

EINE RECHNUNGSART FÜR DIE BESTIMMUNG DES ARBEITSPUNKTES DURCH KREISELPUMPE BETÄTIGTER WASSERSTRAHLPUMPE

Von

L. KÓSA

Lehrstuhl für Wasserkraftmaschinen, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 9. Dezember, 1968)

Vorgelegt von Prof. Dr. J. VARGA

I. Einleitung

Die Wasserstrahlpumpe ist eine Maschine von sehr schlechtem Wirkungsgrad. Laut Angaben der Fachliteratur [1] erreicht dieser kaum 35%. Ihre Anwendung ist von Fall zu Fall dennoch wegen ihrer Einfachheit, Betriebszuverlässigkeit und ihrer niedrigen Herstellungskosten begründet. Die Betätigungsflüssigkeit kann bei niedrigen Leistungen Zapfwasser sein, Wasserstrahlpumpen von höheren Leistungen werden jedoch durch Kreiselpumpen in Betrieb gehalten.

Ein Verwendungsbereich der durch Kreiselpumpen betätigten Wasserstrahlpumpen ist das Pumpen aus Tiefbrunnen. In diesem Fall schließt sich die Wasserstrahlpumpe als Tiefsauger an die Kreiselpumpe nach Abb. 1a oder 1b an. Die Methoden und Betriebsverhältnisse der Tiefsauger-Verbindung werden von NÉMETH [2] beschrieben, eine Methode zur rechnerischen Bestimmung des Arbeitspunktes dieser Verbindung aber wird von STEPANOFF [1] bekanntgegeben.

Die in Abb. 1c sichtbare Verbindungsweise ist in jenem Falle zweckmäßig, wenn das Durchströmen der gepumpten Flüssigkeit (z. B. stark unreinigten Wassers) durch die Kreiselpumpe vermieden werden soll. Die beschriebene Verbindung bietet die Möglichkeit zur Lösung der in der chemischen Industrie vorkommenden Aufgabe, die gepumpte Flüssigkeit stetig zu verdünnen. Dieselbe Verbindung findet auch in der Lenzanlage der Schiffe Anwendung, wo eine durch die Feuerlöschpumpe betätigte Wasserstrahlpumpe als Reservepumpe eingebaut wird. Im weiteren wird eine Methode zur Bestimmung der Betriebskennwerte der in Abb. 1c skizzierten Verbindung im Falle gegebener Kreiselpumpe, Wasserstrahlpumpe und Rohrleitungssysteme bekanntgegeben.

2. Ausgangsangaben

Zur Lösung der Aufgabe stehen zur Verfügung:

a) Die Kennlinie der Kreiselpumpe

Die Kennlinie der Kreiselpumpe gibt die manometrische Förderhöhe H_C als Funktion der beförderten Flüssigkeitsmenge Q_1 . Mit den Bezeichnungen in Abb. 2 gilt:

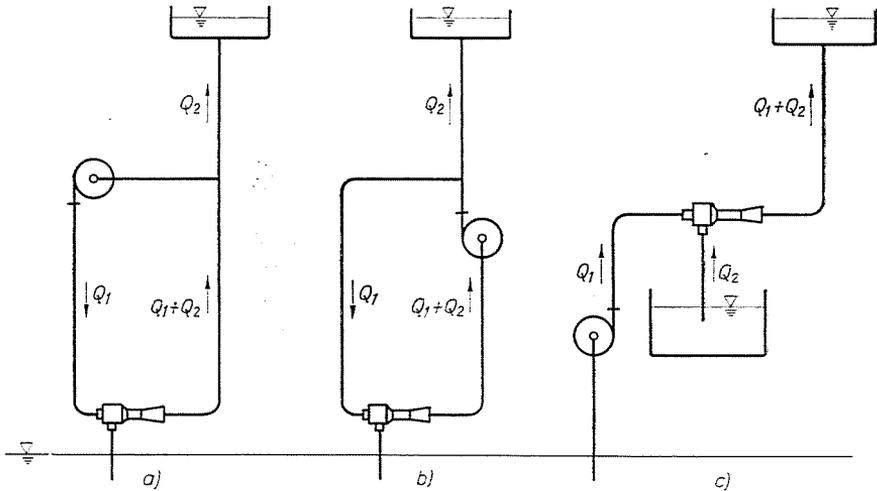


Abb. 1. Verbindungsweisen einer durch eine Kreiselpumpe betätigten Wasserstrahlpumpe

$$H_C = \frac{p_{CN} - p_{CS}}{\gamma_1} + \frac{C_{CN}^2 - C_{CS}^2}{2g} + h_{CN} - h_{CS} \quad (1)$$

Die Kennlinie kann entweder durch Messen bestimmt, oder einem Katalog entnommen werden. Soll die in der Einleitung gestellte Aufgabe numerisch gelöst werden, dann kann die Kennlinie annäherungsweise durch eine Kurve zweiten Grades ersetzt werden, deren Gleichung:

$$H_C = B_1 Q_1^2 + B_2 Q_1 + B_3 \quad (2)$$

Die Konstanten B_1 , B_2 und B_3 können aus dem durch die Substituierung der Werte $H_C - Q_1$ gewonnenen Gleichungssystem bestimmt werden, wo die Werte $H_C - Q_1$ den zum anzuwendenden Kennlinienabschnitt gehörenden drei Punkten zu entnehmen sind.

b) Kennlinien der Rohrleitungsstrecken

Die Kennlinien der einzelnen Rohrleitungsstrecken geben die Förderhöhen-Ansprüche als Funktion der die Rohrleitung durchfließenden Flüssigkeitsmenge an.

Im allgemeinen kann aufgeschrieben werden:

$$H_R = \Delta h + B \cdot Q^2 \quad (3)$$

wo B die aus den Angaben des untersuchten Rohrabschnittes berechenbare Konstante ist:

$$B = \frac{\zeta}{2gA^2}$$

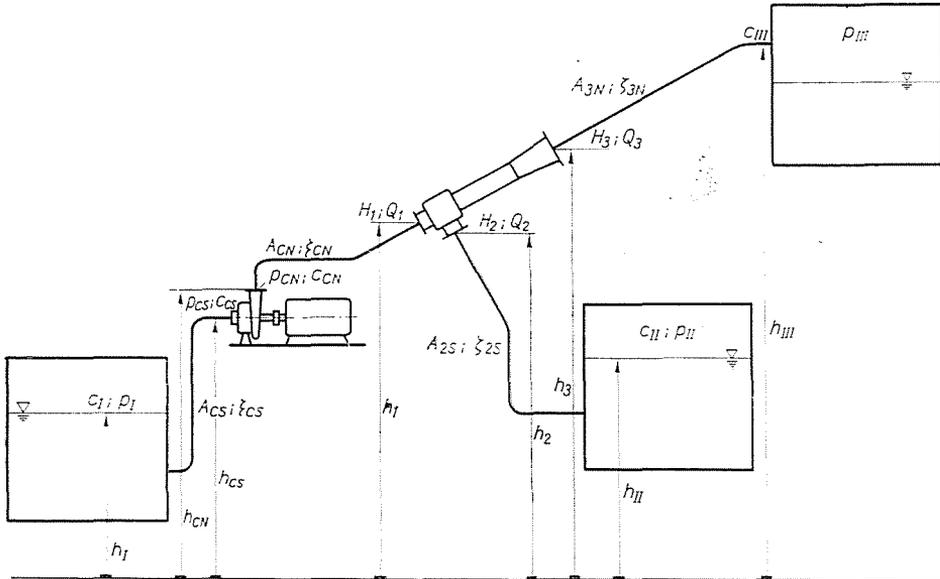


Abb. 2. Verbindungs-Anordnung und die angewandten Bezeichnungen

In diesem Ausdruck ist ζ der Verlustfaktor des den untersuchten Rohrleitungsabschnitt ersetzenden gleichwertigen Rohres mit dem Querschnitt A . Er kann entweder durch Messung, oder durch Berechnung mit Hilfe der einem Handbuch entnommenen Verlustfaktoren der in die Rohrleitung eingebauten Armaturen bestimmt werden.

c) Die Kennlinie der Wasserstrahlpumpe

Zur Definition der Wasserstrahlpumpen-Kennlinie bedienen wir uns der Bezeichnungen in Abb. 3, wo

- d den Durchmesser
- A den Flächeninhalt des Querschnittes.
- C die durchschnittliche Geschwindigkeit
- Q die in der Zeiteinheit den Querschnitt durchströmende Flüssigkeitsmenge
- p den im Querschnitt herrschenden durchschnittlichen absoluten Druck
- h die gemessene Höhe des Mittelpunktes der Querschnittsfläche über einem gewählten Grundniveau bedeutet.

Die Wasserstrahlpumpe ist eine energieumformende Einrichtung, die den Energiegehalt der beförderten Flüssigkeit auf Kosten des Energiegehaltes der betätigenden Flüssigkeit durch Mischung steigert.

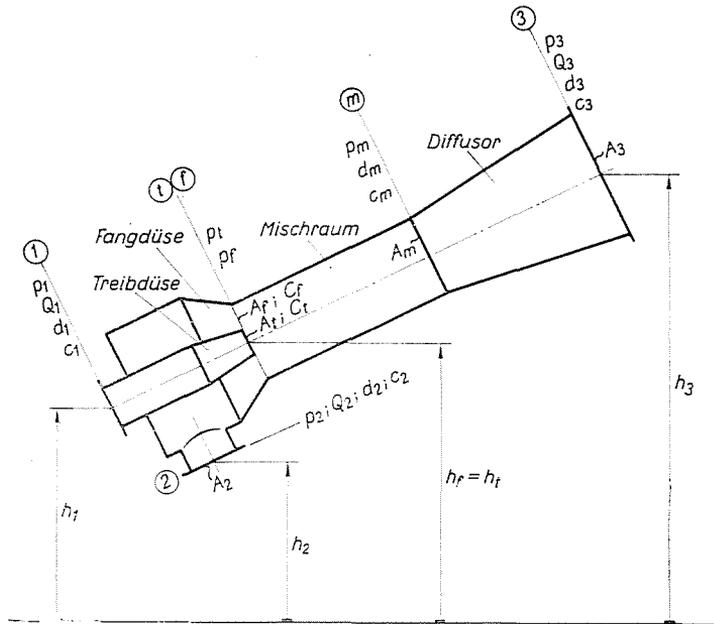


Abb. 3. Wasserstrahlpumpe und die angewandten Bezeichnungen

Der auf die Gewichtseinheit der betätigenden Flüssigkeit bezogene spezifische Energiegehalt — kurz "Energiegehalt" — ist im Zeitpunkt des Eintritts in die Wasserstrahlpumpe

$$H_1 = \frac{P_1}{\gamma_1} + \frac{C_1^2}{2g} + h_1 \quad (4)$$

Der Energiegehalt der geförderten Flüssigkeit ist beim Eintritt in die Wasserstrahlpumpe

$$H_2 = \frac{P_2}{\gamma_2} + \frac{C_2^2}{2g} + h_2 \quad (5)$$

Der Energiegehalt der gesamten Flüssigkeit ist beim Austritt aus der Wasserstrahlpumpe:

$$H_3 = \frac{P_3}{\gamma_3} + \frac{C_3^2}{2g} + h_3 \quad (6)$$

Im Laufe der sich in der Wasserstrahlpumpe vollziehenden Energieumwandlung vermindert sich der Energiegehalt der betätigenden Flüssigkeit Q_1 um den Wert

$$H_1 - H_3$$

das heißt, die Leistungsverminderung der betätigenden Flüssigkeit — die eingeführte Leistung ist:

$$Q_1 \gamma_1 (H_1 - H_3) \quad (7)$$

Ein Teil des Energiegehalts der betätigenden Flüssigkeit steigert den Energiegehalt der geförderten Flüssigkeit. Diese Zunahme ist:

$$H_3 - H_2$$

Die Leistungssteigerung der geförderten Flüssigkeit — die verwertete Leistung ist:

$$Q_2 \gamma_2 (H_3 - H_2) \quad (8)$$

Der Wirkungsgrad der Energieumwandlung — als anerkannter Wirkungsgrad der Wasserstrahlpumpe — ist der Quotient dieser beiden Leistungen:

$$\eta = \frac{Q_2 \gamma_2}{Q_1 \gamma_1} \cdot \frac{H_3 - H_2}{H_1 - H_3} \quad (9a)$$

Bei identischen spezifischen Gewichten der betätigenden und der geförderten Flüssigkeit (z. B. Wasserstrahl-Wasserpumpe) fällt das spezifische Gewicht aus dem Ausdruck des Wirkungsgrades aus. In folgenden befassen wir uns mit diesem Falle, somit ist:

$$\eta = \frac{Q_2}{Q_1} \cdot \frac{H_3 - H_2}{H_1 - H_3} \quad (9)$$

Für die Kennlinie der Wasserstrahlpumpe betrachtet STEPANOFF [1] das als Funktion des Mengenverhältnisses

$$M = \frac{Q_2}{Q_1} \quad (10)$$

ausgedrückte Energieverhältnis

$$N = \frac{H_3 - H_2}{H_1 - H_3} \quad (11)$$

am meisten geeignet. Diese Verhältniszahlen umfassen alle den Betrieb der Wasserstrahlpumpe charakterisierenden Mengen, und die $N - M$ Kennlinien der geometrisch ähnlichen Wasserstrahlpumpen sind Erfahrungsgemäß identisch. Der wichtigste geometrische Kennwert der Wasserstrahlpumpe ist das Flächenverhältnis

$$R = \frac{A_t}{A_m} \quad (12)$$

STEPANOFF [1] stellt mit Bezug auf die Messungen von GOSLINE und O'BRIEN [3] fest, daß — abgesehen von den extremen Werten von R — die N - M Kennlinien in einem mittleren M -Bereich annähernd gut durch Geraden ersetzt werden können. Er gibt auch ein zur vorläufigen Annahme von Kennlinien geeignetes Diagramm, in dem als Funktion des Flächenverhältnisses R die für die Betriebspunkte mit dem besten Wirkungsgrad kennzeichnenden, auf Grund gemessener Resultate bestimmten Werte M_{opt} und N_{opt} enthalten sind. Wird die Kennlinie der Wasserstrahlpumpe annähernd durch eine Gerade ersetzt, dann geben die verdoppelten Werte der zum Verhältnis R gehörenden Werte M_{opt} und N_{opt} die Koordinaten M_0 und N_0 der durch die Kennlinie und die Achsen M und N gebildeten Schnittpunkte. Somit lautet die Gleichung der approximativen Kennlinie:

$$N = B_4 M + B_5 \quad (13)$$

wo

$$B_4 = -\frac{N_{\text{opt}}}{M_{\text{opt}}} \text{ und } B_5 = 2N_{\text{opt}}$$

ist.

Es gibt eine Möglichkeit zur Bestimmung der Kennlinie der Wasserstrahlpumpe auch auf theoretischem Wege, wenn die erwähnten geometrischen und hydraulischen Angaben bekannt sind. Ein diesbezügliches Verfahren wird von FLÜGEL [4] und vom Verfasser [5] bekanntgegeben.

Natürlich ist die sicherste Weise der Bestimmung der Kennlinie einer Wasserstrahlpumpe die Messung. Keines der vorläufigen Bestimmungsverfahren beachtet nämlich jede solche Abänderung im Laufe der Pumpenkonstruktion, die den Charakter und die Lage der Kennlinie verändern könnte (z. B. die Weite des Hineinreichens der Treibdüse in den Mischraum [6]).

3. Bestimmung des Arbeitspunktes des Systems

Die Verbindungsanordnung des aus der Wasserstrahlpumpe, der Kreiselpumpe und der Rohrleitungen bestehenden Systems sowie die angewandten Bezeichnungen sind in Abb. 2 sichtbar.

Mit Hilfe dieser Bezeichnungen können zwecks Bestimmung des Arbeitspunktes des Systems folgende Zusammenhänge aufgeschrieben werden:

Der Energiegehalt der betätigenden Flüssigkeit beim Eintritt in die Wasserstrahlpumpe:

$$H_1 = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + h_1 + H_C - h'_{CS} - h'_{CN}$$

Bezeichnen wir die Summe

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + h_1$$

mit H_I , die — einen stationären Betrieb vorausgesetzt — konstant ist; dann wird

$$H_1 = H_I + H_C - B_6 Q_1^2 \quad (14)$$

oder den Zusammenhang (2) angewendet:

$$H_1 = H_I + (B_1 - B_6) Q_1^2 + B_2 Q_1 + B_3 \quad (15)$$

Im Zusammenhang ist

$$B_6 = \frac{1}{2g} \left[\frac{\zeta_{CS}}{A_{CS}^2} + \frac{\zeta_{CN}}{A_{CN}^2} \right]$$

Da im ganzen Querschnitt des Mischraums am Ende der Treibdüse der Druck identisch, das heißt $p_f = p_t$ ist, kann mit den Bezeichnungen in Abb. 3 aufgeschrieben werden:

$$H_2 - h_f - (1 + \zeta_f) \frac{C_f^2}{2g} = H_1 - h_t - (1 + \zeta_t) \frac{C_t^2}{2g}$$

wo ζ_f der Verlustfaktor der Fangdüse, ζ_t aber der der Treibdüse ist.

Daraus ergibt sich der Energiegehalt der geförderten Flüssigkeit beim Eintrittspunkt in die Wasserstrahlpumpe:

$$H_2 = H_1 + B_7 Q_2^2 - B_8 \cdot Q_1^2 \quad (16a)$$

respektive Q_1^2 ausgeklammert:

$$H_2 = H_1 + (B_7 M^2 - B_8) Q_1^2 \quad (16)$$

als Funktion von Q_1 und dem Mengenverhältnis M .

Die in diesem Zusammenhang enthaltenen Konstanten sind

$$B_i = \frac{1}{2g A_f^2 \cdot \varphi_f^2} \quad \varphi_t = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_t}}$$

$$B_s = \frac{1}{2g A_t^2 \cdot \varphi_t^2} \quad \varphi_f = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi_f}}$$

Die Geschwindigkeitsfaktoren der Treibdüse, resp. der Fangdüse, φ_t und φ_f , können nach Angaben der Fachliteratur angenommen [7], oder auf Grund einer Messung bestimmt werden [5].

Den Energiegehalt der geförderten Flüssigkeit vom angesaugten Raum her aufgeschrieben, gelangen wir zum Ausdruck

$$H_2 = \frac{p_{II}}{\gamma} + \frac{C_{II}^2}{2g} + h_{II} - h'_2$$

Den Betrieb für stationär angesehen, besteht

$$\frac{p_{II}}{\gamma} + \frac{C_{II}^2}{2g} + h_{II} = H_{II} = \text{konst.},$$

somit ist

$$H_2 = H_{II} - B_9 \cdot Q_2^2 \quad (17)$$

eine Funktion von Q_2 allein. Die im Zusammenhang vorkommende Konstante ist

$$B_9 = \frac{\xi_{2S}}{2g A_{2S}^2}$$

Aus dem Vergleich der Gleichungen (16a) und (17) ergibt sich der Zusammenhang

$$Q_2^2 = \frac{H_{II} + B_8 Q_1 - H_1}{B_7 + B_9}$$

und durch Q_1^2 dividiert, der Ausdruck:

$$M^2 = \frac{B_8}{B_7 + B_9} - \frac{H_1 - H_{II}}{(B_7 + B_9) Q_1^2} \quad (18)$$

Aus diesem Zusammenhang können solche M Mengenverhältnisse berechnet werden, die sich im Falle einander zugeordneter Werte von Q_1 und H_1 mit der gegebenen Saugleitung verwirklichen lassen. Da H_1 laut dem Zusammenhang (15) eine Funktion allein von Q_1 ist, hängt der aus Gleichung (18) bestimmte Wert M^2 auch allein von Q_1 ab:

$$M^2 = \frac{B_8}{B_7 + B_9} - \frac{H_1 + (B_1 - B_6) Q_1^2 + B_2 Q_1 + B_3 - H_{II}}{(B_7 + B_9) Q_1^2}$$

$$M^2 = \frac{B_8 - B_1 + B_6}{B_7 + B_9} - \frac{H_1 - H_{II} + B_3}{(B_7 + B_9) Q_1^2} - \frac{B_2}{(B_7 + B_9) Q_1} \quad (19)$$

Die Menge der aus der Wasserstrahlpumpe austretenden gesamten Flüssigkeit ist:

$$Q_3 = Q_1 + Q_2 = (1 + M) Q_1 \quad (20)$$

und ihr Energiegehalt:

$$H_3 = \frac{P_{III}}{\gamma} + h_{III} + (1 + \zeta_{3N}) \frac{C_{3N}^2}{2g}$$

wo $H_{III} = \frac{P_{III}}{\gamma} + h_{III}$ konstant ist.

Den Zusammenhang (20) angewendet gilt:

$$H_3 = H_{III} + B_{10} (1 + M)^2 Q_1^2 \quad (21)$$

wo

$$B_{10} = \frac{\zeta_{3N} + 1}{2g A_{3N}^2} \text{ ist.}$$

Der Energiegehalt der austretenden Flüssigkeit ist — wie aus dem Zusammenhang (21) ersichtlich — eine Funktion allein der Werte M und Q_1 .

Im Besitz der Ausdrücke H_1 ; H_2 ; H_3 kann schon das zur Verwirklichung eines der Flüssigkeitsmenge Q_1 zugehörigen Mengenverhältnisses notwendige Energieverhältnis aufgeschrieben werden:

$$N_{\text{notw}} = \frac{H_3 - H_2}{H_1 - H_3} = \frac{H_{III} - H_{II} + B_{10} (1 + M)^2 Q_1^2 + B_9 M^2 Q_1^2}{H_1 - H_{III} + (B_1 - B_6) Q_1^2 + B_2 Q_1 - B_{10} (1 + M)^2 Q_1^2} \quad (22)$$

das ebenfalls eine Funktion allein von Q_1 und M ist. Demgegenüber können mit der Wasserstrahlpumpe nur die durch ihre Kennlinie bestimmten, einander zugeordneten $N - M$ Verhältnisse realisiert werden, und wird die Kennlinie approximative durch eine Gerade ersetzt, kann die Gleichung (13) aufgeschrieben werden:

$$N = B_4 M + B_5$$

Die den Arbeitspunkt der Wasserstrahlpumpe bestimmenden Werte N und M sowie der den Arbeitspunkt der Kreiselpumpe bezeichnende Wert Q_1 ergeben sich aus der Lösung des aus den Gleichungen (19), (22) und (13) gebildeten Gleichungssystems mit drei Unbekannten.

Durch Reduktion des Gleichungssystems gelangen wir zu einer gemischten Gleichung zehnten Grades mit einer Unbekannten. Darum scheint es zweckmäßiger, das Gleichungssystem in eine, schnelle Konvergenz sichernde Form aufgeschrieben, dieselbe durch Iteration zu lösen. Diese Lösung enthält zwar die Fehler, die sich aus der approximativen Ersetzung der Wasserstrahlpumpen-Kennlinie durch eine Gerade sowie der Kennlinie der Kreiselpumpe durch eine Parabel zweiten Grades ergeben, erweist sich jedoch bei Berechnung mehrerer Variationen unter Anwendung einer elektronischen Rechanlage als wirtschaftlich.

Zur Bestimmung des Arbeitspunktes von Einzelverbindungen bietet sich das weniger genaue, jedoch einfachere graphische Verfahren, welches außerdem noch den Vorteil besitzt, auch bei Verwendung von Angaben gemessener Kennlinien sowohl der Kreiselpumpe, wie auch der Wasserstrahlpumpe benützt werden zu können.

Im Zuge der graphischen Lösung ist folgende Reihenfolge angeraten:

1. Aufnahme verschiedener Q_1 -Werte im voraussichtlichen Betriebsbereich der Kreiselpumpe;
2. Entnahme der zu den aufgenommenen Q_1 -Werten gehörenden Förderhöhen H_c aus der Kennlinie der Kreiselpumpe;
3. Berechnung der Werte H_1 aus dem Zusammenhang (14);
4. Bestimmung nach dem Ausdruck (18) der möglichen Mengenverhältnisse M mit den einander zugeordneten Werten Q_1 und H_1 ;
5. Berechnung der Energiegehalte H_2 und H_3 aus den Zusammenhängen (16) und (17) durch Verwendung der zusammengehörenden Werte von Q_1 und M ;
6. Aus den somit zur Verfügung stehenden, zusammengehörenden Werten H_1 , H_2 und H_3 können solche Energieverhältniswerte

$$N_{\text{notw}} = \frac{H_3 - H_2}{H_1 - H_3}$$

gebildet werden, die zur Verwirklichung des verwendeten Mengenverhältnisses M im gegebenen System notwendig sind.

Es ist zweckmäßig, die Berechnungen tabellarisch durchzuführen. Somit steht jede berechnete Menge — obwohl Q_1 die unabhängige Veränderliche ist — sogar selbst Q_1 , auch als Funktion des Mengenverhältnisses M zur Verfügung, und kann auch als dessen Funktion dargestellt werden.

7. Die zueinander gehörenden Werte $N_{\text{notw}} - M$ sowie die Kennlinie der Wasserstrahlpumpe im identischen Koordinatensystem dargestellt, ergibt der Schnittpunkt der beiden Kurven den Arbeitspunkt der Wasserstrahlpumpe (M^* ; N^*);

8. Die Veränderungen der betätigenden Wassermenge Q_1 und der Energiegehalte H_1 ; H_2 ; H_3 ebenfalls als Funktion von M dargestellt, können

die zum Arbeitspunkt gehörenden Werte der aufgezählten Mengen in der Vertikalen von M^* von der entsprechenden Kurve abgelesen werden.

Zusammenfassung

Die Wasserstrahlpumpe kann verschiedenartig mit der betätigenden Kreiselpumpe verbunden werden. Eine dieser Verbindungsweisen sichert, daß die von der Wasserstrahlpumpe geförderte Flüssigkeit nicht durch die Kreiselpumpe fließt.

Im Artikel wird eine sich auf diese Verbindungsweise beziehende numerische und graphische Methode bekanntgegeben, unter deren Anwendung sowohl der Arbeitspunkt des aus einer Kreiselpumpe, einer Wasserstrahlpumpe und Rohrleitungen bestehenden Systems, als auch die zum Arbeitspunkt gehörenden Betriebskennwerte auf rechnerischem Wege bestimmt werden können.

Literatur

1. STEPANOFF, A. J.: Centrifugal and Axial Flow Pumps. Wiley, New York, 1957.
2. NÉMETH, Á.: Vízellátás mélyszivófejes turbínaszivattyúval. Épületgépészet, 4, 93 (1955).
3. GOSLINE, J. E.—O'BRIEN, M. P.: The Water Jet Pump. Univ. Calif. Publ. 3, 161 (1934).
4. FLÜGEL, G.: Berechnung von Strahlapparaten. VDI Forschungsheft 395 (1935).
5. KÓSA, L.: Vízűgárszivattyú alkalmazása hajók fenékvízrendszerében. Doktorarbeit (1967).
6. VOGEL, R.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Strahlapparaten. Maschinenbautechnik 5, 691 (1956).
7. PATANTYUS, Á. G.: Gyakorlati áramlástan. Tankönyvkiadó, Budapest, 1959.

Dr. Levente Kósa, Budapest, IX. Ferenc körút 39. Ungarn