

# GEOMETRIE VON KOPFKANTENBRÜCHEN AN ZAHNRÄDERN IM FALLE VON MODIFIZIERTEN ABWÄLZWERKZEUGEN

Von

J. DÁVID

Lehrstuhl für Hebemaschinen und Förderanlagen,  
Technische Universität, Budapest  
(Eingegangen am 28. März 1968)

Vorgelegt von Prof. I. KALÁSZY

## Bezeichnungen

$a$	[mm]	Achsenabstand bei V-Verzahnung
$a_0$	[mm]	Achsenabstand bei Null-Verzahnung
$f$	[mm]	Kopfhöhe des Abwälzwerkzeuges
$g$	[mm]	Kopfhöhe des Kopfkantenbruchs (Radialabstand vom Anfang des Kopfkantenbruchs bis zum Kopfkreis)
$m$	[mm]	Modul
$r$	[mm]	Radius des Teilkreises
$r_a$	[mm]	Grundkreis Radius
$r_{av}$	[mm]	Grundkreis Radius des Kopfkantenbruchs
$r_e$	[mm]	Bearbeitungszugabe im Falle eines Vorschlichtwerkzeuges
$r_l$	[mm]	Fußkreis-Radius
$r_n$	[mm]	Bearbeitungszugabe im Falle eines Schruppwerkzeuges
$r_v$	[mm]	Radius zum Kopfkantenbruch
$s$	[mm]	Zahnücke
$t$	[mm]	Teilung
$v$	[mm]	Entfernung des Schnittpunktes der Zahnflanken- und Kopfkantenbruch-Schneidkante vom Mittelprofil
$v_e$	[mm]	Wert von $v$ auf dem Vorschlichtwerkzeug
$v_s$	[mm]	Wert von $v$ auf dem Schlichtwerkzeug
$v_1$		$v$ -Wert, bezogen auf einen Modul
$v_2$		$v$ -Wert, bezogen auf einen Zahn $\frac{v_1}{z}$
$z$		Zähnezahl
$x$		Profilverschiebungsfaktor
$x_h$		Profilverschiebungsfaktor wegen Zahnücke
$R$	[mm]	Radius des Kopfkreises
$S$	[mm]	Zahndicke auf dem Teilkreis
$\alpha_A; \alpha_K$	[°]	Pressungswinkel am Kreis des Kopfkantenbruchs
$\alpha_{Ah}; \alpha_{Kh}$	[°]	Pressungswinkel am Kreis des Kopfkantenbruchs bei Schrägverzahnung
$\alpha_0$	[°]	Flankeneingriffswinkel des Abwälzwerkzeuges
$\alpha_h$	[°]	Eingriffswinkel am Teilkreis im Stirnschnitt bei Schrägverzahnung
$\alpha_{vh}$	[°]	Kopfkantenbruchwinkel des Abwälzwerkzeuges bei Schrägverzahnung
$\alpha_v$	[°]	Kopfkantenbruchwinkel des Abwälzwerkzeuges
$\beta$	[°]	Schrägungswinkel am Teilzylinder
$\delta$		Achsabrückungsfaktor
$\gamma$	[°]	Neigungswinkel der Berührungslinien zu den zwei Kurven im Schnittpunkt der Kantenbruchevolvente und des Kopfkreises
$\xi$	[°]	Winkel der zwei Evolventen-Berührungslinien im Schnittpunkt der Flanken- evolvente und der Kopfkantenevolvente.

Die einheimischen und ausländischen Zahnradfabriken schreiben gleicherweise Kopfkantenbrüche an Zahnrädern vor.

### 1.1. Ziel des Abkantens

- Entfernung des während der Bearbeitung entstandenen Grates.
- Beseitigung der schädlichen Einwirkung der bei der Lieferung — bzw. bei der Montage — auf dem Zahnkopf evtl. entstandenen Einschläge.
- Sicherung eines reibungsfreien, geräuschloseren Laufs.
- Bei wärmebehandelten Rädern die Verbesserung der mechanischen Eigenschaften der Zahnkante.

### 1.2. Anwendungsgebiet

Bei durch Abwälzfräsen oder Hobeln gefertigten Rädern ist die Anwendung von Kopfkantenbrüchen stets zweckmäßig. Bei den durch Schabenan-schlag hergestellten Rädern sind diese zur Vermeidung des sonst entstehenden Grates vor dem Schaben unbedingt notwendig. Dieses Verfahren kann auch bei geschliffenen Zahnrädern vorgeschlagen werden.

### 1.3. Kennwerte des Abkantens

Die üblichen Werte sowohl in der einheimischen als auch in der ausländischen Praxis sind für die Tiefe des Abkantens:  $g = (0.05-0.15)$  Moduln bei Überdeckungsgraden nahe bei 1 darf nur ein minimales Abkanten angewandt werden. Für die Angabe des Kopfkantenbruchwinkels sind zwei Arten verbreitet:

a) Das Abkanten soll mit der Kopfkreisberührungslinie einen Winkel von  $45^\circ$  bilden ( $\gamma = 45^\circ$ ) Abb. 1.

b) Die Neigungsrichtung des Abkantens bildet den gleichen Winkel, wie die zum ursprünglichen Profil gezogene und die Kopfkreis-Berührungslinie ( $\gamma = \xi$ ) (Abb. 1).

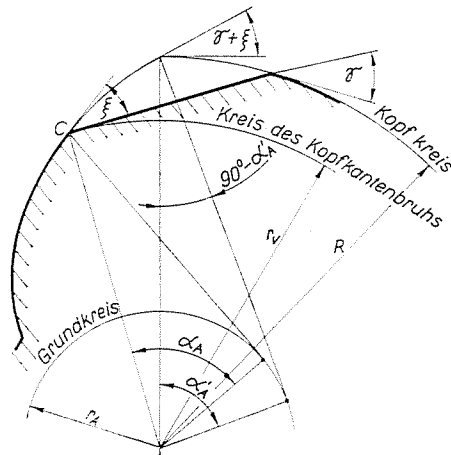


Abb. 1. Bestimmung des Kopfkantenbruchwinkels

Außer den unter a) und b) Erwähnten, werden in den Zahnradfabriken der SU [3], der BRD [4] usw. bei der Abwälzverzahnung von durch Schaben gefertigten Rädern die Werte  $g = 0.45$  Moduln und  $\alpha_n = \alpha_0 + (1^\circ - 2^\circ)$  verwendet. Das bedeutet, daß der Kopfteil des Zahnprofils nur in der der Schabenzugabe entsprechenden Tiefe abgeschnitten wird. Damit läßt sich zwar die Entstehung eines Schabengrates vermeiden, es verbleibt jedoch ein Kopfkantenabbruch. Deshalb wird diese Methode gesondert behandelt, obzwar die hier angeführten mathematischen Beziehungen auch zum Entwerfen der durch solche Parameter gekennzeichneten, modifizierten Abwälzwerkzeuge geeignet sind.

#### 1.4. Ausführungsart des Kopfkantenbruches

Der Kopfkantenbruch der Kopffläche wird auch jetzt noch oft durch manuelles Abgraten erzeugt. Dieser Arbeitsvorgang paßt sich aber dem technologischen Vorgang nicht an, der an die Zahnradfabrikation immer größere quali-

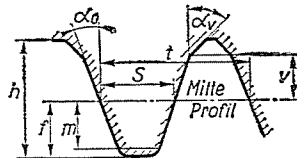


Abb. 2. Grundprofil des modifizierten Abwälzwerkzeuges

tätsmäßige und sonstige technische Forderungen stellt. Die mit der Feile ausgeführte und für die Einzelherstellung so kennzeichnende manuelle Abgratung kann neben ihrer Primitivität auch schädliche Auswirkungen haben, wie z. B. die Beschädigung der Zahnflanke, was die Unterbrechung der Kontinuität des Profils, eine Steigerung des Getriebegeräusches, die Verminderung des Wirkungsgrades und der Lebensdauer zur Folge hat. Solche Erscheinungen kommen auch beim Abkanten durch manuelles Schleifen vor, ein Verfahren, das noch dabei auch teurer ist. Für die Mechanisierung des Abkantens erweist sich auf Grund von Wirtschaftlichkeitsberechnungen und aus technologischen Gründen jenes Verfahren als das zweckmäßigste, wenn der Abwälzfräser bzw. der Kammstahl oder das Schneidrad gleichzeitig mit der Verfertigung der Zahnflanke auch diesen Arbeitsgang verrichtet. Diese Technologie ist bereits in der Sowjetunion [5], in den tschechoslowakischen Zahnradherzeugerbetrieben [6], in West-Deutschland [4], in Frankreich, usw. eingeführt.

Das Grundprofil des modifizierten Werkzeuges ist eigentlich eine Zahnleiste mit Doppelengriffswinkeln ( $\alpha_0; \alpha_v$  Abb. 2).

Während des Abwälzverfahrens bilden sich somit an den Zahnflanken zwei Evolventenflächen.

### 2. Bestimmung der Parameter des Grundprofils

des Abwälzwerkzeuges auf Grund der Verzahnungsdaten des herzustellenden Rades und durch die gewünschte Abmessung der Kopfkantenbrüche.

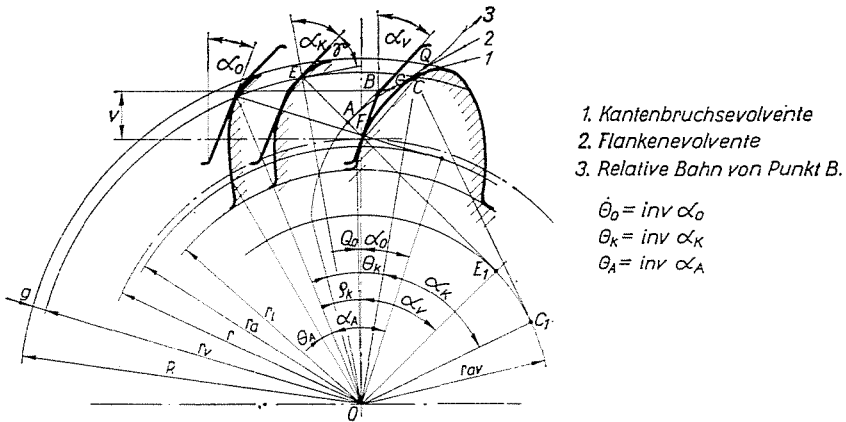


Abb. 3. Geometrie des Kopfkantenbruchs

Die Berechnungen beschränken sich eigentlich auf die Bestimmung von  $\alpha_v$  und  $v$ .

#### 2.1. Bestimmung von $\alpha_v$ auf Grund des Vorstehenden

Die Kantenbruchevolvente als Gerade angenommen, ist im unter 1.3a erwähnten Falle (Abb. 3):

auf Grund von  $EE_1O\Delta = CC_1O\Delta$

$$\alpha_K = 90^\circ - \gamma$$

$$\text{daraus ist } \gamma = 45^\circ, \text{ also } \alpha_K = 45^\circ \tag{21.1}$$

und

$$\cos \alpha_K = \frac{r_{av}}{r_v} = \frac{r \cdot \cos \alpha_v}{r_v};$$

$$\text{damit ist der gesuchte Winkel: } \cos \alpha_v = \frac{r_v \cdot \cos \alpha_K}{r} \tag{21.2}$$

da  $r_v > r$ ;  $\cos \alpha_v > \cos \alpha_K$

somit  $\alpha_v < \alpha_K = 45^\circ$

Bei großen Zähnezahlen ist:  $\alpha_v \cong 45^\circ$ .

Im in Punkt 1.3/b erwähnten Falle (Abb. 1):

$$\gamma + \xi = 90^\circ - \alpha_A$$

Der Fehler in der Annäherung ist wegen den geringen Abmessungen der Kopfkantenbrüche vernachlässigbar klein. (Die Abbildung stellt stark verzerrte Verhältnisse dar.)

Wenn  $\gamma = \xi$  ist  $\gamma = \frac{90^\circ - \alpha'_A}{2}$

somit in 21.1 eingesetzt, ergibt sich:

$$\alpha_K = 90^\circ - \gamma = 45^\circ + \frac{\alpha'_A}{2} \cong 45^\circ + \frac{\alpha_A}{2}$$

Die Annäherung ist wegen dem geringen Wert von  $g$  auch hier sehr gut.  $\alpha_K$  in 21.2 eingesetzt, erhält man  $\alpha_v$

$$\cos \alpha_v = \frac{r_p \cdot \cos \left( 45^\circ + \frac{\alpha_A}{2} \right)}{r}$$

Der so errechnete Winkel  $\alpha_v$  ist bei den meisten Zahnrädern größer als  $45^\circ$ .

Zwecks Elimination des Parameters  $\alpha_v$ , zur Vereinfachung der Berechnungen, zur starken Verminderung der Zahl der Werkzeugarten und aus technologischen Gründen kann  $\alpha_v$  einheitlich bei jedem Zahnrad zu  $45^\circ$  gewählt werden. Somit wird bei den meisten Zahnrädern  $\gamma$  größer als  $\xi$  sein, dieser Umstand verbessert jedoch nur die Stufenfolge des Eingriffs, vermindert das Getriebegeräusch und sichert zugleich bei jedem Rad eine vollkommene Ausführung des Kopfkantenbruches.

## 2.2 Berechnung von $v$

2.2.1. Vor der Erörterung der neuen Methode soll das Annäherungsverfahren behandelt werden. Es geht von der Überlegung aus, daß der den Anfangspunkt des Abkantens darstellende Punkt  $C$  durch den Punkt  $B$  des Werkzeuges auf dem Zahnprofil ausgebildet wird. Das verhält sich jedoch tatsächlich nicht so, da sich die relative Bahn des Punktes  $B$  während der Abwälzbewegung in Punkt  $Q$  mit der Flankenevolvente und in Punkt  $G$  mit der Kopfkantenbruchevolvente berührt. Die Abweichung des Ergebnisses der Annäherungsberechnung

hängt vom Ergebnis der genauen Berechnung, von den Werten  $z$ ,  $x$ ,  $g_1$  ab. Deshalb kann seine Anwendung nicht empfohlen werden. Abb. 4 weist auf das obige Berechnungsverfahren hin.

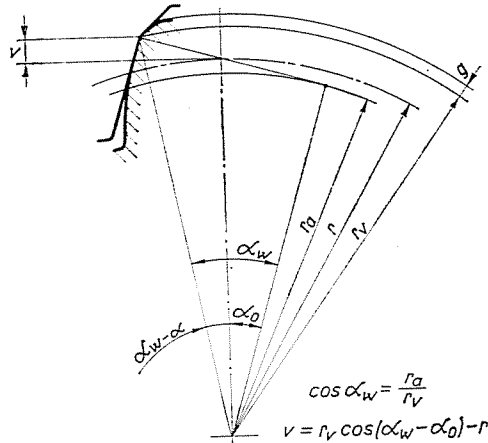


Abb. 4. Annäherungsberechnung von  $v$

### 2.2.2 Genaue Berechnung von $v$ :

Im Falle einer normalen O-Verzahnung: ( $x_1 = x_2 = 0$ ) In Abb. 3 aus  $ABF\Delta$ :  $BAF\angle = 90^\circ$

$$v = \frac{AF \cos \alpha_0}{\sin(\alpha_v - \alpha_0)} \quad (222.1)$$

$$AF = r_{av}(\varrho_K + \alpha_v) - r_{av} \cdot \operatorname{tg} \alpha_v \quad (222.2)$$

in 222.1 eingesetzt:

$$v = \frac{r_{av}(\varrho_K + \alpha_v - \operatorname{tg} \alpha_v)}{\sin(\alpha_v - \alpha_0)} \cos \alpha_0 \quad (222.3)$$

aber

$$\alpha_v - \operatorname{tg} \alpha_v = -\operatorname{inv} \alpha_v \quad (222.4)$$

und

$$\varrho_K = \theta_K - \theta_A + \theta_0 = \operatorname{inv} \alpha_K - \operatorname{inv} \alpha_A + \operatorname{inv} \alpha_0 \quad (222.5)$$

$$r_{av} = r \cos \alpha_v \quad (222.6)$$

222.4, 222.5 und 222.6 in 222.3 eingesetzt und in einfacherer Form geschrieben, erhält man:

$$v = \frac{r(\operatorname{inv} \alpha_K - \operatorname{inv} \alpha_A + \operatorname{inv} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha_v)}{\operatorname{tg} \alpha_v - \operatorname{tg} \alpha_0} \quad (222.7)$$

wo  $\alpha_K$  aus Abb. 21.2 zu berechnen ist und

$$\cos \alpha_A = \frac{r \cdot \cos \alpha_0}{r_v} \quad (222.8)$$

Im Falle von V-O-Verzahnung und V-Verzahnung (Profilverschobeneverzahnung): Aus Abb. 5 ist ersichtlich, daß sich der Abstand zwischen Profilmitte des Werkzeuges und Anfang des Kopfkantenbruchs um das Maß der positiven

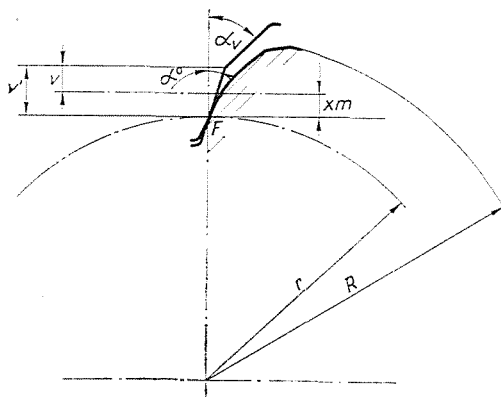


Abb. 5. Berechnung von  $v$  bei V-O und V-Verzahnung

Profilverschiebung vermindert und bei negativer Profilverschiebung vergrößert:  $v = v' - xm$

$$v = \frac{r(\operatorname{inv} \alpha_K - \operatorname{inv} \alpha_A + \operatorname{inv} \alpha_0 - \operatorname{inv} \alpha_v)}{\operatorname{tg} \alpha_v - \operatorname{tg} \alpha_0} - x \cdot m \quad (222.9)$$

Bei der Berechnung von  $\alpha_K$  und  $\alpha_A$  (Abb. 21.2 und 222.8) ist natürlich die Änderung des Kopfkreis-Durchmessers ( $D$ ) im Verhältnis zur O-Verzahnung in Betracht zu ziehen. Bei V-O-Verzahnung gibt also (mit  $m$  vereinfacht):

$$\cos \alpha_K = \frac{r \cdot \cos \alpha_v}{R - g} = \frac{z \cdot \cos \alpha_v}{z + 2(1 + x - g_1)} \quad (222.10)$$

$$\cos \alpha_A = \frac{r \cdot \cos \alpha_0}{R - g} = \frac{z \cdot \cos \alpha_0}{z + 2(1 + x - g_1)} \quad (222.11)$$

Bei V-Verzahnung:

$$\cos \alpha_K = \frac{r \cdot \cos \alpha_r}{R - g} = \frac{z \cos \alpha_v}{z + 2[1 + x - (\Sigma x - \delta) - g_1]} \quad (222.12)$$

$$\cos \alpha_A = \frac{r \cdot \cos \alpha_0}{R - g} = \frac{z \cdot \cos \alpha_0}{z + 2[1 + x - (\Sigma x - \delta) - g_1]} \quad (222.13)$$

wo  $\Sigma x = x_1 + x_2$  wobei  $\Sigma x =$  Summe der Profilverschiebungsfaktoren auf den Rädern des Zahnradpaars;  $\delta = \frac{a - a_0}{m}$ .

*Bei Schrägverzahnung:* Die Berechnungsformel läßt sich auch auf schrägverzahnnte Stirnräder anwenden. Dabei ist zu berücksichtigen, daß der Evolventeneingriff eigentlich im Stirnschnitt erfolgt, daher müssen also die geometrischen Verhältnisse im Stirnschnitt geprüft werden. Im Stirnschnitt ist die Verzahnung eine Flachverzahnung, mit dem Kopfhöhenfaktor  $f_{oh} = \cos \beta$  und einem Eingriffswinkel  $\alpha_h$  [1]. Dementsprechend verändert sich die Berechnungsformel folgenderweise:

$$v = \frac{r(\operatorname{inv} \alpha_{Kh} - \operatorname{inv} \alpha_{Ah} + \operatorname{inv} \alpha_h - \operatorname{inv} \alpha_{vh})}{\operatorname{tg} \alpha_{vh} - \operatorname{tg} \alpha_h} - xm \quad (222.14)$$

$$\text{mit } r = \frac{z \cdot m}{2 \cos \beta}; \quad \operatorname{tg} \alpha_h = \frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{\cos \beta}; \quad \operatorname{tg} \alpha_{vh} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_r}{\cos \beta}$$

Bei V-Verzahnung gelten:

$$\cos \alpha_{Kh} = \frac{r \cos \alpha_{vh}}{R - g} = \frac{z \cdot \cos \alpha_{vh}}{z + 2[1 + x - (\Sigma x - \delta) - g_1] \cos \beta} \quad (222.15)$$

$$\cos \alpha_{Ah} = \frac{r \cdot \cos \alpha_h}{R - g} = \frac{z \cdot \cos \alpha_h}{z + 2[1 + x - (\Sigma x - \delta) - g_1] \cos \beta} \quad (222.16)$$

Bei V-O-Verzahnung ist  $\Sigma x - \delta = 0$

Bei Nullverzahnung ist  $x = 0$ ;  $\Sigma x - \delta = 0$ .



2.3. Folgerungen zwecks Vereinfachung der Berechnung

Auf Grund der bisherigen Berechnungsformel ist es ersichtlich, daß die Lage der Kopfkantenbruch-Schneidekante von den folgenden Faktoren abhängt:  $\alpha_0$ ;  $\alpha_v$ ;  $m$ ;  $z$ ;  $x$ ;  $g$ ;  $\delta$ ;  $\beta$ .

Bei den bisherigen Berechnungen wurden die Werte von  $\alpha_0$  und  $\alpha_v$  in  $20^\circ$  und  $45^\circ$  festgesetzt. Der Modul als Proportionalitätsfaktor kann aus den Berechnungsformeln eliminiert werden. Es sei:  $v_1 = v/m$ . Somit ist im Falle einer geraden Verzahnung:

$$v = \frac{z[\text{inv } \alpha_K - \text{inv } \alpha_A + \text{inv } \alpha_0 - \text{inv } \alpha_v]}{2(\text{tg } \alpha_v - \text{tg } \alpha_0)} - x \tag{23.1}$$

wo  $\alpha_K$  und  $\alpha_A$  aus 222.10 und 222.11 zu berechnen sind.

Die Berechnungsformel enthält nur mehr zwei Argumente:  $z$  und  $x$ . Für  $v_1$  als Funktion von  $z$  und  $x$  wurde ein Diagramm für gerade, elementare und V-O-Verzahnungen zusammengestellt (Abb. 8).

Auf Grund des Diagrammes läßt sich feststellen, daß zur Fertigung von gerade, O- und V-O-verzahnnten Rädern je Modul etwa drei Werkzeuge zwischen  $z = 17 - \infty$  nötig sind, damit auch die Kopfkantenbrüche zwischen den erwähnten Grenzen erhalten werden. Mit einem Werkzeug kann eine Räderserie mit verschiedenen Zähnezahlen und Profilverschiebungen erzeugt werden. Der Zielwerkzeug-Charakter hört somit auf, Normung oder mindestens die Ausarbeitung von Fabriksnormen falls Reihenfertigung lohnen sich.

2.3.2. Im Falle einer V-Verzahnung besteht folgender Zusammenhang auf Grund der Formeln 21.2 und 222.3:

$$\frac{\cos \alpha_K}{\cos \alpha_A} = \frac{\cos \alpha_v}{\cos \alpha_0} \tag{23.2}$$

Mit Berücksichtigung dieser proportionalen Beziehung wird die Verfertigung einer verhältnismäßig einfachen und handlichen Tabelle ermöglicht, die gleicherweise für O-, V-O- und V-Verzahnungen anwendbar ist. Das Wesentliche daran ist, daß falls  $\alpha_A$  bekannt ist, für  $\alpha_0 = 20^\circ$  und  $\alpha_v = 45^\circ$  die Werte von  $\Sigma \text{inv}$ . eindeutig bestimmt werden können ( $\Sigma \text{inv} = \text{inv } \alpha_K - \text{inv } \alpha_A + \text{inv } \alpha_0 - \text{inv } \alpha_v$ )

Tabelle I enthält die Werte des Zusammenhanges:

$$v_2 = \frac{\Sigma \text{inv}}{2(\text{tg } \alpha_v - \text{tg } \alpha_0)}$$

**Tabelle I**  
Bestimmung von  $v_1$

$\alpha_A$		$\cos \alpha_A$	$v_2$	$\alpha_A$		$\cos \alpha_A$	$v_2$
Grad	Mint			Grad	Mint		
20	0	0,9396926	0	29	0	0,8746197	0,03432
	20	0,9376869	0,00107		20	0,8717844	0,03578
	40	0,9356495	0,00215		40	0,8689196	0,03735
21	0	0,9335804	0,00325	30	0	0,8660254	0,03889
	20	0,9314797	0,00435		20	0,8631019	0,04045
	40	0,9293475	0,00549		40	0,8601491	0,04202
22	0	0,9271839	0,00663	31	0	0,8571673	0,04362
	20	0,9249888	0,00779		20	0,8541564	0,04523
	40	0,9227624	0,00896		40	0,8511167	0,04687
23	0	0,9205049	0,01015	32	0	0,9480481	0,04852
	20	0,9182161	0,01137		20	0,8449508	0,05019
	40	0,9158963	0,01258		40	0,8418249	0,05188
24	0	0,9135455	0,01382	33	0	0,8386706	0,05359
	20	0,9111637	0,01507		20	0,8354878	0,05531
	40	0,9087511	0,01633		40	0,8322768	0,05708
25	0	0,9063078	0,01762	34	0	0,8290376	0,05885
	20	0,9038338	0,01892		20	0,8257703	0,06064
	40	0,9013292	0,02024		40	0,8224751	0,06246
26	0	0,8987940	0,02157	35	0	0,8191520	0,06430
	20	0,8962285	0,02291		20	0,8158013	0,06616
	40	0,8936326	0,02429		40	0,8124229	0,06805
27	0	0,8910065	0,02567	36	0	0,8090170	0,06994
	20	0,8883503	0,02707		20	0,8055837	0,07185
	40	0,8856639	0,02849		40	0,8021232	0,07383
28	0	0,8829476	0,02992	37	0	0,7986355	0,07580
	20	0,8802014	0,03138		20	0,7951208	0,07780
	40	0,8774254	0,03284		40	0,7915792	0,07982

Ihre Anwendung erfolgt folgenderweise: aus den Daten des Zahnrades wird der Wert von  $\alpha_A$  errechnet.

Danach wird in der Tabelle der  $\alpha_A$  entsprechende Wert  $v_2$  ausgesucht. Den gesuchten Wert  $v_1$  erhält man folgenderweise:

$$v_1 = z \cdot v_2 - x$$

Danach besteht die Aufgabe nur darin, für die Verzahnung ein mit einem  $v_1$  näher liegenden, größeren  $v_1$  als üblich hergestelltes Werkzeug auszuwählen.

Die Tabelle wird zweckmäßig so benutzt, daß der max. und der min. Wert der herzustellenden Abmessung  $g$  ( $g_{\min.} = 0,05 \text{ m}$  und  $g_{\max.} = 0,15 \text{ m}$ ) angesetzt, für beide  $\alpha_A$  und wie vorhin die Werte von  $v_1$  bestimmt werden. Der

vorgeschlagene Wert  $v_1$  des Verzahnungswerkzeuges soll zwischen den somit erhaltenen zwei Größen liegen.

2.3.3. Nun soll die Wirkung von  $\beta$  auf  $v_1$  untersucht werden. Die für Schrägverzahnung erhaltene Berechnungsformel auf einen Modul bezogen und unter Berücksichtigung von

$$\operatorname{tg} \alpha_{vh} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_v}{\cos \beta} \quad r = \frac{z \cdot m}{2 \cos \beta}$$

erhält man folgenden Zusammenhang:

$$v_1 = \frac{z}{2} \frac{\operatorname{inv} \alpha_{kh} - \operatorname{inv} \alpha_{Ah} + \operatorname{inv} \alpha_h - \operatorname{inv} \alpha_{vh}}{\operatorname{tg} \alpha_v - \operatorname{tg} \alpha_0} - x \quad (233.1)$$

Dieser weicht also von Formel 222.17 für gerade Verzahnung nur hinsichtlich der Involutwinkel ab. Auch die in Formel 222.18 vorgeführte Proportionalität ist eine Funktion von  $\beta$ :

$$\frac{\cos \alpha_{Kh}}{\cos \alpha_{Ah}} = \frac{\cos \alpha_{vh}}{\cos \alpha_h} = \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_v + \cos^2 \beta}}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta}}$$

Bei der Prüfung der zahlenmäßigen Größe der Abweichung ergibt sich, daß im Falle von  $\beta = 14^\circ$  das Abmaß  $v_{1\max.} = 2\%$  beträgt. (Die Größe der Abweichung ist Funktion der Verzahnungsdaten.) Im Falle von  $\beta = 27^\circ$  ist die Abweichung im Vergleich zur geraden Zahnung etwa 10%. Auf Grund der Ergebnisse ist die Anwendung der für gerade Zahnung gefertigten Tabelle für Schrägverzahnung nicht zu empfehlen, doch besteht die Möglichkeit, für die häufigeren Werten von  $\beta$  eine ähnliche Tabelle bzw. ein Diagramm zusammenzustellen.

### 2.4 Weitere einwirkende Kennwerte

2.4.1. *Einfluß des Flankenspiels auf den Wert von  $v_1$* : Es wird oft vorgeschrieben, daß die Zahnräder in der Richtung der Eingriffslinie mit dem Flankenspiel  $s$  eingreifen sollen. Deswegen ist zum Wert  $v_1$  ein Wert  $x_h$  hinzurechnen:

$$x_h = \frac{s}{4 \sin \alpha_0} \quad (241.1)$$

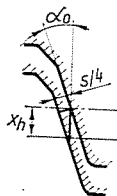


Abb. 6. Einwirkung der Zahnücke auf den Wert  $v$

2.4.2. *Beim Abkanten mit einem Vorschlicht- oder Schruppwerkzeug ändert sich der Wert von  $v_1$  gemäß Abb. 7.*

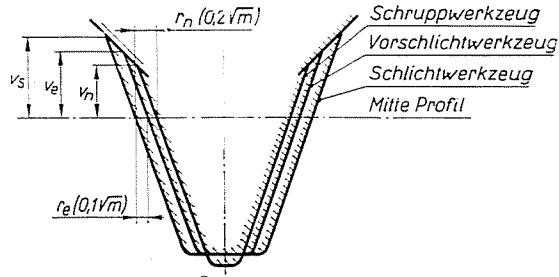


Abb. 7. Einfluß der Bearbeitungszugabe auf  $v$

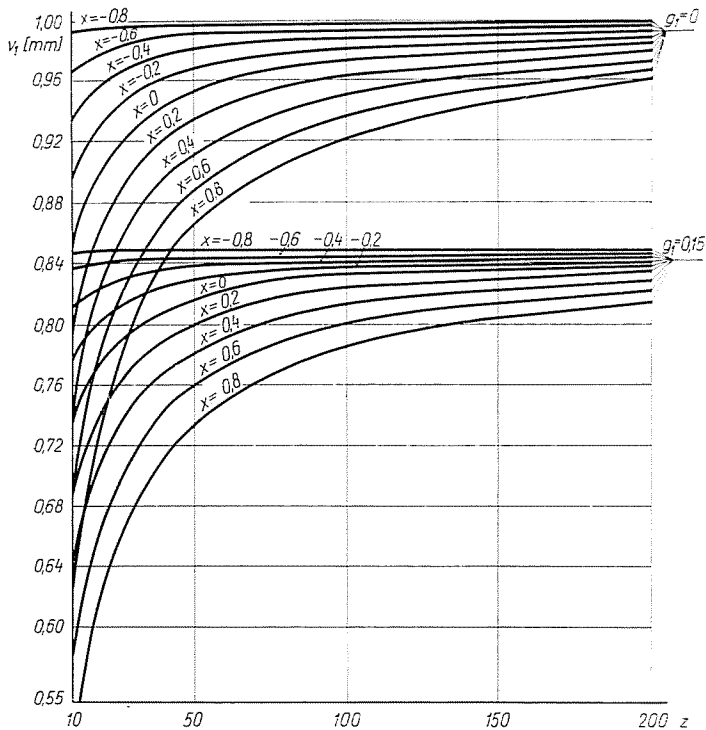


Abb. 8. Wert von  $v_1$  in Abhängigkeit von der Zähnezahl, im Falle von verschiedenen Werten der Parameter  $x$  und  $g_1$ , bei O und V-O-Verzahnungen

a) Bei der Anwendung eines Vorschlichtwerkzeuges gilt:

$$v_e = v_s - \frac{\cos \alpha_0}{\sin(\alpha_v - \alpha_0)} \cos \alpha_v \cdot r_e \cong v_s - 1,57 \cdot r_e$$

Der in der Normvorschrift angegebene Wert ist  $r_e = 0,1\sqrt{m}$ .

b) In ähnlicher Weise gilt für ein Schrappwerkzeug:

$$v_n = v_s - \frac{\cos \alpha_0}{\sin(\alpha_v - \alpha_0)} \cos \alpha_v \cdot r_n \cong v_s - 1,57 r_n$$

Der in der Normvorschrift angegebene Wert beträgt:

$$r_n = 0,2 \sqrt{m}$$

2.4.3. *Exzentrizitätswirkung des Kopfkreises.* Wurde der Radkörper auf die Verzahnungsmaschine mit einer Exzentrizität montiert, ist es zweckmäßig den Wert  $v$  um den Wert  $e$  zu erhöhen. In diesem Falle wird der minimale  $g$ -Wert auf dem Zahnkopf gerade der berechnete sein, auf der anderen Seite desselben Durchmessers wird sich  $g + 2e$  ergeben.

### 3. Wirtschaftlichkeit der neuen Technologie

Ob die oben angedeutete, gleichzeitig mit den Kopfkantenbrüchen durchgeführte Verzahnung mit dem Schrapp- oder mit dem Schichtvorgang kombiniert wird, in beiden Fällen ist eine Einsparung zu verzeichnen. Dies zeigt sich gleicherweise in bezug auf Arbeitszeit, Arbeitskraft und Arbeitsplatzbedarf. Wenn von diesen Faktoren als Grundlage nur der Arbeitszeitaufwand berücksichtigt wird, genügt bereits die erzielte Kostensenkung, um die Mehrkosten für teure Werkzeuge — sogar mit Gewinn — zu decken. Diese Behauptung wurde auch durch die im Betrieb "Hajtómű és Felvonógyár" (Triebwerk- und Aufzugfabrik) durchgeführte Kontrollprüfung nachgewiesen. Hier wurde versuchsweise ein modifiziertes Abwälzwerkzeug für Zahnräder konstruiert, von denen 2000 Stk./Jahr erzeugt werden. Die Daten dieser Zahnräder sind mit  $m = 5$  mm;  $z = 30$ ;  $b = 20$  mm.

Die zur Auswertung der Versuche durchgeführten Berechnungen bewiesen, daß die Kosten für diesen Vorgang gegenüber jenen der bis dahin durch manuelles Abgraten bearbeiteten Zahnrad-Kopfkantenbrüchen nur 15% betragen. Falls aber das Zahnungswerkzeug in Serienfertigung erzeugt wird, erreichen die Kosten für das mechanisierte Abgraten nicht einmal 9% der Kosten des manuellen Abgratens. Bei Einhaltung des richtigen Fertigungsflusses und der Technologie sind die Herstellungskosten des modifizierten Abwälzwerk-

zeuges nur um 1—3% höher als die Kosten der normalen Abwälzfräser. Hingegen ist auch zu erwähnen, daß in Abhängigkeit von den Verzahnungsdaten pro Modul 3—5 Stk modifizierte Abwälzwerkzeuge nötig sind. Das bedeutet, daß bei Einzelfertigung und bei sehr kleinen Serien die Anwendung des modifizierten Werkzeuges unwirtschaftlich ist, weil der erhöhte Werkzeugsvorrat auch einen höheren Betrag beansprucht. Wegen der bereits erwähnten bedeutenden Vorteile kann bei der Serienfertigung von Zahnrädern die Einführung des modifizierten Abwälzwerkzeuges unbedingt empfohlen werden.

### Zusammenfassung

Verfasser erörtert in der Einleitung Zweck, Anwendungsbereich, Kennwerte und Ausführungsart der Kopfkantenbrüche des Zahnrades. Sodann werden die zur Grundprofilberechnung des modifizierten Abwälzwerkzeuges erforderlichen evolventengeometrischen Zusammenhänge für gerade- und schrägverzahnte Stirnräder abgeleitet und gesondert für die O-, V-O- und V-Verzahnungsfälle geprüft.

Unter Anwendung der im Aufsatz erhaltenen Beziehungen kann ein Abwälzwerkzeug konstruiert werden, mit dessen Hilfe der vorschriftliche Kopfkantenbruch des gegebenen Rades mit der Profilbearbeitung zugleich gefertigt wird.

Zur Vereinfachung der Berechnungen und Herabsetzung der Zahl der Werkzeugtypen wurden eine Tabelle und ein Diagramm zusammengestellt. Der durchgeführte Versuch beweist die Wirtschaftlichkeit der neuen Technologie sowohl in bezug auf Arbeitszeit- und Arbeitsplatzbedarf als auch hinsichtlich der erforderlichen Arbeitskräfte.

### Literatur

1. VÖRÖS, I.: Gépelemek III. Tankönyvkiadó, Budapest 1958 (ungarisch).
2. VÖRÖS, I.: Fogaskerekkek geometriai és szilárdságtani méretezése. Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest, 1967 (ungarisch).
3. BOLOTOWSKIJ, V.: Vestnik Maschino. 47, 3 (1967).
4. Fogaskerék Konferencia anyaga. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1963 (ungarisch).
5. ROMANOW, V. F.—SOKOLOV, V. N.: Stanki i Instrument, 24, 37 (1953).
6. ŠVEC, S.—BROZ, M.: Strojirenska Výroba, 11, 237 (1963)
7. DÁVID, J.: Mechanisierung von Kopfkantenbrüchen des Zahnrades. Diplomarbeit.

József DÁVID, Budapest XVIII. Steinmetz kap. u. 17, Ungarn