

UNTERSUCHUNG EINER AUF EINE TEILWEISE IM GESCHLOSSENEN RAUM ROTIERENDE SCHEIBE WIRKENDEN AXIALEN KRAFT

Von

G. HALÁSZ

Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen Technische Universität Budapest
und

J. CSEMNICZKY

GANZ-MÁVAG Lokomotiv-, Waggon- und Maschinenfabrik, Budapest

(Eingegangen am 19. Februar 1970)

Vorgelegt von Prof. Dr. J. VARGA

1. Einleitung

Es ist bekannt, daß während des Betriebs strömungstechnischer Maschinen bedeutende axiale Kräfte am Laufrad wirken, deren Bestimmung mittels Messen oder Berechnung mit Bezug auf die Festigkeitsberechnung jener Lager und Wellen notwendig ist, welche diese Belastungen tragen. Die resultierende axiale Kraft wird entscheidend durch jene Druckverteilung beeinflusst, welche im das Laufrad umgebenden Raum entstehen. Dieser Raum wird wegen Winzigkeit einer seiner Dimensionen als Spalt gekennzeichnet. Für diese Spalte ist in überwiegender Mehrheit der Fälle gemeinsam kennzeichnend, daß sie durch eine ruhende und eine rotierende Scheibe begrenzt sind, ferner, daß durch die Spalte im allgemeinen radiale Durchströmungen entstehen. Im Rahmen dieser Abhandlung werden die experimentalen Untersuchungen der in solcher Spaltströmung entstehenden Druckverteilung und der resultierenden Kraft besprochen.

Die mit diesem Thema verknüpften literarischen Publikationen können in drei Gruppen eingeteilt werden.

Eine Gruppe der Abhandlungen befaßt sich mit dem Problemenkreis der axialen Kräfte aus dem Gesichtspunkt der unmittelbaren Praxis. Es wurden an fertigen Fabrikaten Axialkraftmessungen vorgenommen und die Resultate der Messungen sowie die der Berechnungen miteinander verglichen. Man bemühte sich, die Abweichungen der aus den Messungen auswertbaren empirischen Koeffizienten zu verringern [1, 2].

In der zweiten Gruppe der Abhandlungen wird die zwischen den ruhenden und rotierenden Scheiben entstehende Strömung ausführlich untersucht, die Wirkung der Randbedingungen und der Reynoldsschen Zahl analysiert [3, 4]. Diese Untersuchungen zielen nicht auf die Klärung des Entstehens der Axialkräfte ab, sondern bestreben die Lösung der Scheibenreibungs- und

anderer strömungstechnischer Probleme. Darum erstrecken sie sich weder auf die ausführliche Analyse der Druckverteilung, noch auf die Ausarbeitung rechnerischer Methoden. Ihre Resultate beziehen sich auf sich im geschlossenen Raum abspielende Vorgänge, wo keine radiale Durchströmung existiert.

Die dritte Gruppe der Abhandlungen [5] befaßt sich mit der experimentellen Untersuchung der in Spaltströmungen entstehenden Druckverteilung. Die grundlegende Voraussetzung der Abhandlungen ist die Gleichung (1), welche durch konstante Multiplikatoren erweitert wird. Deren Wert wird auf Grund von Messungen festgesetzt, mittels Regressionsanalyse der Druckverteilungskurven.

In dieser Abhandlung bemühen wir uns, mit Berücksichtigung der grundsätzlichen Resultate solche, auch in der Praxis anwendbare Zusammenhänge mitzuteilen, die die Bestimmung der auf die Scheiben wirkenden Axialkräfte sowie der durchströmenden Flüssigkeitsmengen ermöglichen.

Bezeichnungen

R	der äußere Radius der Scheibe
R_0	der innere Radius der Scheibe
Z	axiale Abmessung des Spaltes
$R_0 \leq r \leq R$	veränderlicher Radius
$\xi = R_0/R$	Radiusverhältnis
$\xi_r = r/R$	veränderliches Radiusverhältnis; $\xi \leq \xi_r \leq 1$
$\zeta = Z/R$	Spaltverhältnis
p	der Druck
$\Delta p = p(R) - p(R_0)$	maximale Druckdifferenz
$\Delta p(r) = p(R) - p(r)$	veränderliche Druckdifferenz, $0 \leq \Delta p(r) \leq \Delta p$
ω	Winkelgeschwindigkeit
ν	kinematische Viscosität
ρ	Dichte
g	Erdbeschleunigung
F	die axiale Kraft
Q	die durchströmende Flüssigkeitsmenge
$Re = R^2 \omega / \nu$	die Reynoldssche Zahl
$Eu = 8 \Delta p / \rho R^2 \omega^2$	die Eulersche Nummer
	die Durchflußzahl

Als Einleitung überblicken wir kurz den Grundgedanken der klassischen Berechnungsmethode [6], sodann zählen wir die Vernachlässigungen der Methode auf. Es soll in einem mit Flüssigkeit gefüllten geschlossenen Raum eine Scheibe mit einer Winkelgeschwindigkeit ω rotieren. Laut der Hypothese der klassischen Berechnungsmethode ist in der sich entfaltenden stationären Gleichgewichtslage die radiale Verteilung des auf die Scheibe wirkenden Drucks laut des Zusammenhangs (1) ein parabolischer.

$$p = \frac{\rho}{2} r^2 \omega_f^2 + K. \quad (1)$$

Die Integrationskonstante K ist durch einen längs eines Radius festgelegten Druckwert fixierbar, für die Flüssigkeitswinkelgeschwindigkeit ω_f pflegt man im allgemeinen die Hälfte der Winkelgeschwindigkeit der Scheibe zu wählen [6]:

$$\omega_f = \frac{\omega}{2} . \quad (2)$$

Den Ausdruck (1) auf der Oberfläche der Scheibe integriert, wird ein zur Berechnung der axialen Kraft geeigneter Zusammenhang erzielt.

Die Vernachlässigungen der geschilderten Methode sind die folgenden:

a) Bei radialer Durchströmung, die im Falle hydrodynamischer Dichtungselemente eine entscheidende Rolle spielt, weicht die Druckverteilung von der Parabole ab [5].

b) Bei der Strömung um eine im teilweise geschlossenen Raum rotierende Scheibe herum ist der Spalt offen, somit wird die am Rand herrschende Geschwindigkeitsverteilung durch die Geometrie, die auf die Spaltströmung aufgezwungene Druckdifferenz und die Wirkung sowie Rückwirkung der rotierenden Scheibe gemeinsam bestimmt. Zur Befriedigung dieser Randbedingungen ist die Gleichung (1) nicht geeignet.

c) Die Gleichung (1) leistet auch in dem Fall kein pünktliches Resultat, wenn keine aufgezwungene Strömung durch das System besteht und der Raum geschlossen ist. Es ist allbekannt, daß in Gleichgewichtslage eine Sekundärströmung entsteht [3], welche die parabolische Verteilung entstellt.

Mit Hilfe unserer Experimente wollten wir Angaben zur Klärung obiger Fragen gewinnen.

2. Meßmethode, Meßeinrichtungen

Zur Verrichtung der Experimente wurden an der Getriebeversuchsstelle sowie im Laboratorium für Wasserkraftmaschinen der GANZ-MÁVAG zwei Einrichtungen geschaffen.

Der Aufbau der Einrichtung I ist auf Abb. 1, die prinzipielle Anordnung des Meßkreises auf der Abbildung 2 sichtbar.

Die Arbeitsflüssigkeit war Öl, welches in den Sammelraum 1 des Gehäuses geleitet wurde. Aus diesem ausströmend füllte die Flüssigkeit den geschlossenen Gehäuseteil auf der rechten Seite, sowie den ringförmigen Raum auf der linken Seite, wo die Spaltströmung untersucht wurde, zwischen der Scheibe 2 und der Gehäusewand 3, aus. Zwecks Messung der radialen Druckverteilung wurden an sieben verschiedenen Durchmessern je zwei Druckmeßlöcher eingesetzt. Das zufolge der Druckdifferenzwirkung nach innen strömende Öl floß durch die Leitung 4 ab. Der Antrieb der Einrichtung erfolgte durch den Gleichstrom-Pendelmotor (Abb. 2), mit Dazwischenkuppeln des mehrstufigen Wechsel-

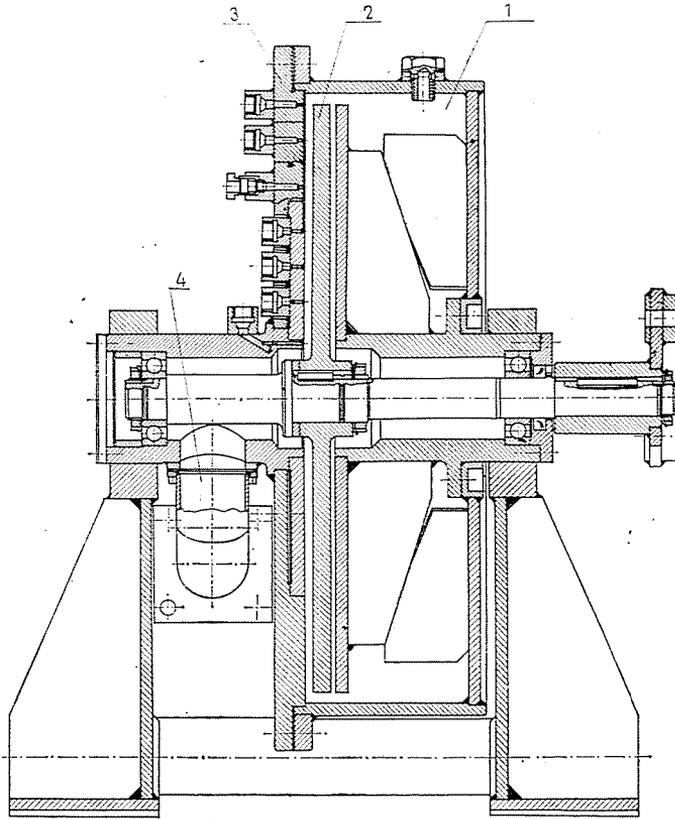


Abb. 1. Meßeinrichtung I

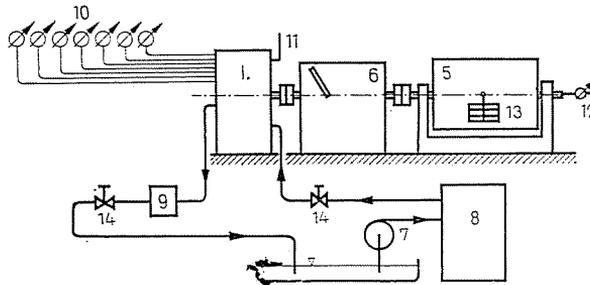


Abb. 2. Anordnung der Meßeinrichtung

getriebes 6. Der notwendige Öldruck wurde durch die Pumpe 7 gesichert, welche die Arbeitsflüssigkeit durch den Kühler 8 zur Einrichtung förderte. Die abfließende Flüssigkeitsmenge wurde mittels des Ovalradzählers 9 gemessen. Außer den zur Bestimmung der Druckverteilung dienenden Manometern

10 wurde die Meßeinrichtung auch mit den zur Messung der Temperatur, der Drehzahl sowie des Antriebmomentes notwendigen Geräten ausgestattet 11, 12, 13. Das Einstellen der verschiedenen Betriebsverhältnisse wurde mittels der in Abbildung 2 sichtbaren Ventile 14 vorgenommen.

Abb. 3 zeigt die prinzipielle Anordnung der Einrichtung II. Diese Einrichtung wurde ursprünglich mit einem doppelten Ziel geschaffen, sie sollte zur Untersuchung radialer und axialer Spalte dienen. Die Eigenschaften des auf der Anordnung sichtbaren radialen Spaltes wurden schon vorher bestimmt. Die Arbeitsflüssigkeit ist hier Wasser, das von der Pumpe 1 durch die Bohr-
löcher 2 in den Meßraum befördert wird. Die Druckverteilung wurde an sieben

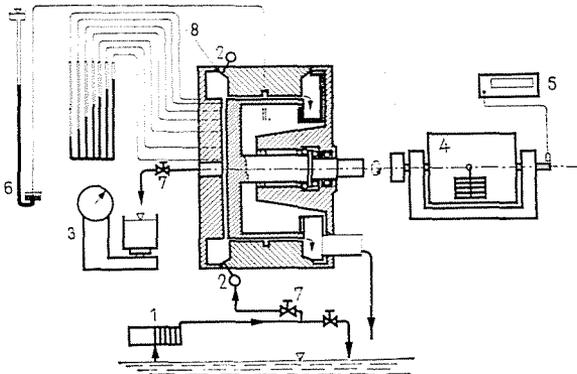


Abb 3. Meßeinrichtung II

verschiedenen Durchmessern mit Hilfe je zweier Druckmeßbohrlöcher und der an jene angegliederten Quecksilber-Differentialmanometer festgesetzt. Die Menge der abfließenden Flüssigkeit wurde mittels dreier Kubikmeßgeräte gemessen. Die Einrichtung wurde durch den Gleichstrom-Pendelmotor 4 angetrieben, dessen Wellenende mit dem digitalen Drehzahlanzeiger 5 versehen war.

Die Betriebsverhältnisse des radialen Spaltes sind durch die Drehzahl und die am Quecksilber-Differentialmanometer ablesbaren Druckdifferenz eindeutig bestimmt, somit war das Messen der hier abfließenden Flüssigkeitsmenge unnötig.

Die abweichenden Bereiche der Reynoldsschen Zahl und der geometrischen Parameter bei den beiden Meßgeräten ermöglichten die bedeutende Erweiterung der Meßbereichsgrenzen und gleichzeitig — zufolge der Überdeckungen — die Vergleichung der Ergebnisse.

Die Meßgeräte waren auch zur Bestimmung des Reibungsmomentes der Scheibe geeignet, da aber das Ziel dieses Studiums die Bestimmung der

Die wichtigsten Angaben der Meßgeräte

		I	II
Scheibenradius	mm	500	300
Axiale Spaltabmessung	mm	3—7	1,6—25,1
Drehzahl	U/min	860—2200	1000—2500
Kinematische Viscosität	m ² /s	7,1 · 10 ⁻⁶ (65 °C)	1 · 10 ⁻⁶
Durchströmende Flüssigkeitsmenge	l/s	0—5,5	0—1,5

Druckverteilung und der resultierenden axialen Kraft war, ließen wir uns über die Ergebnisse der Momentmessungen nicht aus.

Die Methode der Messung bestand bei beiden Einrichtungen darin, daß bei konstanter Drehzahl (Reynoldsschen Zahl) verschiedene Flüssigkeitsmengen eingesetzt, die an den Meßpunkten herrschenden Druckwerte abgelesen und die durchströmenden Flüssigkeitsmengen bestimmt wurden. Die Messungen wurden bei 4—6 verschiedenen Drehzahlen wiederholt. Bei je einer Drehzahl wurden im allgemeinen 10—20 Wertreihen erhalten. Darauf folgend wurde die Spaltabmessung verändert, bei der Einrichtung I durch das Verschieben der rotierenden Scheibe, in drei Stufen; resp. bei der Einrichtung II durch den Wechsel der in der Abbildung 3 sichtbaren Einsatzringe 8, in sechs Stufen.

Ein weiterer geometrischer Parameter ist das Radiusverhältnis. Dessen Wirkung beabsichtigen wir im nachfolgenden ausführlicher zu untersuchen, darum wurden die bei der Einrichtung II erhaltenen Meßergebnisse derart verarbeitet, damit die Ergebnisse sich auf das Radiusverhältnis 0,19 der Einrichtung I beziehen.

3. Verarbeitung der Meßergebnisse

Die auf die Scheibe wirkende axiale Kraft ist in zwei Teile zerlegbar:

$$\begin{aligned}
 F &= 2\pi \int_{R_2}^R p(r)r \, dr = 2\pi \int_{R_2}^R p(R)r \, dr - 2\pi \int_{R_2}^R \{p(R) - p(r)\} r \, dr = \\
 &= \pi(R^2 - R_2^2) p(R) - 2\pi \int_{R_2}^R \Delta p(r)r \, dr.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Es ist offensichtlich, daß nur das zweite Integral von den entstehenden hydrodynamischen Verhältnissen abhängig ist, darum wird die aus ihm bildbare Nummer A im Laufe unserer Untersuchungen die eine abhängige Veränderliche

$$A = \frac{32}{\rho R^4 \omega^2} \int_{R_2}^R \Delta p(r)r \, dr.
 \tag{4}$$

Nebst der axialen Kraft ist in den meisten Fällen auch die Kenntnis der durchströmenden Flüssigkeitsmenge notwendig. Die durch die hydrodynamischen Dichtungselemente oder längs der Seitenwände des Laufrades wegfließende Flüssigkeitsmenge erhöht die Verluste der Maschine, und im konkreten Fall muß in Erwägung gezogen werden, mit welchen Folgen die in günstiger Richtung ausgeübte Beeinflussung der axialen Belastung verknüpft ist.

Die die durchfließende Flüssigkeitsmenge kennzeichnende Durchflußzahl, die ebenfalls als eine abhängige Veränderliche betrachtet wird, ist:

$$\Phi = \frac{Q}{R^3 \pi \omega} \quad (5)$$

Im Laufe der analytischen Arbeiten vor den Experimenten erwies sich, daß die an der Scheibe entstehende axiale Kraft eine Funktion zahlreicher geometrischer und strömungstechnischer Parameter ist. Die Verminderung der Messungsanzahlen sowie die übersichtbare Verarbeitung der Ergebnisse forderten übereinstimmend die Reduktion der Zahl der unabhängigen Veränderlichen; dies wurde mittels der allbekannten Methoden der Ähnlichkeitstheorie und der Dimensionsanalyse verrichtet [7]. Unsere Experimente waren auf die Aufschließung der gegenseitigen Beziehungen folgender Funktionen gezielt:

$$\begin{aligned} A &= f(Re, Eu, \zeta, \xi) \\ \Phi &= g(Re, Eu, \zeta, \xi). \end{aligned} \quad (6)$$

Zur Verarbeitung der Ergebnisse unserer Experimente sollen folgende Bemerkungen hinzugefügt werden:

a) Die in der Definition der Veränderlichen vorkommenden Konstanten wurden so gewählt, daß die parabolische Druckverteilung $\omega_f = \frac{\omega}{2}$ und im Falle $Re_2 = 0$, $Eu = 1$ und $A = 1$ sind.

b) Im Laufe der Wertbestimmung der die axiale Kraft kennzeichnenden Nummer A wurde das auf den Meßpunkten basierende Polynom integriert, sodann wurde das vorgeschriebene Dimensionslosmachen verrichtet. Wie aus den Anordnungen der Einrichtungen ersichtlich ist, wurde die Druckverteilung an der rotierenden Scheibe gemessen, die im Laufe der Integration gewonnene Kraft F ist jedoch so bei der ruhenden, wie auch bei der rotierenden Scheibe gleich.

4. Meßergebnisse, Schlußfolgerungen

Es ist aus der Literatur ersichtlich, daß das Spaltverhältnis auch im Falle der im geschlossenen Raum rotierenden Scheibe eine zweifache Rolle spielt. Einerseits bestimmt es, ähnlich der Reynoldsschen Zahl, zwischen der rotierenden Scheibe und der Seitenwand die Struktur des Strombildes, den Charakter der Grenzschicht, andererseits werden auch die Randbedingungen durch das am Scheibenrand entstehende Strombild beeinflusst. Besonders stark ist diese letztere Wirkung in unserem Falle, wo der Spalt am Rand der Scheibe offen ist.

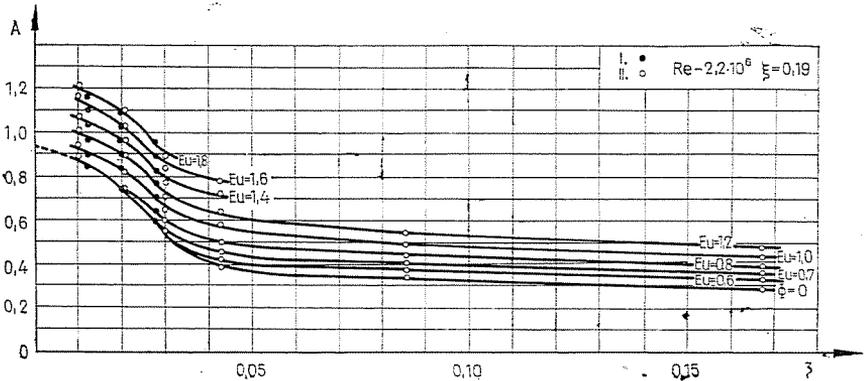


Abb. 4. Axialer Kräftefaktor in Funktion des Spaltverhältnisses, mit der Druckzahl als Parameter

Abb. 4 zeigt die Wertgestaltung der die axiale Kraft kennzeichnenden Nummer A in Funktion des Spaltverhältnisses ζ , nebst der Eu -Druckzahl als Parameter, bei konstanter Re -Zahl und konstantem ξ . Abb. 5 und 6 veranschaulichen die Wirkung der Reynoldsschen Nummer. Die vorgeführten Charakteristiken sind Ergebnisse graphischer Interpolation, welche auf Grund der mittels der beiden Einrichtungen gewonnenen Angaben darum verrichtet wurde, damit das Spaltverhältnis ζ gemeinsam werde.

Die Abbildungen 4—6 betrachtend, können folgende Tatsachen festgestellt werden:

Die mittels der beiden Einrichtungen gemessenen Werte zeigen gute Übereinstimmung (Abbildung 4).

Bei sehr kleinen Werten von ζ , im Falle $\Phi = 0$ hält der Wert der die axiale Kraft kennzeichnenden Nummer A mit guter Annäherung auf den mit der klassischen Methode berechenbaren Wert zu. Auf dessen Untersuchung kommen wir am Ende dieses Kapitels noch zurück (Siehe die Kurve $\Phi = 0$ in Abb. 4).

Im Bereiche $\zeta = 0,03 - 0,04$ können die Druckverhältnisse und somit die plötzlichen Veränderungen der axialen Belastung beobachtet werden.

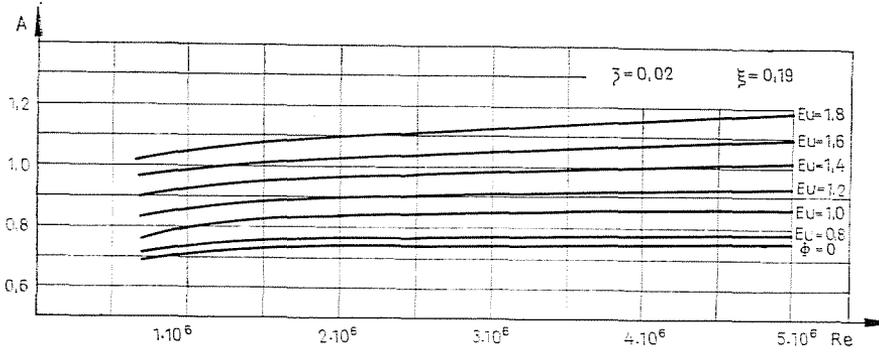


Abb. 5. Axialer Kräftefaktor in Funktion der Reynoldsschen Zahl, mit der Druckzahl als Parameter; $\zeta = 0,020$

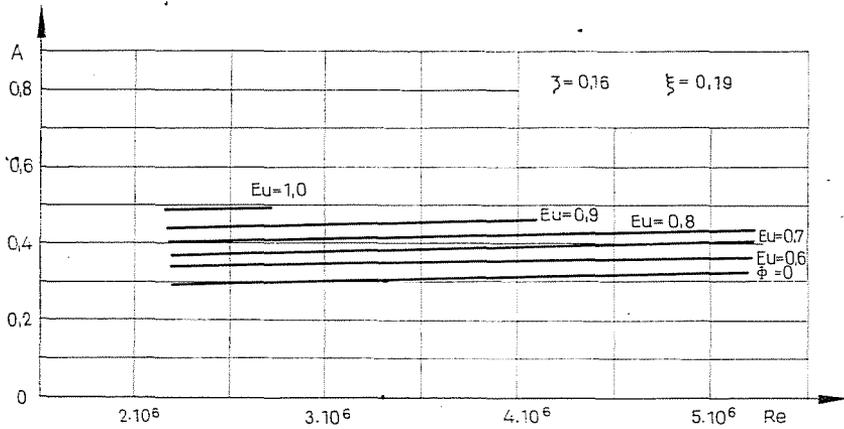


Abb. 6. Axialer Kräftefaktor in Funktion der Reynoldsschen Zahl, mit der Druckzahl als Parameter; $\zeta = 0,16$

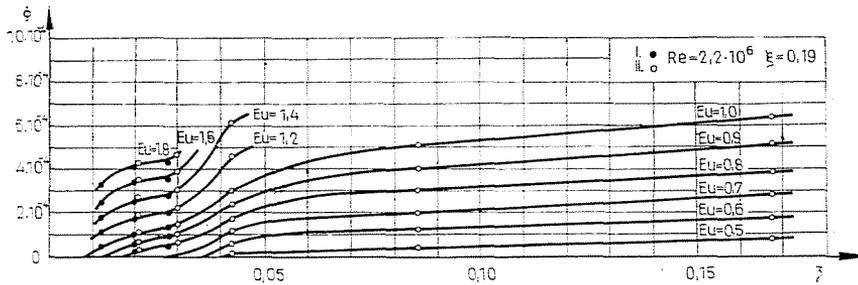


Abb. 7. Durchflußzahl in Funktion des Spaltverhältnisses, mit der Druckzahl als Parameter

Die Stelle der Veränderung stimmt gut mit dem auf Grund von [3] zu erwartenden Wert, wo nämlich die Konfluenz der turbulenten Grenzschichten eintritt.

In den Abbildungen 7, 8 und 9 wurde die Gestaltung der Durchflußzahl Φ in dem den vorangehenden ähnlichen System dargestellt. Es ist in den Abbildungen gut sichtbar, daß die Beziehungen $A - Eu$, resp. $\Phi - Eu$

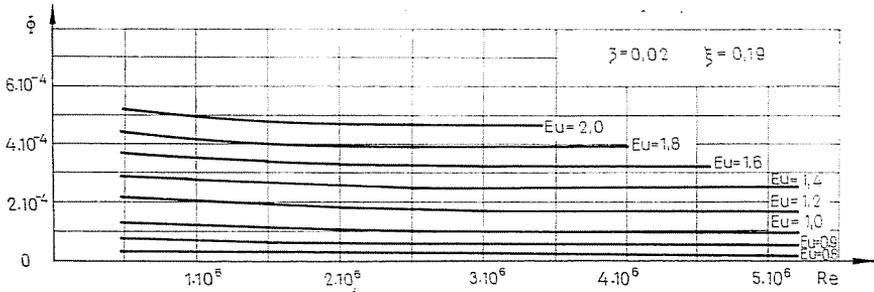


Abb. 8. Durchflußzahl in Funktion der Reynoldsschen Zahl, mit der Druckzahl als Parameter; $\zeta = 0,020$

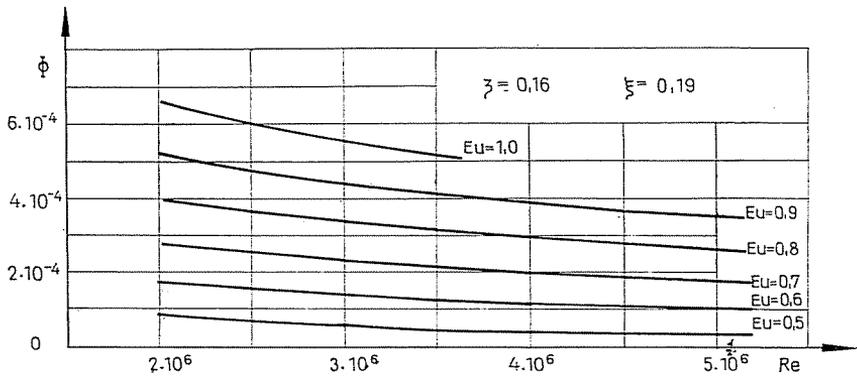


Abb. 9. Durchflußzahl in Funktion der Reynoldsschen Zahl, mit der Druckzahl als Parameter; $\zeta = 0,16$

nahezu linearen Charakters sind, was die Folge dessen ist, daß die der infolge des äußeren Zwanges beginnenden radialen Durchströmung entsprechende Geschwindigkeitskomponente im Bereich der gemessene Werte von Φ im Vergleich zu der Umfangsgeschwindigkeit sehr klein ist.

Abb. 10 zeigt die mittels der Einrichtung II gemessenen typischen Druckverteilungskurven für den aus praktischem Gesichtspunkt wichtigen Grenzfall, wenn es keine radiale Durchströmung gibt, d. h. $\Phi = 0$. Die Druckverteilungskurven wurden in Funktion der Quadrate des Radius so aufgetragen, daß zu dem Wert $r = 0$ der Wert $p = 0$ gehört; sodann nach der Verrichtung

des Dimensionslosmachens erscheinen die anfangs ein wenig ungewöhnlichen Veränderlichen. (Eu_r ist die dem Radius r zugeordneten Druckdifferenz entsprechende dimensionslose Menge.)

Die mit Punkt-Strich gezogene Gerade ist die aus der Bedingung $\omega_f = \frac{1}{2} \omega$ berechnbare Parabel. Auf Grund der Abbildung kann festgestellt werden, daß die Druckverteilung an kleinen Radien, unabhängig von den Spaltverhältnissen jener mit der klassischen Methode berechneten entspricht.

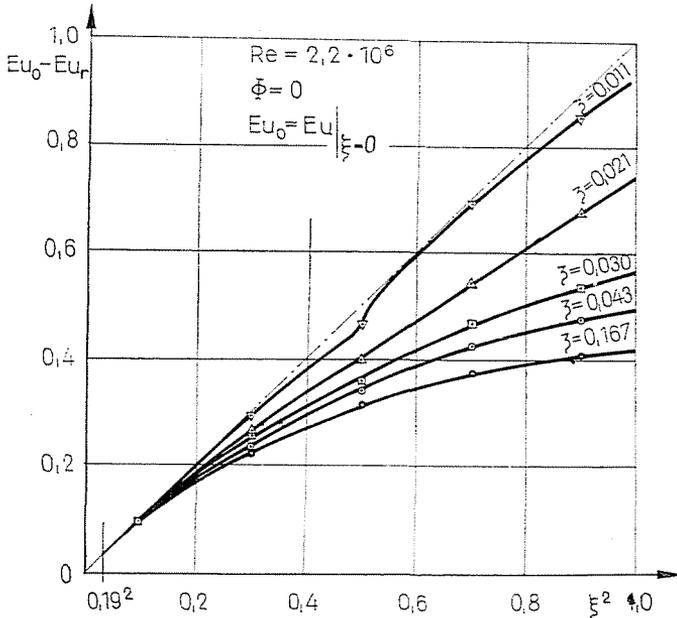


Abb. 10. Druckverteilung in der Einrichtung II; $\Phi = 0$; Parameter: das Spaltverhältnis

So ein einfaches Bild ist im Falle der Einrichtung I nicht zu erwarten, denn bei dieser wird die Druckverteilung an kleinen Radien durch die Wirkung der durchlaufenden Welle einigermaßen modifiziert. Abb. 11 zeigt die an der Einrichtung I gemessenen, zu den Werten $\Phi = 0$ zugeordneten Druckverteilungen. In Anbetracht dessen, daß mit durchlaufender Welle die Druckzahl Eu_0 nicht auslegbar ist, wurden auf die Ordinatenachse die Werte $Eu - Eu_r$ aufgetragen. Es ist sichtbar, daß die Wirkung der rotierenden Welle nur in kleinem Bereich zur Geltung kommt, und weder auf die Druckzahl Eu , noch auf die Nummer A eine bedeutende Wirkung ausübt (siehe Abb. 4).

Es ist aus beiden Abbildungen ersichtlich, daß mit der Verminderung des Spaltverhältnisses ζ die Druckverteilungskurven sich zu der aus der

Bedingung $\omega_f = \frac{1}{2} \omega$ berechnbaren Parabel annähern. Darum ist die Druckverteilung, wenn $\zeta < 0,01$ und $\Phi = 0$ ist, mit guter Annäherung parabolisch.

$$Eu_0 - Eu = \xi_r^2.$$

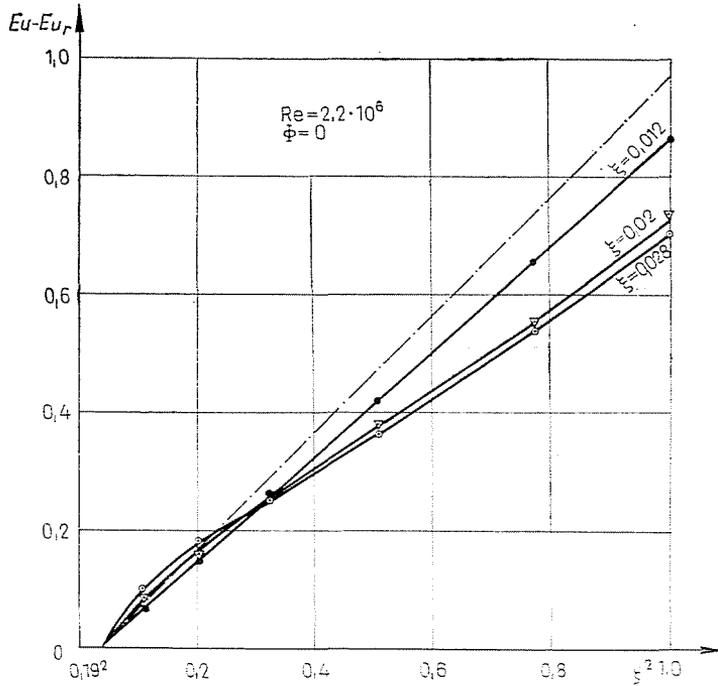


Abb. 11. Druckverteilung in der Einrichtung I; $\Phi = 0$; Parameter: das Spaltverhältnis

Mit Hinsicht auf den Zusammenhang (4), sowie auf die in Punkt 3) unter a) angeführte Bemerkung ist aufschreibbar:

$$A = 4 \int_{\xi}^1 Eu \xi_r d\xi_r = 4 \int_{\xi}^1 (1 - \xi_r^2) \xi_r d\xi_r \quad (7)$$

$$A = 1 - 2\xi^2 + \xi^4.$$

Unsere Messungen beziehen sich auf den Wert $\xi = 0,19$, zu welchem laut den oben angeführten $A = 0,928$ zugeordnet ist. Dies stimmt mit der Extrapolation beim Wert $\zeta = 0$ der in der Abbildung 4 sichtbaren Kurve $\Phi = 0$ gut überein.

Zusammenfassung

Die Abhandlung befaßt sich mit der Wirkung der sich um eine im teilweise geschlossenen Raum rotierende Scheibe bildenden Strömung in jenem allgemeinen Falle, wenn zufolge der Druckdifferenz im Spalt zwischen der Scheibe und der Gehäusewand eine radiale, nach innen gerichtete Durchströmung entsteht. Die Strömungsverhältnisse werden aus dem Gesichtspunkt der auf der Scheibe wirkenden axialen Kraft untersucht, welche durch die an der Wand gemessene Druckverteilung bestimmt wird. Die Ergebnisse der verrichteten Experimente werden mit Hilfe der Dimensionsanalyse verarbeitet.

Von den die axiale Kraft bestimmenden Faktoren hat die auf die Scheibe einwirkende Druckdifferenz den größten Einfluß. Demzufolge entsteht eine radiale Durchströmung, welche die Druckverteilung bedeutend verändert. Da es sich um einen teilweise geschlossenen Raum handelt, gewinnt auch das Spaltverhältnis eine große Rolle. Das Spaltverhältnis beeinflußt stark außer der Strömungsstruktur durch die Randbedingungen auch die auf die Scheibe einwirkende radiale Kraft und die Größe der durchströmenden Flüssigkeitsmenge. Der Einfluß der Reynoldsschen Zahl ist im untersuchten Betriebsbereich nicht bedeutend.

Die Abhandlung untersucht auf Grund der Druckverteilungs-Kurve auch die Wirkung des Nabenvhältnisses resp. Radienverhältnisses in dem Falle, wenn es keine Durchströmung gibt. Die Wirkung des Nabenvhältnisses ist unter gegebenen Bedingungen mit guter Annäherung berechenbar.

Literatur

1. KOTSCHKAREW, A.: *Westnik Maschinostroenija* 5, 17 (1963).
2. KOROTKOW, A.—MORGUN, G.: *Westnik Maschinostroenija* 12, 19 (1962).
3. NECE, R. E.—DAILY, I. W.: *Trans. ASME Series D*, 1, 217 (1960).
4. SOO, S. L.: *Trans. ASME* 2, 287 (1958).
5. DUE, H. F.: *Trans. ASME Series A* 2, 188 (1966).
6. FÜZY, O.: *Vízgépek (Wasserkraftmaschinen)*. Budapest 1963.
7. SZÜCS, E.: *A hasonlóságelmélet alapjai (Grundlagen der Ähnlichkeitstheorie)*. Budapest 1967.

János CSEMNICZKY, Budapest XI., Tornavár u. 20.

Gábor HALÁSZ, Budapest I., Fő u. 52.