METHODE ZUR BESTIMMUNG DER OPTIMALEN ZAHL VON LADEMASCHINEN

Von

E. SZÁNTÓ

Lehrstuhl für Wirtschaftslehre des Verkehrs- und Bauwesens, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 6. März, 1970)

Vorgelegt von Prof. Dr. K. KÁDAS

1. Einleitung

Die Warteschlangentheorie zur Untersuchung der Warteschlangen stellt einen der das Verkehrswesen nahe berührenden Abschnitte der Unternehmensforschung dar. Auch die Be- und Entladestellen des Gütertransports sind Gegenstände des Warteschlangenproblems. Da die Ladestellen eine gegebene Kapazität besitzen, muß sich die Zahl der bedienten Fahrzeuge nach dieser richten, anderenfalls sind die Fahrzeuge gezwungen zu warten. Sie leisten keine produktive Arbeit, die Selbstkosten des Transports nehmen zu. Die aus der mathematischen Untersuchung der Warteschlangen abgeleiteten theoretischen Folgerungen sind also auch für das praktische Leben nützlich.

Diese mathematischen Modelle lassen sich in zwei Gruppen: in die Kategorien von Einkanal-Bedienungs-(Lade-)systemen (mit einer Lademaschine) und von Mehrkanal-Bedienungssystemen (mit mehreren Lademaschinen) unterteilen. Unter letzteren findet man Bedienungssysteme in Serienanordnung bzw. in paralleler Anordnung der Servicestellen. Im Verkehrswesen werden sowohl die Einkanal- als auch die parallelen Mehrkanalsysteme angewandt. Im letzteren Falle arbeiten mehrere Lademaschinen voneinander unabhängig und das ankommende Fahrzeug — Lkw — kann die gerade freie Lademaschine in Anspruch nehmen.

Die Transportorganisation ist vor allem an der Zahl der im Bedienungssystem betätigten Lademaschinen, an der Länge der Warteschlange (der Anzahl der wartenden Lkw) sowie an der Gestaltung der in der Warteschlange bzw. im Bedienungssystem verbrachten Wartezeit interessiert. Die Selbstkosten des Transports werden durch die in der Praxis vorhandenen mehreren Varianten in verschiedenem Maße beeinflußt.

In der Abhandlung *werden die mathematischen Beziehungen zwischen der Betätigung der parallel angeordneten Mehrkanal-Ladesysteme und den Selbstkosten des Transports erörtert und es wird eine optimale Lösung gesucht:* als Optimumkriterium gilt das Minimum der Transportselbstkosten und die optimale Lösung wird durch die Lademaschinenzahl gegeben, bei der die Transportselbstkosten minimal sind. Das Bedienungssystem hat nämlich drei Bedingungsformen.

In der ersten Form sind nicht genug Lademaschinen vorhanden, aus den an der Servicestelle ankommenden Wagen entsteht eine Warteschlange. Die Lademaschinen sind gut ausgenutzt, ihre Betriebsselbstkosten sind gering. Bei den wartenden Lkw entstehen hingegen Mehrkosten (Führerlohn usw.). Je länger die Warteschlange, durch umso mehr Kosten wird der Transport belastet.

Die zweite Betriebsform ist das Entgegengesetzte der ersten; es treffen weniger Kraftwagen im System ein, als die Lademaschinen bedienen können. In diesem Falle entstehen bei den Lademaschinen Mehrkosten, durch die wieder die Selbstkosten des Transports erhöht werden.

Die dritte ist schließlich die optimale Bedienungsform. Im Bedienungssystem arbeiten soviel Lademaschinen, daß die Gesamtsumme der aus zwei Quellen stammenden Kosten den Minimalwert annimmt.

Die Gestaltung der Verladungs- und Beförderungskosten wird durch zahlreiche Produktionsfaktoren beeinflußt, daher können auch zahlreiche Varianten den Gegenstand der Analyse bilden. In der Abhandlung werden zwei Varianten behandelt, je nach dem, ob der Verladevorgang von dem Verkehrsbetrieb oder von dem Absender durchgeführt wird.

2. Die Verladung wird durch den Absender bewerkstelligt

In dieser Variante *wird nicht der die Ortsveränderung durchführende Betrieb mit den Kosten für die Ladearbeiten belastet.*

Die den Produktionsprozeß bestimmenden Faktoren sind wie folgt:

1. In einem Jahre sind Q Tonnen Massengüter in eine Transportweite von $j = s$ km zu befördern. Die Fahrzeuge führen den Transport in sogenannten reinen Einsätzen durch; die Länge j der Einsatzstrecke und die Gütertransportweite s sind von gleicher Größe.

2. Die Lademaschinen sind Typen gleicher Leistung.

3. Die Lademaschinen arbeiten in der als Ausgangspunkt dienenden Basissituation mit einer mittleren zeitlichen Ausnutzung m_r; die Betriebszeit beträgt $T_{rü}$ Stunden pro Jahr, ihre tatsächliche Betätigungszeit ist also $T_{rü} \cdot m_r = T_{rm}$.

4. Jede Lademaschine der Anzahl c hat eine Nennleistung von Q_{oelm} (t/St), wobei die Effektivleistung $Q_{oelm} \cdot m_r = Q_0$ beträgt. Die Effektivleistung des Bedienungssystems mit c Lademaschinen ergibt sich also zu cQ_0 oder anders formuliert $c\mu$, wenn die Leistung nicht in Tonnen, sondern in der Zahl der bedienten Wegen ausgedrückt wird. μ bedeutet die durchschnittliche Bedie-

nungsrate, die durchschnittliche Zahl der durch einen Kanal in einer Stunde bedienten Fahrzeuge; die Stundenleistung des Lademaschinentyps (15 Wagen/Stunde).

5. Im Transport werden vom Dispätscher Kippwagen mit einer gleichen Tragfähigkeit von $q_d = 8$ t eingesetzt.

6. Für die Transportabwicklung sind also Einsätze in der Anzahl von

$$J = \frac{Q}{q_d}$$

erforderlich.

7. Die in den Modellen der Warteschlangentheorie eine große Rolle spielende durchschnittliche Ankunftsrate λ wird auch als konstant angenommen. Es läßt sich nachweisen, daß bei diesen Annahmen λ von der Kanalzahl c unabhängig ist. λ mit der Maßeinheit Wagen/Stunde ist die Reziproke der Folgezeit $t_{\dot{e}}$ von Reziprokmaßeinheit, die aus der mittleren Umlaufzeit t und aus dem im Transportvorgang eingesetzten Fahrzeugbestand G ausgedrückt werden kann:

$$t_{\dot{e}} = \frac{t}{G} .$$

Dabei gelten jedoch

$$G = T_{sz}\,(n_{ü}\, n\, t_n)^{-1} \qquad \text{und}$$

$$t = \frac{T_{sz}}{J},$$

wo T_{sz} die Gesamteinsatzzeit der Fahrzeuge (in Stunden),
$n_{ü}$ den technischen Einsatzkoeffizienten der Fahrzeuge,
n die Zahl der produktiven Tage der Produktionszeit (Jahr),
t_n die mittlere tägliche Einsatzzeit (Stunde/Tag) bedeuten.

Damit ist der Wert von

$$\lambda = \frac{1}{t_{\dot{e}}} = \frac{J}{n_{ü} \cdot n \cdot t}, \tag{1}$$

von c unabhängig.

8. Aus der Produktionsfunktion des Lkw-Verkehrs sind noch bekannt und konstant die durchschnittliche Geschwindigkeit v_a, der Koeffizient für die Ausnutzung der mittleren dynamischen Ladekapazität t_t (da es sich um den Transport von Massengut handelt, ist $t_t = 1$), aus der räumlichen Transportanordnung der Ausnutzungskoeffizient der Fahrleistung *f*. *Die Aus-*

nutzung der Einsatzzeit m wird jedoch durch die — veränderliche — Wartezeit beeinflußt.

9. Weiterhin sind bekannt und konstant die Kostenkennziffer der Einsatzzeit k_{v1t} und die Kostenkennziffer der Fahrleistung k_{v1f} der Fahrzeuge von q_d Tragfähigkeit, ferner die auf das Transportvolumen entfallenden fixen Kosten K_a.

10. Die an der Beladestelle ankommenden Wagen folgen der *Poisson*-Verteilung, die Bedienungszeit weist eine *exponentielle* Verteilung auf.

Die mathematische *Überlegung* zur Bestimmung des Wertes der optimalen Lösung *geht aus der bekannten Selbstkostenfunktion aus:*

$$ö_A = \frac{k_{v1t} \cdot T_{sz} + k_{v1f} \cdot F + K_a}{T_{sz} \cdot m \cdot v_a \cdot q_d \cdot t_t \cdot f} . \tag{2}$$

In dieser Funktion ändern sich die Ausnutzung der Einsatzzeit m und die Gesamteinsatzzeit T_{sz} in Abhängigkeit von der Zahl der Lademaschinen c, beide wegen der unterschiedlichen Wartezeiten der Fahrzeuge. Es soll eine der beiden hier nicht angeführt werden; man bedarf einer Funktion einer Veränderlichen.

Dafür ist T_{sz} geeignet. Es ist nämlich aus der Produktionsfunktion bekannt, daß die gesamte Fahrzeit

$$T_m = m \cdot T_{sz} \quad \text{ist und damit} \quad T_{sz} = \frac{T_m}{m} .$$

In die Gleichung eingesetzt erhält man:

$$ö_A = \frac{k_{v1t} \dfrac{T_m}{m} + k_{v1f} \cdot F + K_a}{T_m \cdot v_a \cdot q_d \cdot t_t \cdot f} .$$

Von dem gesamten Nutzkm F wurde noch nicht gesprochen. Seine Größe wird durch die Transportaufgabe und die Tragfähigkeit der Fahrzeuge bzw. durch die daraus ermittelte Anzahl der Einsätze bestimmt; nach dem Ansatz ist auch dieser Wert eine konstante Zahl.

In einer zur Untersuchung geeigneten Form, wenn der Nenner — die gesamte Transportleistung — durch ε bezeichnet wird, erhält man

$$ö_A = \frac{k_{v1t} \cdot \dfrac{T_m}{m}}{\varepsilon} + \frac{k_{v1f} \cdot F}{\varepsilon} + \frac{K_a}{\varepsilon}$$

bzw. bei Bezeichnung der konstanten Werte durch C_1 und C_2:

$$\ddot{o}_A = \frac{C_1}{m} + C_2' . \tag{3}$$

Nun haben wir eine Funktion einer Veränderlichen: die Ausnutzung der Einsatzzeit m ist im Wesentlichen wegen der Wartezeit der Fahrzeuge in der Warteschlange ein veränderlicher Wert.

Nun ist die Funktion $m = f(c)$ zu bestimmen: die Veränderung der Ausnutzung der Einsatzzeit der Fahrzeuge m in Abhängigkeit von der Zahl der Lademaschinen.

Es ist bekannt, daß im allgemeinen

$$m = \frac{1}{\frac{t_a v_a f}{j} + 1} \tag{4}$$

gilt, wo $\bar{t}_a$ volle (mittlere) Ladezeit (Stunde/Einsatz) bedeutet.

Diese Ladezeit setzt sich aus mehreren Teilladezeiten zusammen wie folgt:

$$t_a = \bar{t}_w + \bar{t}_{bet} + \bar{t}_{bea} + \bar{t}_{ki} .$$

Dabei bedeuten: $\bar{t}_w$ die mittlere Wartezeit der Fahrzeuge (Stunde/Fahrzeug bzw. — was gleichbedeutend ist — Stunde/Einsatz);

- $\bar{t}_{bet}$ die mittlere reine Beladezeit (St./Einsatz);
- t_{bea} die mittlere Verlustzeit außer der Wartezeit in der Warteschlange und der tatsächlichen Ladezeit; z. B. Bescheinigung der Begleitpapiere, Bordwandsicherung usw. (St./Einsatz);
- $\bar{t}_{ki}$ die mittlere reine Entladezeit unter der Voraussetzung, daß bei der Entladung keine Warteschlange entsteht.

Aus der Sicht der Lösung des Problems können von den vier Teilzeiten von t_a drei als konstante Mittelwerte betrachtet werden, wobei die mittlere reine Beladezeit $\bar{t}_{bet}$ auch wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$\bar{t}_{bet} = t_{aQ} \cdot q_d ,$$

wo t_{aQ} die bekannte Verladenorm des betreffenden Massengutes ist.
Schließlich ist

$$t_a = \bar{t}_w + C_3 , \tag{5}$$

wo C_3 die Skalare aus den konstanten Ladezeiten bedeutet.

Bei einem parallelen Mehrkanal-Bedienungssystem beträgt die mittlere Wartezeit in der Warteschlange:

$$\bar{t}_w = \frac{\bar{\nu}}{\lambda},$$

wo $\bar{\nu}$ die mittlere Zahl der Wartenden; die Länge der Warteschlange bedeutet. Für die Bestimmung liefert die Warteschlangentheorie das Modell

$$\bar{\nu} = \frac{\varrho^{c+1}}{c \cdot c! \left(1 - \frac{\varrho}{c}\right)^2} P_0 .$$

Mit

$$\varrho = \frac{\lambda}{\mu} \text{ konstant},$$

c = Anzahl der Lademaschinen,

P_0 = die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Zahl der in der Warteschlange wartenden Fahrzeuge gleich 0 ist.

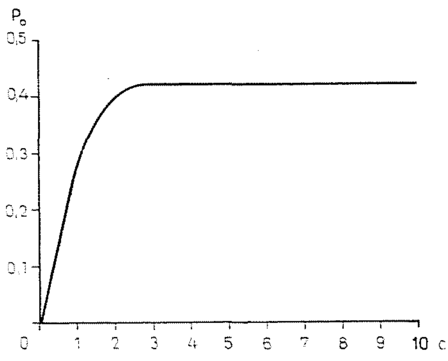

Abb. 1. Kurvenbild der Funktion $P_0 = f(c)$

Die Formel lautet:

$$P_0 = \frac{1}{\frac{\varrho^c}{c!\left(1 - \frac{\varrho}{c}\right)} + 1 + \frac{\varrho}{1!} + \frac{\varrho^2}{2!} + \ldots + \frac{\varrho^{c-1}}{(c-1)!}} .$$

Da nach den Ansätzen ϱ = konstant ist, läßt sich der Wert von P_0 für ein Beladestelle mit c Kanälen bzw. Lademaschinen durch eine numerische Berechnung ermitteln.

Die Kurve der Funktion P_0 (Abb. 1), die für den praktischen Istwert

$$\varrho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{13{,}2405}{15} = 0{,}8827$$

ermittelt wurde, verdient Beachtung.

Der eigenartige Kurvenverlauf ist leicht zu erklären. *Aus je mehr Kanälen, bei konstantem ϱ-Wert, ein Bedienungssystem besteht, umso wahrscheinlicher ist es, daß das ankommende Fahrzeug nicht warten muß.*

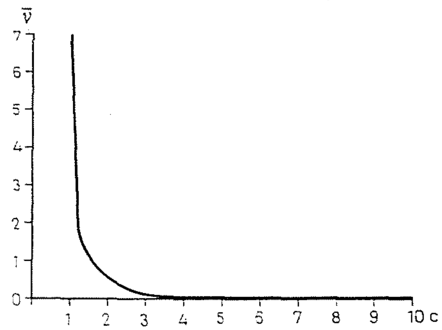

Abb. 2. Kurvenbild der Funktion $\nu = f(c)$

Besonders auffallend ist der steile Anstieg der Kurve zwischen $c = 1$ und 2, ein Umstand, dessen Einfluß sich im weiteren Verlauf der Untersuchungen oft fühlbar machen wird.

Die Funktion ergibt bei $c = 0$ einen unbestimmten Wert; ein Bedienungssystem mit einer Kanalzahl gleich Null ist sinnlos.

In Kenntnis der Werte für P_0 läßt sich die Anzahl der Wartenden für eine beliebige Kanalzahl aufgrund der Formel von $\bar{\nu}$ und aus dem konstanten Wert von ϱ errechnen. Das Kurvenbild ist in Abb. 2 dargestellt.

Das Diagramm weist einen der P_0-Kurve entgegengesetzten Verlauf auf, *wodurch veranschaulicht wird, wie stark — bei konstantem ϱ-Wert — die Länge der Warteschlange mit zunehmender Zahl der Kanäle abnimmt;* die Zahl der wartenden Fahrzeuge läßt sich bereits bei $c = 3$ gleich Null setzen. Der Kurvenverlauf ändert sich auch bei anderen praktisch vorkommenden ϱ-Werten nicht viel.

Im nächsten Schritt soll die mittlere Wartezeit $\bar{t}_w$ untersucht werden. Nach der bekannten Beziehung

$$\bar{t}_w = \frac{\bar{\nu}}{\lambda}$$

ist das Kurvenbild von t_w verständlicherweise gleicher Form, wie die Kurve von $\bar{\nu}$ in Abb. 2, da ja die $\bar{\nu}$-Werte mit dem als konstant angesetzten λ geteilt werden (Abb. 3). *Mit wachsender Zahl der Kanäle, der Lademaschinen, nimmt auch die Wartezeit rasch ab.* Im Falle von $c = 3$ warten die Lkw praktisch — im Mittel — überhaupt nicht.

Aus der Sicht der Betriebslehre läßt sich aus den Abbildungen 2 und 3 die Folgerung ziehen, *daß, falls die Zahl der eingesetzten bzw. einsetzbaren Lkw*

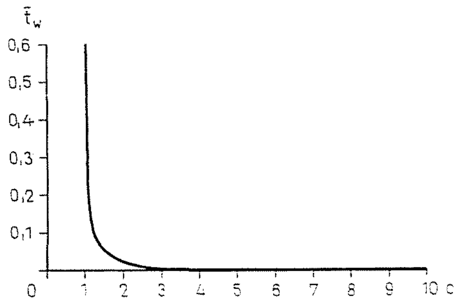

Abb. 3. Kurvenbild der Funktion $\bar{t}_w = f(c)$

mit der wachsenden Zahl der Lademaschinen nicht erhöht werden kann, die Ankunftsrate λ also konstant ist, bei einer — nach den angesetzten Istdaten geringen — Erhöhung der Zahl der Lademaschinen die Länge der Warteschlange bzw. damit auch die Dauer der Wartezeit, praktisch gleich Null sein wird.

Durch das Verschwinden der Warteschlange bzw. der Wartezeit werden die Selbstkosten für den Transport und gewiß auch die Rentabilität offensichtlich günstig beeinflußt, was im weiteren auch bewiesen werden soll.

Setzen wir $\bar{t}_w$ in die Formel (5) von t_a ein:

$$t_a = \bar{t}_w + C_3 = \frac{\varrho^{c-1}}{\lambda c c! \left(1 - \frac{\varrho}{c}\right)^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{\frac{\varrho^c}{c!\left(1 - \frac{\varrho}{c}\right)} + 1 + \varrho + \frac{\varrho^2}{2!} + \ldots + \frac{\varrho^{c-1}}{(c-1)!}} + C_3 \, .$$

In einer für die Berechnung geeigneteren Form gilt:

$$t_a = \frac{\varrho^{c+1}}{\lambda \left\{ c\left(1 - \frac{\varrho}{c}\right)\varrho^c + cc!\left(1 - \frac{\varrho}{c}\right)^2\left[1 + \varrho + \frac{\varrho^2}{2!} + \ldots + \frac{\varrho^{c-1}}{(c-1)!}\right]\right\}} +$$

$$+ C_3 = \frac{\varrho^{c+1}}{\lambda c \left(1 - \frac{\varrho}{c}\right) \left[\varrho^c + c! \left(1 - \frac{\varrho}{c}\right) \left(1 + \varrho + \frac{\varrho^2}{2!} + \ldots + \frac{\varrho^{c-1}}{(c-1)!}\right)\right]} + C_3 .$$

In die Formel Werte von $c = 1$ bis $c = 10$ und für λ und ϱ konstante praktische Werte eingesetzt, läßt sich die Kurve 4 bestimmen. In Kenntnis der vorigen Diagramme — vor allem 2 und 3 — ist auch der Verlauf der t_a Kurve verständlich; in der mittleren Ladezeit ist lediglich t_w eine veränderliche Teilzeit, daher wird der Verlauf der t_a-Kurve durch diese bestimmt.

Somit ist die gesamte Änderung der Wartezeit t_a innerhalb der Umlaufzeit in Abhängigkeit von konstantem ϱ und von der veränderlichen Zahl c der Kanäle bekannt. Nun kann bereits auch die Ausnutzung der Einsatzzeit m in Abhängigkeit von der Kanalzahl c ausgedrückt werden.

Wir bedienen uns wieder der wohlbekannten Funktion der Ausnutzung der Einsatzzeit:

$$m = \frac{1}{\frac{t_a \cdot v_a \cdot f}{j} + 1} .$$

Den Ansätzen gemäß sind sämtliche Faktoren außer t_a konstant. Die Funktion nimmt also folgende Form an:

$$m = \frac{1}{C_4 t_a + 1} ,$$

wo nach den praktischen Istzahlen $C_4 = 1{,}1952$ angesetzt werden kann.

Nach dem Einsetzen in die Formel gilt

$$m = \frac{1}{\frac{v_a f}{j} \left\{ \frac{\varrho^{c+1}}{\lambda c \left(1 - \frac{\varrho}{c}\right) \left[\varrho^c + c! \left(1 - \frac{\varrho}{c}\right) \left(1 + \varrho + \frac{\varrho^2}{2!} + \ldots + \frac{\varrho^{c-1}}{(c-1)!}\right)\right]} + C_3 \right\} + 1} ,$$

wo — wie bekannt — v_a, f und j konstante Skalaren sind.

Der Zusammenhang zwischen der Ausnutzung der Einsatzzeit und der Zahl der Kanäle — der Lademaschinen — ist in Abb. 5 veranschaulicht.

Auch diese Kurve weist im Bereich $c = 2$ eine jähe Richtungsänderung auf: die steile Steigerung geht hier fast in die Waagerechte über.

Das ist in allen fünf Abbildungen zu erkennen, und daraus läßt sich bereits die Folgerung ziehen, daß in der endgültigen Lösung des Problems die

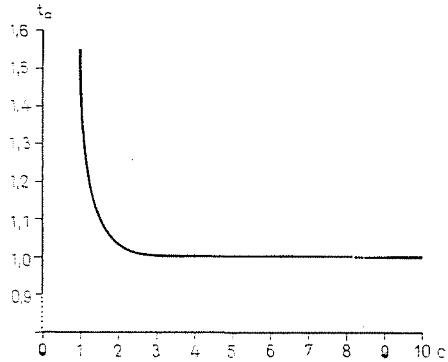

Abb. 4. Funktion $t_a = f(c)$

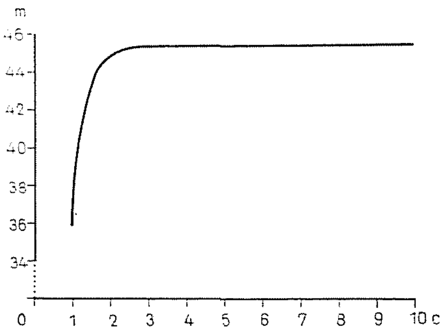

Abb. 5. Kurve der Funktion $m = f(c)$

Kanalzahlen im Bereich eine hervorragende Rolle spielen werden. Es scheint also gerechtfertigt — zur Betonung der Wichtigkeit ihrer Rolle — *die hierher fallenden Punkte der Kurve Propiuspunkte zu nennen.*

Auch durch die Gestaltung der Transportselbstkosten wird die Wichtigkeit der Propiuspunkte unterstrichen.

Um auf die frühere Selbstkostenfunktion (3) zurückzukommen gilt:

$$ö_A = \frac{C_1}{m} + C_2 \ .$$

Es läßt sich die Kurve der Selbstkostengestaltung durch Einsätzen des zu einer beliebigen Kanalzahl gehörigen Wertes für m ermitteln (Abb. 6). Hier sind $C_1 = 0{,}1407$ und $C_2 = 1{,}6505$.

Die Höhe der Selbstkosten in den Propiuspunkten der Kurve wird durch folgende Daten angedeutet:

$$\begin{aligned} c &= 1; & \ddot{o}_A &= 2{,}042 \text{ Ft/tkm}, \\ c &= 2; & \ddot{o}_A &= 1{,}965 \text{ Ft/tkm}, \\ c &= 3; & \ddot{o}_A &= 1{,}960 \text{ Ft/tkm}, \\ c &= 10; & \ddot{o}_A &= 1{,}953 \text{ Ft/tkm}. \end{aligned}$$

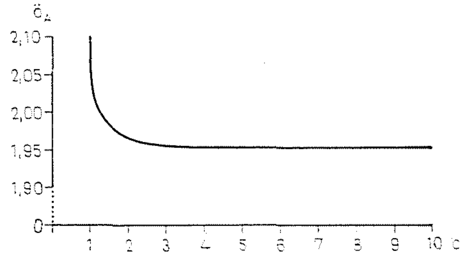

Abb. 6. Selbstkostenfunktion $\ddot{o}_A = f(c)$ (ohne Ladearbeit)

Aus den Selbstkosten in den Propiuspunkten sowie dem Kurvenverlauf lassen sich einige sowohl für die Theorie als auch für die Praxis bemerkenswerte Folgerungen ziehen:

1. Vor allem ist festzustellen, daß *die Selbstkostengestaltung, der Verlauf der Kurve der Selbstkostenfunktion, streng der mittleren Zahl $\bar{\nu}$ der in der Warteschlange Wartenden, ferner der mittleren Wartezeit $\bar{t}_w$, schließlich der Form der Kurve der mittleren Ladezeit t_a folgt (Abb. 2, 3 und 4).*

2. *Die Transportselbstkosten werden durch die in Abhängigkeit von der Zahl der Lademaschinen, Kanäle, mehr oder weniger lange Warteschlange entscheidend beeinflußt.*

3. *Mit zunehmender Kanalzahl nehmen die Selbstkosten ab. Bei Außerachtlassung der Ladekosten kann keine optimale Lösung gefunden werden; die Selbstkostenfunktion hat keinen Randwert.*

4. Dessenungeachtet ist von den Propiuspunkten den zu $c = 3$ gehörenden Selbstkosten Beachtung zu schenken. Unter den Bedingungen des untersuchten Problems, ohne Ladekosten sowie bei den für die Zahlenrechnung benutzten Istdaten *können die Selbstkosten im Falle von Bedienungssystemen mit Lademaschinen über $c = 3$* — mit einer für die Praxis hinsichtlich der Selbstkosten befriedigenden Genauigkeit — *als unveränderlich betrachtet werden.*

5. Der Punkt $c = 3$ *der Kurve kann als Quasi-Optimum, die dazu gehörenden Selbstkosten können als Quasi-Minimum bezeichnet werden.*

6. *Im neuen ökonomischen System der Planung und Leitung ist es für die Betriebe günstig, vor der Übernahme einer Transportaufgabe von großem Umfang*

— im Rahmen einer Vorkalkulation — *die quasioptimale Zahl der vom Befrachter zur Verfügung gestellten Lademaschinen zu ermitteln, weil sich so das Quasi-Minimum der Transportselbstkosten ergibt und auch die Rentabilität gewiß am günstigsten sein wird;* u. U. kann so der Betrieb bei der Wettbewerbsverhandlung durch eine größere Tarifermäßigung Chancen gegenüber den anderen Betrieben haben.

7. In Kenntnis der angegebenen Kurvenbilder, vor allem von Abb. 2, *läßt sich diese Vorkalkulation auch in engerem Rahmen durchführen.*

Die Bestimmung der quasioptimalen Kanalzahl erfordert nämlich einen ziemlich großen Rechenaufwand, es genügt beispielsweise, auf die verwickelte Funktion für die Berechnung des t_a-Wertes hinzuweisen. Die Form der Kurve in Abb. 2, die die Veränderung der Zahl der Wartenden im Abhängigkeit von der Kanalzahl darstellt stimmt hingegen mit der Kurve für die Selbstkosten $\ddot{o}_A$ (Abb. 6) gut überein. Diese Erfahrung kann dadurch ergänzt werden, daß *bei praktischen Lösungen die Propiuspunkte der $\bar{v}$-Funktion als mit den Propiuspunkten auf der Selbstkostenkurve identisch betrachtet werden können.* Damit werden die Berechnungen vereinfacht.

Soll also die Vorkalkulation in kurzer Zeit erfolgen (z. B. gerade während der Wettbewerbsverhandlung) und verfügt der Betrieb über keine elektronische Rechenanlage, genügt es, die $\bar{v}$-Kurve bzw. die dazugehörigen Funktionswerte im Bereich der Propiuspunkte zu errechnen. Für eine wirtschaftliche Betriebsführung ist — in der Mehrzahl der Fälle — eine solche Genauigkeit hinreichend.

Eine noch günstigere Lösung besteht darin, für die verschiedenen Fahrzeugtypen, unterschiedlichen Wartezeiten bei der Beladung, noch dem Aufkommen des Anspruches vorangehend Propiuspunkte zu ermitteln und *als Hilfsmittel für die Vorkalkulation in Bereitschaft zu halten.* Auch die Propiuspunkte werden in der Datenkartei gespeichert, die die zur Unterstützung einer wirtschaftlichen Leitungstätigkeit dienende Informationen enthält.

Dieser Abschnitt läßt sich durch drei Bemerkungen ergänzen bzw. abschließen.

Vor allem: Die Abhandlung beschäftigt sich mit Bedienungssystemen mit Lademaschinen. Um Mißverständnissen vorzubeugen, sei bemerkt, daß bei dem Einsatz von manuellen Ladebrigaden das Problem und seine Lösung dieselben sind, wenn die Bedienungszeit eine exponentielle Verteilung aufweist. Es kann höchstens die Lage der Propiuspunkte einigermaßen abweichend sein.

Ferner: Die praktische Anwendung der Lösung wird u. U. durch die noch ungeklärte Wahrscheinlichkeitsverteilung der Bedienungszeit bzw. durch den Umstand erschwert, daß diese keine exponentielle, sondern z. B. eine Normalverteilung aufweist und daher die mathematischen Formeln der Warteschlangentheorie nicht entsprechend sind. Bei einschlägigen Versuchen wurde nämlich mehrfach eine Normalverteilung der Ladezeit der Lademaschinen festgestellt. Die Ankunft der Lkw an der Be- oder Entladestelle (Wagen/St.) weist — wie das auch in Ungarn mehrfach nachgewiesen wurde — eine *Poissonsche* Verteilung auf.

Unter anderen Bedingungen durchgeführte Versuchsforschungen zeugen dafür, daß durch die Annahme einer exponentiellen Verteilung, wenn die Bedienungszeit tatsächlich nicht der *exponentiellen* Verteilung folgt, ein Fehler von etwa 10 bis 15% entsteht. Es läßt sich annehmen, daß auch im Falle des in der Abhandlung besprochenen Problems kein größerer Fehler vorliegt; in der Lage der Propiuspunkte ist gewiß keine wesentliche Veränderung zu verzeichnen. Offenbar ändert sich auch die quasi-optimale Kanalzahl nicht bedeutend, wobei die damit verbundenen Selbstkosten eine quasiminimale Veränderung erfahren. *Das kann aber für die praktische Brauchbarkeit kaum ein Hindernis bilden.*

Schließlich ist noch die Frage zu beantworten, wie sich in einer propiusoptimalen Situation die erforderliche Fahrzeugzahl ermitteln läßt.

Es liegt auf der Hand, daß bei konstantem λ und einer veränderlichen Zahl der Kanäle von gleicher Leistungsfähigkeit der Transport im Laufe der im Transportvertrag festgelegten Zeit (ein Jahr) lediglich mit einer bestimmten Zahl der eingesetzten Lkw durchgeführt werden kann. Das Problem läßt sich leicht lösen.

Die Antwort ergibt sich aus der Produktionsfunktion:

$$\varepsilon = G\, n_{ü}\, n\, t_n\, m\, v_a\, q_d\, t_t f .$$

Nach den vorstehenden Feststellungen ist in der Funktion die Kanalzahl aus der Kurve in Abb. 6 abzulesen und wird dieser c-Wert in die Funktion (4) von m eingesetzt, ist der Wert der Ausnutzung der Einsatzzeit bestimmt.

Aus der Produktionsfunktion erhält man

$$G = \frac{\varepsilon}{n_{ü}\, n t_n\, m v_a\, q_d\, t_t f} .$$

Jedes Glied der rechten Seite ist bekannt.

Der zur quasioptimalen Kanalzahl $c = 3$ gehörende Lkw-Bestand G ergibt sich bei den angesetzten Werten zu

$$G = 24{,}4 \cong 25 .$$

Einheiten je 8 t.

Zur betriebstechnischen Information diene noch der Fall $c = 1$. Da in diesem Falle die Warteschlange länger ist, ergibt sich die erforderliche Fahrzeugzahl zu

$$G = 29{,}7 \cong 30 \text{ Fahrzeugen.}$$

3. Auch die Ladearbeiten werden vom Verkehrsbetrieb durchgeführt

Das im vorangehenden Abschnitt behandelte Problem wird jetzt mit dem Unterschied untersucht, daß auch der Ladevorgang durch den Kraftwagenverkehrsbetrieb durchgeführt wird. Unter den Transportkosten kommen auch die Ladekosten vor.

Die Ansätze des Problems sind mit denen des Problems ohne Ladekosten identisch. Es ist besonders Folgendes zu erwähnen: in einem Jahre sind Güter der Menge Q in eine Entfernung j zu befördern, in der Basisperiode arbeiten die Lademaschinen mit einer extensiven zeitlichen Ausnutzung m_r, die Gütermenge wird auch in diesem Falle mit Fahrzeugen der Tragfähigkeit q_d in einer Anzahl J der Einsätze befördert.

Auch die Produktionsfaktoren und Kostenziffern sind dieselben, doch als Mehrwerte werden die Kostenziffer der Ladetätigkeit k_{v2} in Ft/t sowie die ständigen Kosten für die Lademaschinen herangezogen.

Für die Verwendbarkeit der mathematischen Formel der Warteschlangentheorie besteht auch weiterhin die Forderung, daß die Ankunft der Fahrzeuge an der Be- oder Entladestelle eine *Poissonsche*, die Bedienung- bzw. Ladezeit eine *exponentielle* Verteilung aufweisen. Auch die zahlenmäßigen Werte der mittleren Ankunftsrate λ und der durchschnittlichen Bedienungsrate μ sind dieselben wie im vorigen.

Einführend soll darauf hingewiesen werden, daß über die tatsächliche Leistung und die Betriebskosten der im Kraftverkehr in Ungarn gebräuchlichen Lademaschinen *ausführliche Informationen nur sehr unvollständig zur Verfügung stehen*. Folglich mußte bei der Lösung des Problems mit subjektiven Grundsatzannahmen, bei den numerischen Berechnungen auch mit schätzungsmäßigen Werten gearbeitet werden.

Durch diesen Umstand wird jedoch der Wert der erarbeiteten *Untersuchungsmethode* nicht beeinträchtigt; *diese läßt sich auch im Falle von zuverlässigen Informationen unverändert verwenden.*

Als Hauptinformationsquelle diente die durch den *Nationalen Technischen Entwicklungsausschuß* ausgearbeitete Abhandlung: *Untersuchung der fließenden Technologie von Ladevorgängen bei Transporten nach den Haupt-Massengütergruppen* (1965), die die wichtigsten — meistens durch den Fertigerbetrieb angegebenen — technischen und Kostendaten der im Lande am häufigsten eingesetzten Lademaschinentypen enthält.

Anhand der Abhandlung *können die Ladekosten ebenfalls auf der Leistung (der Ladeleistung) proportionale veränderliche und ständige Kosten aufgeschlüsselt werden.* Die Kostenziffer k_{v2} des veränderlichen Kostenteils kommt mit einem konstanten Wert in den zahlenmäßigen Berechnungen vor. Die Amortisation der Lademaschine stellt einen ständigen Kostenteil dar, weil er von der

Leistung der Maschine unabhängig nach Kalenderzeit abgetragen werden muß; er wird durch K_{ar} bezeichnet.

Die Formel der zur Lösung dienenden Selbstkostenfunktion unterscheidet sich in den mit der Ladearbeit zusammenhängenden Kosten von der im vorangehenden Abschnitt verwendeten:

$$\ddot{o}_A = \frac{k_{v1t} T_{sz} + k_{v1f} F + k_{v2} Q + cK_{ar} + K_a}{T_{sz} m v_a q_d t_t f} . \tag{6}$$

Jetzt verändern sich die Gesamtamortisation der Lademaschinen und nach den früheren Ausführungen die Ausnutzung der Einsatzzeit m mit der Änderung der Kanalzahl; selbstverständlich ändert sich damit auch T_{sz}. Die anderen Faktoren der Funktion sind konstante Werte in der Basisperiode.

Auch diese Funktion ist in eine für die Berechnung geeignetere Form zu bringen. Es werden die Ausdrücke

$$T_{sz} = \frac{T_m}{m}, \quad \text{und } T_{sz} m v_a q_d k_d = \varepsilon$$

eingesetzt:

$$\ddot{o}_A = \frac{k_{v1t} \dfrac{T_m}{m} + k_{v1f} F + k_{v2} Q + cK_{ar} + K_a}{\varepsilon} = k_{v1t} \frac{T_m}{m\varepsilon} + \frac{k_{v1f} F}{\varepsilon} + \frac{k_{v2} Q}{\varepsilon} + \frac{K_a}{\varepsilon} + \frac{cK_{ar}}{\varepsilon} .$$

Die konstanten Werte durch C bezeichnet, erhält man

$$\ddot{o}_A = \frac{C_1}{m} + C_2 + C_3 \cdot c . \tag{7}$$

Auch aus Abb. 5 ist es bekannt, daß mit zunehmender Kanalzahl die Ausnutzung der Einsatzzeit steil abfällt, sodann nach den Propiuspunkten ganz flach wird. Dieser Tatsache zufolge nimmt der Zahlenwert des ersten Faktors auf der rechten Seite der Selbstkostenfunktion ab. Selbstverständlich werden auch die Selbstkosten in diesem Sinne beeinflußt. Durch eine Erhöhung der Kanalzahl wächst hingegen die Amortisationssumme, ein Umstand, der der vorigen in entgegengesetzter Richtung wirkt.

Es ist leicht einzusehen, daß *falls die Wirkung aus dem Amortisationsmehrbetrag die Wirkung der Erhöhung von m übersteigt, die Selbstkostenfunktion durch eine von unten konvexe Kurve dargestellt wird, die also einen Randwert hat.*

Dies wird auch durch die die Selbstkostengestaltung darstellende Abb. 7 nachgewiesen.

Bei Berücksichtigung der Ladekosten verläuft die Selbstkostenkurve — verständlicherweise — auf einer höheren Ebene. Formmäßig weicht sie insofern von Abb. 6 ab, daß sie pfeifenförmig ist. Mit zunehmender Kanalzahl steigt sie nach einen Minimum wieder an.

Es muß jedoch wiederholt werden: *Diese Tendenz hält nur solange an, bis bei einer Wertveränderung der Ausnutzung der Einsatzzeit sowie der Amortisationskosten, die letzteren eine stärkere Wirkung auf die Selbstkosten ausüben.* Bei dem Einsatz von im Verhältnis zur Leistung billigeren Maschinen wird

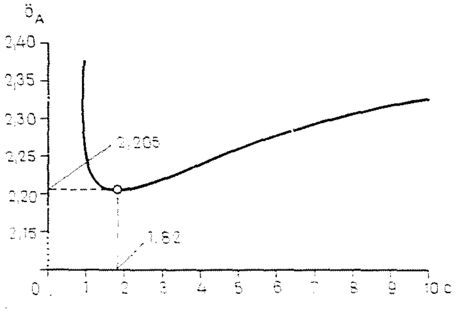

Abb. 7. Selbstkostenfunktion $ö_A = f(c)$ (mechanisierte Ladearbeit)

der Kurvenast der »Pfeife« weniger steil sein, es kann selbst vorkommen, daß er horizontal wird. In letzterem Falle hat hingegen die Funktion keinen Randwert.

Das Gesagte ist übrigens mit dem allgemeingültigen produktionswirtschaftlichen Grundsatz im Einklang, nachdem im Verhältnis zum Anschaffungspreis und zur Lebensdauer der Betrieb der hochleistungsfähigen Maschinen billig ist. Mit anderen Worten: je niedriger der Anschaffungspreis einer Maschine und je länger ihre wirtschaftliche Lebensdauer, umso kostengünstiger ist ihr Betrieb. Dieser Satz gilt auch für die Lademaschinen.

Die auch die Ladekosten berücksichtigende Selbstkostenfunktion liefert eine optimale Lösung, es sollte unter Anwendung von herkömmlichen anlyatischen Mitteln mit Hilfe des ersten Differentialquotienten das Minimum der Funktion gesucht werden. Es ist jedoch aus dem vorigen Abschnitt bekannt, daß im Nenner der Ausnutzung der Einsatzzeit die faktoriellen der veränderlichen Kanalzahl c sowie die Reihe der c-ten Potenzen von ϱ stehen, ein Umstand der die Differenzierung schwierig macht. Die Randwerte müssen durch langwierige numerische Berechnungen angenähert werden.

Das Ergebnis der Berechnung ist, daß *bei den obenangegebenen Ansätzen die minimalen Selbstkosten bei* $c = 1{,}82 \cong 2$ *Kanälen anfallen, u.zw. mit einem Wert von* $ö_{A\,\mathrm{opt}} = 2{,}205$ *Ft/tkm.*

Bei den bisherigen Untersuchungen wurde die Ladearbeit mit Hilfe von Maschinen bewerkstelligt. Die Lösungsmethode läßt sich auch auf manuell durchgeführte Ladearbeiten anwenden.

In dieser Variante *arbeiten an der Ladestelle* 1, 2 . . . 10 *Ladebrigaden, wobei vorausgesetzt wird, daß jede von diesen dieselbe Leistung hat, wie je eine im vorigen berücksichtigte Lademaschine. Die Zahl der Kanäle ist also gleich der Zahl der Ladebrigaden.*

Von der Selbstkostenfunktion fallen die ständigen Kosten der Amortisation der Lademaschinen weg. Den entscheidenden Teil der Ladekosten machen der Lohn der Ladearbeiter und die Abgaben aus. Die Lebensdauer der bei Verladen von Massengütern verwendeten Handwerkzeuge (Schaufeln, Arbeitskleider) ist so unbeträchtlich, daß die Kosten je Tonnenkilometer bei einer praktischen Kalkulation vernachlässigt werden können.

Durch die Art des Lohnsystems kann jedoch die Struktur der Selbstkostenfunktion beeinflußt werden.

Arbeiten die Verladebrigaden ausschließlich im Leistungslohnsystem und ist ihre Lohnnorm an die verladenen Gütermengen gebunden (in Ft/t), erfordert das lediglich die Einführung der Kostenziffer der Ladetätigkeit k_{v2}. Die organisationsmäßige Voraussetzung für eine derartiges Lohnsystem besteht jedoch darin, daß die Fahrzeuge kontinuierlich, ohne Unterbrechung bei der Be- oder Entladestelle eintreffen, damit für die Ladearbeiter keine Stehzeiten entstehen, die einen Lohnverlust herbeiführen würden.

Kann diese Forderung nicht sichergestellt werden, so muß für die ausfallenden Arbeitszeiten als Grundlohn ein Stundenloh nbezahlt oder u. U. das reine Stundenlohnsystem angewandt werden.

Bei der Massengüterbeförderung läßt sich die kontinuierliche Beschäftigung der Ladearbeiter in der Regel sicherstellen. Unter derartigen Umständen wird das Leistungslohnsystem auch aus der Sicht der wirtschaftlichen Arbeitsorganisation empfohlen.

Auch in den beiden anderen Fällen ist es unwahrscheinlich, daß von den Verantwortlichen der Produktionsleitung viele im Stundenlohn bezahlte »Freizeit« zugelassen würde. Daher kann sowohl im reinen Stundenlohnsystem als auch im mit einem Grundlohn kombinierten Leistungslohnsystem der Lohn mit der verladenen Menge in ein Verhältnis gestellt werden, es ist also k_{v2} in Ft/t anzuwenden. Höchstens verbleibt im Ergebnis eine gewisse Verzerrung, die umso geringer ist, je kleiner der im Stundenlohn bezahlte Teil der Arbeitszeit.

Aufgrund dieser Überlegungen kommt jetzt in der Selbstkostenfunktion als Kosten für die Ladearbeiten lediglich der Posten $k_{v2}Q$ vor. Die Selbstkostenfunktion lautet:

$$\ddot{o}_A = \frac{k_{v1t}\,T_{sz} + k_{v1f}\,F + k_{v2}\,Q + K_a}{T_{sz}\,mv_a\,q_d\,k_d}.$$

T_{sz} ist auch jetzt zu eliminieren und bei erneuerter Einführung des Symbols ε gilt:

$$\ddot{o}_A = k_{r1i} \frac{T_m}{m\varepsilon} + \frac{k_{v1f} F}{\varepsilon} + \frac{k_{v_2} Q}{\varepsilon} + \frac{K_a}{\varepsilon} .$$

Der Zweckmäßigkeit halber sei der Wert für k_{v2}, wie bei der mechanisierten Ladearbeit, gleich 1,70 Ft/t. Dieser Wert wurde im Aufsatz bei den nume-

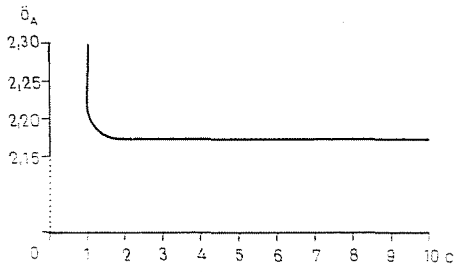

Abb. 8. Selbstkostenfunktion $\ddot{o}_A = f(c)$ (manuelle Ladearbeit)

rischen Berechnungen beibehalten, weil so die Selbstkosten von mechanisierter und manueller Verladung auf gleicher Basis verglichen werden können.

Die konstanten Werte eingesetzt erhält man für die Selbstkostenfunktion:

$$\ddot{o}_A = \frac{0{,}1407}{m} + 1{,}6505 + 0{,}2097 .$$

Dem Modell ohne Verladung gegenüber stellt lediglich das letzte Glied auf der rechten Seite einen Mehrwert dar. Folglich ist die Form der Kurve dieselbe wie vorhin, doch liegt sie um 0,2097 Ft höher (Abb. 8).

Der quasioptimale Punkt fällt in diesem Falle ziemlich klar auf $c = 2$ Kanäle, auf den Einsatz von zwei Ladebrigaden.

Aus dem Vergleich der Kurven in den Abbildungen 7 und 8 *läßt sich eine beachtenswerte Information über die Rolle der zeitgebundenen, also von der Leistung unabhängig abzuzahlenden Amortisation in der Selbstkostengestaltung gewinnen.*

1. In einer an die Kalenderzeit gebundenen Amortisationsordnung läßt sich eine unter den angegebenen Bedingungen optimale Kanalzahl ermitteln. Das ist für die Betriebsleitung ein sehr günstiges Ergebnis. Der Verantwortliche für die Transportorganisation weiß, wie viele Lademaschinen einzusetzen sind, um den Transport mit dem Minimum an Selbstkosten abzuwickeln.

2. Ist aus irgendwelchem Grunde, z. B. weil der Transport nicht in dem im Problem angegebenen einen Jahr, sondern in wesentlich kürzerer Zeit zu bewerkstelligen ist, die Zahl der Lademaschinen zu erhöhen, so verlassen die

Kosten die bisherige minimale Höhe und erhöhen sich funktionsartig mit der zunehmenden Kanalzahl.

3. Das trifft auch dann zu, wenn vom Besteller die tägliche Empfangszeit der Fahrzeuge beschränkt, doch die Einhaltung des Liefertermins gefordert wird.

4. Bei manuell durchgeführten Ladearbeiten nehmen die Selbstkosten durch den Einsatz von mehreren Kanälen, mehreren Ladebrigaden, nicht zu. Über einer gewissen — rechnerisch ermittelbaren — Kanalzahl *kann also das manuelle Ladesystem vorteilhafter als das mechanisierte sein; ein Ersetzen der Maschinen durch Handarbeit kann zur Selbstkostensenkung führen.*

Diese Feststellung scheint überraschend zu sein. Im praktischen Leben werden jedoch oft Erfahrungen gemacht, die diese bekräftigen. Eine bedeutende Abweichung in der mechanisierten und der manuellen Ladearbeit liegt vor allem dann vor, wenn der technische Zustand der Lademaschine, die Instandhaltungsarbeit nicht befriedigend sind.

Zusammenfassung

Unter Anwendung der Ergebnisse der Warteschlangentheorie wird im Aufsatz eine Methode vorgeführt, die die mathematische Untersuchung von Mehrkanal-Bedienungssystemen im Kraftwagenverkehr ermöglicht. Von den Problemen des Themenkreises wird die Ermittlung der optimalen Kanalzahl des Bedienungssystems in zwei Varianten gezeigt, je nachdem, ob die Ladearbeit von dem den Transport abwickelnden Kraftwagenverkehrsbetrieb oder einem anderen Organ durchgeführt wird. Die Feststellungen werden anhand von angesetzten Istzahlen auch in Diagrammen veranschaulicht.

Literatur

1. Ferschl, F.: Zufallsabhängige Wirtschaftsprozesse. Physica Verlag, Wien und Würzburg, 1964.
2. Kaufmann, A.: Die optimale Programmierung. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
3. Kaufmann, A.: Methoden und Modelle der Unternehmungsforschung. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1958.
4. Kaufmann—Faure: Einführung in die Unternehmungsforschung. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1969.
5. Morse, Ph. M.: Queues, Inventories and maintenance. John Wiley Sons, New York, 1962.
6. Prékopa, A.: Wahrscheinlichkeitstheorie, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1962.
7. Saaty, Th. L.:. Mathematical methods of operations research. McGraw-Hill Book Company, New York, 1959.
8. Sadowski—Wieslaw: Theorie und Methoden der Optimierungsrechnung in der Wirtschaft. Verlag Die Wirtschaft, Berlin, 1963.
9. Sasieni—Yaspan—Friedmann: Methoden und Probleme der Unternehmungsforschung. Physica-Verlag, Würzburg, 1962.
10. Szántó, E.: Betriebslehre des Kraftwagenverkehrs.* Közlekedéstudományi Szemle, Budapest, 1963, H. 4.
11. Szántó, E.:. Betriebslehre des Kraftwagenverkehrs.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1966.
12. Szántó, E.: Mehrkanal-Bedienungssysteme im Lkw-Verkehr.* Manuskript. (1966).
13. Betriebswirtschaftslehre des Kraftfahrzeugverkehrs.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, (1966).

Dr. Emil Szántó, Budapest IX., Kinizsi u. 1—7, Ungarn

* In ungarischer Sprache.