

UNTERSUCHUNG DES WÄRMEGLEICHGEWICHTS IN WARMWASSERBEHEIZTEN RÄUMEN BEI ABWEICHUNGEN ZWISCHEN GEPLANTER UND TATSÄCHLICHER HEIZWASSERVERSORGUNG

Von

G. Y. MAKARA

Lehrstuhl für Heizung, Lüftung und Bauinstallation,
Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 22. Juni 1967)

Einleitung

Beim Entwurf von Warmwasserheizungen wird auf Grund einer vereinfachten Untersuchung des Wärmegleichgewichts im beheizten Bauwerk der Wärmeverlust der einzelnen Räume bestimmt. Damit und mit der Wahl der Vor- und Rücklauf-temperatur des Heizwassers sowie der Heizkörperart ist auch die Größe der zu installierenden Heizfläche und des Heizwassermassenstromes determiniert, der den Heizkörpern zuzuleiten ist. Die Bemessung hat weiterhin die Aufgabe, durch richtige Wahl der Rohrleitungsdurchmesser sowie der Leistung der eventuell zum Einbau gelangenden Pumpe die sichere Grundlage dafür zu schaffen, daß jeder einzelne Heizkörper tunlichst genau den rechnerisch ermittelten oder doch zumindest einen dem Letzteren proportionalen Heizwassermassenstrom erhalte.

Natürgemäß wird sich in jeder ausgeführten Zentralheizungsanlage teils wegen der Unvollkommenheit der Bemessungsmethoden, teils wegen der Streuungen im Fertigungsprozeß ein vom geplanten abweichender Heizwassermassenstrom ergeben.

In Zweirohr-Pumpenheizanlagen verschiebt sich jedoch, selbst wenn man ideale Bemessungsmethoden und eine ideale Ausführung voraussetzt, — durch die Eigenheit des Heizungssystems bedingt — während des Betriebes je nach der Außentemperatur oder genauer je nach der Vor- und der Rücklauf-temperatur zwangsläufig das Verhältnis zwischen den in die einzelnen Heizkörper gelangenden Heizwassermassenströmen (instabile Heizwasserverteilung).

Deshalb und von zahlreichen anderen praktischen Gesichtspunkten aus muß mithin dem Entwurfsbearbeiter bekannt sein, inwieweit sich das Wärmegleichgewicht in den Räumen unter der Einwirkung eines vom geplanten abweichenden Heizwassermassenstromes ändert und welche Gleichgewichtstemperaturen sich hierbei in den Räumen ergeben.

Der vorliegende Artikel will keineswegs eine eingehende Analyse der praktischen Auswirkungen dieser Feststellung geben, er setzt sich vielmehr ledig-

lich das Ziel, ein Verfahren zur Untersuchung des Wärmegleichgewichts und — zur praktischen Nutzenanwendung — dessen Ergebnisse zu publizieren. Einige für die Praxis wichtige Folgerungen aus den Resultaten sollen fallweise aufgezeigt werden.

Untersuchung des Wärmegleichgewichts bei Konvektions-Warmwasserheizung

Der Betrieb von Warmwasser-Zentralheizungsanlagen steht unter dem gleichzeitigen Einfluß einer ganzen Reihe von Faktoren. In der vorliegenden Arbeit soll indes nur eine ausgewählte Komponente analysiert werden. Die gestellte Aufgabe ließe sich durch Messungen an einer bestehenden Heizanlage oder an einem Modell nur schwer lösen, weshalb es denn zweckmäßiger zu sein und mehr Erfolg zu versprechen scheint, das Wärmegleichgewicht von Heizkörper und beheiztem Raum mit den Mitteln der Mathematik zu untersuchen, wobei allerdings das Zugeständnis einiger Vereinfachungsannahmen gemacht werden muß.

Die hier folgende Untersuchung des Wärmegleichgewichts in einem mit warmwassergeheiztem Radiator ausgestatteten Raum geht demnach von folgenden vereinfachenden Annahmen aus:

1. Sowohl die Außen- als auch die Innentemperaturen als auch die Ein- und Austrittstemperaturen des Heizwassers — und somit auch sein Massenstrom — sind konstant (stationärer Zustand).
2. Der Raum ist bloß durch einen Heizkörper beheizt. Außer diesem findet sich in ihm weder eine Wärmequelle noch ein Wärmeaufnehmer.
3. Der Raum verliert Wärme lediglich an die Umgebung, deren Temperatur t_a beträgt.
4. Der tatsächliche Wärmeverlust (Q_i) ist proportional dem aus der genormten Wärmeverlustberechnung resultierenden Wärmeverlust (Q_i^*), d. h. es gilt

$$Q_i = A Q_i^*. \quad (1)$$

5. Die Änderung der mittleren spezifischen Wärme des Heizwassers wird als innerhalb des untersuchten Temperaturbereiches vernachlässigbar klein betrachtet, es ist mithin

$$c = \text{konst.} \quad (2)$$

Sind diese Bedingungen erfüllt, dann müssen der vom Heizwasser abgegebene Wärmestrom (Q_w), der vom Radiator abgegebene Wärmestrom (Q_R) und die durch die Umfassungskonstruktion in der Zeiteinheit hindurchströmende Wärmemenge, d. h. der Wärmeverlust (Q_i) in jedem Betriebszustand miteinander in Gleichgewicht sein, d. h. es muß

$$Q_w = Q_R = Q_i \quad (3)$$

gelten, u. zw. in jedem beliebigen ausgezeichneten, d. h. also auch im entwurfsgemäßen Betriebszustand.

Als entwurfsgemäßer Betriebszustand soll hier jener verstanden werden, bei welchem in den Räumen, ideale Leistungsregelung vorausgesetzt, tatsächlich die vorgeschriebene Innentemperatur herrscht. Im weiteren werden alle auf den entwurfsgemäßen Betriebszustand bezogenen Größen von den anderen (nicht mit dem Index o bezeichneten) Größen durch eine o im Index unterschieden werden.

Demnach kann

$$Q_{wo} = Q_{Ro} = Q_{io} \quad (4)$$

und auf Grund der Gleichungssysteme (3) und (4) das dimensionslose Gleichungssystem des Wärmegleichgewichts in der Form

$$\frac{Q_w}{Q_{wo}} = \frac{Q_R}{Q_{Ro}} = \frac{Q_i}{Q_{io}} \quad (5)$$

geschrieben werden.

Zur Vereinfachung der weiteren Behandlung des Themas bilde die vorgeschriebene Innentemperatur, wie sie sich beim geplanten Heizwassermassenstrom einstellt, den Ausgangspunkt der Temperaturskala, so daß jede Temperatur durch den von diesem Punkt gemessenen Temperaturunterschied, d. h. durch die sogenannte Übertemperatur ausgedrückt werden kann.

Die Bezeichnungen, die in der vorliegenden Arbeit gebraucht werden, sind folgende:

m	der Heizwassermassenstrom,
m_o	der entwurfsgemäße Wert des Heizwassermassenstromes,
t_{io}	die vorgeschriebene Innentemperatur des Raumes,
$\vartheta_i = t_i - t_{io}$	die Übertemperatur des Raumes mit der Innentemperatur t_i ,
$\vartheta_a = t_a - t_{io}$	die Übertemperatur des äußeren Raumes mit der Temperatur t_a ,
$\vartheta_{vo} = t_{vo} - t_{io}$	die Übertemperatur des dem ϑ_a zugeordneten Vorlaufwassers mit der Temperatur t_{vo} ,
$\vartheta_r = t_r - t_{io}$	die Übertemperatur des Rücklaufwassers bei einem Heizwassermassenstrom m ,
$\vartheta_{ro} = t_{ro} - t_{io}$	die Übertemperatur des Rücklaufwassers bei einem Heizwasserverhältnis von m_o ,
c	die mittlere spezifische Wärme des Wassers,
k_R	die Wärmeübergangszahl des Heizkörpers,
k_{R60}	die Wärmeübergangszahl des Heizkörpers bei einem mittleren Temperaturunterschied von 60°C ,

F_R	die Heizkörperfläche,
$\Delta\vartheta_m$	die mittlere Temperaturdifferenz zwischen Heizkörper- und Raumtemperatur beim Heizwassermassenstrom m ,
$\Delta\vartheta_{m^0}$	die mittlere Temperaturdifferenz zwischen Heizkörper- und Raumtemperatur beim Heizwassermassenstrom m_0 ,
$j = 1, 2, 3 \dots n$	eine ganze Zahl, die laufende Nummer der abkühlenden Raumflächen,
k_j	die Wärmeübergangszahl der abkühlenden Raumflächen,
F_j	die Fläche der Raumumschließungskonstruktion.

Schreibt man der Reihe nach die entwickelten Formen der Variablen des Gleichungssystems (5) auf, dann erhält man für den vom Heizwasser abgegebenen Wärmestrom

$$Q_w = cm(t_{v0} - t_r) = cm(\vartheta_{v0} - \vartheta_r) \quad (6)$$

bzw.

$$Q_{v0} = cm_0(t_{v0} - t_{r0}) = cm_0(\vartheta_{v0} - \vartheta_{r0}), \quad (7)$$

für den vom Heizkörper abgegebenen Wärmestrom

$$Q_R = k_R F_R \Delta\vartheta_m \quad (8)$$

bzw.

$$Q_{R0} = k_{R0} F_R \Delta\vartheta_{m0}. \quad (9)$$

Die Temperaturabhängigkeit der Wärmeübergangszahl des Heizkörpers wird wegen des Wärmeaustausches durch freie Strömung annähernd durch die funktionellen Zusammenhänge

$$k_R = k_{R60} \sqrt[5]{\frac{\Delta\vartheta_m}{60}} \quad (10)$$

bzw.

$$k_{R0} = k_{R60} \sqrt[5]{\frac{\Delta\vartheta_{m0}}{60}} \quad (11)$$

beschrieben.

Der Wärmeverlust des Raumes errechnet sich zu

$$\begin{aligned} Q_t = A Q_t^* &= A(1 + \Sigma p) \sum_{j=1}^n k_j F_j (t_i - t_a) = \\ &= A(1 + \Sigma p) \sum_{j=1}^n k_j F_j (\vartheta_i - \vartheta_a) \end{aligned} \quad (12)$$

bzw. zu

$$\begin{aligned} Q_{to} &= A Q_o^* = A(1 + \Sigma p) \sum_{j=1}^n k_j F_j (t_{io} - t_a) = \\ &= A(1 + \Sigma p) \sum_{j=1}^n k_j F_j (-\vartheta_a). \end{aligned} \quad (13)$$

Mit den Gleichungen (6), (7), (8), (9), (10) und (12) geht das Gleichungssystem (5) nach Vereinfachung in die Form

$$\frac{m}{m_o} \frac{\vartheta_{vo} - \vartheta_r}{\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro}} = \left(\frac{\Delta \vartheta_m}{\Delta \vartheta_{mo}} \right)^{4/3} = \frac{\vartheta_i - \vartheta_a}{-\vartheta_a} \quad (14)$$

über. In diesem dimensionslosen Gleichungssystem scheinen außer dem relativen Heizwassermassenstrom ausschließlich die für den Betriebszustand der Heizanlage kennzeichnenden Übertemperaturen auf.

Nun wollen wir prüfen, ob die übliche näherungsweise Bestimmung der mittleren Heizkörper-Übertemperatur mit dem arithmetischen bzw. dem geometrischen Mittel die in ihrem physikalischen Bild richtige logarithmische mittlere Übertemperatur mit zulässigem Fehler annähert.

Hiezu setzen wir in das Gleichungssystem (14) die logarithmischen mittleren Übertemperaturen

$$\Delta \vartheta_m = \frac{(\vartheta_{vo} - \vartheta_i) - (\vartheta_r - \vartheta_i)}{\ln \frac{\vartheta_{vo} - \vartheta_i}{\vartheta_r - \vartheta_i}} \quad (15)$$

bzw.

$$\Delta \vartheta_{mo} = \frac{\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro}}{\ln \frac{\vartheta_{vo}}{\vartheta_{ro}}} \quad (16)$$

ein und eliminieren die Variable ϑ_r .

Damit nimmt die Gl. (14) die Gestalt

$$\frac{m_o}{m} \left(\frac{\vartheta_i}{\vartheta_a} - 1 \right)^{0,25} \ln \frac{\vartheta_{vo}}{\vartheta_{ro}} = \ln \left[1 - \frac{\frac{m_o}{m} \left(1 - \frac{\vartheta_i}{\vartheta_a} \right) (\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro})}{\vartheta_{vo} - \vartheta_i} \right] \quad (17)$$

an und man hat in der implizit gegebenen Form

$$\vartheta_i = f \left(\frac{m}{m_o}, \vartheta_{vo}, \vartheta_{ro}, \vartheta_a \right) \quad (18)$$

den gesuchten funktionellen Zusammenhang.

Verfährt man mit den Gleichungen für das arithmetische Mittel aus den Übertemperaturunterschieden

$$\Delta\vartheta_m = \frac{\vartheta_{ro} + \vartheta_r}{2} - \vartheta_i \quad (19)$$

und

$$\Delta\vartheta_{m_0} = \frac{\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro}}{2} \quad (20)$$

auf ähnliche Weise, dann erhält man für die Inverse der Funktion (18) in Gestalt der explizit gegebenen Gleichung

$$\frac{m}{m_0} = \frac{\left(1 - \frac{\vartheta_i}{\vartheta_a}\right) (\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro})}{2 (\vartheta_{vo} - \vartheta_i) - (\vartheta_{vo} + \vartheta_{ro}) \left(1 - \frac{\vartheta_i}{\vartheta_a}\right)^{0,75}} \quad (21)$$

Geht man hingegen vom geometrischen Mittel aus den Übertemperaturunterschieden an den Heizkörpern, d. h. von den Gleichungen

$$\Delta\vartheta_m = \sqrt{(\vartheta_{vo} - \vartheta_i) (\vartheta_r - \vartheta_i)} \quad (22)$$

bzw.

$$\Delta\vartheta_{m_0} = \sqrt{\vartheta_{ro} \cdot \vartheta_{ro}} \quad (23)$$

aus, dann erhält man als Resultat die Gleichung

$$\frac{m}{m_0} = \frac{\left(1 - \frac{\vartheta_i}{\vartheta_a}\right) (\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro})}{\vartheta_{vo} - \vartheta_i - \frac{\vartheta_{vo} \vartheta_{ro}}{\vartheta_{ro} - \vartheta_i} \left(1 - \frac{\vartheta_i}{\vartheta_a}\right)^{1,5}} \quad (24)$$

Durch Einsetzen der aus den Gleichungen (17), (21) und (24) ermittelten, den beliebigen äußeren Übertemperaturen ϑ_a zugeordneten Heizwasserkennwerte $-\vartheta_{vo}$ und ϑ_{ro} — hat man den funktionellen Zusammenhang zwischen der im Raum herrschenden Übertemperatur und dem relativen Heizwasser-massenstrom eindeutig bestimmt.

Den Vergleich der drei Funktionen miteinander führte Verfasser mit den dem entwurfsgemäßen Zustand entsprechenden typischen Heizanlagenparametern durch. Es waren dies

$$t_{i0} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_{vo} = 90 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_{vo} = 70 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_{ro} = 70 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_{ro} = 50 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_a = -15 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_a = -35 \text{ }^\circ\text{C}$$

Die Gleichungen wurden mit einem elektronischen Rechenautomaten nach der Methode der Sehneniteration gelöst. Die Resultate sind zum Teil in der Tabelle 1 zusammengefaßt. Eine weitere anschauliche Vergleichsmöglichkeit bietet die graphische Auftragung der funktionellen Zusammenhänge in Abb. 1.

Tabelle 1

ϑ_i [°C]	Relativer Heizwassermassenstrom $\frac{m}{m_0}$		
	Nach Gl. (17)	Nach Gl. (21)	Nach Gl. (24)
2,0	1,808	1,941	1,754
1,5	1,511	1,585	1,481
1,0	1,295	1,333	1,279
0,5	1,130	1,145	1,123
0,0	1,000	1,000	1,000
-0,5	0,895	0,885	0,900
-1,0	0,809	0,790	0,816
-1,5	0,736	0,712	0,746
-2,0	0,674	0,646	0,686
-3,0	0,574	0,541	0,588
-5,0	0,436	0,398	0,452
-10,0	0,253	0,214	0,267
-15,0	0,160	0,125	0,170
-20,0	0,102	0,074	0,108
-35,0	0,000	—	0,000

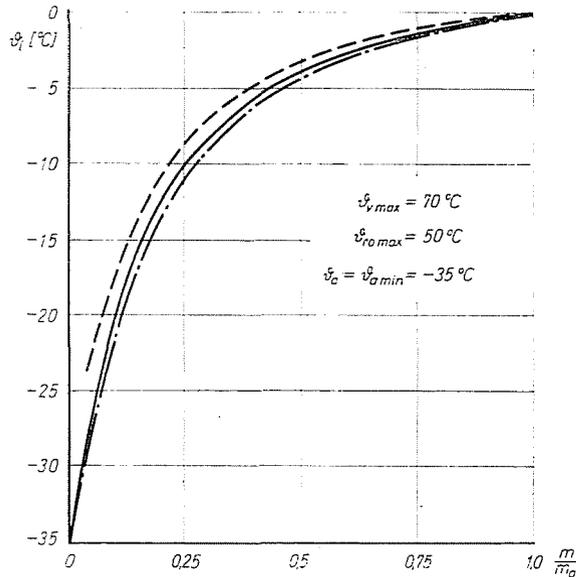
Betrachtung und Vergleich dieser Resultate führen zunächst zu der Feststellung, daß die Abweichung zwischen den Funktionswerten, wie sie sich aus den drei Gleichungen errechnen, keineswegs vernachlässigt werden können. Die aus dem arithmetischen Mittel der Temperaturen abgeleitete Gl. (21) ergibt für die Übertemperatur eines Raumes stets höhere Heizwasserabweichungen als die in ihrem physikalischen Bild korrekte Gl. (17) für den gleichen Raum.

Demgegenüber liegen die aus der Näherungsgleichung (24) resultierenden Abweichungen auf der sicheren Seite, doch begründen ihre Anwendung nicht einmal berechnungstechnische Vorteile, weshalb denn auch den weiteren Berechnungen die Gl. (17) zugrunde gelegt werden wird.

Die Heizwasserabkühlung, wie sie sich bei einer Heizwasserversorgung ergibt, die von der geplanten abweicht, läßt sich durch die iterative Lösung von (17) nun schon unmittelbar bestimmen, denn mit den beiden äußeren Gliedern des Gleichungssystems (14) kann die Heizwasserabkühlung in Gestalt der Gleichung

$$\vartheta_{vo} - \vartheta_r = \left(1 - \frac{\vartheta_i}{\vartheta_a}\right) \frac{m_0}{m} (\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro}) \quad (25)$$

ausgedrückt werden.



----- auf Grund arithmetischen Mittels;
 ————— auf Grund logarithmischen Mittels;
 auf Grund geometrischen Mittels

Die Berechnungen wurden mit den Werten

$$\vartheta_{vo} = 70 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_a = -35 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro} = 10 \text{ } ^\circ\text{C}; 20 \text{ } ^\circ\text{C}; 30 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ und } 40 \text{ } ^\circ\text{C}$$

durchgeführt und die Resultate in Abb. 2 aufgetragen.

Der funktionelle Charakter der Heizwasserabkühlung gleicht demjenigen der inneren Übertemperatur, doch ändert sich der Wert der Heizwasserabkühlung in Abhängigkeit vom relativen Heizwasserstrom weit ausgesprochener als derjenige der inneren Übertemperatur.

In anschaulicher Weise verdeutlicht die Abb. 2, ferner die weitgehende Abhängigkeit der inneren Übertemperatur von der entwurfsgemäßen Heizwasserabkühlung. Bei Heizanlagen, für die die Bemessung eine geringe Abkühlung vorgesehen hat, ist für eine bestimmte Innentemperaturabweichung ein weit größerer Heizwassertoleranzbereich zulässig als bei Anlagen mit größerer entwurfsgemäßer Abkühlung.

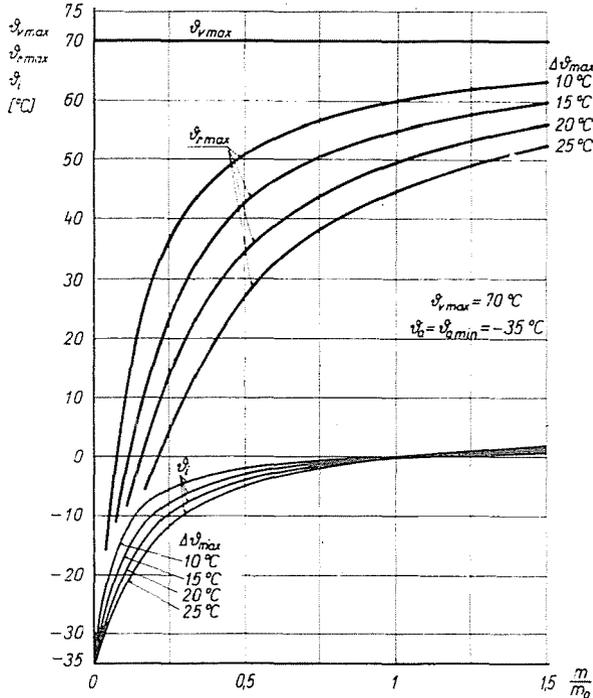


Abb. 2

Diese Tendenz läßt die Heizanlagen mit geringer Abkühlung — vom Gesichtspunkt der Bemessung des Heizrohrnetzes gesehen —, als vorteilhaft erscheinen. Soll dagegen die Heizleistung durch Steuerung des Heizstromes geregelt werden -- gleichviel, ob diese automatisch oder von Hand durch Verstellen des Radiatorventils erfolgt —, dann müssen bei Wahl niedriger Abkühlungswerte an die Drosselcharakteristik des Radiatorventils Anforderungen gestellt werden, die sich immer schwieriger befriedigen lassen.

Bei Auswertung der Resultate fällt die Tatsache auf, daß die Änderung der inneren Übertemperatur ϑ_i mit wachsendem m/m_0 Wert des Heizwasserstromes rapid abnimmt, um schließlich — der physikalischen Betrachtungsweise entsprechend — bei unendlichem Heizwasserstrom einen asymptotischen Wert anzunehmen. Bei einem Wert um $m/m_0 = 1$ für den relativen Heizstrom wirkt sich dessen Änderung auf die innere Übertemperatur nur ganz geringfügig aus, und selbst dort, wo eine real festgelegte geringfügige innere Übertemperaturtoleranz vorgeschrieben ist, ergibt sich für die zulässige Abweichung des relativen Heizwasserstromes auch im entwurfsgemäßen Betriebszustand ein sehr weiter Wertebereich.

Nun stehen aber Heizanlagen fast nie im entwurfsgemäßen Betrieb, zweckmäßigerweise wird man also weder den Toleranzbereich für den Heiz-

wasserstrom, noch die Charakteristik des Reglerventils auf Grund der Untersuchung eben dieses Betriebszustandes vorschreiben, zumal die Temperaturregelungsfunktion die Handhabe dazu bietet, auf Grund der Gl. (17) jeden beliebigen Betriebszustand zu untersuchen.

**Bestimmung der inneren Übertemperatur beheizter Räume
in Pumpenheizanlagen bei Abweichung der Heizwasserversorgung
und der äußeren Übertemperaturen von den entwurfsgemäßen Werten**

Da heute für die zentrale Raumheizung in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle Pumpenheizanlagen gebaut werden, können sich die weiteren eingehenden Untersuchungen auf diese Art der Warmwasserheizanlagen beschränken. Die Heizleistung der Pumpenheizung wird bei ununterbrochenem Betrieb fast ausschließlich durch Einstellen der Vorlauftemperatur geregelt.

Nachweislich ergibt sich in der Temperaturregelungsfunktion von Pumpenheizanlagen eine — in der Größenordnung von 0,01 °C liegende — vernachlässigbar geringe Abweichung, wenn man in die Rechnung den mittleren Heizkörper-Temperaturunterschied nicht mit dem logarithmischen, sondern mit dem arithmetischen Mittel aus den Temperaturen eingehen läßt. Der weiteren Untersuchung liegen deshalb die auf dieser Basis abgeleiteten Temperaturregelungsfunktionen

$$\vartheta_{ro} = \frac{\vartheta_{ro \max} + \vartheta_{ro \max}}{2} \left(\frac{\vartheta_a}{\vartheta_{a \min}} \right)^{3/4} + \frac{\vartheta_{ro \max} - \vartheta_{ro \max}}{2} \frac{\vartheta_a}{\vartheta_{a \min}} \quad (26)$$

und

$$\vartheta_{ro} = \vartheta_{ro} - (\vartheta_{ro \max} - \vartheta_{ro \max}) \frac{\vartheta_a}{\vartheta_{a \min}} \quad (27)$$

zugrunde, in denen

$$\vartheta_{a \min} = t_{a \min} - t_{io}$$

die bemessungsgemäße minimale äußere Übertemperatur,

$$\vartheta_{ro \max} = t_{ro \max} - t_{io}$$

die Übertemperatur des Vorlaufwassers im entwurfsgemäßen Betriebszustand,

$$\vartheta_{ro \max} = t_{ro \max} - t_{io}$$

die Übertemperatur des Rücklaufwassers im entwurfsgemäßen Betriebszustand

bedeutet.

Die Lösungen der Gleichungssysteme (17), (26) und (27), die mit den Parametern

$$\vartheta_{ro \max} = 70 \text{ °C}$$

$$\vartheta_{a \min} = -35 \text{ °C}$$

$$\vartheta_{ro \max} = 50 \text{ °C}$$

$$\vartheta_a = -15 \text{ °C}; -20 \text{ °C}; -25 \text{ °C}; -30 \text{ °C} \text{ und } -35 \text{ °C}$$

auf die bereits beschriebene Weise erfolgte, lieferte die in Abb. 3 aufgetragenen und in Tabelle 2 zusammengefaßten Ergebnisse.

Aus diesen zahlenmäßigen Resultaten läßt sich eine ganze Reihe von der Nutzungsart abhängiger Schlüsse ziehen.

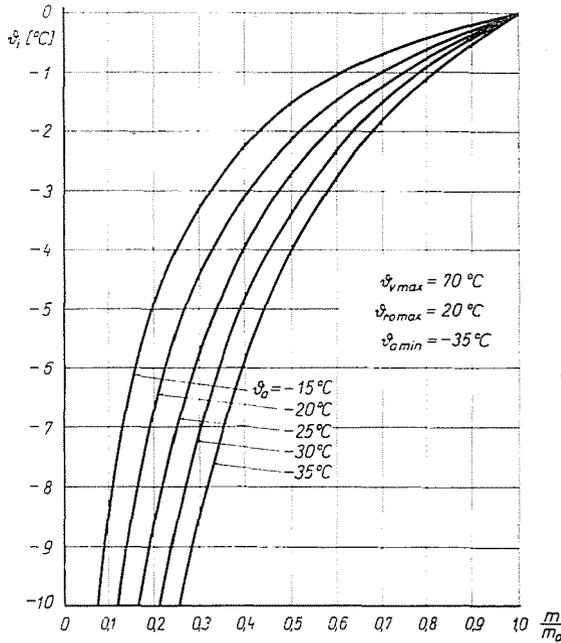


Abb. 3

So kann beispielsweise der zulässige Toleranzbereich für den Heizwasserstrom vorgeschrieben werden, wenn man den zulässigen Toleranzbereich für die innere Übertemperatur festlegt, wie sie sich bei gegebener Außentemperatur unter der Einwirkung einer Änderung des Heizwasserstromes einstellt. Auf dieser Grundlage läßt sich durch eingehende Untersuchung ohne Zweifel nachweisen, daß die übliche Bemessung des Rohrleitungsnetzes durch Iteration in zwei Schritten eine größere Genauigkeit anstrebt als nötig.

Zum Einregeln des Rohrleistungsnetzes fertiger Anlagen kann festgestellt werden, daß aus der Messung der Innenraumtemperatur nur dann auf die Heizwasserversorgung des Radiators gefolgert werden darf, wenn diese wesentlich unter der im Entwurf vorgesehen liegt. Andernfalls ist die Abweichung in der Raumtemperatur für gewöhnlich so klein, daß sie sich von der Einwirkung der sonstigen Faktoren — wie z. B. von der Einwirkung der inneren Wärmebelastung, der Aufrundung des berechneten Heizflächenwertes sowie vom Einfluß des jeweiligen Istwertes der Witterungsfaktoren und der Tagesschwankungen in diesen usw. — nicht trennen lassen.

Die Resultate bilden weiterhin eine gute Grundlage für die Bestimmung der gewünschten Drosselcharakteristik der thermostatischen und der von Hand einzustellenden Heizkörperventile, aber auch zur Untersuchung der Folgen des wirksamen Schwerkraftdruckes, der den Betrieb von Pumpenheizanlagen bekanntlich weitgehend beeinflusst, u. a. m.

Tabelle 2

ϑ_i [°C]	Relativer Heizwassermassenstrom $\frac{m}{m_0}$ bei ϑ_a Außentemperatur				
	-15 °C	-20 °C	-25 °C	-30 °C	-35 °C
1,50	7,332	2,702	1,969	1,672	1,511
1,00	2,428	1,745	1,498	1,371	1,295
0,50	1,430	1,277	1,203	1,159	1,130
0,25	1,179	1,123	1,093	1,074	1,061
0,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
-0,25	0,865	0,900	0,921	0,935	0,945
-0,50	0,760	0,817	0,852	0,877	0,895
-1,00	0,607	0,686	0,740	0,779	0,809
-1,50	0,501	0,588	0,652	0,699	0,736
-2,00	0,423	0,512	0,580	0,632	0,674
-3,00	0,315	0,402	0,471	0,528	0,574
-4,00	0,245	0,325	0,393	0,449	0,498
-5,00	0,194	0,269	0,333	0,388	0,436
-7,50	0,114	0,176	0,232	0,282	0,327

Unter Verzicht auf eine ausführlichere Behandlung dieser Fragenkomplexe soll im weiteren die Analyse der wiederholt erwähnten Funktion durch Bestimmung des Grenzwertes der inneren Übertemperatur für den Fall vervollständigt werden, daß der Heizstrom unendlich groß wird.

Hierüber Klarheit zu haben, ist auch für die Praxis von Bedeutung in Fällen etwa, wenn man die unzureichende Heizung eines Raumes durch Zufuhr eines größeren Heizstromes verbessern will, trotzdem die zu niedrige Temperatur nicht auf die mangelnde Heizwasserzufuhr, sondern darauf zurückzuführen ist, daß die eingebaute Heizfläche zu klein ist. In solchen Fällen ist es wichtig zu wissen, welche physikalische Schranken einer Erhöhung der Innentemperatur durch Vergrößerung der Heißwasserzufuhr gesetzt sind.

Bestimmung der inneren Übertemperatur eines beheizten Raumes bei unendlichem Heizwasserstrom

Zu bestimmen ist der Grenzwert

$$\lim \vartheta_i = \vartheta_{i \max}$$

$$\frac{m}{m_0} \rightarrow \infty$$

der in (17) implizit gegebenen Funktion

$$\vartheta_i = f \left(\frac{m}{m_0}, \vartheta_{vo}, \vartheta_{ro}, \vartheta_a \right).$$

Setzt man in (17) den Wert $m/m_0 = \infty$ ein, erhält man die identische Gleichheit $\infty = \infty$. Da sich die Variable ϑ_i in expliziter Form nicht ausdrücken läßt, erhalte man bei der Ableitung der impliziten Funktion nach dem L'Hospital'schen Verfahren eine Differentialgleichung.

Aus diesem Grunde muß $\vartheta_{i\max}$ durch Reihenentwicklung von (17) bestimmt werden, wozu die rechte Seite dieser Gleichung nach dem bekannten Zusammenhang

$$\ln \left(1 - \frac{a}{b} \right) = \frac{a}{b} + \frac{a^2}{2b^2} + \frac{a^3}{3b^3} + \frac{a^4}{4b^4} + \dots \quad (28)$$

in eine unendliche Potenzreihe von der Form

$$\begin{aligned} \frac{m_0}{m} \left(1 - \frac{\vartheta_i}{\vartheta_a} \right)^{0,25} \ln \frac{\vartheta_{vo}}{\vartheta_{ro}} &= \\ &= \frac{\frac{m_0}{m} \left(1 - \frac{\vartheta_i}{\vartheta_a} \right) (\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro})}{\vartheta_{vo} - \vartheta_i} + \frac{1}{2} \frac{\left[\frac{m_0}{m} \left(1 - \frac{\vartheta_i}{\vartheta_a} \right) (\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro}) \right]^2}{\vartheta_{ro} - \vartheta_i} + \\ &+ \frac{1}{3} \frac{\left[\frac{m_0}{m} \left(1 - \frac{\vartheta_i}{\vartheta_a} \right) (\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro}) \right]^3}{\vartheta_{ro} - \vartheta_i} + \dots \end{aligned} \quad (29)$$

geschrieben wird. Kürzt man nun diese Gleichung durch m_0/m , dann verbleibt diese Variable — jeweils im Zähler — nur im zweiten und in den folgenden Gliedern der rechten Seite stehen.

Mit $m_0/m = 0$ nimmt die vereinfachte Gleichung die Form

$$\left(1 - \frac{\vartheta_{i\max}}{\vartheta_a} \right)^{0,25} \ln \frac{\vartheta_{vo}}{\vartheta_{ro}} = \frac{\left(1 - \frac{\vartheta_{i\max}}{\vartheta_a} \right) (\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro})}{\vartheta_{ro} - \vartheta_{i\max}} \quad (30)$$

an. Nach Ordnung hat man schließlich eine Gleichung vierten Grades in der Form

$$\left(1 - \frac{\vartheta_{i\max}}{\vartheta_a} \right)^{3/4} - \frac{(\vartheta_{vo} - \vartheta_{i\max}) \ln \frac{\vartheta_{vo}}{\vartheta_{ro}}}{\vartheta_{vo} - \vartheta_{ro}} = 0, \quad (31)$$

und damit einen geschlossenen mathematischen Ausdruck für $\vartheta_{i\max}$, wobei man sich allerdings damit begnügen muß, für diese Größe bei Lösung der Gleichung wegen der Iteration nur beschränkt genaue Werte zu erhalten.

Unter Verwendung der Gleichungssysteme (26) und (27) für die Temperaturregelung von Pumpenheizanlagen wurden sodann nach dem Verfahren der Sehneniteration mit zahlreichen realen Parametern die inneren Übertemperaturen bestimmt, wie sie sich für den Fall eines unendlichen relativen Heizwasserstromes ergeben.

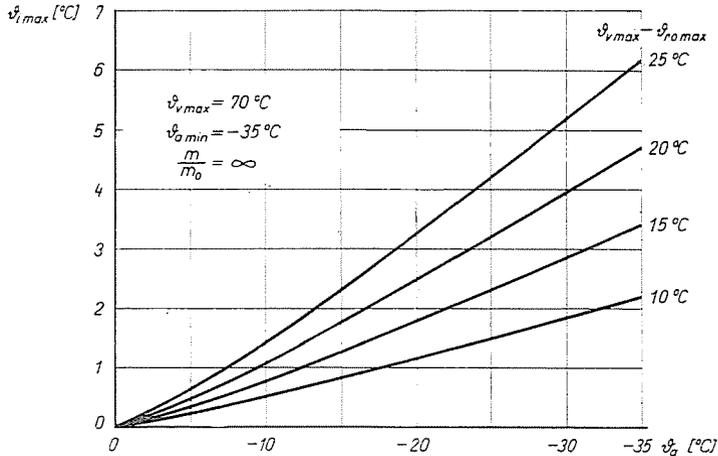


Abb. 4

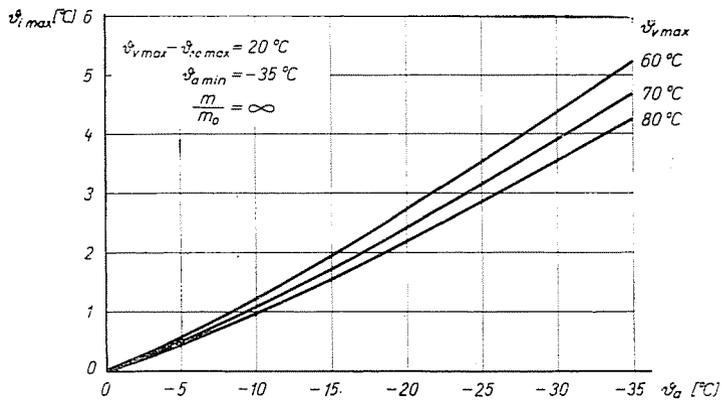


Abb. 5

Die Ergebnisse sind zwecks anschaulicher Darstellung in Schaubilder aufgetragen. Abb. 4 zeigt den Zusammenhang zwischen der äußeren Übertemperatur und $\psi_{i,max}$, wobei als Parameter der einzelnen Kurven die entwurfsgemäße maximale Heizwasserabkühlung gewählt wurde. Abb. 5 verdeutlicht den gleichen Zusammenhang mit der entwurfsgemäßen Vorlaufs-Übertemperatur als Parameter.

Wie aus den beiden Abbildungen erhellt, ist $\psi_{i,max}$ von der äußeren

Übertemperatur weitgehend abhängig, wobei die Entwurfskennwerte — $\vartheta_{vo \max}$ und $\vartheta_{ro \max}$ — diesen Zusammenhang wesentlich beeinflussen.

Verglichen an den Auswirkungen der anderweitigen Faktoren, verursacht das Ansteigen des Heizwasserstromes auf den Wert Unendlich eine ganz geringfügige Änderung in der Innentemperatur.

Aus der bekannten Tatsache, daß der Erhöhung der Raumtemperatur durch Vergrößerung des Heizwasserstromes physikalisch Schranken gesetzt sind, läßt sich die scheinbar selbstverständliche, wegen der häufigen gegensätzlichen praktischen Erfahrungen jedoch wichtige Schlußfolgerung ziehen, daß die ungenügende Beheizung eines Raumes, sofern sie auf die unzureichende Heizflächengröße zurückzuführen ist, nur durch deren Vergrößerung oder aber durch die Herabsetzung der Wärmeverluste des betreffenden Raumes verbessert werden kann. Durch Maßnahmen auf der Heizwasserseite lassen sich nur ganz geringfügige Änderungen erzielen, wobei noch damit zu rechnen ist, daß auch die Beheizung der übrigen Räume unter das nötige Maß absinkt.

Diese Ergebnisse untermauern und bekräftigen überdies auch all das, was weiter oben über die Unwirksamkeit jenes Verfahrens gesagt wurde, welches die Heizanlage auf Grund der Messung der Raumtemperaturen einregelt.

Zusammenfassung

Anhand von Gl. (17) läßt sich die Raumtemperatur, die sich in Abhängigkeit vom relativen Heizwasserstrom und von den Betriebsparametern der Warmwasserheizung einstellt, mit beschränkter Genauigkeit bestimmen. Bei den unter Punkt 1. bis 5. dargelegten Vereinfachungsbedingungen folgt diese Funktion unter Berücksichtigung des logarithmischen Mittels der Heizkörper- und Raumtemperatur aus dem Wärmegleichgewicht des Raumes. Die Berechnung auf Grund des arithmetischen Mittels aus den Temperaturen führt zu unzulässig hohen Abweichungen. Die Werte des geometrischen Mittels bieten eine genauere Berechnungsgrundlage, wobei die Abweichungen auch auf der sicheren Seite liegen, doch gibt es keine berechnungstechnischen Vorteile, die die Anwendung dieser Werte begründet erscheinen ließen.

Bei unendlichem Heizwasserstrom hat die Funktion einen endlichen Grenzwert, der anhand der Gl. (31) ermittelt werden kann.

Die auf Grund der Temperaturregelungsfunktion der Pumpenheizanlagen für zahlreiche typische Heizanlagen-Kennwerte und Betriebszustände errechneten, hier angegebenen Zahlenwerte bieten eine gute Handhabe zur Festlegung des zulässigen Toleranzbereiches für den Heizwassermassenstrom, ferner zur Überprüfung der Genauigkeit der Bemessung von Rohrleitungsnetzen für Warmwasserheizanlagen, zur Untersuchung von Verfahren für das Einstellen solcher Rohrleitungsnetze, zur Bestimmung der Drosselcharakteristik der Radiatorventile usw.

Literatur

1. BARCS: Szivattyús fűtések szabályozása. Épületgépészet 5—6 (1957).
2. BECHER: Warmwasserheizungen — Neuere Bemessungsmethoden in Dänemark. Gesundheits-Ingenieur 5 (1965).
3. KVIATKOVŠKI: Wpływ zmiany ilości i temperatury wody na wydajność grzejników w ogrzewaniach jednarurowych. Gaz, Woda i Technika Sanitarna, XL, 5 (1965).
4. MAKARA: Melegvízfűtések csővezeték méretezésének szükséges pontossága. Épületgépészet 2 (1965).
5. MENYHART: Melegvízfűtések. Lehrbücherverlag Budapest (1965).

György MAKARA, Budapest, XI., Sztoczek u. 2/4. Ungarn