

DIE ABBILDUNGSGRENZE DES EINFACHEN SPANNUNGSOPTISCHEN GERÄTS

Von

F. THAMM

Lehrstuhl für Technische Mechanik,
Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 2. März, 1970)
Vorgelegt von Prof. Dr. Gy. BÉDA

I. Einleitung

Die Spannungsoptik entwickelt sich aus einem Forschungszweig immer mehr zu einem Hilfsmittel des Konstrukteurs. Neben Forschungsinstituten werden deshalb immer mehr spannungsoptische Laboratorien von Industriebetrieben eingerichtet. Wegen der niedrigeren Beschaffungskosten und der einfacheren Bedienung wird für diese Laboratorien das Föppl-Hiltschersche »einfache« spannungsoptische Gerät bevorzugt. In diesem Gerät erfolgt die polarisationsoptische Durchleuchtung in diffusem Licht. Es werden Großflächenpolarisatoren verwendet, und die Aufzeichnung der spannungsoptischen Bilder erfolgt mittels handelsüblicher photographischer Kameras, wobei zwischen Lichtquelle und Kamera außer dem Objektiv der letzteren keine weiteren Linsensysteme eingeschaltet werden (Abb. 1).

Da der Betrieb des Gerätes üblicherweise die Herstellung vieler Aufnahmen erfordert, hat sich zwecks einfacherer Behandlung und übersichtlicher Lagerung der Filme das Kleinbildformat von 24×36 mm durchgesetzt.

Die in die Kamera gelangenden Lichtstrahlen durchdringen die Modellfläche zwar meist nicht genau senkrecht, die sich daraus ergebenden Bildfehler können jedoch, besonders bei Verwendung langbrennweitiger (Tele-) Objektive klein gehalten werden, wenn Modellpartien mit starkem Spannungsgefälle in die Nähe der optischen Achse des Objektivs der Kamera gebracht werden [1–4]. Wenn das Gerät mit Lichtquellen für monochromatisches Licht und Viertelwellenblättchen ausgerüstet ist, ist es prinzipiell für jede spannungsoptische Untersuchung in durchfallendem Licht geeignet.

Bei Untersuchungen von Spannungszuständen mit hohen Spannungsgradienten sind bei der Herstellung von Nahaufnahmen in der Umgebung der Spannungsspitze Schwierigkeiten bei der Scharfeinstellung des spannungsoptischen Bildes auf der Mattscheibe der Kamera aufgetreten. Diese Schwierigkeiten gaben den Anlaß dazu, Untersuchungen über den Bereich jenes Abbildungsmaßstabes zwischen Modell und Negativ anzustellen, inner-

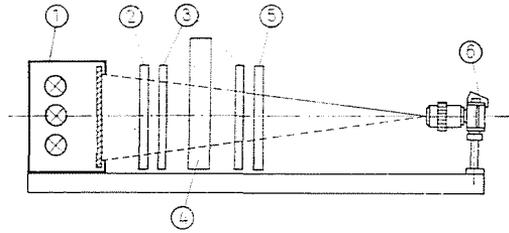


Abb. 1. Prinzipieller Aufbau des einfachen spannungsoptischen Gerätes. 1) Lampenkasten mit den Lichtquellen und der Mattscheibe. 2) Polarisator. 3) Viertelwellenblättchen. 4) Belastungsrahmen zur Aufnahme des Modells. 5) Analysator. 6) Photographische Kamera

halb dessen die Scharfeinstellung noch mit Sicherheit erfolgen kann, und zu ermitteln, welche Isochromatendichten auf Kleinbildformat bei Verwendung handelsüblicher Objektive noch zuverlässig abgebildet werden kann.

II. Untersuchung der Tiefenschärfe

Die Abmessungen der Modelle der ebenen Spannungsoptik bzw. der aus dem Modell abgetrennten Schnitte in der räumlichen Spannungsoptik sind üblicherweise innerhalb der Größe der Bildfläche des Gerätes, welche durch den Polarisatordurchmesser (meistens um $d = 30$ cm herum) bestimmt ist. Bei der Untersuchung von Spannungsspitzen wird oft nur ein kleiner Teil der Modellfläche von etwa $50\text{--}100$ cm² untersucht. Bei Nahaufnahmen derart kleiner Flächenelemente ist die Tiefenschärfe der Objektive bekannterweise recht klein. Wegen der endlichen Modelldicke ergibt sich ein Grenzwert für den Abbildungsmaßstab, wenn die Modelldicke den ganzen Bereich der Tiefenschärfe bedeckt. Die Verhältnisse werden in der Abb. 2 aus Gründen der besseren Veranschaulichung mit stark verzerrten Abmessungen dargestellt.

Wird das Objektiv (3) der Kamera auf eine innerhalb der Modelldicke liegende, von der ersten Hauptebene des Objektivs um den Betrag t entfernte Ebene (2) scharf eingestellt, so erscheint das Bild aller Punkte, die außerhalb der Ebene (2) liegen, auf dem Bild mehr oder weniger unscharf. Die Unschärfe wird durch den Durchmesser z des sog. Streukreises charakterisiert, in welchem ein untersuchter Punkt auf der Mattscheibe bzw. dem Film abgebildet wird.

Die Unschärfe kann auf dem Film nicht wahrgenommen werden, solange der Durchmesser des Streukreises kleiner ist als das Auflösungsvermögen des Negativmaterials. Bei Scharfeinstellung auf die Entfernung t liegen jene Punkte, deren Bilder auf dem Film als Streukreise erscheinen, die kleiner sind als eine vorgegebene Größe z , zwischen den Entfernungen t_a und t_f von der

I. Hauptebene des Objektivs. Ihr Wert kann bekanntlich (s. z. B. [5]) durch die Formeln

$$\left. \begin{aligned} t_a &= \frac{tf^2}{f^2 + R(t-f)z} \\ t_j &= \frac{tf^2}{f^2 - R(t-f)z} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

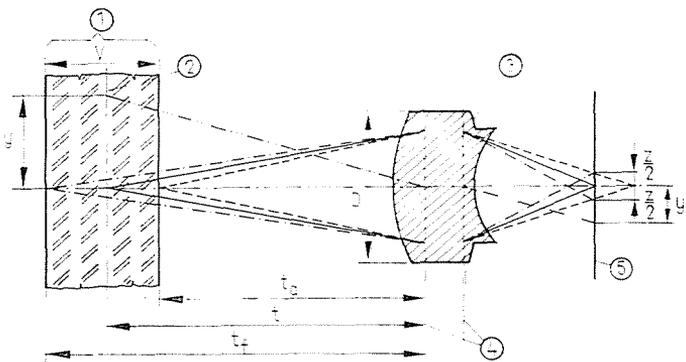


Abb. 2. Einfluß der endlichen Modelldicke auf die Abbildungsschärfe des Bildes. 1) Modell. 2) Ebene, welche scharf eingestellt wurde. 3) Aufnahmeobjektiv. 4) Die beiden optischen Hauptebenen des Objektivs. 5) Filmebene

berechnet werden. Hierin sind:

- f die Brennweite des Aufnahmeobjektivs
- $R = f/D$ die Lichtstärke (bzw. die Blendenstellung) des Objektivs
- z der Streukreisdurchmesser
- t die Gegenstandsweite der scharf eingestellten Ebene
- D der Durchmesser der Eintrittspupille des Objektivs.

Wird noch der Abbildungsmaßstab $\beta = y_1/y$ eingeführt (die Bedeutung von y_1 und y ist aus Abb. 2 und Abb. 6 ersichtlich), so können aus der bekannten Linsengleichung folgende Zusammenhänge abgeleitet werden:

$$t - f = \frac{f}{\beta} \quad (2a)$$

$$t = f \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right). \quad (2b)$$

Die Grenze für die Durchführbarkeit der Scharfeinstellung ergibt sich bei gegebenem z aus der Bedingung, daß sich die vom Objektiv abgewandte Oberfläche des Modells in der Entfernung t_f , die dem Objektiv zugewandte Oberfläche sich in der Entfernung t_a von der ersten Hauptebene des Objektivs befinden soll. Daraus ergibt sich

$$v = t_f - t_a. \quad (3)$$

Hierin ist v die Modelldicke.

Gleichungen (1), (2a) und (2b) in Gl. (3) eingesetzt ergibt sich nach einigen Umformungen

$$v = f^2 \left(\frac{1}{\beta} + 1 \right) \frac{\frac{2Rz}{\beta}}{f^2 - \left(\frac{Rz}{\beta} \right)^2}. \quad (4)$$

Aus Gleichung (4) die Lichtstärke R ausgedrückt, ergibt sich

$$R = \frac{f}{zv} (1 + \beta) \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{v}{f} \frac{\beta}{1 + \beta} \right)^2} \right]. \quad (5)$$

Die Modelldicke v übersteigt in der spannungsoptischen Praxis selten den Wert $v = 1$ cm, die Brennweite des Aufnahmeobjektivs beträgt wenigstens 5 cm, zur Kleinhaltung der Abbildungsfehler, die von der nicht genau senkrechten Durchstrahlung des Modells herrühren, werden meist Objektive mit der Brennweite $10 \div 50$ cm verwendet. Der Abbildungsmaßstab β kann im einfachen spannungsoptischen Gerät — wie es sich zeigen wird — den Wert von $0,5 \div 0,6$ kaum übersteigen. Somit ist das zweite Glied unter der Quadratwurzel der Gl. (5) klein gegenüber der Einheit. Es kann also in sehr guter Annäherung geschrieben werden

$$\sqrt{1 + \left(\frac{v}{f} \frac{\beta}{1 + \beta} \right)^2} \cong 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{f} \frac{\beta}{1 + \beta} \right)^2. \quad (6)$$

Diesen Ausdruck in Gl. (5) eingesetzt ergibt sich nach einigen Umformungen

$$R \cong \frac{v}{2z} \frac{\beta^2}{1 + \beta}. \quad (7)$$

Diese Gleichung ergibt jene größte Lichtstärke bzw. Blendeneinstellung, bei der im Falle eines gegebenen Abbildungsmaßstabes und Streukreisdurchmessers z eine Modellfläche der Dicke v eben noch scharf eingestellt werden kann.

Es ist beachtenswert, daß Gl. (7) die Brennweite f des Objektivs nicht mehr enthält. Daraus folgt, daß die Schwierigkeiten bei der Scharfeinstellung mit Hilfe von Objektiven längerer Brennweite nicht behoben werden können. Bei gegebenem Abbildungsmaßstab muß zwar die Kamera bei Benützung eines Objektivs längerer Brennweite in einer größeren Entfernung vom Modell

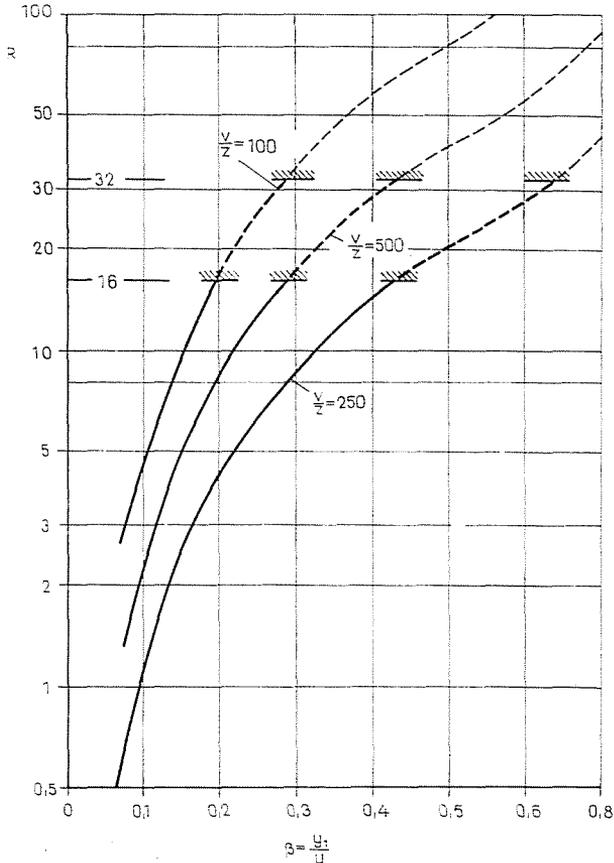


Abb. 3. Kleinste Blendenstellung R des Objektivs, bei welcher noch scharfe Bilder hergestellt werden können, als Funktion des Abbildungsmaßstabes β aufgezeichnet

aufgestellt werden, die längere Brennweite ist jedoch — wie bekannt — mit kleinerer Tiefenschärfe verknüpft.

Gl. (7) enthält außer dem Abbildungsmaßstab β nur die Modelldicke v und den Streukreisdurchmesser z . Die Modelldicke beträgt üblicherweise $v = 0,5 \div 1$ cm. Für z soll die Maßzahl des Auflösungsvermögens des benützten Negativmaterials eingesetzt werden. Als solche gilt die Entfernung zweier paralleler Linien, die auf dem Negativ eben noch als zwei getrennte Linien erkenntlich sind. Diese Maßzahl des Auflösungsvermögens beträgt für die für

spannungsoptische Zwecke benützten panchromatischen Negativmaterialien nicht allzu hoher Empfindlichkeit $z = 0,001 \div 0,002$ cm [6]. Entsprechend dem Gesagten wurde Gl. (7) für Werte von $v/z = 250, 500$ und 1000 in Abhängigkeit von β berechnet und in Abb. 3 aufgezeichnet.

Die Lichtstärke des Objektivs kann durch die Blendenstellung geändert werden. Die Verengung der Blende ist jedoch über $R = 16$ bzw. bei langbrennweitigen Objektiven über $R = 32$ aus Konstruktionsgründen meist

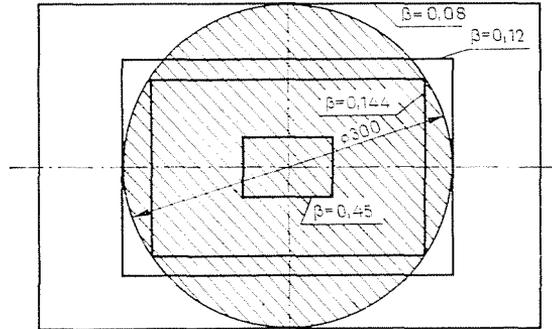


Abb. 4. Größe der Bildfläche eines Negativs in Kleinbildformat 24×36 mm, verglichen mit der Bildfläche des Polarisators mit dem Durchmesser $d = 30$ cm, bei verschiedenen Abbildungsmaßstäben β . Die Bildfläche des Polarisators ist durch Schraffur hervorgehoben worden

überhaupt nicht durchführbar, aber auch nicht erwünscht, da bei sehr kleiner Blende

- a) die Belichtungszeit stark ansteigt, was wegen des optischen Kriechens des Modellmaterials zu unscharfen Isochromatenbildern führen kann, und
- b) wegen Lichtbeugungseffekten das Auflösungsvermögen des Objektivs abnimmt.

Die Begrenzung der Blendeneinstellung auf $R = 16$ bzw. $R = 32$ begrenzt somit auch jenen Abbildungsmaßstab, bei dem das Modell noch mit Sicherheit scharf eingestellt werden kann. Diese Begrenzung wurde auch in die Abb. 3 eingetragen.

Um ein Bild über die Größe der bei verschiedenen Abbildungsmaßstäben β abgebildeten Modellfläche erhalten zu können, ist in Abb. 4 jener Teil des Bildfeldes eines Polarisationsfilters von Durchmesser $d = 30$ cm eingezeichnet, welcher bei verschiedenen Abbildungsmaßstäben auf dem Kleinbildformat von 24×36 mm abgebildet wird. Die dem Wert von $\beta = 0,45$ entsprechende kleinste Bildfläche bedeutet gemäß Abb. 3 praktisch den unteren Grenzwert des noch einwandfrei scharf einstellbaren Bildfeldes.

III. Die Grenze der auswertbaren Isochromatendichte

Zwei nebeneinander liegende Isochromaten können im Negativ noch als zwei getrennte Linien erkannt werden, wenn ihr Abstand auf dem Negativ $\Delta y_1 = z$ beträgt. Dieser Entfernung entspricht auf dem Modell die Entfernung

$$\Delta y = \frac{z}{\beta} \quad (8)$$

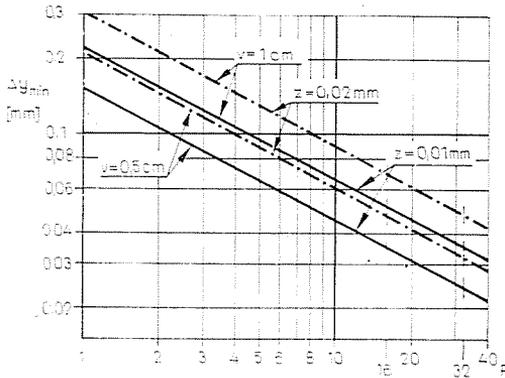


Abb. 5. Jene Entfernung Δy_{\min} zwischen zwei benachbarten Isochromaten, bei der diese auf dem Negativ eben noch als getrennte Linien unterschieden werden können, als Funktion der Lichtstärke (bzw. der Blendeneinstellung) des Aufnahmeobjektivs aufgezeichnet. v : Modelldicke, z : Auflösungsvermögen des Negativmaterials

Jener Abbildungsmaßstab $\beta = \beta_n$, bei welchem im Falle gegebener Blendeneinstellung R , Modelldicke v und Auflösungsvermögen z das Bild des Modells eben noch scharf erscheint, ergibt sich aus Gl. (4) nach einigen Umformungen zu

$$\beta = \beta_n = \frac{2 + \frac{Rzv}{f^2}}{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{v}{f}\right)^2 + \frac{2v}{Rz}}} \quad (9)$$

Die den Quotienten v/f enthaltenden Glieder sind in dem praktisch vorkommenden Bereich klein gegenüber den anderen Gliedern. Durch die Vernachlässigung dieser Glieder ergibt sich in guter Annäherung

$$\beta_n \cong \frac{2}{-1 + \sqrt{1 + \frac{2v}{Rz}}} \quad (9a)$$

Gl. (9a) in Gl. (8) eingesetzt ergibt den kleinsten Wert Δy_{\min} von Δy , welcher bei gegebenen R , v und z im günstigsten Falle noch erkennbar ist:

$$\Delta y_{\min} \cong \frac{z}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2v}{Rz}} \right]. \quad (10)$$

Dieser Wert von Δy_{\min} wurde in Abb. 5 für verschiedene Werte von z und v als Funktion der Blendeneinstellung R aufgezeichnet.

IV. Der Vergleich der abbildbaren Isochromatendichte mit der Größe der sich aus der schiefen Durchleuchtung des Modells ergebenden Lichtstrahlverschiebung

In früheren Arbeiten des Verfassers [2, 3, 7] ist gezeigt worden, daß im einfachen spannungsoptischen Gerät an Modellpartien außerhalb des Durchstoßpunktes der optischen Achse des Objektivs die Durchleuchtungsrichtung

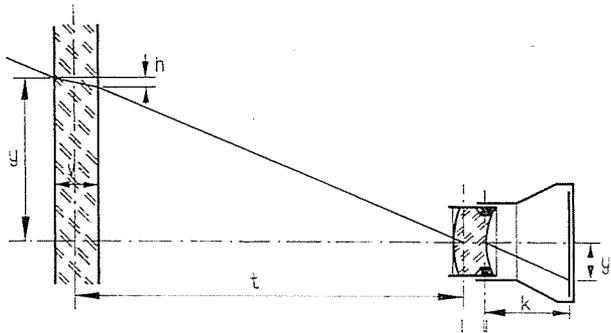


Abb. 6. Die bei nicht genau senkrechter Durchleuchtung des Modells auftretende Lichtstrahlverschiebung h

von der Richtung der Normalen der Modellfläche abweicht. Dadurch verschiebt sich ein Lichtstrahl während des Durchganges durch das Modell parallel zur Modellfläche um einen Betrag h (Abb. 6) der Größe

$$\frac{h}{v} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{nf^2}{y}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)^2 + n^2 - 1}} \quad (11)$$

v , f und β haben hierin die gleiche Bedeutung wie bisher, n ist der Brechungsindex des Modellmaterials und y (entsprechend auch Abb. 2) die Entfernung der Eintrittsstelle eines Lichtstrahls in das Modell von dem Durchstoßpunkt der optischen Achse des Aufnahmeobjektivs mit der Modellfläche. Wenn die optische Achse des Aufnahmeobjektivs mit der Symmetrieachse des Polari-

sators zusammenfällt, ist der Radius $r = d/2$ des Polarisators der größte Wert y_{\max} von y . Dies gilt nur so lange, bis die Bildfläche des Negativs aus dem Bildfeld des Polarisators herausragt. Als Grenzwert gilt jener Abbildungsmaßstab β_a , bei dem der Radius $d/2$ des Polarisators in die halbe Bilddiagonale r_a des Negativs abgebildet wird:

$$\beta = \beta_a = \frac{r_a}{\frac{d}{2}}. \quad (12)$$

Die halbe Bilddiagonale des Kleinbildformats 24×36 mm beträgt $r_a = 2.16$ cm, für $d/2 = 15$ cm ist also

$$\beta_a = \frac{2.16}{15} = 0.144,$$

für größere Abbildungsmaßstäbe ist

$$y = y_{\max} = \frac{r_a}{\beta}. \quad (13)$$

Die Gleichungen für die größte Lichtstrahlverschiebung $h = h_{\max}$ erhält man, wenn in Gl. (11) Gl. (12) bzw. Gl. (13) eingesetzt werden.

Für $\beta < \beta_a$ ergibt sich

$$h_{\max} = \frac{v}{\sqrt{\left(\frac{2nf}{d}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)^2 + n^2 - 1}} \quad (14)$$

und für $\beta > \beta_a$

$$h_{\max} = \frac{v}{\sqrt{\left(\frac{nf^2}{r_a}\right)^2 (\beta + 1)^2 + n^2 - 1}}. \quad (15)$$

Gl. (14) und (15) wurden für einen Brechungsindex von $n = 1.5$ des Modellmaterials, für die Brennweiten $f = 5; 13.5; 18; 30$ und 50 cm des Aufnahmeobjektivs in Abb. 7 für die Modelldicke von $v = 1$ cm und in Abb. 8 für die Modelldicke von $v = 0.5$ cm als Funktion des Abbildungsmaßstabs β aufgezeichnet. In diese Abbildungen wurde auch jene kleinste Entfernung Δy_{\min} zwischen benachbarten Isochromaten eingetragen, bei der diese auf dem Negativ eben noch als getrennte Linien abgebildet werden. Die Δy_{\min} -Kurven wur-

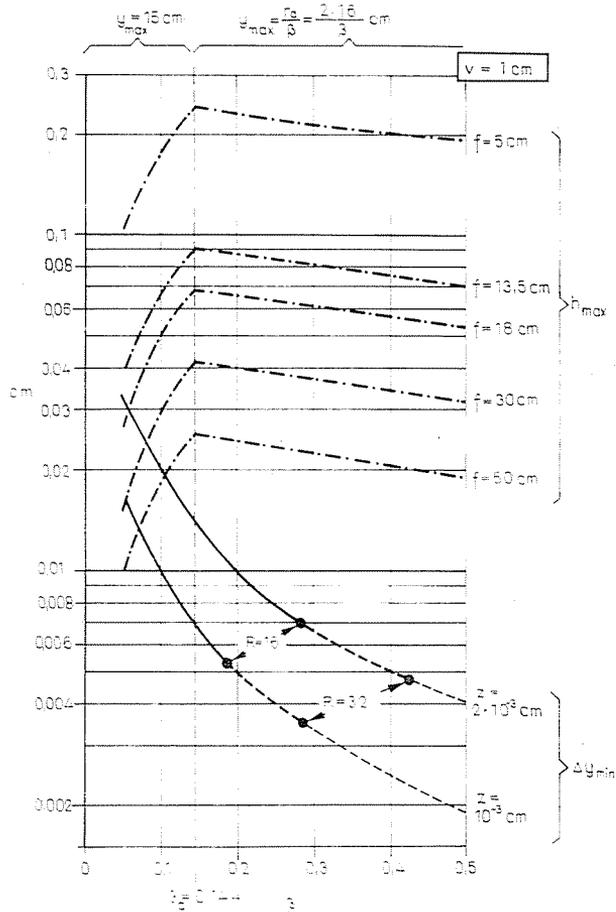


Abb. 7

den für ein Auflösungsvermögen von $z = 1 \cdot 10^{-3}$ cm und $z = 2 \cdot 10^{-3}$ cm aufgezeichnet, und an ihnen jene Stellen markiert, bei denen zur Erzielung eines scharfen Bildes eine Blendeneinstellung von mindestens $R = 16$ bzw. $R = 32$ erforderlich ist.

Wie aus Abb. 7 und Abb. 8 ersichtlich, ist der Wert der Lichtstrahlverschiebung h fast immer viel größer als die kleinste, noch abgebildete Entfernung Δy_{\min} zwischen den benachbarten Isochromaten. Bei dem für Nahaufnahmen oft verwendeten Abbildungsmaßstab $\beta = 0,2 \div 0,3$ beträgt die Abweichung zwischen beiden etwa eine Größenordnung. Die aus der Lichtstrahlverschiebung resultierenden Bildfehler »verschwinden« also nicht im Bereich der wegen der durch das gegebene Auflösungsvermögen des Negativmaterials nicht mehr abzubildenden Größenordnungen. Diese Bildfehler kön-

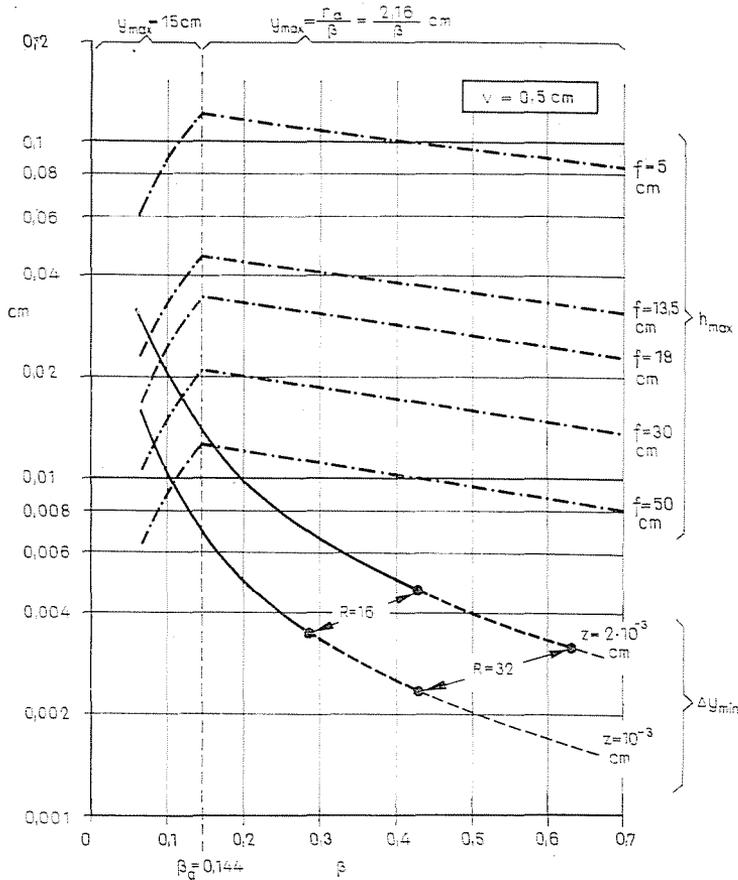


Abb. 7, 8. Die am Rand des Bildfeldes auftretende größte Lichtstrahlverschiebung h_{max} und die auf dem Negativ noch abgebildete kleinste Entfernung Δy_{min} zwischen zwei benachbarten Isochromaten als Funktion des Abbildungsmaßstabes β aufgezeichnet. f : Brennweite des Aufnahmeobjektivs; z : Auflösungsvermögen des Negativmaterials; v : Modelldicke

nen also nur dann, entsprechend dem in der Einleitung gesagten, klein gehalten werden, wenn durch die dort aufgezählten Maßnahmen (Verwendung von Teleobjektiven, das Einbringen der Spannungsspitzen in die optische Achse des Objektivs) auf die Eigenheiten dieser Bildfehler Rücksicht genommen wird.

V. Schlußfolgerungen

a) Wegen der üblichen Dicke spannungsoptischer Modelle von $v = 0,5-1 \text{ cm}$, und der bei Nahaufnahmen kleinen Tiefenschärfe der photographischen Objektivs ist der Bereich des Abbildungsmaßstabes β , bei dem

im einfachen spannungsoptischen Gerät bei nicht allzu langen Belichtungszeiten scharfe Isochromaten- und Isoklinienbilder erhalten werden können, mit etwa $\beta = 0,5$ nach oben begrenzt.

b) Wegen der oberen Grenze des Abbildungsmaßstabes und dem Auflösungsvermögen der üblichen Negativmaterialien ist auch die größte Isochromatendichte (d. h. der kleinste Abstand zwischen benachbarten Isochromaten), bei der die einzelnen Isochromaten auf dem Lichtbild noch als getrennte Linien wahrgenommen werden können, begrenzt. Diese Grenze liegt, in Abhängigkeit von der Modelldicke und dem Auflösungsvermögen des Negativmaterials bei $\Delta y_{\min} = 0,03-0,07$ mm.

c) Der Wert der durch die nicht vollkommen senkrechte Durchstrahlung der Modellfläche bedingten Lichtstrahlverschiebung h_{\max} beträgt, hauptsächlich in Abhängigkeit von der Brennweite des Aufnahmeobjektivs, das 5–50-fache von Δy_{\min} . Die durch die Lichtstrahlverschiebung bedingte Verzerrung der Isochromaten- und Isoklinienbilder kann also bei Nichtbeachtung der Gesetzmäßigkeiten des Strahlenganges bei der spannungsoptischen Durchleuchtung u. U. auch beträchtliche Ausmaße annehmen.

Zusammenfassung

Im einfachen, d. h. mit keinem optischen System versehenen spannungsoptischen Gerät wird der Abbildungsmaßstab zwischen dem Modell und dem in der photographischen Kamera erzeugten Negativ wegen der endlichen Modelldicke, durch die Tiefenschärfe des Objektivs begrenzt. Diese Grenze ist praktisch unabhängig von der Brennweite des Objektivs, und hängt außer der Blendenstellung des Objektivs nur von dem Quotienten aus Modelldicke und dem Auflösungsvermögen des Negativmaterials ab.

Wegen der Begrenzung des Abbildungsmaßstabes und des gegebenen Auflösungsvermögens des Negativmaterials ist auch jene kleinste Entfernung Δy_{\min} zwischen benachbarten Isochromaten begrenzt, bei der die einzelnen Isochromaten auf dem Negativ noch als getrennte Linien wahrgenommen werden können. Δy_{\min} ist wesentlich kleiner als die Lichtstrahlverschiebung h_{\max} , welche sich aus der nicht vollkommen senkrechten Durchleuchtung des Modells ergibt und das Isochromatenbild verzerren kann.

Literatur

1. HILTSCHER, R.: Trans. Instrum. Measur. Conf. Stockholm 1952.
2. THAMM, F.: Acta IMEKO. Budapest 1958, II.
3. THAMM, F.: Periodica Polytechnica. M. 6, 1 (1960).
4. THAMM, F.—LUDVIG, GY.—HUSZÁR, I.—SZÁNTÓ, I.: A szilárdságtan kísérleti módszerei. Budapest, 1968.
5. HARTING, H.: Photographische Optik. Pössneck 1948.
6. ANGERER, E.: Wissenschaftliche Photographie. Leipzig 1953.
7. THAMM, F.: Mérés és Automatika. 6, 7–8 (1958).

Dr. Frigyes THAMM, Budapest XI., Műegyetem rkpt. 3 Ungarn