{t_0^6}}{\sum \frac{1}{t_i^6}} = 4960 \cdot \frac{\frac{1}{30^6}}{\frac{1}{30^6} + \frac{1}{34^6} + \frac{1}{35^6} + \frac{1}{58^6}} = 2580 \text{ Fahrgäste} (52\%).$$

Würde die direkte Straßenbahnlinie aus Rákospalota nicht zur Fehér-Straße, sondern zum Ostbahnhof geführt werden, so würde sich die Fahrgastzahl in

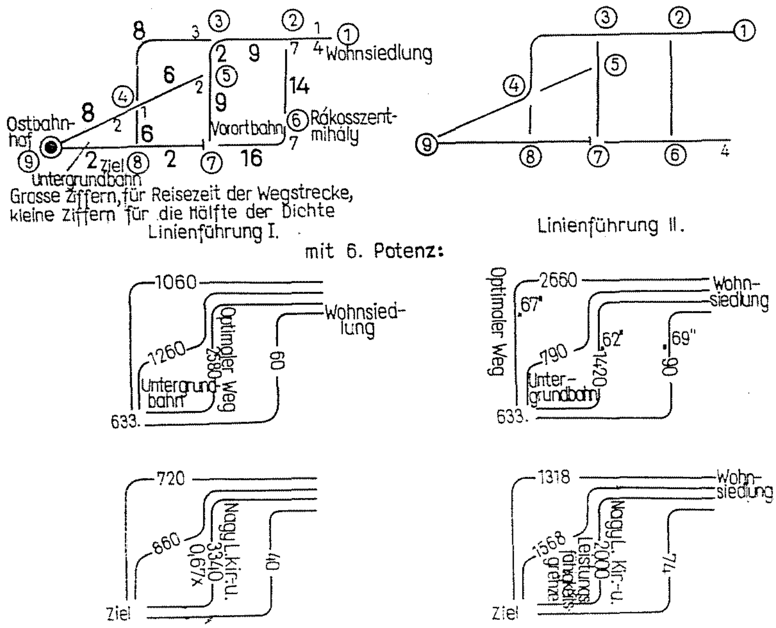

Abb. 3. Fahrgastverteilung aus verschiedenen Gründen

Richtung der Fehér-Straße und über diese wegen des Umsteigens (Straßenbahnlinie 67, Linienführung II) auf 1420 (26%) vermindern. Würde wegen der östlich von der Nagy-Lajos-Király-Straße errichteten Wohnsiedlung die Wegstrecke derart modernisiert (Läden, Beleuchtung usw.), daß die Zeitdauer einen psychologischen Multiplikator 0,67 erhielte, so würde der Anteil der Untergrundbahn auf 67% ansteigen. Schließlich müßte auf der Nagy-Lajos-Király-Straße wegen der Erbauung einer anderen Wohnsiedlung eine Beschränkung eingeführt werden, daß sie aus Rákospalota statt der erwähnten 2580 Fahrgäste lediglich 2000 aufnehmen dürfe; nach einer wiederholten Verteilung würden die restlichen 580 Fahrgäste (mit Ausnahme von 14) auf die O-Buslinie 75 wandern, ein Umstand, der offenbar unerwünscht ist. Die Skizzen in Abb. 3 zeigen die Alternativen, die derart berechnet wurden, daß beim

Umsteigen die Hälfte der Verkehrsdichte und 2 Minuten Mühe-Gleichwert angesetzt wurden; die Hälfte der Verkehrsdichte ist neben dem Streckenabschnitt mit einer einfachen, dünn geschriebenen Zahl angegeben.

3. Die »Belastung« der Streckenabschnitte und Kapazitätsuntersuchung

Die Streckenabschnitte werden mit den Strömungen mit den günstigsten Wegstrecken zwischen je 2 Punkten und deren parallelen Verteilungen *belastet* und für jeden Streckenabschnitt summiert. Die Zielfunktionen und Bedingun-

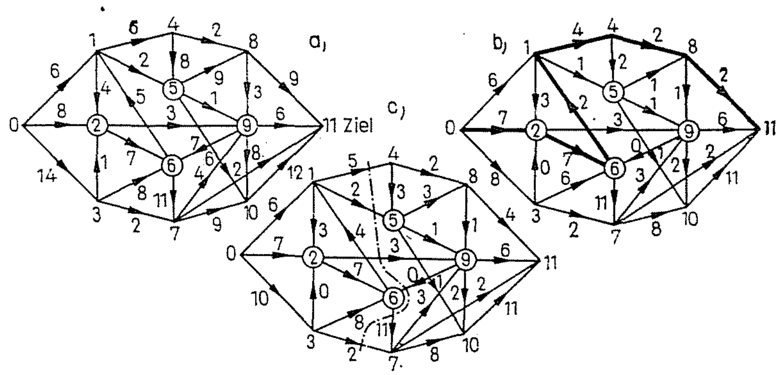

Abb. 4. Ford-Fulkersonscher Algorithmus

gen der linearen Programmierung sind ohne Beschränkung und bei Leistungsbeschränkung wie folgt:

$$
\begin{array}{llll}
\Sigma c_{ij}\, x_{ij} \to \min & c \text{ Aufwendungskennwert}, & & i = 1 \ldots m \\
\Sigma x_{ij} = a_i \text{ Emission}, & x \text{ Menge}, & & j = 1 \ldots n \\
\Sigma x_{ij} = b_j \text{ Bedarf}, & a > 0 & & \\
 & b > 0 & & \\
\Sigma a_i = \Sigma b_j & x_{ij} > 0 & & \\
 & & & 0 \leqq x_{1m} \leqq d_{ij} \quad (11).
\end{array}
$$

31. Anhand des *Fuld—Fulkerson*schen Algorithmus [9] — als netzwerktechnisches Modell — erhält man die *maximale Strömung* durch das Netz. In Abb. 4a geben die neben die Pfeile der Kanten geschriebenen Zahlen die entsprechenden Kapazitäten an. In diesem Beispiel stellen die Spitze 0 den Anfangspunkt und die Spitze 11 den Endpunkt dar.

Es wird eine Strömung bei der Spitze 0 eingetragen, die sich derart von Spitze zu Spitze weiterverbreitet, daß sie in jeder Spitze ihre Eigenschaft beibehält. So erhält man in Spitze 1: $6 + 1 = 3 + 1 + 3$. Eine Strömung wird als vollständig bezeichnet, wenn auf sämtlichen vom Anfangspunkt zum Endpunkt führenden Wegen wenigstens eine gesättigte Kante vorhanden ist. Um eine vollständige Strömung zu erhalten, genügt es, den aus nicht gesättigten Kanten bestehenden Graphen zu untersuchen. Ist die Strömung unvollständig, so gibt es einen derartigen Weg in diesem Graphen vom Anfangspunkt bis zum Endpunkt. Die Strömung dieses Weges wird mit je einer Einheit solang vergrößert, bis wenigstens eine der Kanten die Sättigung erreicht. Dieses Vorgehen wird solange fortgesetzt, bis wir auf jedem Wege wenigstens eine gesättigte Kante haben. Die gesättigten Kanten in Abb. 4b sind 0—1, 2—11, 3—7—11, 5—9 und 6—7; dann wird aus 0 zu 11 ein Weg gesucht, der über keine gesättigten Kanten geht. Es findet sich ein solcher: dieser ist der dick ausgezogene Weg 0—2—6—1—4—8—11; die Strömung, die über jede Kante dieses Weges geht, wird um die Einheit vergrößert, damit werden die Kanten 2—6 und 4—8 gesättigt. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis wir Abb. 4c erhalten, wo sich vom Anfangspunkt bis zum Endpunkt nunmehr kein Weg finden läßt, der nicht über gesättigte Kanten ginge. So erhält man eine vollständige Strömung.

32. Würde auf einen Streckenabschnitt eine Fahrgastzahl *über ihre Leistungfähigkeit* entfallen, so wird diese Strecke mit der ihrer Leistungsfähigkeit entsprechenden Fahrgastzahl belastet und aus dem Netz ausgeschaltet, während der Rest, die überschüssige Fahrgastzahl, in der bereits bekannten Weise auf das Netz wieder verteilt wird. Auf die zahlenmäßige Durchführung wurde am Beispiel der Nagy-Lajos-Király-Straße (Abschnitt 2) — unter Anwendung der linearen Programmierung, der Distributivmethode — bereits hingewiesen.

Die Kosten der Wagenbeistellung unter Berücksichtigung der Stehzeiten und verzögerter Befriedigung der Bedürfnisse wird mit Hilfe der dyn. Programmierung, die Ermittlung der optimalen Emission der Quellen durch quadratische Programmierung gelöst; während bei einer die Leistungsfähigkeit des Netzes optimal ausnutzenden Strömungsverteilung die einzelnen Wegstrecken im Verhältnis ihrer Leistungsfähigkeiten ausgenutzt werden [11].

4. Zu Allokations- und linearer Programmierung führende Fragen

Die bis jetzt berührten Schritte der Prozeßplanung im Massenverkehr dienten eigentlich zur Planung der einzusetzenden Linien, nun folgt die Fahrplanbildung für die geplanten Linien. Von den bekannten Grundsätzen der Linienplanung ausgehend [3] und aufgrund von Größe und Richtung der Fahrgastzahlen sind die direkten Linien zu entwerfen.

Direkte Linien zu fordern stellt auch eine Frage der ökonomischen Wirksamkeit dar, denn auf allzu langen Linien ist die Störungswahrscheinlichkeit sehr groß — ein Umstand, der den Einsatz eines Reservewagens (I.) erfordert, — wobei sich auf gemeinsamen Streckenabschnitten langer Linien, selbst bei einem genauen Verkehr, ungleiche Folgezeiten — wegen der sogenannten »Noniuswirkung« — und eine unbefriedigende Ausnutzung (II.) ergeben. Zum Beispiel die Durchfahrtszeiten um

A	00	05	10	15	20	25	30	35	Min.
B	00	07	14		21	28		35	Min.

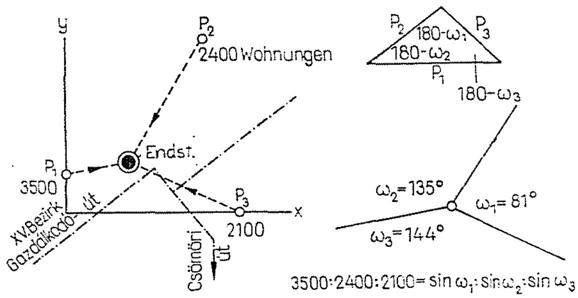

Abb. 5. Allokation der neuen Endhaltestelle in Rákospalota mit Hilfe des VIAL-Modells

Bei dem Zerteilen von Linien machen sich hingegen auch die Lasten der Endhaltestellen (III.) und aus dem Umsteigen (IV.) geltend. Nach dem derart *erweiterten Optimumkriterium der Linienführung* sind also die Linien dann zu teilen, wenn

$$\mathrm{I} + \mathrm{II} - \mathrm{III} - \mathrm{IV} \text{ größer als } 0 \text{ ist.}$$

Bei der Einführung des Umsteigens kann es vorkommen, daß sich die Reisezeit durch Mehraufwand an Zeit und Mühe derart verlängert, daß unter Umständen eine andere Wegstrecke günstiger wird. Deshalb mußte in Verbindung mit der optimalen Wegstrecke auch auf diese Frage näher eingegangen werden.

41. *Die Standortwahl für die Endhaltestellen* ist — ähnlich wie die eine Verminderung der Leerlaufkm anstrebende Standortwahl für einen Heimatbahnhof (Garage) — eine Allokationsfrage, die gewissermaßen das Umgekehrte des Transportproblems darstellt. Die Frage wird nach dem *VIAL-Modell* gelöst, wo die Minimalisierung durch die Gleichsetzung mit Null von partialen Differentialen durchgeführt wird. Als Beispiel soll wieder die Wohnsiedlung Újpalota (Abb. 5) dienen. Wo soll also die vorgesehene zentrale Straßenbahn-Endhaltestellte angeordnet werden? Angenommen, daß die Wohnsiedlung aus drei Wohnvierteln besteht, werden die Abstände zwischen den Schwerpunkten P_1 bis P_3 und der zu entwerfenden Endhaltestelle durch den auf ihre Koordinaten gegründeten Pythagoräischen Satz charakterisiert, womit eigentlich

die — gemäß der Einwohnerzahl P der einzelnen Bezirke gewogene — Minimalsumme der Fahrgastkm angestrebt wird.

$$V = p_1 \sqrt{(X-x_1)^3 + (Y-y_1)^2} + p_2 \sqrt{(X-x_2)^2 + (Y-y_2)^2} + \\ + p_3 \sqrt{(X-x_3)^3 + (Y-y_3)^3} \,.$$

Die graphische Lösung der Funktion aufgrund der partialen Differenzierung ergibt nach dem Auftragen der Einwohnerzahlen als Seiten des Dreiecks im Sinne des Sinussatzes die Ergänzungswinkel, wobei die entsprechenden Schenkel durch die Punkte P_i die Orte der Endhaltestellen ausschneiden. Es zeigt sich, daß die Endhaltestelle in einer Entfernung von 700 m von der Verlängerung der Straßenbahnlinie 67 auf der Erzsébet-Királyné-Straße und in einer Entfernung von 200 m von der Verlängerung der Linie 44 auf der Csömöri-Straße anzuordnen ist. Damit ist bewiesen, daß die wiederholte Forderung der Bewohner, die Linie 44 zu verlängern, gerechtfertigt sei.

42. Die Netzwerktechnik läßt sich also bei folgenden Fragen der Linienführung heranziehen: a) Linienführung mit einer minimalen Leistungssumme, b) die für die Linienanschlüsse günstigsten Abgangszeiten und c) ein Liniensystem mit der verhältnismäßig geringsten Menge von umsteigenden Fahrgästen. Alle Fälle führen zu einer linearen bzw. der letztere zu einer nicht linearen *Programmierung*, der Fall a) kann nach dem Modell des Transportproblems gelöst werden.

Nehmen wir z. B. ein Netz an, in dem aufgrund der Erhebungen von zwei Punkten (1 und 2) ausgehend, über einen 6 km langen gemeinsamen Streckenabschnitt nach vier Punkten (3—6) Fahrten unternommen werden, wobei die Zielsetzung eine Linienführung mit minimaler Gesamtleistung ist. Die Lösung ist lediglich mit fünf Linien möglich, von denen eine in die Aufwendungsmatrix eingetragen wurde, mit einer Gesamtleistung wie folgt:

$$13.12 + 1.13{,}5 + 8.15 + 11.18 + 5.19{,}5 = 585 \text{ Fahrgastkm.}$$

Endpunkte:	3	4	5	6	Abfahrende Fahrgäste
1	12^{13}	13.5	16,5	18	13
2	$13{,}5^{1}$	15^{8}	18^{11}	$19{,}5^{5}$	25
Ankunft	14	8	11	5	38

Die fahrplanmäßigen Belange zeigen sich in den Abzweigungsstellen der Linien sowie auf dem gemeinsamen Streckenabschnitt. Nach Rüger [8] ist auch das Problem vor allem nicht bei den Abfahrten von den Endhaltestellen zu erfassen, sondern es sind vielmehr die Reise-, Zugfolge und Aufenthaltszeiten (Wartezeit in den Endhaltestellen) in Form einer Gleichung für die einzelnen Zweige des Graphen in Beziehung zu bringen. Diese Gleichungen lassen sich aufgrund von solchen Graphen von großem Interesse anschreiben, nach denen je eine Linie den Knotenpunkt des Graphen darstellt und die diese verbindenden Kanten die Verbindungen der betreffenden Linien bedeuten. Bei einer T-förmigen Verbindung, wenn in sämtlichen Richtungen direkte Linien vorhanden sind, nimmt der Graph eine Dreieckform an.

43. Das Modell des »Handelsreisenden« ist keine Frage des Massenverkehrs, doch kommt sie im Stadtverkehr und im Verkehrsbetrieb vor und weist ebenfalls eine netzgebundene topologische Beziehung auf, zu deren Annäherung in der Theorie der Graphen die Minimalisierung der Hamilton-Wege geeignet ist. Nach den Begriffen der Theorie der Graphen wird ein solcher »Weg« als Hamiltonscher Weg bezeichnet, der sämtliche Spitzen des untersuchten, zusammenhängenden, endlichen Graphen einmal berührt; mit der sogenannten »lateinischen Multiplikation« wird dessen Minimum gesucht, d. h. es wird die Frage gestellt, wie alle gegebenen Punkte mit der geringsten Gesamtfahrt berührt werden können [2].

Als Beispiel diene ein Fünfeck mit der Orientierung im Uhrzeigersinn, wo auch die Punkte 1—3 und 2—5 direkt verbunden sind und die Punkte 3—4—5—1 Verbindungen in zwei Richtungen haben. Die im übertragenen Sinne lateinische Multiplikation genannte Multiplikation von Matrizen stellt eigentlich ihre Multiplikation mit sich selbst dar, ausgehend von der Matrix, die die direkten Verbindungen durch die zwei verbundenen Buchstaben bezeichnet. Wo bei der Multiplikation der regelmäßigen Zeile i mit der Spalte j unter den Faktoren der »Multiplikation« 0 vorkommt, wird auch das entsprechende Glied des Produkts gleich 0 sein, wo jedoch bei der Multiplikation durch Buchstaben bezeichnete Richtungen vorkommen, werden diese bei Weglassung des gemeinsamen Buchstaben zu einer Zahlengruppe verbunden und dieser Umstand stellt eine Verbindung dar. So wird weiter fortgeschritten zur Ver-

Tabelle 2

Beispiel für die lateinische Multiplikation

	Einstrecken-(Ausgangs) Matrix					Zweistreckenlinien					Dreistrecken-Wegrichtungen				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	0	12	13	0	15	0	0	2	35	2	0	0	54	$\left\{\begin{matrix}23\\25\end{matrix}\right.$	34
2	0	0	23	0	25	5	0	0	35	0	0	0	$\left\{\begin{matrix}51\\54\end{matrix}\right.$	0	34
3	0	0	0	34	0	0	0	0	0	4	45	0	0	0	0
4	0	0	43	0	45	5	0	0	0	0	0	51	51	0	0
5	51	0	0	54	0	0	1	14	0	0	0	0	12	13	0

bindung von einer wachsenden Zahl von Punkten und es ist nicht notwendig, sämtliche Permutationen zu überschauen, es ist lediglich die Gesamtlänge der so erhaltenen zu minimalisieren.

44. Von LURJE [12] werden im »Transportschema« sechs Regeln und graphische Verfahren zur Minimalisierung der Transportleistung angewandt. Diese sind die Elimination der Quer- sowie der sich kreuzenden Transporte, im Falle eines gemeinsamen Punktes die Unabhängigkeit der Kombinationen und die Methode der zirkulären Differenzen sowie die Kombination der Genannten. Nach der *zirkulären Methode* läßt es sich, ohne die Transportleistungen zu summieren, feststellen, daß wenn die Linienlänge (U) der »dominanten« Transportrichtung länger ist als die Summe der Kreisabschnitte in der anderen

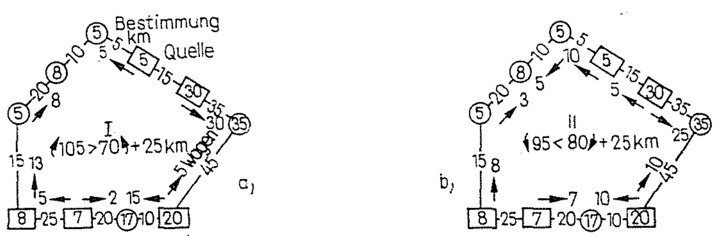

Abb. 6. Zirkuläre Methode

Richtung (M) und der Abschnitte ohne Transportleistung (Sz), $U > M + Sz$, dann sind in dem betreffenden »Zuordnungsschema« die Transporte in der der vorherrschenden entgegengesetzten Richtung solange einzelweise zu ändern, bis sich eine aktive Bilanz der abschnittweise erhaltenen Einsparungen und Verluste ergibt. Gehen wir in Abb. 6a aus dem 35 Wagen beanspruchenden Punkt aus, in den aus der Nachbarquelle 30 Wagen beigestellt werden, und auf diese Weise gehen wir den Kreis entlang weiter. In diesem Falle beträgt die Gesamtlänge der dominanten d. h. größeren Wagenbewegung im Uhrzeigersinn $10 + 25 + 15 + 20 + 35 = 105$, in der anderen Richtung nur $45 + 5 + 20 = 70$ und auf $15 + 10 = 25$ Kilometern gibt es überhaupt keine Bewegung. Da der Wert in der dominanten Richtung höher ist, $105 > 70 + 25$, ist es zweckmäßig, das Schema gegen den Uhrzeigersinn solange zu verändern, bis sich diese Ungleichheit umkehrt. Die zur Veränderung erforderliche Wagenzahl ist die minimale Wagenzahl im Schema [5]; so ergibt sich Abb. 6b, wo wir bereits $95 < 80 + 25$ haben.

5. Partition im Stadtverkehr

Der Abschnitt der Theorie der Graphen über die Partition, auf den abschließend nur hingewiesen werden soll, berührt sowohl den Verkehr als auch die Netzwerktechnik. Das Problem der Königsberger Brücken stellt ein *Kantenpartitions*modell dar: die einmalige Berührung der Brücken, einer nach der anderen, ist ähnlich dem Modell des Handelsreisenden: die Abdeckung eines Graphen, mit einer geschlossenen Kantenreihe von minimaler Zahl, ohne Wiederholungen. Der »Minimalbaum« stellt eigentlich die Gesamtheit der zu seinem Wurzelpunkt gehörenden optimalen Wege dar und läßt sich nach dem Indexreduktions- oder Ford-Fulkersonschen Prinzip lösen. Das Problem des Hamiltonschen Weges (und Kreises) wurde bereits im Abschnitt über die Allokation bei der Behandlung des Modells des Handelsreisenden gelöst.

Bei der *Partition von Spitzen* interessiert die Abgrenzung von unabhängigen Knotenpunkten durch Zerlegen auf Gruppen mit maximalem Bestand, die Verbindung der Punkte der Menge mit der außen verbliebenen Spitze, schließlich bei dem Umbau von Plätzen die Minimalisierung der Schnittpunkte in vollständigen Graphen. Die Zahl der Schnittpunkte beträgt, wenn die Zahl n der Punkte

$$\text{eine gerade Zahl ist: } \frac{n(n-2)^2 \cdot (n-4)}{48}$$

$$\text{eine ungerade Zahl ist: } \frac{(n-1) \cdot (n-3) \cdot (n^2-4n+1)}{48} .$$

$$\text{Ist } n = 6, \text{ dann gilt } M = \frac{6 \cdot 16 \cdot 2}{48} = 4 \text{ Punkte.}$$

Schrifttum

1. PAPP, O.: Anwendung der Methoden der Netzwerkprogrammierung (In ungarischer Sprache). Közgazdasági Kiadó, Budapest 1969.
2. BUSACKER, R. G.—SAATY, T. L.: Endliche Graphen und Netze (in ungarischer Sprache). Műszaki Kiadó, Budapest 1969.
3. GYULAI, G.: Die Rolle der Operationsforschung in der Planung des städtischen Massenverkehrs (in ungarischer Sprache). Közlekedéstudományi Szemle **19**, 533 (1969).
4. FÜGEDI, T.: Einführung in die Netzwerktechnik. MTI (Heft 4365) Budapest 1965.
5. GILICZE, É.—PÁLMAI, G.: Fahrplanbildung für den städtischen Massenverkehr (in ungarischer Sprache). Közlekedéstudományi Szemle **17**, 305 (1967).
6. KÖRÖNDI, G.: Untersuchung der Verkehrsbelastung eines Straßennetzes (in ungarischer Sprache). Közlekedéstudományi Szemle **16**, 129 (1966).
7. RICHTER, R.: Berechnung von optimalen Richtlinien ohne Kapazitätsbeschränkung (in ungarischer Sprache). Közlekedéstudományi Egyesület, Budapest 1964.
8. POTTHOFF, G.: Verkehrsströmungslehre »3«, Transpress, Berlin 1965.
9. KAUFMANN, A.: Methoden und Modelle der Operationsforschung II. (in ungarischer Sprache). Műszaki Kiadó, Budapest 1968.
10. GYULAI, G.: Zufallbestimmte Massenerscheinungen im Stadtverkehr. Periodica Polytechnica, M **12**, 395 (1969).
11. JÁNDY, G.: Operationsforschung für das Transportwesen und die Standortwahl (in ungarischer Sprache), Műszaki Kiadó, Budapest 1966.
12. NYEMČINOV, V. S.—LURJE, A. L.: Ermittlung der kürzesten Transportwege (in ungarischer Sprache). Közgazdasági Kiadó, Budapest 1962.

Zusammenfassung

Die Gesetzmäßigkeiten und Methoden der Theorie der Graphen lassen sich für Verkehrsnetze in besonders anschaulicher Weise verwenden. Dem kritischen Wege gegenüber wird im städtischen Massenverkehr zuerst die Ermittlung der Fahrten mit minimaler Reisezeit nach verschiedenen Methoden versucht, sodann gelangt Verfasser über einen ökonomischen Wirksamkeitsgedankengang auch in stochastischer Form zur optimalen Wegstrecke komplexer Deutung. Sodann werden mit Bezugnahme auf die Postulate der Theorie der Graphen die Strömungen in Alternativen unterteilt, mit den Kapazitätsbeschränkungen verglichen, mit linearer Programmierung wird die Linienführung festgelegt, für die mit Hilfe von Allokationsmodellen Endhaltestellen und Personal zugewiesen werden. Schließlich erörtert Verfasser die Modelle des optimalen Hamiltonschen Weges sowie der Kanten- und Spitzenpartition.

Dr. Géza GYULAI, Budapest XI., Schönherz Z. u. 25. Ungarn