DIE OPTIMALBEDINGUNGEN DER BEMESSUNG HYDROSTATISCHER LAGER

Von

J. Czégi

Lehrstuhl für Maschinenelemente, Technische Universität, Budapest
(Eingegangen am 17. November 1967)

Vorgelegt von Prof. Dr. J. Vörös

Bezeichnungen

P	Lagerbelastung (kp)
p_0	Ölkammerdruck (kp/cm^2)
η	Schmierölviskosität (kp s/cm^2)
r	Zapfenradius (cm)
h	Lagerspaltweite (cm)
B	axialer Abstand zwischen den Dichtungsbund-Mittellinien (cm)
b, (b_1, b_2)	Dichtungsleistenbreite (cm)
ω	Winkelgeschwindigkeit des Zapfens (1/s)
φ	Umfassungswinkel (—)
Q	Ölbedarf (cm^3/s)
N_1	Pumpenleistung (cm kp/s)
N_2	Reibleistung (cm kp/s)
$\lambda = \frac{B}{r}$, $\delta = \frac{s}{r}$, $\beta = \frac{b}{r}$	dimensionslose Verhältniszahlen von Längenabmessungen
Φ	die Lagerkennzahl (—)
M	das Verlustmoment bei $P = 1$ kp und $h = 1$ cm.

Bei hydrostatischen Radiallagern kann die Lage der Wellenzapfen in den Lagerbohrungen, sofern das Ölzuleitungssystem richtig geregelt ist, als annähernd konzentrisch bezeichnet werden. Mit den Bezeichnungen der Abb. 1 lassen sich die Zusammenhänge, die der Bemessung zugrundezulegen sind, unschwer aufstellen. Die Lagerspaltweite hat den konstanten Wert h. Ebenso kann auch die Breite b des Dichtungsbundes durchwegs konstant sein, doch kann der Wert b_1 in der tangentialen Richtung vom Wert b_2 in der axialen Richtung auch abweichen. Zunächst sei hier der erstere Fall als gegeben vorausgesetzt. Die axialen Abmessungen und den Umfassungswinkel pflegt man aus Zweckmäßigkeitsgründen mit dem Abstand zwischen den Dichtungsbund-Mittellinien zu beschreiben. Der Druckabfall in dem v arallelen Flächen begrenzten Spalt kann als linear angenommen werden.

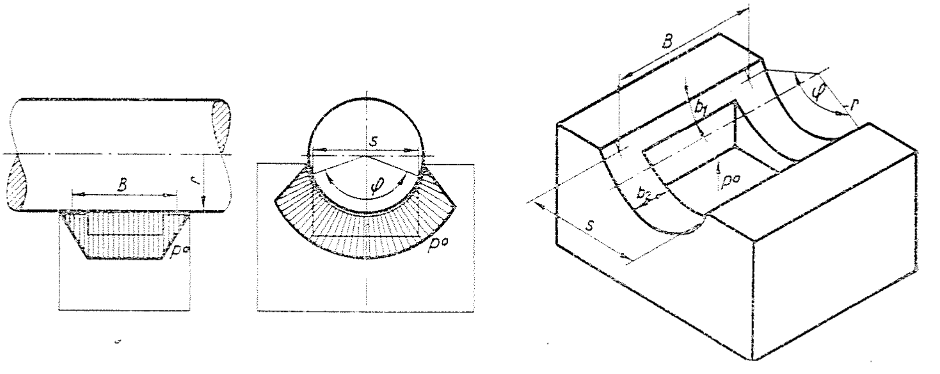

Abb. 1

1. Grundformeln

a) Für den Zusammenhang zwischen Belastung und Pumpendruck gilt die Beziehung

$$P = p_0 Bs = p_0 Br\, 2 \sin \frac{\varphi}{2}\,. \tag{1}$$

b) Öldurchfluß:

Auf einer Breite von 1 cm des Durchflußquerschnittes entsteht in der Zeiteinheit ein Ölverlust von

$$Q_1 = -\frac{1}{12\eta}\,\frac{dp}{dx}\,h^3.$$

Wegen des linearen Druckabfalls gilt

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{p_0}{b}\,.$$

Die gesamte Öldurchflußmenge errechnet sich mithin durch Multiplikation mit der Dichtungsbund-Mittellinienlänge zu

$$Q = \frac{(B + r\varphi)\,p_0\,h^3}{6\eta\, b}\,. \tag{2}$$

c) Die Pumpenleistung schreibt sich zu

$$N_1 = Q p_0 = \frac{(B + r\,\varphi)\, p_0^2 h^3}{6\eta\, b} \tag{3}$$

d) In einem parallel ausgebildeten Lagerspalt kann kein hydrodynamischer Druck auftreten, der rotierende Wellenzapfen hat somit lediglich die aus der Viskosität des Schmiermittels resultierende Schubkraft zu überwinden. Die Schubspannung beträgt

$$\tau = \eta\,\frac{du}{dh} = \eta\,\frac{r\omega}{h}\,.$$

Ihr Produkt mit der Fläche der Dichtungsbuchse ergibt die Reibungskraft zu

$$S = \frac{\eta r\omega}{h}\,2(B + r\varphi)\, b. \tag{4}$$

e) Die Reibungsleistung errechnet sich hieraus zu

$$N_2 = S\, r\omega = \frac{2\eta\omega^2 r^2}{h}\,(B + r\varphi)\, b\,. \tag{5}$$

2. Das Ähnlichkeitsgesetz für hydrostatische Lager

Die Formeln (1) bis (5) enthalten außer dem bekannten P und ω weitere sieben Faktoren (B, b, φ, r, h, η, p_0). Zur Bestimmung der gesuchten Lagerhauptabmessungen (r, B) bedarf es noch der Annahme fünf weiterer Faktoren, die innerhalb der konstruktionsbedingten Grenzen frei gewählt werden können. Ein auf dieser Grundlage bemessenes Lager wird zwar funktionsfähig sein, doch gibt diese Art der Bemessung keine Antwort auf die Frage, inwieweit eine Änderung des einen oder des anderen Faktors die Abmessungen und die Verluste des Lagers beeinflußt.

Eine Möglichkeit zur Erfassung dieser Probleme bietet die Einführung des Ähnlichkeitsgesetzes für Lager, die eine Behandlung der Bemessungsprobleme unabhängig von den Abmessungen gestattet. Die geometrischen Abmessungen eines Lagers lassen sich durch den Zapfenhalbmesser und durch eine dimensionslose Verhältniszahl

$$B = \lambda \cdot r\,,$$

$$s = \delta r = 2r \sin\frac{\varphi}{2}$$

$$b = \beta r$$

beschreiben.

Mit diesen Größen hat man für die Lagerbelastung

$$P = p_0 \, r^2 \, \lambda \delta \, , \tag{6}$$

für den erforderlichen Öldruck

$$p_0 = \frac{P}{r^2 \, \lambda \delta} \, , \tag{7}$$

für den Ölverbrauch

$$Q = \frac{Ph^3}{\eta r^2} \; \frac{\lambda + \varphi}{6\eta \, \delta \, \beta} \, , \tag{8}$$

für die Pumpenleistung

$$N_1 = \frac{P^2 \, h^3}{\eta r^4} \; \frac{\lambda + \varphi}{6\lambda^2 \, \delta^2 \, \beta} \tag{9}$$

und schließlich für die Reibungsleistung

$$N_2 = \frac{\eta \omega^2 \, r^4}{h} \, 2(\lambda + \varphi) \, \beta \, . \tag{10}$$

Bei den auf dem hydrodynamischen Prinzip beruhenden Lagern drücken das Ähnlichkeitsgesetz folgende dimensionslose Zusammenhänge aus:
die Lagerkennzahl

$$\Phi = \frac{p_k \, \psi^2}{\eta \omega} \, , \tag{11}$$

in der p_k die auf die Projektion des Zapfens bezogene spezifische Belastung bezeichnet, ferner
die Reibungszahl

$$C = \frac{\mu}{\psi} \, , \tag{12}$$

wobei

$$\frac{\mu}{\psi} = \frac{\pi}{2\Phi} \, ,$$

wenn die relative Exzentrizität klein ist und der Umfassungswinkel $\varphi = 180^\circ$ beträgt;
die Ölverbrauchszahl ist

$$I_1 = \frac{Q}{\psi \omega \, r^3} \, , \tag{13}$$

wenn nur der Zapfen Öl fördert, bzw.

$$I_2 = \frac{Q\eta}{p_0 \psi^3 r^3}, \tag{14}$$

wenn das Öl dem Lager unter Druck zugeleitet wird.

Diese vier dimensionslosen Größen sind ausnahmslos Funktionen der relativen Exzentrizität, des Verhältnisses von Breite zu Durchmesser und des Umfassungswinkels. Lager, für die diese Faktoren gleich sind, treffen die obigen dimensionslosen Zahlen in gleicher Höhe zu.

Das Ähnlichkeitsgesetz kann auch auf hydrostatische Lager angewendet werden, u. zw. in genau der gleichen Form wie für die auf dem hydrodynamischen Prinzip beruhenden Lager.

Die Gl. (11) für die Lagerkennzahl nimmt, wenn man $p_k = P/\text{konst} \cdot r^2$ und $\psi = h/r$ setzt, die Form

$$\Phi = \frac{Ph^2}{\eta\omega r^4} = \frac{P\psi^2}{\eta\omega r^2} \tag{15}$$

an; der Ausdruck für die *Reibungszahl* geht mit (4) und (1) sowie durch Einführung der dimensionslosen Verhältniszahlen in die Gestalt

$$\mu = \frac{S}{P} = \frac{\eta r^3 \omega 2(\lambda + \varphi)\beta}{hP}$$

und mit $h/r = \psi$ nach Ordnung die Form

$$\frac{\mu}{\psi} = \frac{\eta\omega r^2}{\psi^2 P} 2(\lambda + \varphi)\beta = \frac{1}{\Phi} 2(\lambda + \varphi)\beta$$

über. Für die *Ölverbrauchszahl* hingegen hat man durch Ordnung von (8)

$$\frac{Q}{\psi\omega r^3} = \frac{P\psi^2}{\eta\omega r^2} \frac{\lambda + \varphi}{6\lambda\delta\beta} = \Phi \frac{\lambda + \varphi}{6\lambda\delta\beta},$$

bzw. durch Ordnung von (2)

$$\frac{Q \cdot \eta}{P_0 \psi^3 r^3} = \frac{\lambda + \varphi}{6\beta}.$$

Ein Vergleich der so erhaltenen dimensionslosen Zahlen mit den Zusammenhängen (11), (12), (13) und (14) zeigt, daß Abweichungen zwischen ihnen nur in den Proportionalitätsfaktoren bestehen.

3. Die Optimalbedingungen für das hydrostatische Lager

Die unter Punkt 2 erwähnten fünf frei wählbaren Faktoren $h, b, \varphi, \eta_1\, p_0$ beeinflussen nicht nur die Hauptmessungen des Lagers, sondern auch dessen Verluste. Als optimal kann ein Lager angesehen werden, wenn es bei minimalen Gesamtverlusten maximal belastbar ist. Der Energiebedarf des Lagers setzt sich aus zwei Teilen, der Pumpenleistung gemäß (9) und der Reibungsleistung nach (10) zusammen, es ist mithin

$$N = N_1 + N_2 = \frac{P^2 h^3}{\eta\, r^4} \, \frac{\lambda + \varphi}{6\lambda^2 \delta^2 \beta} + \frac{\eta \omega^2 r^4}{h} 2(\lambda + \varphi)\, \beta .$$

Hebt man aus diesem Zusammenhang das Produkt $P\omega h$ heraus, dann geht er mit der Lagerkennzahl gemäß (15) in die Form

$$N = P\, \omega\, h \left[\Phi \, \frac{\lambda + \varphi}{6\lambda^2 \delta^2 \beta} + \frac{1}{\Phi} 2(\lambda + \varphi)\, \beta \right] \tag{16}$$

über. Da P und ω Ausgangsgrößen für die Konstruktion darstellen, h hingegen eine Funktion des Fertigungsverfahrens ist, bleibt als Grundlage für die Bestimmung des optimalen Gesamtlagerverlustes die Untersuchung der restlichen vier Variablen. Zu dieser Untersuchung wird zunächst der Begriff des Verlustmomentes eingeführt und wie folgt definiert:

$$M = \frac{N}{P\omega} \, \frac{1}{h} ,$$

d. h.
$$M = \Phi \, \frac{\lambda + \varphi}{6\lambda^2 d^2 \beta} + \frac{1}{\Phi} 2(\lambda + \varphi)\, \beta = f(\Phi, \beta, \lambda, \varphi) . \tag{17}$$

Zunächst wird der Randwert dieser Funktion mit vier Veränderlichen nach Φ bestimmt, man hat also

$$\frac{\partial M}{\partial \Phi} = \frac{\lambda + \varphi}{6\lambda^2 \delta^2 \beta} - \frac{1}{\Phi^2} 2(\lambda + \varphi)\, \beta = 0,$$

$$\Phi_0 = \sqrt{12}\, \lambda \cdot \delta \cdot \beta . \tag{18}$$

Mit diesem Wert erhält man aus (17) das Minimum des Verlustmomentes, bezogen auf die Variable Φ, zu

$$M_\Phi = \sqrt{12}\, \frac{\lambda + \varphi}{6\lambda\delta} + \frac{2}{\sqrt{12}} \, \frac{\lambda + \varphi}{\lambda\delta} = \frac{2}{\sqrt{3}} \, \frac{\lambda + \varphi}{\lambda\delta} . \tag{19}$$

Da zwei Glieder der Formeln des Verlustmoments miteinander übereinstimmen, hat das Optimum die Gleichheit von Pumpen- und Reibungsleistung, zur Voraussetzung, es muß mithin $N_1 = N_2$ sein.

Im Ausdruck für M_Φ figuriert die Größe β nicht, folglich beeinflußt eine Änderung der Größe β den Minimalwert des Verlustes nicht für sich allein, sondern nur über den Wert Φ_0.

Den Beweis hierfür liefert die Bestimmung des Verlustmoment-Randwertes gemäß (17) nach β:

$$\frac{\partial M}{\partial \beta} = -\Phi \frac{\lambda + \varphi}{6\delta^2 \lambda^2} \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\Phi} 2(\lambda + \varphi) = 0,$$

$$\beta_0 = \frac{1}{\sqrt{12}} \frac{\Phi}{\lambda\delta}.$$

Damit geht (17) in die Form

$$M = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\lambda + \varphi}{\lambda\delta}$$

über, und es ist $M_\beta = M_\Phi$.

Prüft man weiterhin den Wert des minimalen Verlustes nach λ, dann hat man

$$\frac{\partial M_\Phi}{\partial \lambda} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\lambda\delta - (\lambda + \varphi)\,\delta}{\lambda^2\,\delta^2} = 0,$$

$$-\frac{\delta\varphi}{\lambda^2\,\delta^2} = 0; \qquad -\frac{\varphi}{\lambda^2\,\delta^2} = 0.$$

Dies ist nur möglich, wenn $\lambda = \infty$ und $\varphi \neq 0$.

Mit $\lambda = \infty$ nimmt Gl. (19) die Form

$$M_{\Phi\lambda} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{\delta} = \frac{1}{\sqrt{3}\sin\dfrac{\varphi}{2}}$$

an. Die Ableitung nach φ ergibt für $M_{\Phi\lambda}$ den Minimalwert

$$\frac{\partial M_{\Phi\lambda}}{\partial \varphi} = -\frac{\cos\dfrac{\varphi}{2}}{\sqrt{12}\sin^2\dfrac{\varphi}{2}} = 0,$$

$$\frac{\varphi}{2} = 90^\circ; \qquad \varphi = 180^\circ;$$

$$M_{\Phi\lambda\varphi} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Dem Fall $\lambda = \infty$ kommt also nur prinzipielle Bedeutung zu. Da der Wert von λ praktisch innerhalb eines Intervalls von 0,5 . . . 4 schwanken kann, muß für den Fall $\lambda =$ konst. die Ableitung nach φ wiederholt werden:

$$M_\Phi = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\frac{1}{\sin\frac{\varphi}{2}} + \frac{1}{\lambda}\,\frac{\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right].$$

Die Ableitung nach φ ergibt

$$\frac{\partial M_\Phi}{\partial\varphi} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left[-\frac{1}{2}\,\frac{\cos\frac{\varphi}{2}}{\sin^2\frac{\varphi}{2}} + \frac{1}{\lambda}\,\frac{\sin\frac{\varphi}{2} - \frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}}{\sin^2\frac{\varphi}{2}}\right] = 0\,,$$

bzw., auf gleichen Nenner gebracht,

$$\frac{\sin\frac{\varphi}{2} - \frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2} - \frac{\lambda}{2}\cos\frac{\varphi}{2}}{\lambda\sin^2\frac{\omega}{2}} = 0.$$

Ist λ konstant, kann der Nenner nicht ∞ sein, weil $\sin\varphi/2 \leqq 1$.
Somit gilt

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\lambda}{2}\right)\cos\frac{\varphi}{2}\,,$$

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} - \frac{\varphi}{2} = \frac{\lambda}{2}\,,$$

$$2\left(\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right) = \lambda, \tag{20}$$

$$\lambda = 2\operatorname{inv}\frac{\varphi_0}{2}\,.$$

Aus dem bekannten λ kann der Wert von φ_0 und danach der Minimalwert von $M_\Phi\varphi$, und mit diesem derjenige des Gesamtverlustes N bestimmt werden:

$$M = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{\sin\frac{\varphi_0}{2}} + \frac{1}{\lambda}\,\frac{\varphi_0}{\sin\frac{\varphi_0}{2}}\right) \tag{21}$$

und

$$N = \frac{P\omega h}{\sqrt{3}} \left[\frac{1}{\sin \frac{\varphi_0}{2}} + \frac{1}{\lambda} \frac{\varphi_0}{\sin \frac{\varphi_0}{2}} \right]. \tag{22}$$

Ist nun φ_0 bekannt, hat man die Möglichkeit, auch die dem minimalen Verlustwert zugeordnete Lagerkennzahl zu bestimmen. Sie schreibt sich zu

$$\Phi_\lambda = 6{,}9282 \cdot \lambda \sin \frac{\varphi_0}{2}.$$

Den Zusammenhang zwischen den den unterschiedlichen λ-Werten zugeordneten Werten von M und Φ_0 einerseits und φ andererseits veranschaulichen die Abb. 2 bzw. 3.

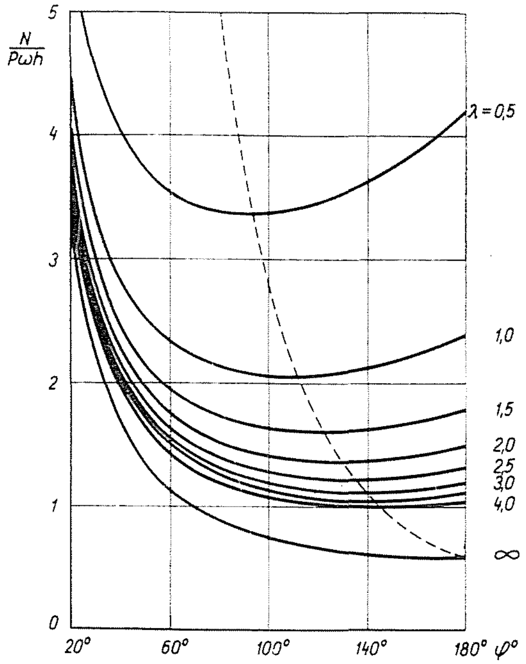

Abb. 2

Eine besondere Untersuchung verdient der Fall, in dem die Dichtungsleiste nicht gleichmäßig breit ist.

Beläuft sich die Dichtungsleistenbreite in axialer Richtung auf $b_1 = \beta_1 r$, in tangentialer Richtung hingegen auf $b_2 = \beta_2 r$, dann errechnet sich der Gesamtverlust zu

$$N = N_1 + N_2 = \frac{P^2 h^3}{6\eta r^4 \lambda^2 \delta^2} \left[\frac{\lambda}{\beta_1} + \frac{\varphi}{\beta_2} \right] + \frac{2\eta r^4 \omega^3}{h} [\lambda\beta_1 + \varphi\beta_2]$$

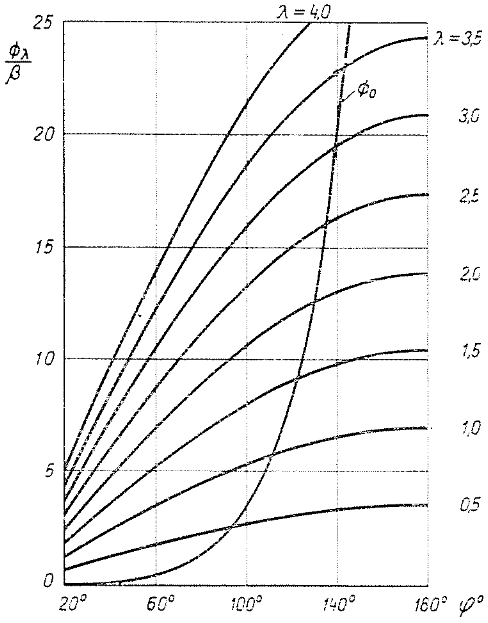

Abb. 3

und das Verlustmoment zu

$$M = \frac{N}{P\omega}\,\frac{1}{h} = \Phi\,\frac{1}{6\lambda^2\,\delta^2}\left[\frac{\lambda}{\beta_1} + \frac{\varphi}{\beta_2}\right] + \frac{1}{\Phi}\,2[\lambda\beta_1 + \varphi\beta_1]\,. \tag{23}$$

Nach dem obigen Verfahren hat man den Optimalwert für Φ zu

$$\Phi_0 = \sqrt{12}\,\lambda\delta\sqrt{\frac{\lambda\beta_1 + \varphi\beta_2}{\dfrac{\lambda}{\beta_1} + \dfrac{\varphi}{\beta_2}}}\,,$$

womit die Gl. (23) in die Form

$$M_\Phi = \frac{2}{\sqrt{3}}\,\frac{1}{\lambda\delta}\sqrt{\lambda^2 + \varphi^2 + \lambda\varphi\left(\frac{\beta_1}{\beta_2} + \frac{\beta_2}{\beta_1}\right)} \tag{24}$$

übergeht.

Seinen Mindestwert erreicht dieser Verlust, wenn $\beta_1 = \beta_2 = \beta$, d. h. wenn die Dichtungsleiste am Umfang entlang die gleiche Breite hat.

4. Optimale Bemessung nach der Spaltweite

Verbreitet findet sich in der Literatur die Bestimmung des Optimalwertes der Verluste auf Grund der Spaltweite. Verfährt man nach der obigen Berechnungsmethode, dann erhält man

$$N = N_1 + N_2 = \frac{P^2 h^3}{6\eta r^4} \frac{\lambda + \varphi}{\lambda^2 \delta^2 \beta} + \frac{2\eta \omega^2 r^4}{h} (\lambda + \varphi) \beta .$$

Durch Differentiation nach der Spaltweite hat man

$$\frac{\partial N}{\partial h} = \frac{3P^2 h^2}{6\eta r^4} \frac{\lambda + \varphi}{\lambda^2 \delta^2 \beta} - \frac{2\eta \omega^2 r^4}{h^2} (\lambda + \varphi) \beta = 0,$$

und der Optimalwert der Spaltweite errechnet sich zu

$$h_0^4 = \frac{4\eta^2 \omega^2 r^8 \delta^2 \lambda^2 \beta^2}{P^2} .$$

Für den nach der Spaltweite optimalisierten Wert der Lagerkennzahl gilt

$$\Phi_h = \frac{P h_0^2}{\eta \omega r^4} = 2\delta\lambda\beta \tag{25}$$

und mit Gl. (18)

$$\Phi_0 = \sqrt{12}\, \delta\lambda\beta = \sqrt{3}\, \Phi_h .$$

Durch Einsetzen von (25) in die Gl. (17) erhält man

$$M_h = \frac{\sqrt{4}}{6} \frac{\lambda + \varphi}{\lambda\delta} + \frac{2}{\sqrt{4}} \frac{\lambda + \varphi}{\lambda\delta} = \frac{4}{3} \frac{\lambda + \varphi}{\lambda\delta}$$

(wobei $N_1 \neq N_2$) und mit der Formel (19) für M

$$M_h = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot M_\Phi = 1{,}15\, M_\Phi .$$

Beim Vergleich der Gesamtverluste muß in beiden Fällen von gleichen h-Werten ausgegangen werden.

Wie es sich zeigt, ergibt die Suche nach dem Optimum auf Grund der Spaltweite ein größeres Verlustmoment. Indessen ist die Bemessung nach diesem Verfahren auch deshalb unzweckmäßig, weil den realisierbaren Minimalwert der Spaltweite ohnehin die Oberflächenrauhigkeit und die eventuelle elastische Deformation bestimmt, weil es also durchaus vorkommen kann, daß sich die rechnerisch ermittelte optimale Spaltweite gar nicht verwirklichen läßt.

5. Abgestimmtes Optimum

Aus dem Vergleich der Abbildungen 2 und 3 erhellt, daß die Lagerkennzahl ihren Höchstwert bei einem Umfassungswinkel von $\varphi = 180°$, das Verlustmoment hingegen seinen Kleinstwert je nach dem Wert von λ bei kleineren Umfassungswinkeln erreicht. Das Minimumproblem läßt sich auch auf Grund der Sonderbedingung lösen, daß das Lager bei tunlichst kleinem Verlustmoment möglichst stark belastbar sein muß. In mathematischer Formulierung muß also

$$F_1 = \frac{\Phi_0}{M_0} = \text{maximum}$$

und mit den Formeln (18) und (19)

$$F_1 = 12 \frac{\lambda^2 \beta}{\lambda + \beta} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

gelten. Durch Ableitung ergibt sich hieraus das Maximum zu

$$\frac{\partial F_1}{\partial \varphi} = 12 \lambda^2 \beta \left[\frac{\sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} (\lambda + \varphi) - \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{(\lambda + \varphi)^2} \right] = 0 .$$

Da nur der Nenner den Nullwert annehmen kann, hat man nach dessen Umordnung

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \lambda + \varphi$$

bzw.

$$\operatorname{inv} \frac{\varphi}{2} - \frac{\varphi}{2} = \lambda. \tag{26}$$

Die Lösung der Gleichung in Abhängigkeit von λ ist in Abb. 4 aufgetragen.

Das abgestimmte Optimum ergibt sich mithin bei den höheren φ-Werten. Mit wachsendem φ-Wert steigt die Lagerkennzahl und mit ihr auch die Belastbarkeit an, während sich das Verlustmoment nur mäßig erhöht.

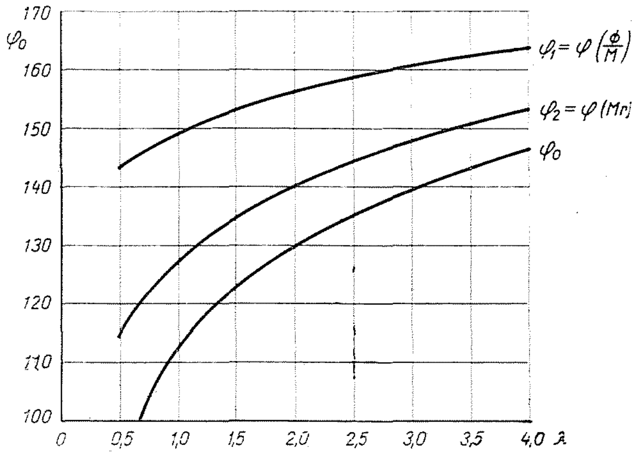

Abb. 4

Als weitere Bedingung des abgestimmten Optimums käme in Frage, den Zapfendurchmesser möglichst klein zu machen und zugleich auch das ihm zugeordnete Verlustmoment relativ niedrig zu halten, so daß also

$$F_2 = M_\Phi \cdot r = \text{minimum}$$

gelten müßte.

Aus (15) hat man mit dem optimalen Φ_0 gemäß (18)

$$r = \frac{k}{\sqrt[4]{\lambda\delta\beta}}, \tag{27}$$

worin

$$k = \sqrt[4]{\frac{Ph^2}{\sqrt{12}}} = \text{konst.}$$

Mit den Zusammenhängen (19) und (27) erhält man

$$F_2 = k_1\left(1 + \frac{\varphi}{\lambda}\right)\sqrt[4]{\delta^{-5}}, \tag{28}$$

worin nun

$$k_1 = \frac{2k}{\sqrt{3}\sqrt{\lambda\beta}} = \text{konst.}$$

Nach Einsetzen von $\delta = 2 \sin \varphi/2$ in die Gl. (28) und nach Durchführung der Ableitung ergibt sich schließlich

$$\frac{\partial F_2}{\partial \varphi} = k_1 \left[\frac{1}{\lambda} \left(2 \sin \frac{\varphi}{2} \right)^{-\frac{5}{4}} - \left(1 + \frac{\varphi}{\lambda} \right) \frac{5}{4} \left(2 \sin \frac{\varphi}{2} \right)^{-\frac{9}{4}} \cos \frac{\varphi}{2} \right] = 0$$

und nach Ordnung

$$\operatorname{inv} \frac{\varphi}{2} = \frac{5}{8} \lambda + \frac{\varphi}{8} . \tag{29}$$

Die Lösung dieser Gleichung in Abhängigkeit von λ ist der Abb. 4 zu entnehmen.

Zusammenfassung

Zur Bemessung radialer hydrostatischer Lager ist einschließlich der Ausgangsgrößen die Beachtung von mindestens acht Faktoren erforderlich. Die betreffenden Variablen beeinflussen die Belastbarkeit, den Ölverbrauch und den Reibungsverlust der Lager sowie die benötigte Pumpenleistung. Die Behandlung des Gesamtlagerverlustes als Funktion mit mehreren Variablen gestattet es, die Optimalwerte von Lagerkennzahl, Breite–Durchmesser-Verhältnis und Umfassungswinkel zu bestimmen. Die Optimalwerte lassen sich auch dann ermitteln, wenn verschiedene besondere Bedingungen gestellt werden, wie beispielsweise, den Verlust auf einem Minimalwert, die Lagerkennzahl dagegen zugleich auf einem Maximalwert oder sowohl die Lagerabmessungen als auch den Verlust auf einem Minimalwert zu halten.

Literatur

1. Fuller, D. D.: Theorie und Praxis der Schmierung. Berliner Union, Stuttgart 1961.
2. Vogelpohl, G.: Betriebssichere Gleitlager. Springer-Verlag, Berlin—Göttingen 1958.
3. Leyer, A.: Theorie des Gleitlagers bei Vollschmierung. Technische Rundschau, Heft 46, Verlag Hallwag, Bern 1961.
4. ten Bosch, M.: Berechnung der Maschienenelemente. Springer-Verlag, Berlin 1953.
5. Rippel, H. C.: Design of Hydrostatic Bearings. Machine Design, 1963, Teil 1—10, 1. August—5. Dezember.
6. Schlotterbeck, H.: Untersuchungen hydrostatischer Lager. Dissertation 1964. Technische Hochschule Aachen.

Dr. József Czégi; Budapest, XI., Műegyetem rkp. 3. Ungarn