

# NEUE METHODE ZUR ALLGEMEINEN BESTIMMUNG GLEICHEN SPEZIFISCHEN GLEITENS BEIM EINGRIFF VON EVOLVENTENVERZÄHNUNGEN, II

NEUE FORMEN VON GLEICHUNGEN DER GEOMETRISCHEN KENNWERTE ZUR  
ANALYSE DES VERZÄHNUNGSBEREICHES UND ZUR BESTIMMUNG DER FLAN-  
KENTRAGFÄHIGKEIT

(BEISPIELE AUS DER PRAXIS, BERECHNUNGSBLÄTTER, MATHEMATISCHE  
ABLEITUNGEN)

Von

E. OSZKAY

Lehrstuhl für Hebemaschinen und Förderanlagen, Technische Universität,

Budapest

(Eingegangen am 15. August 1967)

Vorgelegt von Prof. GY. GRESCHIK

## Beispiele

*Beispiel Nr. 1 aus dem Gebiet der Stumpferverzahnung* (Siehe Abb. 2 im  
I. Teil)

Vorliegendes Beispiel kann als Sonderheit des Verzahnungsbereiches erwähnt werden. Die Bezugsprofile der beiden Verzahnungen sind gänzlich abweichend, die Evolventen, der Achsenabstand ( $a$ ), der Eingriffswinkel ( $\alpha_g$ ), die Kopfkreise ( $r_f$ ), die Wälzkreise ( $r_g$ ), die Grundkreise ( $r_a$ ) sind kongruent. Außerdem sind Achsenabstand ( $a$ ), Eingriffswinkel ( $\alpha_g$ ) und Zähnesumme der »gleichwertigen Geradverzahnung« ( $\Sigma z$ ) sowie Zähnezahlerhältnis ( $u$ ) ganze Zahlen, ferner diese Zähnesumme ( $\Sigma z$ ) ist der Zähnesumme der Stumpf-Schrägverzahnung identisch ( $\Sigma z = \Sigma z_\beta$ )

Im Kapitel 2 des I. Teiles wurde darauf hingewiesen, daß die ganzzahligen Werte der erwähnten unabhängigen Veränderlichen bei solchen Gebundenheiten nur durch stufenweise Näherung ermittelt werden können.

Im Rechenblatt Nr. 1 im Anhang sieht man den ganzen Gang der geometrischen Berechnung nach dem neuen Verfahren. Unter den Grundangaben des Rechenblattes sind die Werte von  $\beta_0$  und  $f'_0$  ausschließlich deshalb mit einer in praktischer Hinsicht gänzlich überflüssig großen Genauigkeit angegeben, damit die bezüglichen Gleichungen für die Werte von ( $\alpha_g$ ), ( $\Sigma z$ ), („ $a$ “) tatsächlich ganze Zahlen ergeben. Das Beispiel enthält jene 8 Grundangabenarten, die in der Praxis am häufigsten vorkommen und das Bezugsprofil ist infolge seines abnormalen Charakters geeignet, die dem neuen Verfahren entsprechende gesamte geometrische Berechnung in einer ganz allgemeinen Form darzustellen. Im Rechenblatt wurde die Interferenz durch die Gleichung Nr. A37 geprüft, die dann günstig zur Anwendung gelangt, wenn die geometrischen Abmessungen der Verzahnung bekannt sind. Bei demselben Beispiel ist die Interferenz im Rechenblatt Nr. 2 des Anhangs dagegen durch die

Gleichungen 38, 39 geprüft worden, um die zur Analyse des Verzahnungsbereiches geeignete Berechnungsweise zu zeigen, also für Fälle, in denen die *ausschließlich die Interferenz beeinflussenden 7 Angaben zur Verfügung stehen*.

Die beiden Gleichungen unterscheiden sich lediglich in einem Faktor, wie es bereits im Abschnitt 5.2 des Anhangs erwähnt wurde. Wenn auf dieser Grundlage, das Endergebnis der Posten 60 und 65 im Rechenblatt Nr. 1 durch den Wert  $(0,5 \operatorname{tg} \alpha_{\text{onh}})^2 = 0,05164528$  multipliziert wird, erhält man das Ergebnis des letzten Postens im Rechenblatt Nr. 2/2:

$$\begin{aligned} F/J_1 \cdot (0,5 \operatorname{tg} \alpha_{\text{onh}})^2 &\cong 0,880 \\ F/J_2 \cdot (0,5 \operatorname{tg} \alpha_{\text{onh}})^2 &\cong 1,1474 \end{aligned}$$

Ist eine einzige Rechnung gemäß Berechnungsblatt Nr. 2 bereits durchgeführt worden, dann kann die Interferenzuntersuchung derselben Verzahnung bei einem anderem Zähnezahlnverhältnis ( $u$ ) bzw.  $(z_1)_\beta$  wesentlich einfacher durchgeführt werden. Dies soll durch das Berechnungsblatt Nr. 3 im Anhang veranschaulicht werden, wobei auch die Interferenzkurve in Abhängigkeit vom ( $u$ ) ersichtlich ist.

#### *Bestimmung der interferenzfreien Grenzwerte der Profilverschiebungen bei der Analyse des Verzahnungsbereiches*

Es sollen jene Wertgrenzen von  $(x_1)_\beta$  für die Verzahnung gemäß Beispiel Nr. 1 bestimmt werden, bei denen weder Interferenz noch Unterschnitt und keine unzulässige Kopfstärken eintreten ( $s_{fn}/m_n \geq 0,25$ ).

Auf Grund von Berechnungsblatt Nr. 2 gilt für das Ritzel und Rad:

$$\begin{array}{rcc} 0,0164328 & \leq (g_2)_x \leq & 0,949230 \\ 0,896084 & \geq (x_1)_\beta \geq & -0,715610 \\ -0,540215 & \leq (x_2)_\beta \leq & 1,071479 \\ \hline 0,355869 & = \Sigma x_\beta = & 0,355869 \end{array}$$

Unterschnitt tritt im obigen Intervall nicht auf, da  $(x_1)_\beta$  größer als:  $(x_1)_{\beta \min} = -1,365$  ist (siehe Lf.Nr. 75 Berechnungsblatt 1).

#### *Überprüfung der Zahnkopfstärke*

Bei den Werten von  $(x_1)_\beta \cong 0,896$  und  $(x_2)_\beta \cong 1,071$  gemäß Gleichung 47 des I. Teiles

$$\begin{array}{ll} \text{ist beim Ritzel} & s_{fn1}/m_n \cong 0,494 > 0,25, \\ \text{und beim Rad} & s_{fn2}/m_n \cong 0,728 > 0,25 \end{array}$$

Auf dieser Grundlage läßt sich aussagen, daß die Verzahnungen *innerhalb der obigen Intervallgrenzen* geometrisch richtig und vom betrieblichen Standpunkt aus *ausführbar sind!*

An Hand des obigen Wertbereichs besteht die Möglichkeit, zum Beispiel, die optimalen Werte von  $(x_1)_\beta$  oder  $(q_2)_x$  zwecks Bestimmung der maximalen Tragfähigkeit auf Grund der zulässigen Flankenpressung zu ermitteln.

*Die Bestimmung der maximalen Flankentragfähigkeit*

(Wegen des großen Umfangs dieser Abhandlung wurde auf die Ableitungen verzichtet.) Aus den Grundangaben sind folgende Werte zu berechnen bzw. dem Berechnungsblatt zu entnehmen:

$$a = 315; u = 5; h_k = 6,9112074; \sin \alpha_g = 0,4226183; \cos \alpha_g = 0,9063078; c_A = 0,75; c_C = 1,15; (a \cdot \sin \alpha_g)^2 = 17722,202$$

$$B_1 = \sqrt{(1 + u)^2 - 4c_A \cdot u/c_C} = 4,7912964 \tag{1}$$

$$H_2 = \left( \frac{1 + u + B_1}{2u} \right)^2 = 1,1645207 \tag{2}$$

$$H_1 = \frac{h_k(2a + h_k)}{(a \cdot \sin \alpha_g)^2} = 0,24837914 \tag{3}$$

Mit den Gleichungen 10, 11 des I. Teiles läßt sich folgende Bedingung ableiten:

Ist der Verteilungsfaktor:

$$q_2 \geq \frac{u \cdot h_k^2 - (a \cdot \sin \alpha_g)^2 [u - (1 + H_1)]}{2(1 + u) [H_1 (a \cdot \sin \alpha_g)^2 - a \cdot h_k]} \tag{4}$$

dann wird  $\xi_A \geq \xi_E$  sein!

In diesem Beispiel nach Gleichung 4 ist:  $q_2 \cong -2,481$ .

Dieses Ergebnis bedeutet, daß  $\xi_A \geq \xi_E$  zwischen den berechneten Intervallgrenzen sein wird, der äußere Eingriffspunkt *E* kann also außer Acht gelassen werden! Bei der Bestimmung der maximalen Flankentragfähigkeit sind zwei Fälle möglich:

Fall I: ist  $1 + H_1 \leq H_2$ , dann wird  $\xi_A \leq c_C/c_A$  sein!

Fall II: ist  $1 + H_1 \geq H_2$ , dann wird  $\xi_A \geq c_C/c_A$  sein!

Im Falle I existiert ein mathematisches Maximum der Eingriffsdauer ( $\varepsilon_{hmax}$ ) für die Bestimmung der Flankentragfähigkeit (siehe Beispiel Nr. 3).

Im Falle II ist das mathematische Maximum ungültig, der Höchstwert der Flankentragfähigkeit wird mit den Kennwerten ( $\varepsilon_h/c_A \cdot \xi_A = \varepsilon_h/c_C$ ) als Schnittpunkt von zwei Kurven bestimmt bzw.  $\sqrt{E_A}$  mit dem Wert  $\xi_A = c_C/c_A$  aus der Gleichung 25 des I. Teiles berechnet (siehe Abb. 1).

In diesem Beispiel ist  $1 + H_1 > H_2$ , infolgedessen wird  $\xi_A$  größer als  $c_C/c_A = 1,53$  sein, so liegt Fall II vor.

Die Lösung der Gleichung 25 des I. Teiles mit dem Wert von  $\xi_A = c_C/c_A = 1,15/0,75$  gibt zwei Werte für  $\sqrt{E_A}$ .

Von diesen Werten ist gültig:

$$\sqrt{E_A} = u \sqrt{H_2} \sin \alpha_g \quad (5)$$

Die zweite Lösung von  $\sqrt{E_A}$  kann aus verzahnungsgeometrischem Grunde nicht in Frage kommen!

Mit dem obigen Wert von  $\sqrt{E_A}$  läßt sich der entsprechende Wert von  $(q_2)_H$  aus der Gleichung 10 des I. Teiles berechnen:

$$\text{Hilfswert: } D_1 = \sqrt{1 + (H_2 - 1) \cdot \sin^2 \alpha_g} \quad (6)$$

$$(q_2)_H = \frac{u \cdot a(D_1 - 1)}{h_k(1 + u)} \quad (7)$$

Mit dem obigen Wert von  $(q_2)_H$  läßt sich der Wert von  $F_E$  aus der Gleichung 11 des I. Teiles berechnen:

$$F_E = \left[ \frac{(1 + u)(a + h_k)}{a} - u \cdot D_1 \right]^2 - \cos^2 \alpha_g \quad (8)$$

Mit den Werten von  $\sqrt{E_A}$  und  $\sqrt{F_E}$  läßt sich der Höchstwert von  $(\varepsilon_h)_H$  aus der Gleichung 19 des I. Teiles ohne weiteres berechnen. (In diesem Falle ist der Höchstwert kein mathematisches Maximum!)

Mit den obigen Ergebnissen und mit dem Wert von  $\xi_A = c_C/c_A$  (also  $c_A \cdot \xi_A = c_C$ ) ist der Höchstwert der Flankentragfähigkeit nach der Tabelle des Abschnittes 4.31 des I. Teiles:

$$\text{gültig im Falle } 1 + H_1 \geq H_2 \dots (M)_H = A_{F_0} \cdot G \frac{(\alpha_0)_H}{c_C} \cdot k \quad (9)$$

In dieser Gleichung ist die geometrische Konstante  $A_{F_0} = A_F/(\alpha_0)_H$ . In diesem Beispiele ist  $\varepsilon_{ax}$  eine ganze Zahl, infolgedessen ist  $(\alpha_0)_H = (\varepsilon_h)_H$ !

Die Berechnung der spezifischen Gleitung nach der Gleichung 14 des I. Teiles ist im Falle II einfacher:

$$1 + \eta_A = \frac{1}{\frac{1 + u}{\sqrt{H_2}} - u} = 1,7855979$$

Nach der Gleichung 15 des I. Teiles ist  $1 + \eta_E = 1,3760557$ .  
Die Endergebnisse dieses Beispiels sind:

- nach Gleichung 5:  $\sqrt{E_A} = 2,2802996$
- „ 6:  $D_1 = 1,0145858$
- „ 7:  $(q_2)_H = 0,55399473$
- „ 8:  $\sqrt{F_E} = 0,54724710$

Nach der Gleichung 19 des I. Teiles:  $(\varepsilon_n)_H = 1,2812227 = (\varepsilon_0)_H$ ; da  $\varepsilon_{ax}$  eine ganze Zahl ist!

In der Gleichung 9 ist der Kennwert der Flankentragfähigkeit:

$$(\varepsilon_0)_H / c_C = (\varepsilon_n)_H / c_C = (\varepsilon_n)_H / c_A \cdot \xi_A = (\varepsilon_n)_H / 1,15 = 1,1141035$$

In der Tabelle 1 sind die Endergebnisse der Kurvenpunkte bzw. der Berechnung mit einer Genauigkeit von drei Dezimalstellen abgerundet zusammengestellt (siehe auch Abb. 1).

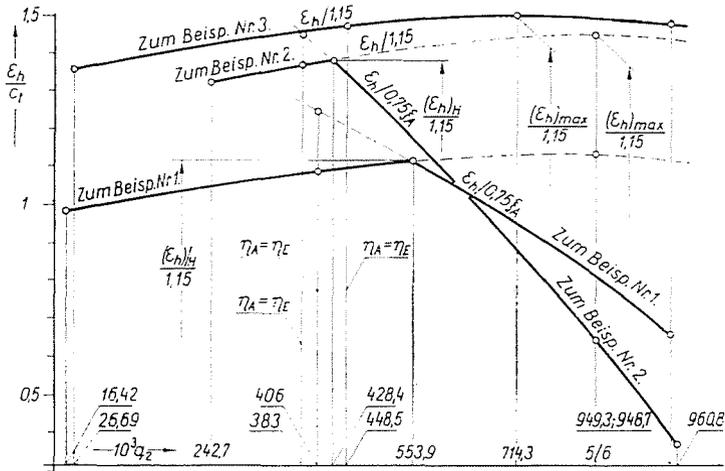


Abb. 1

Die Ergebnisse beziehen sich auf die in der Tabelle 1 angegebenen Konstanten. Unter den Angaben der Tabelle 1 ist die Konstante G. Die Konstante setzt sich aus folgenden Beiwerten zusammen:  $c_b = 0,97$ ;  $c_s = 1$ ;  $c_{ii} = 1$  (Dauerbetrieb);  $\tilde{z}_d = 1,274$ . Damit ist:

$$G = \frac{c_b c_s}{c_{ii} \cdot \tilde{z}_d} = \frac{0,97}{1,274} = 0,76$$

Die wohlbekannte Bloksche Formel lässt sich in folgende Form bringen:

$$T = 0,6\mu \sqrt{n_1} \sqrt[4]{\frac{10^3 (a \cdot \sin \alpha_g) \cos \beta_a}{u} \sqrt[3]{(0,1 p_l)^3} \left[ \sqrt[4]{1 + \eta} - \frac{1}{\sqrt[4]{1 + \eta}} \right]} \quad (10)$$

$$p_l = \frac{M \cdot c_A}{G \cdot b \cdot r_{a1} \cdot z_0} = \frac{c_A \cdot A_{F0}}{b \cdot r_{a1}} \cdot \frac{k}{c_t} \dots \text{kp/cm}$$

Dimensionen:  $T$  = Blitztemperatur ( $^{\circ}\text{C}$ );  $a$  = Achsenabstand (cm);  $b$  und  $r_{a1}$  bedeuten die Zahnbreite und den Grundkreisradius des Ritzels (cm);  $p_t$  = Linienpressung (kp/cm)  $n_1$  = Drehzahl des Ritzels;  $\mu$  = Reibungszahl zwischen den Zahnflanken;  $\eta$  = spezifische Gleitung im betreffenden Eingriffspunkt;  $A_{F_0}$  = geometrische Konstante ( $\text{cm}^2$ );  $k$  = zulässige Flankenpressung (kp/cm $^2$ ).

Die Gleichung 10 gilt für Schrägverzahnungen, bei denen  $c_A = c_E$  und die Materialkonstante  $E_1 = E_2 = 2.1 \cdot 10^6$  kp/cm $^2$  ist!

An Hand der obigen Konstanten und mit dem Wert von  $\mu = 0,1$  lautet die Bloksche Formel 10:

$$T_{\max} = \frac{79,72}{\sqrt[4]{c_t}} \left[ \sqrt[4]{1 + \eta_{\max}} - \frac{1}{\sqrt[4]{1 + \eta_{\max}}} \right]$$

Est ist zu bemerken, daß die Biegespannungen im Zahnfuß noch kleiner als die in der Tabelle 1 angegebenen Werte sind. Die Spannungen in der Tabelle wurden mit einem zu den Werten von  $\alpha_{on} = 20^{\circ}$ ;  $f'_0 = 1$  und  $h = 2,25 m_n$  gehörigen Zahnformfaktor berechnet.

Tabelle 1

Schräg-Stumpferverzahnung:  $\alpha = 315$ ;  $m_n = 4$ ;  $(z_1)_{\beta} = 25$ ;  $(z_2)_{\beta} = 125$ ;  $\beta_0 = 16^{\circ} 55' 50,305''$   
Bezugsprofil:  $\alpha_{on} = 23^{\circ} 30'$ ;  $f'_0 = 0,86579637$ ;  $c'_0 = 0,25$

$n_1 = 1500$  Umd./min.:  $b = 13$  cm;  $k = 28,3$  kp/cm $^2$ ;  $G = 0,76$ ;  $\varepsilon_{ax} = 3,01 \cong 3$ ;  $10^3 \Sigma x_{\beta} = 355,868$ ;  $c_A = 0,75$ ;  $c_C = 1,15$ ;  $\cos \beta_a = 0,964$ ;  $\mu = 0,1$ ;  $A_{F_0} = 237,264$  cm $^2$ ;  
 $M = 5112,35 \varepsilon_H/c_t$

Ist  $\xi_A \leq c_C/c_A = 1,53$ , dann ist  $c_t = c_C = 1,15$  einzusetzen;

Ist  $\xi_A > c_C/c_A = 1,53$ , dann ist  $c_t = c_A \cdot \xi_A = 0,75 \xi_A$  einzusetzen.

$10^3 q_2$	$10^3(x_1)_{\beta}$	$10^3(x_2)_{\beta}$	$\xi_A$	$c_t$	$\varepsilon_H$	$10^3 \eta_A$	$10^3 \eta_E$	$M$	$T_{\max}$	$\sigma_1 <$	$\sigma_2 <$
—	—	—	—	—	—	—	—	emkp	$^{\circ}\text{C}$	kp/cm $^2$	kp/cm $^2$
16,42	896,1	—540,2	1,009	1,15	1,126	14,7	810	5006,7	22,93	479,8	531
406	222,9	132,9	1,335	1,15	1,251	496	496	5561,5	15,54	570	499
553,9	—32,7	388,6	1,533	1,15	1,281	786	376	5695,7	22,39	636,3	489,8
949,3	—715,7	1071,6	2,629	1,971	1,301	2374	44,5	3372,4	41,54	484,6	277,6

### Beispiel Nr. 2 aus dem Gebiet der Hochverzahnung (siehe Abb. 3 im I. Teil)

Dieses Beispiel ist eine Variante des Vorhergehenden für Hochverzahnung und unterscheidet sich von ersteren ausschließlich darin, daß der Wert  $f'_0$  größer und die berechnete Zähnesumme der „gleichwertigen Geradverzahnung“ ( $\Sigma z = 120$ ) geringer ist als bei der Schrägverzahnung, aber diese ist ebenfalls eine ganze Zahl. Die Berechnung erfolgte ähnlich wie in den Berechnungsblättern Nr. 1.

Bei der Bestimmung der interferenzfreien Grenzwerte bzw. der maximalen Flankentragfähigkeit gibt es viele mit denen des Beispiels Nr. 1 gleiche Ergebnisse. Die Hauptangaben der Verzahnung sind in der Tabelle 2 angegeben bzw. aus Abb. 3 des I. Teiles ersichtlich. Die Bestimmung der interferenzfreien Grenzwerte der Profilverchiebungsfaktoren erfolgt gemäß Beispiel Nr. 1.

Bei den Ungleichungen A40, A41 des Anhangs, sind die Werte von  $b_{11}$ ,  $c_{11}$  und  $b_{22}$ ,  $c_{22}$  gleich den Werten des Beispiels Nr. 1, da die betreffenden Angaben gemeinsam sind.

Gemäß Gleichung A7 des Anhangs sind:

$$h_k/m_n = 2,23414991; h_k = 8,9365996; 200 \frac{h_k}{m_n} = 446,82998$$

Gemäß den Gleichungen A42, A43 des Anhangs erhält man die Grenzwerte von  $(q_2)_x$  bzw.  $(x_1)_\beta$  zu

$$(q_2)_{\min} = 0,012708484$$

$$(q_2)_{\max} = 0,96073654$$

$$(x_1)_\beta = 1,17765111 - 2,2341499 (q_2)_x \text{ (siehe Gl. A31, A34)}$$

Aus obigen Ergebnissen erhält man:

$$0,01270848 \leq (q_2)_x \leq 0,96073654$$

$$1,149258 \geq (x_1)_\beta \geq -0,968778$$

Unterschnitt tritt im obigen Intervall nicht auf, da  $(x_1)_\beta$  größer ist als  $(x_1)_{\beta \min} = f'_0 - 2,23 \cong -1,041$  (der Wert 2,23 ist schon bekannt, siehe Berechnungsblatt Seite 1/4, lf. Nr. 75).

Durch die Gleichung 47 des I. Teiles kann bewiesen werden, daß die Kopfstärke des Ritzels bei dem Wert  $(x_1)_\beta \cong 1,149$  unzulässig ist!

Der dem Wert von  $s_{fn1}/m_n \cong 0,25$  entsprechende Profilverschiebungsfaktor ist:

$$\underline{(x_1)_\beta = 0,635430}$$

Unter Berücksichtigung der maximalen Abweichung der Zahnweite ( $A_{w1\max}$ ) läßt sich der Wert von  $\Delta(s_{fn1}/d_{f1})$  mit der Gleichung in Abschnitt 6 des I. Teiles berechnen (die betreffende Gleichung ist durch  $A_{w1\max}$  ausgedrückt):

$$\Delta \left( \frac{s_{fn1}}{d_{f1}} \right) = \frac{A_{w1\max}}{m_n (z_1)_\beta \cos \alpha_{0n}} = 0,00109^{(1)} \quad (11)$$

Mit obigem Ergebnis ergibt sich der Wert von  $(s_{fn1}/m_n)_{\min}$  aus der Gleichung im Abschnitt 6 des I. Teiles zu:

$$\left( \frac{s_{fn1}}{m_n} \right)_{\min} \cong 0,251 - 0,03 = \mathbf{0,221}$$

Dieses Ergebnis kann als zulässig betrachtet werden!

(1) Bei dem Wert von  $A_{w1\max} = 0.1 \text{ mm}$ .

Der dem Wert  $(x_1)_\beta = 0,635430$  entsprechende Wert von  $(q_2)_x$  ist 0,24269683. Mit obigen Ergebnissen sind die endgültigen Intervallgrenzen:

$$\begin{array}{rcl} 0,242697 & \leq (q_2)_x \leq & 0,960736 \\ 0,635430 & \geq (x_1)_\beta \geq & -0,968778 \\ -0,279561 & \leq (x_2)_\beta \leq & 1,324647 \\ \hline 0,355869 & = \Sigma x_\beta = & 0,355869 \end{array}$$

*Die Bestimmung der maximalen Flankentragfähigkeit (gemäß Beispiel Nr. 1)*

Nach Gleichung 1:  $B_1 = 4,7912964$  (aus Beispiel Nr. 1)

.. 2:  $H_2 = 1,1645207$  ( .. )

.. 3:  $H_1 = 0,32219024$  (weicht vom Beispiel Nr. 1 ab)

.. 4:  $q_2 \approx -0,0282$ , also wird zwischen den Intervallgrenzen  $\xi_A \geq \xi_E$  sein!

$1 + H_1 > H_2$ , also wird  $\xi_A \geq c_C/c_A = 1,53$  sein, infolgedessen liegt auch hier der Fall II vor!

Nach Gleichung 5:  $\sqrt{E_A} = 2,2802996$  (aus Beispiel Nr. 1)

.. 6:  $D_1 = 1,0145858$  ( .. )

.. 7:  $(q_2)_H = 0,42843728$  (weicht vom Beispiel Nr. 1 ab)

.. 8:  $\sqrt{F_E} = 0,61859170$  ( .. )

Nach der Gleichung 19 des I. Teiles ist:  $(\varepsilon_h)_H = 1,5944398 = (\varepsilon_0)_H$ , weil  $\varepsilon_{ax}$  eine ganze Zahl ist!

In Gleichung 9 ist der Kennwert der Flankentragfähigkeit:

$$(\varepsilon_h)_H/1,15 = \underline{1,3864693}$$

In der Tabelle 2 sind die Endergebnisse der Kurvenpunkte bzw. der Berechnung mit einer Genauigkeit von drei Dezimalstellen abgerundet zusammengestellt (siehe auch Abb 1).

Die Bloksche Formel 10 mit den berechneten Konstanten ist gleich der Formel  $T_{\max}$  des Beispiels Nr. 1.

Es ist zu bemerken, daß die Biegespannungen im Zahnfuß etwas größer, als die in der Tabelle 2 angegebenen Werte sind, da die Spannungen in der Tabelle ähnlicher Weise wie in Beispiel Nr. 1 berechnet wurden.

### *Beispiel Nr. 3 aus dem Gebiet der Serienkonstruktion*

Als Gegenstand des vorliegenden Beispiels dient das Glied  $a = 315$ , einer mit genormtem Bezugsprofil konstruierten einstufigen Industrie-Getriebe-

Tabelle 2

Schräg-Hochverzahnung:  $a = 315$ ;  $m_n = 4$ ;  $(z_1)_\beta = 25$ ;  $(z_2)_\beta = 125$ ;  $\beta_0 = 16^\circ 55' 50,305''$   
 Bezugsprofil:  $\alpha_{0n} = 23^\circ 30'$ ;  $f'_0 = 1.1189704$ ;  $c'_0 = 0,25$

$n_1 = 1500$  Umd./min.;  $b = 13$  cm;  $k = 28,3$  kp/cm<sup>2</sup>;  $G = 0,76$ ;  $\varepsilon_{ax} = 3,01 \cong 3$ ;  $10^3 \Sigma x_\beta = 355,868$

$c_A = 0,75$ ;  $c_C = 1,15$ ;  $\cos \beta_a = 0,964$ ;  $\mu = 0,1$ ;  $A_{F_0} = 237,264$  cm<sup>2</sup>;  $M = 5112,35$   $\varepsilon_n/c_t$

Ist  $\xi_A \leq c_C/c_A = 1,53$ , dann ist  $c_t = c_C = 1,15$  einzusetzen.

Ist  $\xi_A \geq c_C/c_A = 1,53$ , dann ist  $c_t = c_A \cdot \xi_A = 0,75 \xi_A$  einzusetzen.

$10^3 q_2$	$10^2(x_1)_\beta$	$10^2(x_2)_\beta$	$\xi_A$	$c_t$	$\varepsilon_h$	$10^2 \eta_A$	$10^2 \eta_E$	$M$	$T_{max}$	$\sigma_1 >$	$\sigma_2 >$
								cmkp.	°C	kp/cm <sup>2</sup>	kp/cm <sup>2</sup>
242,7	635,4	-279,5	1,238	1,15	1,521	353	807	6761,4	22,81	502,2	515
383	321,9	33,898	1,447	1,15	1,578	660	660	7017,0	19,56	551,6	503,5
428,4	220,4	135,5	1,533	1,15	1,594	786	613	7088,1	22,41	569,9	499
960,8	-968,8	1324,7	5,976	4,482	1,659	7201	44,5	1891,9	60,18	214,5	123,3

serie. Die Hauptangaben der Verzahnung sind in Tabelle 3 angegeben. Die Bestimmung der interferenzfreien Grenzwerte erfolgt gemäß Beispiel Nr. 1.

Die zur Aufstellung der quadratischen Ungleichungen nötigen Werte sind:

$u = 145/58 = 2,5$ ;  $\cos \alpha_g = 0,9327378$ ;  $\sin \alpha_g = 0,360555365$

$\cos \beta_0 = 0,9703607$ ;  $\operatorname{tg} \alpha_{0nh} = 0,37508753$ ;  $\cos \alpha_{0nh} = 0,93630221$

$(1 + \psi_n)/\cos \beta_0 = 1,0344827$ ;  $\psi_h/\cos \beta_0 = 0,003938184$ ;  $d_{01} \psi_h/m_n = 0,22841467$

$d_{02} \psi_h/m_n = 0,57103668$ ;  $m_n = 3$ ;  $r_{g_2}/m_n = a/(1 + u) m_n = 30$ ;  $r_{g_2}/m_n = ur_{g_1}/m_n = 75$

$A-B = -0,000053581$ ;  $h_k/m_n = 1,9946403$ ;  $h_k = 5,983921$ ;  $\Sigma x_\beta = 0,4050852$

Mit obigen Werten gelten:  $b_1 = -0,55902124$ ;  $c_1 = -0,032605698$

$b_2 = -0,21639923$ ;  $c_2 = -0,032592131$

Die quadratischen Ungleichungen 38, 39 des I. Teiles sind:

$$10^2(f_2')^2 + 55,902124f_2' - 3,2605698 \geq 0$$

$$10^2(f_1')^2 + 21,639923f_1' - 3,2592131 \geq 0$$

Gemäß den Gleichungen A42, A43, des Anhangs erhält man die Grenzwerte von  $(q_2)_x$  bzw.  $(x_1)_\beta$  zu:

$$(q_2)_{min} = 0,026698242$$

$$(q_2)_{max} = 0,94872541$$

$$(x_1)_\beta = 1,11420733 - 1,9946403(q_2)_x$$

Mit den obigen Ergebnissen erhält man:

$$0,026698242 \leq (q_2)_x \leq 0,94872541$$

$$1,0609539 \geq (x_1)_\beta \geq -0,7781586$$

$$-0,6558687 \leq (x_2)_\beta \leq 1,1832438$$

---


$$0,4050852 = \Sigma x_\beta = 0,4050852$$

Durch die betreffenden Gleichungen läßt sich beweisen, daß weder Unterschnitt, noch unzulässige Kopfstärken innerhalb der obigen Intervallgrenzen eintreten.

*Die Bestimmung der maximalen Flankentragfähigkeit*

Nach der Gleichung 1:  $B_1 = 2,3933785$ ;  $c_A = 0,75$ ;  $c_C = 1,15$

„ 2:  $H_2 = 1,38927641$

„ 3:  $H_1 = 0,29503050$

„ 4:  $q_2 \cong -1,149$  also wird zwischen den Intervallgrenzen

$\xi_A \geq \xi_E$  sein!

Da  $1 + H_1 < H_2$  ist, wird  $\xi_A \leq c_C/c_A = 1,53$  sein, infolgedessen liegt hier Fall I vor! Im Falle I existiert ein mathematisches Maximum der Eingriffsdauer ( $\varepsilon_{h\max}$ ) für die Bestimmung der maximalen Flankentragfähigkeit!

Durch Differenzieren der Funktion  $\sqrt{F_E} + \sqrt{E_A}$  in Gleichung 19 des I. Teiles erhält man den Extremwert des Verteilungsfaktors:

$$q_2 = \frac{u}{1 + u}$$

Durch die zweite Ableitung der Funktion  $\sqrt{F_E} + \sqrt{E_A}$  läßt sich beweisen, daß bei dem Wert  $q_2 = u/(1 + u)$  die Eingriffsdauer  $\varepsilon_h$  ein Maximum hat. Mit dem Wert  $q_2 = u/(1 + u)$  sind die Werte von  $\sqrt{E_A}$  und  $\sqrt{F_E}$ :

$$\sqrt{E_A} = u \sqrt{(1 + h_k/a)^2 - \cos^2 \alpha_g} = u \sqrt{1 + H_1} \cdot \sin \alpha_g \quad (12)$$

$$\sqrt{F_E} = \sqrt{(1 + h_k/a)^2 - \cos^2 \alpha_g} = \sqrt{1 + H_1} \cdot \sin \alpha_g \quad (13)$$

Aus den Gleichungen 12 und 13 ist es ersichtlich, daß  $\sqrt{E_A} \geq \sqrt{F_E}$  ist, bei dem Extremwert von  $q_2$  also  $\xi_A \geq \xi_E$  sein wird.

Werden die obigen Werte der Gleichungen 12, 13 in Gleichung 19 des I. Teiles eingesetzt, so erhält man die Endgleichung der maximalen Eingriffsdauer ( $\varepsilon_{h\max}$ ) für die Berechnung der maximalen Flankentragfähigkeit:

$$(\varepsilon_h)_{\max} = \frac{0,5 \sum z_\beta (\sqrt{1 + H_1} - 1) \cdot \sin \alpha_g}{\pi \cdot \cos \alpha_g} \quad (14)$$

gültig für den Fall I:  $1 + H_1 \leq H_2$ .

$$M_{\max} = A_{F_0} G \frac{(z_0)_{\max}}{c_C} k \quad (15)$$

Ist  $\varepsilon_{ax}$  eine ganze Zahl, dann ist  $(z_0)_{\max} = (\varepsilon_h)_{\max}$

Es werden einige im Falle I gültige Formeln angeführt, mit deren Hilfe die zur maximalen Flankentragfähigkeit gehörenden charakteristischen Werte ermittelt werden können:

$$q_2 = \frac{u}{1+u} \quad \xi_A = \frac{1}{(1+u)\sqrt{1+H_1} - u(1+H_1)} \quad (16)$$

$$1 + \eta_A = \frac{1}{\frac{1+u}{\sqrt{1+H_1}} - u} \quad 1 + \eta_E = \frac{u}{\frac{1+u}{\sqrt{1+H_1}} - 1} \quad (17)$$

Die Ergebnisse dieses Beispiels sind:

- Nach der Gleichung 3:  $\sqrt{1+H_1} = 1,1379942$
- Nach der Gleichung 14:  $(\varepsilon_h)_{\max} = 1,7234608$
- Nach der Gleichung 16:  $\xi_A = 1,3415553$
- Nach der Gleichung 16:  $q_2 = 2,5/3,5 = 0,71428571$
- Nach der Gleichung 17:  $\eta_A = 0,7373574$
- Nach der Gleichung 17:  $\eta_E = 0,2044786$

In Gleichung 15 ist der Kennwert der Flankentragfähigkeit:

$(\varepsilon_h)_{\max}/c_C = (\varepsilon_h)_{\max}/1,15 = 1,4986615 = (\varepsilon_n)_{\max}/c_C$ , da  $\varepsilon_{ax}$  eine ganze Zahl ist.

In der Tabelle 3 sind die Endergebnisse der Kurvenpunkte bzw. der Berechnung mit einer Genauigkeit von drei Dezimalstellen abgerundet zusammengestellt (siehe auch Abb. 1).

Die unter den Angaben der Tabelle 3 angegebene Konstante  $G$  setzt sich aus folgenden Beiwerten zusammen:  $c_b = 1$ ;  $c_s = 1$ ;  $c_{\bar{u}} = 1$  (Dauerbetrieb);  $\xi_d = 1,471$

$$\text{Damit gilt: } G = \frac{c_b c_s}{c_{\bar{u}} \xi_d} = \frac{1}{1,471} \cong 0,68$$

An Hand der in Tabelle 3 angegebenen Konstanten lautet die Bloksche Formel

$$T_{\max} = \frac{98,655}{\sqrt{c_t}} \left[ \sqrt{1 + \eta_{\max}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \eta_{\max}}} \right]$$

Es ist zu bemerken, daß die in Tabelle 3 angegebenen Biegespannungen mit richtigem Zahnformfaktor berechnet wurden, da in diesem Beispiel ein genormtes Bezugsprofil ( $\alpha_{on} = 20^\circ$ ;  $f_0 = 1$ ) berücksichtigt wird!

Tabelle 3

Schrägverzahnung:  $a = 315$ ;  $m_n = 3$ ;  $(z_1)_\beta = 58$ ;  $(z_2)_\beta = 145$ ;  $\beta_0 = 13^\circ 59' 4.54''$   
 Bezugsprofil:  $\alpha_{0n} = \alpha_0 = 20^\circ$ ;  $f'_0 = 1$ ;  $c'_0 = 0.25$

$n_1 = 1500$  Umd./min.;  $b = 15.6$  cm;  $k = 25.27$  kp/cm<sup>2</sup>;  $G = 0.68$ ;  $\varepsilon_{ax} = 4$ ;  $10^3 \Sigma x_\beta = 405.0852$

$c_A = 0.75$ ;  $c_C = 1.15$ ;  $\cos \beta_a \cong 0.974$ ;  $\mu = 0.1$ ;  $A_{F_0} = 623.361$  cm<sup>2</sup>;  $M = 10708.59 \varepsilon_h c_t$

Ist  $\xi_{A'} \leq c_C/c_A = 1.53$ , dann ist  $c_t = c_C = 1.15$  einzusetzen.

Ist  $\xi_{A'} \geq c_C/c_A = 1.53$ , dann ist  $c_t = c_A \cdot \xi_{A'} = 0.75 \xi_{A'}$  einzusetzen.

$10^3 q_2$	$10^3(x_1)_\beta$	$10^3(x_2)_\beta$	$\xi_A$	$c_t$	$\varepsilon_h$	$10^3 \eta_A$	$10^3 \eta_E$	$M$	$T_{\max}$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
—	—	—	—	—	—	—	—	cmkp.	C°	kp/cm <sup>2</sup>	kp/cm <sup>2</sup>
26,69	1060,9	-655,9	1,008	1,15	1,562	19,3	715	14541,3	25,76	725,2	801,9
448,5	219,6	185,5	1,179	1,15	1,698	397	397	15808,3	15,95	780,9	753,1
714,3	-310,5	715,6	1,342	1,15	1,723	737	204	16048,1	26,40	923,9	735,7
948,7	-778,2	1183,2	1,542	1,157	1,701	1149	36,7	15837,7	42,41	1043,2	727,8

#### Beispiel Nr. 4 aus dem Gebiet der Profilirücknahme

Ziel des Beispiels ist, auf exakte Lösungen von Problemen hinzuweisen, die in der Praxis bis heute nur durch stufenweise Näherung berechnet wurden.

Die Aufgaben setzen sich aus zwei Teilen zusammen:

— aus der Festlegung der Ausgangspunkte der Rücknahme (eine rein verzahnungsgeometrische Aufgabe);

— aus der Berechnung der aus Deformation herrührenden notwendigen Zahnkopfdickenabnahme (evolvententrigonometrische und Festigkeitsaufgabe).

In diesem Beispiel soll die Profilirücknahme folgende Bedingungen erfüllen: Verzahnungsart: *Allgemeine Gerade-Hochverzahnung mit gleichem spezifischem Gleiten in den Punkten der Rücknahmekreise* (In den Punkten Lund M).

Hauptangaben der Verzahnung:  $a = 245$ ,  $m_0 = 5$ ,  $(z_1)_0 = 32$ ,  $(z_2)_0 = 64$   
 Bezugsprofil:  $\alpha_{0n} = \alpha_0 = 20^\circ$ ,  $f'_0 = 1,2$ ;  $c'_0 = 0,25$  mit konstantem Kopfspiel.  
 Aus den Gleichungen A25, A7, A19 sind die erforderlichen Werte:

$$1 + \psi = 2a/m_0 \cdot \Sigma z_0 = 490/480 = 1,0208333; \quad 10^3 \psi = 2,08333$$

$$\cos \alpha_g = \cos \alpha_0 / (1 + \psi) = 0,92051523; \quad \alpha_g = 22^\circ 59' 54,53''; \quad \sin \alpha_g =$$

$$= 0,3907067 \quad \alpha_g \cong 22,998 \cong 23^\circ \text{ (Pressungswinkel am Wälzkreis nur zur Interpolation des Wertes von } q_2); \quad 10^2 \Phi = 2,236427$$

$$h_k/m_0 = 2f'_0 = \frac{\Sigma z_0}{200} (10^2 \Phi - 10^2 \psi) = 2,3265134$$

$$h_k = 11,632567; \text{ spielfreie Zahnhöhe } h = h_k + c'_0 m_0 \cong 12,882$$

Festlegung der Ausgangspunkte ( $L$  und  $M$ ) der Rücknahme (siehe Abb. 5)

Aus Gleichung 2 des I. Teiles ist ersichtlich, daß die Rücknahmedurchmesser durch den Wert von  $h_{LM}$  eindeutig bestimmt sind, da die spezifischen Gleitungen in den Punkten  $L$  und  $M$  gleich sein sollen.

### Methoden I

Der Wert von  $h_{LM}$  wird einer Norm entnommen. Nach GOST 3058—54 ist der Wert von  $h_{LM} \cong 0,55h_k \cong 6,3$  mm.

$h_{LM} = 6,085056$  wurde ausschließlich gewählt, um die Interpolation zwischen den Zähnesummen zu vermeiden. In diesem Falle ist die obige Abweichung zulässig, da der obige Wert dem vorherigen ziemlich nahe liegt (aus Gleichung 2 des I. Teiles geht hervor, daß sich der Wert von  $h_{LM}$  zum gegebenen  $\Sigma z$  leicht berechnen läßt). Mit dem gewählten Wert von  $h_{LM}$  erhält man nach der erwähnten Gleichung:

$$\Sigma z = 700/4,6666654 = 150,0000$$

Bei den Werten von  $\Sigma z = 150$ ;  $\alpha_g \cong 23^\circ$ ;  $u = 2$  ergibt sich aus der Kurvenschar der Wert des Verteilungsfaktors zu:

$$q_2 = 0,460$$

Die Werte der Rücknahme-, Teil-, und Grundkreisdurchmesser sind:

$$\begin{aligned} d_{2L} &= d_{g2} + 2q_2 h_{LM} = 2au/(1+u) + 2q_2 h_{LM} = 332,26491 \\ d_{1M} &= d_{g1} + 2(1-q_2)h_{LM} = 2a/(1+u) + 2(1-q_2)h_{LM} = 169,90519 \\ d_{02} &= m_0(z_2)_0 = 320; & d_{01} &= m_0(z_1)_0 = 160 \\ d_{a2} &= d_{02} \cos \alpha_0 = 300,70163; & d_{a1} &= d_{01} \cos \alpha_0 = 150,35082 \end{aligned}$$

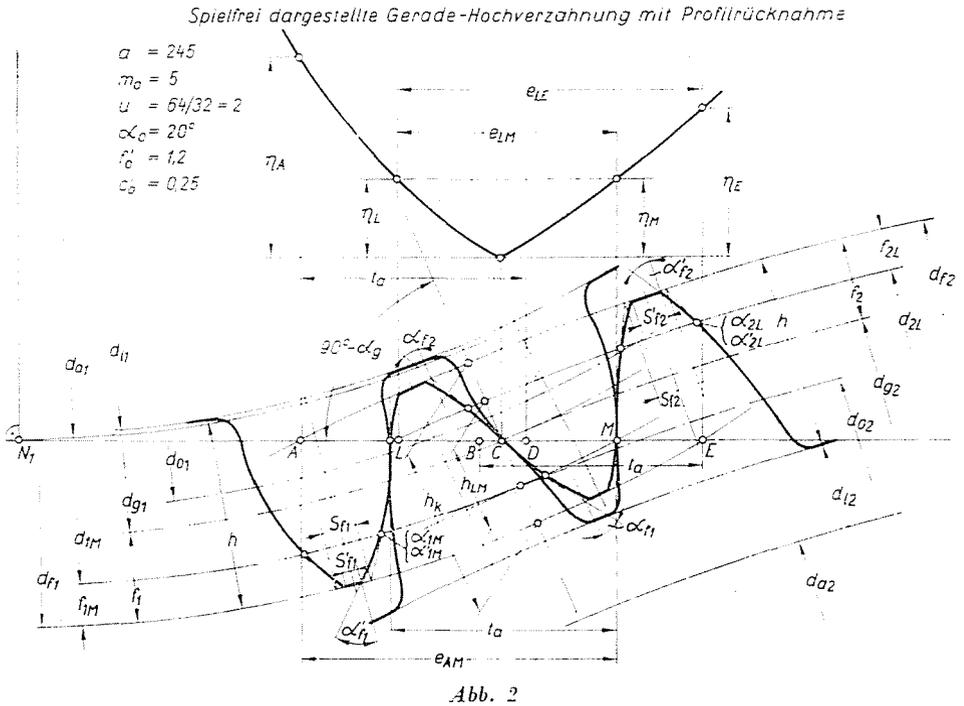
### Bestimmung der Kopfkreisdurchmesser

Von evolvententrigonometrischem Standpunkte aus kann einer der beiden Kopfkreise frei gewählt werden, da zwischen den Kopfkreisen die Beziehung

$$d_{f1} + d_{f2} = 2(a + h_k) \text{ besteht.}$$

Von betrieblichem bzw. fertigungstechnischem Standpunkte aus gibt es zwei Möglichkeiten:

1.1 Die Durchmesser werden so gewählt, daß die Kopfhöhen der Rücknahmen gleich sind ( $f_{1L} = f_{2L}$  siehe Abb. 2). Dies ist bei der Verwendung von Spezialfräsern vorteilhaft, da für Ritzel und Rad dieselben Fräser eingesetzt werden können. In diesem Falle werden aber die Eingriffsstrecken ( $e_{LE}$  und  $e_{AM}$ ) etwas verschieden sein.



1.2 Wählt man die Eingriffsstrecken gleich ( $e_{LE} = e_{AM}$ ), so werden die Kopfhöhen der Rücknahmen einen kleinen Unterschied aufweisen ( $f_{1L} \neq f_{2L}$ ). In diesem Falle kann die Rücknahme mit der Schleifmaschine hergestellt werden.

Die als Ergebnis erhaltenen Eingriffsstrecken ( $e_{LE}$  bzw.  $e_{AM}$ ) müssen selbstverständlich immer größer als die Eingriffsteilung ( $t_a$ ) sein. Für den Fall von gleichen Eingriffsstrecken ( $e_{LE} = e_{AM} = e$ ) werden von ERNEY [1] Anhaltswerte angegeben.

### Methode 2

Man nimmt den Wert  $e_{LM} < t_a$  an. Mit diesem Werte lassen sich die Rücknahme-, und Kopfkreise sowie die Eingriffsstrecken rein mathematisch in geschlossener Form unter der Bedingung ermitteln, daß die spezifischen Gleitungen in den Punkten  $L$  und  $M$  sowie die Eingriffsstrecken  $e_{LE}$  und  $e_{AM}$  gleich sind.

Nach dieser Methode kann höchstens in zwei Schritten erreicht werden, daß der erhaltene Wert von  $e_{LE} = e_{AM}$  mit einem vorgeschriebenen Wert der Eingriffsstrecke übereinstimmt.

Im ersten Schritt kann angenommen werden, daß  $e_{LM1} \cong 0,51e$  ist. „ $e$ “ bedeutet den vorgeschriebenen Wert der Eingriffsstrecke. Ist das mit diesem Werte  $e_{LM1}$  erhaltene Ergebnis um den Betrag  $\Delta e$  größer oder kleiner als  $e$ , so erwägt man, ob der Unterschied praktisch zulässig ist. Wird der Unterschied als zu groß befunden, so kann im zweiten Schritt der Wert von  $e_{LM}$  wie folgt angenommen werden:

$$e_{LM} = e_{LM1} \pm 2\Delta e$$

Die mit diesem  $e_{LM}$ -Werte durchgeführte Berechnung ergibt den vorgeschriebenen Wert der Eingriffsstrecke  $e$ , vielleicht mit einer praktisch überflüssigen Genauigkeit. Der Wert von  $e$  kann nach dem Vorschlag von ERNEY [1] angenommen werden ( $e = \varepsilon t_a$ ).

Die zur Methode 2 erforderlichen, von Verfasser gelösten Gleichungen sind:

Die Gleichung A5 des Anhangs, mit deren Hilfe man die Krümmungsradien der Rücknahmekreise ( $q_{1L}, q_{2L}, q_{1M}, q_{2M}$ ) erhält. Diese Gleichung sichert, daß die spezifischen Gleitungen in den Punkten  $L$  und  $M$  bei einem gegebenen Werte von  $e_{LM}$  gleich sein werden. Die zur Bestimmung der Kopfkreise nötigen Hilfswerte bzw. Gleichungen, die sichern, daß die Eingriffsstrecken  $e_{LE}$  und  $e_{AM}$  gleich sein werden, sind:

$$g = q_{2L} - q_{1M} = [a/(1 + u)] \cdot [\sqrt{E_L} - \sqrt{F_M}] \tag{18}$$

$$B_2 = (a + h_k)^2 - g^2 \tag{19}$$

$$D_2 = B_2 + [(d_{a2}^2 - d_{a1}^2)/4] = B_2 + \frac{u - 1}{1 + u} (a \cos \alpha_g)^2 \tag{20}$$

$$B_3 = D_2/d_{a2} \tag{21}$$

Kopfkreis des Rades:

$$d_{f2} = \frac{D_2}{B_2} \left[ a + h_k + \frac{\sqrt{B_3^2 - B_2}}{B_3} \right] \tag{22}$$

Kopfkreis des Ritzels:  $d_{f1} = 2(a + h_k) - d_{f2}$  (23)

Anhand der obigen Ergebnisse läßt sich die gesuchte Eingriffsstrecke ( $e_{LE} = e_{AM}$ ) nach den allgemein bekannten Grundformeln berechnen.

$$e_{LE} = q_{1E} - q_{1L} \quad \text{oder} \quad e_{AM} = q_{1M} - q_{1A} = q_{1M} + q_{2A} - a \sin \alpha_g \tag{24}$$

$$e_{LE} = \frac{a}{1 + u} (\sqrt{E_L} + \sqrt{F_E}) - a \sin \alpha_g \quad \text{oder}$$

$$e_{AM} = \frac{a}{1 + u} (\sqrt{E_A} + \sqrt{F_M}) - a \sin \alpha_g$$

## Lösung nach Methode 1

Kopfkreise nach 1.1

$$d_{f_2} = d_{2L} + h_k - h_{LM} = 337,81242$$

$$d_{f_1} = d_{1M} + h_k - h_{LM} = 175,45270$$

Die genauen Werte von  $d_{2L}$ ,  $d_{1M}$ ,  $d_{a2}$ ,  $d_{a1}$ ,  $d_{02}$ ,  $d_{01}$  wurden am Anfang des Beispiels schon berechnet.

Angaben für die Zeichnung

$$d_{f_2} = 337,812 \quad d_{f_1} = 175,453 \quad d_{a2} = 300,702 \quad d_{a1} = 150,351$$

$$d_{02} = 320 \quad d_{01} = 160$$

Nach den Gleichungen 10, 11 des I. Teiles sind die Hilfswerte:

$$E_L = \left[ \frac{(1+u)d_{2L}}{2a} \right]^2 - (u \cos \alpha_g)^2 \quad \sqrt{E_L} = 0,86537823$$

$$E_A = \left[ \frac{(1+u)d_{f_2}}{2a} \right]^2 - (u \cos \alpha_g)^2 \quad \sqrt{E_A} = 0,94245458$$

$$F_M = \left[ \frac{(1+u)d_{1M}}{2a} \right]^2 - \cos^2 \alpha_g \quad \sqrt{F_M} = 0,48450204$$

$$F_E = \left[ \frac{(1+u)d_{f_1}}{2a} \right]^2 - \cos^2 \alpha_g \quad \sqrt{F_E} = 0,55367660$$

Die Krümmungsradien des Einzeleingriffspunktes  $B$  (siehe Abb. 2) sind:

$$\varrho_{1B} = \varrho_{1E} - t_a = \frac{a}{1+u} \sqrt{F_E} - t_a = 30,45626 \text{ mm} \quad \varrho_{2B} = 65,26688$$

Die Eingriffsteilung ist:  $t_a = 14,76066$  mm.

Sinngemäß ist nach der Gleichung 35 des I. Teiles  $\varrho_{2L} > \varrho_{1M}$ , da  $E_L > F_M$  ist, infolgedessen ist für die Berechnung der Flankentragfähigkeit  $\xi_B$  maßgebend. Nach Gleichung 36 des I. Teiles ist  $\xi_B = 1,024$ .

Die nach den Gleichungen 24 mit dreistelliger Genauigkeit berechneten Eingriffsstrecken und die mit gleicher Genauigkeit berechneten Eingriffsdauern sind wie folgt:

$$e_{LE} = 20,166; \quad \varepsilon_{LE} = e_{LE}/t_a = 1,366; \quad e_{AM} = 20,812; \quad \varepsilon_{AM} = 1,410$$

$\varepsilon_{AE} = 1,793$  (ohne Berücksichtigung der Profilrücknahme);

$$e_{LM} = 0,984 \text{ (Eingriffsdauer zwischen den Rücknahmekreisen)}$$

Bei dieser Methode sind die Kopfhöhen der Rücknahmen gleich, also gilt:

$$f_{1M} = f_{2L} = 0,5 (h_k - h_{LM}) = 2,77376$$

Die mit einer zweistelliger Genauigkeit berechneten spezifischen Gleitungen in den Punkten  $L$  und  $M$  sind:  $\eta_L = 0,41$ ;  $\eta_M = 0,41$ .

Zur Berechnung der Flankentragfähigkeit wurden folgende Konstanten angenommen:  $n_1 = 1500$  Umd./min.;  $b = 10$  cm;  $k = 24,2$  kp/cm<sup>2</sup>;  $c_b = 1$ ;  $c_s = 1$ ;  $c_{\bar{u}} = 1$   $\xi_d = 1,428$ , damit sind  $G = 0,7$  und  $A_E = 319,825$  cm<sup>3</sup>.

Nach Gleichung 33 des I. Teiles ist:  $M = A_E G k / \xi_B = 5293,75$  cmkp.  
Der dynamische Wert der Linienpressung ist:  $p_t = 2M / b d_{a1} \cdot G = 100,56$  kp/cm.

Die nach den Gleichungen A31, 51, 50 des Anhangs bzw. des I. Teiles zur weiteren Berechnung nötigen Ergebnisse sind:

$$\begin{aligned} f'_2 &= (d_{f2} - d_{g2}) / 2m_0 = 1,114575 \\ (x_1)_0 &= f'_0 + 0,5(z_1)_0 \cdot \psi - f'_2 = 0,4187578 \\ (x_2)_0 &= f'_0 + f'_2 + 0,5(z_2)_0 \cdot \psi - (h_k / m_0) = 0,6547272 \\ (x_1)_0 + (x_2)_0 &= 1,073485; \text{ Kontrolle } \Sigma x_0 = 48 \Phi = 1,0734849, \text{ also richtig!} \\ 10^3(s_{01}/d_{01}) &= [500 \pi + 2(10^3 x_1)_0 \operatorname{tg} \alpha_0] / (z_1)_0 = 58,613329 \\ \cos \alpha_{f1} &= d_{a1} / d_{f1}; \alpha_{f1} = 31^\circ 1' 34,69''; 10^3 \operatorname{inv} \alpha_{f1} = 59,97447 \\ \cos \alpha_{1M} &= d_{a1} / d_{1M}; \alpha_{1M} = 27^\circ 45' 34,34''; 10^3 \operatorname{inv} \alpha_{1M} = 41,84269 \\ &10^3(\operatorname{inv} \alpha_{f1} - \operatorname{inv} \alpha_{1M}) = 18,13178 \end{aligned}$$

Die Bestimmung des Bezugsprofilwinkels ( $\alpha'_0$ ) und der Zahnkopfdick der Rücknahme ( $s'_f$ ) auf Grund der notwendigen Zahnkopfdickenabnahme ( $\Delta s_f$ )  
Nach dem Beitrag von ERNEY [1] ist die Zahnkopfdicke bei Rücknahme des Ritzels einer Geradverzahnung:

$$s'_{f1} = d_{f1} [(s_{01}/d_{01}) + \operatorname{inv} \alpha_{0n} + \operatorname{inv} \alpha'_{1M} - \operatorname{inv} \alpha_{1M} - \operatorname{inv} \alpha'_{f1}] \dots \text{mm}$$

Bei Einführung der Bezeichnungen  $A_f = 10^3 \operatorname{inv} \alpha'_{f1}$  und  $B_M = 10^3 \operatorname{inv} \alpha'_{1M}$  nimmt die obige Gleichung folgende Form an:

$$s'_{f1} = d_{f1} [10^3 (s_{01}/d_{01}) - 10^3 (\operatorname{inv} \alpha_{1M} - \operatorname{inv} \alpha_{0n}) - (A_f - B_M)] \quad (25)$$

Kopfkreisdurchmesser  $d_{f1}$  in mm, Zahnkopfdicke  $s'_{f1}$  in  $\mu\text{m}$ .

Durch Einführung der Bezeichnung  $C_f$  erhält man aus der obigen Gleichung 25 und aus der Gleichung 52 des I. Teiles die transzendente Gleichung von  $f(\alpha'_{f1}, \alpha'_{1M})$  wie folgt:

$$\boxed{f(\alpha'_{f1}, \alpha'_{1M}) = d_{f1} (A_f - B_M) - C_f = 0} \quad (26)$$

$$C_f = 10^3 (\operatorname{inv} \alpha_{f1} - \operatorname{inv} \alpha_{1M}) d_{f1} + \Delta s_f$$

Bezeichnungen beim Ritzel:

$\Delta s_f$	$= s_{f1} - s'_{f1}$	Zahnkopfdickenabnahme in $\mu\text{m}$
$d_{f1}$		Kopfkreisdurchmesser in mm
$\alpha_{f1}$		Pressungswinkel am Kopfkreis
$\alpha'_{f1}$		Pressungswinkel der Rücknahme am Kopfkreis
$\alpha_{1M}$		Pressungswinkel am Rücknahmekreis
$\alpha'_{1M}$		Pressungswinkel der Rücknahme am Rücknahmekreis

Die Gleichungen 25,26 sind auch für das Rad mit Indexen 2 und anstatt  $\alpha_{1M}$ ,  $\alpha'_{1M}$ , mit den Werten von  $\alpha_{2L}$  bzw.  $\alpha'_{2L}$  gültig.

Bei einem vorgeschriebenen Werte von  $\Delta s_f$  lassen sich die Werte von  $\alpha'_f$ ,  $\alpha'_M$ ,  $\alpha'_0$  durch stufenweise Näherung anhand der Gleichung 26 ermitteln. In erster Annäherung ist nach dem Vorschlag von ERNEY [1].  $\text{tg } \alpha'_{f1} \cong \cong (0,5\Delta s_f/10^3 f_{1M}) + \text{tg } \alpha_{f1}$ .

Die vorgeschriebene Zahnkopfdickenabnahme  $\Delta s_f$  läßt sich aus der Deformation ermitteln. In diesem Beispiel wurde der Wert von  $\Delta s_f$  nach der Formel von RETTIG [2] berechnet.

$$\Delta s_f = (2p_l/10,8 \cdot \varepsilon_{AE}) + 2T_{ta} \dots \mu\text{m}; \quad p_l = \dots \text{kp/cm}$$

Als Wert des Eingriffsteilungsfehlers wurde  $T_{ta} \cong 18 \mu\text{m}$  angenommen, damit ist  $\Delta s_f = (100,56/5,4 \cdot 1,793) + 36 = 46,386 \cong 45 \mu\text{m}$ .

In erster Annäherung ist nach obigem Vorschlag von ERNEY:

$$\text{tg } \alpha'_{f1} \cong (22,5 \cdot 10^{-3}/2,77376) + 0,6014546 = 0,6095663$$

$\alpha'_{f1} \cong 31^\circ 21' 50''$  Dieser Wert ist größer als der theoretische, daher beginnt man die Berechnung mit einem um den Betrag von  $40''$  kleineren Werte als  $31^\circ 21' 50''$ , d. h.:  $\alpha'_{f1} \cong 31^\circ 21' 10''$

Die Berechnung wurde in Tabelle 4 zusammengestellt.

Tabelle 4

Beim Ritzel: $\cos \alpha'_{f1} = \frac{175,4527 \cos \alpha'_f}{169,90519}$		$f(\alpha'_f, \alpha'_{f1}) = 175,4527(A_f - B_M) - C_f$ $C_f = 3226,269756$				
$\alpha'_f$	$\cos \alpha'_f$	$\cos \alpha'_{f1}$	$\alpha'_{f1}$	$B_M = 10^3 \text{inv} \alpha'_{f1}$	$A_f = 10^3 \text{inv} \alpha'_f$	$f(\alpha'_f, \alpha'_{f1})$
$31^\circ 21' 10''$	0,8539799	0,88186287	$28^\circ 7' 55,56''$	43,672696	62,06271	0,307809
$31^\circ 21' 3''$	0,85399754	0,88188109	$28^\circ 7' 47,513''$	43,661545	62,05011	0,053578
$31^\circ 21' 2,12''$	0,85399976	0,88188338	$28^\circ 7' 46,59''$	43,660267	62,048526	-0,000067

Das Ergebnis ist:  $\cos \alpha'_f = \cos \alpha'_{f1} = 0,83399976$

Beim Ritzel ist der Bezugsprofilwinkel der Rücknahme:

$$\cos \alpha'_{01} = d_{f1} \cos \alpha'_{f1}/d_{01} = 0,93647852 \quad \underline{\underline{\alpha'_{01} = 20^\circ 31' 53,99''}}$$

Beim Ritzel ist der Grundkreisdurchmesser der Rücknahme:

$$d'_{01} = d_{f1} \cos \alpha'_{f1} = 149,83656 \cong 149,837$$

Kontrolle der Zahnkopfdicke bei Rücknahme des Ritzels nach Gleichung 25:

$$sf_1 = 2331,198 \mu\text{m} \cong 2,331 \text{ mm} \quad sf_1/m_0 \cong 0,467 > 0,25 \text{ (also zulässig).}$$

Kontrolle der in der Tabelle 4 durchgeführten Berechnungen.

Nach der Gleichung 52 des I. Teils ist die Zahnkopfdicke ohne Profilrücknahme:

$$sf_1 = d_{f1} [10^3(s_{01}/d_{c1}) - 10^3(\text{inv } \alpha_{f1} - \text{inv } \alpha_{0n})] = 2376,198 \mu\text{m}; \alpha_{0n} = \alpha_0 = 20^\circ, \text{ damit ist}$$

$$.lsf = sf_1 - sf_1 = 44,9998 \cong 45 \mu\text{m}. \text{ Die Berechnung ist also richtig!}$$

In ähnlicher Weise kann die Berechnung auch für das Rad durchgeführt werden.

*Bestimmung der Kopf- und Rücknahmedurchmesser nach Methode 2*

Wenn  $\epsilon_{AE} = 1,793$  ist, so erhält man nach dem Vorschlag von G. ERNEY:

$$e_{LE} = e_{AM} = e = 1,2 t_a \cong 17,7 \text{ mm.}$$

Der erste Schritt ist nach dieser Methode  $e_{LM1} \cong 0,51 e \cong 9 \text{ mm}$ . Nach den Gleichungen A5, 18—24 sind die Endergebnisse der Berechnung:

$$q_{1L} = 27,566178; q_{2L} = 68,156963; q_{1M} = 36,566178; q_{2M} = 59,156963$$

$$\text{Die spezifischen Gleitungen: } \eta_L = 0,2362425; \eta_M = 0,2362425$$

$$g = 31,590785; B_2 = 64862,298; D_2 = 81816,323; B_3 = 272,08473$$

$$d_{f2} = 337,73530; d_{f1} = 175,52984; q_{2A} = 76,882480; q_{1E} = 45,291709$$

$$e_{LE} = q_{1E} - q_{1L} = 17,725531; e_{AM} = q_{1M} + q_{2A} - a \sin \alpha_g = 17,725516$$

Also stimmt der Wert von  $e_{LE}$  mit dem Wert von  $e_{AM}$  mit einer vierstelligen Genauigkeit überein ( $e_{LE} = e_{AM} = e$ ).

$$d_{2L} = 330,15596; d_{1M} = 167,19363; f_{2L} = 3,789670; f_{1M} = 4,168105$$

**Anhang**

1. Allgemein bekannte Gleichungsformen des spezifischen Gleitens

Liegt ein Punkt  $L$  zwischen  $N$  und  $C$  auf der Eingriffsgerade, so ist die zugehörige Hyperbelordinate:

$$1 + \eta_L = \frac{q_{2L}}{u \cdot q_{1L}} = \frac{1}{u \cdot \left[ \frac{\sin \alpha_g}{q_{2L}/a} - 1 \right]} \quad (A1)$$

Zu einem zwischen  $C$  und  $N_2$  liegenden Punkt  $M$  gehörige Ordinate:

$$1 + \eta_M = \frac{u \cdot q_{1M}}{q_{2M}} = \frac{u}{\frac{\sin \alpha_g}{q_{1M}/a} - 1} \quad (A2)$$

1.1 Punkte mit gleichem spezifischem Gleiten

Zu einem Punkte  $L$  auf der Strecke  $\overline{N_1C}$  gehört nur ein einziger Punkt  $M$  mit gleichem spezifischem Gleiten auf der Strecke  $\overline{CN_2}$  und umgekehrt.



2. *Verschiedene Ausdrucksweisen der gemeinsamen Zahnhöhe*

2.1 *Allgemein bekannte Formeln:*

Gemeinsame Zahnhöhe bei konstantem Kopfspiel, bei dem Wert  $f'_0 = 1$

$$h_k = m_n[2 - (\Sigma x_\beta - y)]$$

Bei proportionalem Kopfspiel, bei den Werten  $f'_0 = 1$  und  $c'_0 = 0,25$

$$h_k = m_n[2 - 0,8(\Sigma x_\beta - y)]$$

Summe der Profilverschiebungen:  $\Sigma x_\beta = (x_1)_\beta + (x_2)_\beta = 0,5 \Sigma z_\beta \cdot \Phi_h$   
 Achsabrückungsfaktor:

$$y = \frac{a - a_0}{m_n} = \frac{a}{m_n} - \frac{\Sigma z_\beta}{2 \cos \beta_0}$$

$$\frac{a}{m_n} = \frac{\Sigma z_\beta}{2 \cos \beta_0} \cdot \frac{\cos \alpha_{0nh}}{\cos \alpha_g}$$

infolgedessen:

$$y = \frac{\Sigma z_\beta}{2 \cos \beta_0} \left[ \frac{\cos \alpha_{0nh}}{\cos \alpha_g} - 1 \right]$$

Mit der Bezeichnung  $\Psi_h$  :

$$y = \frac{\Sigma z_\beta}{2 \cos \beta_0} \cdot \Psi_h \quad \text{und} \quad \frac{a}{m_n} = \frac{\Sigma z_\beta}{2 \cos \beta_0} (1 + \Psi_h)$$

Mit diesen Werten:

$$\Sigma x_\beta - y = 0,5 \Sigma z_\beta \left[ \Phi_h - \frac{\Psi_h}{\cos \beta_0} \right]$$

2.2 *Allgemeine Formeln der gemeinsamen Zahnhöhe*

Bei konstantem Kopfspiel:

$$\frac{h_k}{m_n} = 2f'_0 - (\Sigma x_\beta - y)$$

Bei proportionalem Kopfspiel:

(A6)

$$\frac{h_k}{m_n} = 2f'_0 - \frac{f'_0(\Sigma x_\beta - y)}{f'_0 + c'_0}$$

Wenn man den Wert von  $(\Sigma x_\beta - y)$  aus Abschnitt 2.1 einsetzt:

bei konstantem Kopfspiel:

$$\frac{h_k}{m_n} = 2 f'_0 - 0,5 \Sigma z_\beta \left[ \Phi_h - \frac{\Psi_h}{\cos \beta_0} \right]. \quad (\text{A7})$$

Bei proportionalem Kopfspiel:

$$\frac{h_k}{m_n} = 2 f'_0 - \frac{0,5 \cdot f'_0 \Sigma z_\beta}{f'_0 + c'_0} \left[ \Phi_h - \frac{\Psi_h}{\cos \beta_0} \right]. \quad (\text{A8})$$

Bei der Berechnung des spezifischen Gleitens kommt die Funktion von  $h_k/a$  vor, welche sich mit  $h_k/m_n$  ausdrücken läßt:

$$\frac{h_k}{a} = \frac{h_k}{m_n} \frac{2 \cos \beta_0}{\Sigma z_\beta (1 + \Psi_h)}. \quad (\text{A9})$$

Den Wert  $h_k/m_n$  aus A7 bzw. A8 in A9 eingesetzt, erhält man die Gleichungen der Funktion  $h_k/a$ :

Bei konstantem Kopfspiel:

$$\frac{h_k}{a} = \frac{\cos \beta_0}{1 + \Psi_h} \left[ \frac{4 f'_0}{\Sigma z_\beta} - \left( \Phi_h - \frac{\Psi_h}{\cos \beta_0} \right) \right]. \quad (\text{A10})$$

Bei proportionalem Kopfspiel:

$$\frac{h_k}{a} = \frac{\cos \beta_0}{1 + \Psi_h} \left[ \frac{4 f'_0}{\Sigma z_\beta} - \frac{f'_0}{f'_0 + c'_0} \left( \Phi_h - \frac{\Psi_h}{\cos \beta_0} \right) \right]. \quad (\text{A11})$$

### 2.3 Ausdrücke von $h_k/a$ und $h_k/m_n$ in Spezialfällen

Die Ausdrücke erhält man in Spezialfällen aus den Gleichungen A7 und A8 bzw. A10 und A11:

Bei Verzahnungen mit den Werten  $\Sigma x_\beta = 0$  und  $f'_0 = 1$  sind:

$$\frac{h_k}{m_n} = 2 \quad \text{und} \quad \frac{h_k}{a} = \frac{4 \cos \beta_0}{\Sigma z_\beta}.$$

Für die Schrägverzahnungen bei verschiedenen Werten von  $c'_0$  gelten die

folgenden Gleichungen:

$$f'_0 = 1 \text{ und } c'_0 = 0,25$$

mit proportionalem Kopfspiel.

$$\frac{h_k}{m_n} = 2 - 0,4 \Sigma z_\beta \left[ \Phi_h - \frac{\Psi_h}{\cos \beta_0} \right]. \quad (\text{A12})$$

$$\frac{h_k}{a} = \frac{\cos \beta_0}{1 + \Psi_h} \left[ \frac{4}{\Sigma z_\beta} - 0,8 \left( \Phi_h - \frac{\Psi_h}{\cos \beta_0} \right) \right]. \quad (\text{A13})$$

$$f'_0 = 1 \text{ und } c'_0 = 1/6$$

mit proportionalem Kopfspiel.

$$\frac{h_k}{m_n} = 2 - \frac{3 \Sigma z_\beta}{7} \left( \Phi_h - \frac{\Psi_h}{\cos \beta_0} \right). \quad (\text{A14})$$

$$\frac{h_k}{a} = \frac{\cos \beta_0}{1 + \Psi_h} \left[ \frac{4}{\Sigma z_\beta} - \frac{6}{7} \left( \Phi_h - \frac{\Psi_h}{\cos \beta_0} \right) \right]. \quad (\text{A15})$$

Alle obigen Gleichungen gelten auch für Geradverzahnung mit dem Wert  $\beta_0 = 0^\circ$  und anstatt  $\Psi_h$ ,  $\Phi_h$  und  $\Sigma z_\beta$  mit den Bezeichnungen der Geradverzahnung. Zum Beispiel wird Gleichung A15 folgende Form annehmen

$$\frac{h_k}{a} = \frac{1}{1 + \Psi} \left[ \frac{4}{\Sigma z} - \frac{6}{7} (\Phi - \Psi) \right] \quad (\text{A16})$$

$$f'_0 = 1 \text{ und } c'_0 = 1/6$$

mit proportionalem Kopfspiel (für Geradverzahnungen)

wenn man den Wert  $\psi$  einsetzt:

$$\frac{h_k}{a} = \frac{6}{7} - \frac{\cos \alpha_g}{\cos \alpha_0} \left[ \frac{6(1 + \Phi)}{7} - \frac{4}{\Sigma z} \right]. \quad (\text{A17})$$

Soll die Funktion  $h_k/a$  zur Kontrolle der Profilbestimmungskurven ausgerechnet werden, ist der Wert  $\alpha_0 = 20^\circ$  in die Gleichung A17 einzusetzen. So erhält

man folgende Gleichung:

$$100 \cdot \frac{h_k}{a} = 85,714286 - \left[ f(\text{inv } \alpha_g) - \frac{425,67112}{\Sigma z} \right] \cos \alpha_g, \quad (\text{A18})$$

wo:  $f(\text{inv } \alpha_g) = 87,480025 + 2,5061183 (100 \cdot \text{inv } \alpha_g)$ .

#### 2.4 Zusammenhang zwischen Zahnhöhe, gemeinsamer Zahnhöhe und Kopfspiel

(siehe Beispiel 1, Abb. 2 oder Abb. 3 im Teil)

$$\text{Zahnhöhe mit konstantem Kopfspiel: } h = h_k + c'_0 \cdot m_n \quad (\text{A19})$$

$$\text{Zahnhöhe mit proportionalem Kopfspiel: } h = h_k [1 + 0,5c'_0/f'_0] \quad (\text{A20})$$

$$\text{Kopfspiel (allgemeingültig): } c = h - h_k \quad (\text{A21})$$

Aus den Gleichungen A19, A20 und A21 folgt:

$$\text{Im Rechnungssystem mit konstantem Kopfspiel: } c = c'_0 \cdot m_n \quad (\text{A22})$$

$$\text{Im Rechnungssystem mit proportionalem Kopfspiel: } c = 0,5c'_0 h_k / f'_0 \quad (\text{A23})$$

### 3. Die charakteristischen Durchmesser des Zahnrades (Schrägverzahnung)

Teilkreisdurchmesser:

$$d_0 = \frac{m_n \cdot (z)_\beta}{\cos \beta_0} \quad (\text{A24})$$

Wälzkreisdurchmesser:

$$d_g = \frac{d_0 \cdot \cos \alpha_{0nh}}{\cos \alpha_g} = d_0 (1 + \Psi_h) = \frac{m_n \cdot (z)_\beta}{\cos \beta_0} \cdot (1 + \Psi_h) = \frac{2a}{\Sigma z_\beta} (z)_\beta \quad (\text{A25})$$

$$\text{Grundkreisdurchmesser: } d_a = d_g \cdot \cos \alpha_g = d_0 \cdot \cos \alpha_{0nh} \quad (\text{A26})$$

oder

$$d_a = \frac{m_n \cdot (z)_\beta (1 + \Psi_h)}{\cos \beta_0} \cdot \cos \alpha_g = \frac{m_n \cdot (z)_\beta}{\cos \beta_0} \cdot \cos \alpha_{0nh}$$

Anstatt  $d_0$ ;  $d_g$ ;  $d_a$ ;  $(z)_\beta$  gelten beim Ritzel  $d_{01}$ ;  $d_{g1}$ ;  $d_{a1}$ ;  $(z_1)_\beta$

Anstatt  $d_0$ ;  $d_g$ ;  $d_a$ ;  $(z)_\beta$  gelten beim Rad:  $d_{02}$ ;  $d_{g2}$ ;  $d_{a2}$ ;  $(z_2)_\beta$

$$\begin{array}{ll} \text{Kopfkreisdurchmesser: beim Ritzel} & d_{f1} = d_{g1} + 2f_1 \\ & \text{beim Rad} & d_{f2} = d_{g2} + 2f_2 \end{array} \quad (\text{A27})$$

Fußkreisdurchmesser:

$$\begin{aligned} \text{beim Ritzel} \quad d_{i1} &= d_{g1} - 2(f_2 + c) = d_{f1} - 2h \\ \text{beim Rad} \quad d_{i2} &= d_{g2} - 2(f_1 + c) = d_{f2} - 2h \end{aligned} \quad (\text{A28})$$

4. Zusammenhang zwischen Profilverschiebungsfaktor, Verteilungsfaktor ( $q_2$ ) und der gemeinsamen Zahnhöhe

Die Kopflinie des Werkzeug-Bezugsprofils berührt den Fußkreis des Zahnrades. Aus dieser geometrischen Tatsache folgt die allgemein bekannte Formel für Profilverschiebung:

$r_0 + m_n \cdot (x)_\beta = r_l + f_0 + c_0$ ; aus dieser Gleichung:

$$(x)_\beta = \frac{d_l - d_0}{2 \cdot m_n} + f'_0 + c'_0 \quad (\text{A29})$$

Die entsprechenden Werte aus den Gleichungen A28 und A25 in die Gleichung A29 eingesetzt:

$$\begin{aligned} (x_1)_\beta &= f'_0 + c'_0 + \frac{0,5 d_{01} \cdot \Psi'_h}{m_n} - \frac{f_2 + c}{m_n} \\ (x_2)_\beta &= f'_0 + c'_0 + \frac{0,5 d_{02} \cdot \Psi'_h}{m_n} - \frac{f_1 + c}{m_n} \end{aligned} \quad (\text{A30})$$

Im Rechnungssystem mit konstantem Kopfspiel ( $c = c'_0 \cdot m_n$  siehe A22):

$$\begin{aligned} (x_1)_\beta &= f'_0 + \frac{0,5 d_{01} \cdot \Psi'_h}{m_n} - f'_2 = f'_0 + f'_1 + \frac{0,5 d_{01} \cdot \Psi'_h}{m_n} - \frac{h_k}{m_n} \\ (x_2)_\beta &= f'_0 + \frac{0,5 d_{02} \cdot \Psi'_h}{m_n} - f'_1 = f'_0 + f'_2 + \frac{0,5 d_{02} \cdot \Psi'_h}{m_n} - \frac{h_k}{m_n} \end{aligned} \quad (\text{A31})$$

Im Rechnungssystem mit proportionalem Kopfspiel ( $c = 0,5 c'_0 h_k / f'_0$  . . s. A23)

$$\begin{aligned} (x_1)_\beta &= f'_0 + \frac{0,5 d_{01} \cdot \Psi'_h}{m_n} + c'_0 \left( 1 - \frac{0,5 h_k}{f'_0 \cdot m_n} \right) - f'_2 = \\ &= f'_0 + c'_0 + f'_1 + \frac{0,5 d_{01} \cdot \Psi'_h}{m_n} - \left( 1 + \frac{0,5 c'_0}{f'_0} \right) \frac{h_k}{m_n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (x_2)_\beta &= f'_0 + \frac{0,5 d_{02} \cdot \Psi_h}{m_n} + c'_0 \left( 1 - \frac{0,5 h_k}{f'_0 \cdot m_n} \right) - f'_1 = \\
 &= f'_0 + c'_0 + f'_2 + \frac{0,5 d_{02} \cdot \Psi_h}{m_n} - \left( 1 + \frac{0,5 c'_0}{f'_0} \right) \frac{h_k}{m_n}.
 \end{aligned}$$

*Profilverschiebungsfaktoren als Funktion von  $q_2$ :*

Kopfhöhenfaktor des Ritzels beim Ausgleich des spezifischen Gleitens

$$f'_1 = (1 - q_2) \cdot \frac{h_k}{m_n} \quad (\text{A33})$$

Kopfhöhenfaktor des Rades beim Ausgleich des spezifischen Gleitens

$$f'_2 = q_2 \cdot \frac{h_k}{m_n}. \quad (\text{A34})$$

Die Werte von  $(x_1)_\beta$  und  $(x_2)_\beta$  erhält man durch Einsetzen der Werte von  $f'_1, f'_2$  in die Gleichungen A31 bzw. A32.

### 5. Bedingungsgleichungen zur Vermeidung der Interferenzerscheinungen bei spielfreien Außenverzahnungen

5.1 Formeln für Schrägverzahnungen, die sich nach allgemein bekannten Formeln der Geradverzahnung aufschreiben lassen

Grenzdurchmesser ( $d_H$ ):

$$\frac{d_H}{m_n} = \sqrt{\left[ \frac{d_0 \cdot \sin \alpha_{0nh}}{m_n} - \frac{2(f'_0 - (x)_\beta)}{\sin \alpha_{0nh}} \right]^2 + \left( \frac{d_a}{m_n} \right)^2}. \quad (\text{A35})$$

Zum Endpunkt des aktiven Zahnprofils gehörender Durchmesser ( $d_m$ , bzw.  $d_{m2}$ ):

$$\begin{aligned}
 \text{beim Ritzel} \quad \frac{d_{m1}}{m_n} &= \sqrt{\left[ \frac{2a \cdot \sin \alpha_g}{m_n} - \sqrt{\left( \frac{d_{f2}}{m_n} \right)^2 - \left( \frac{d_{a2}}{m_n} \right)^2} \right]^2 + \left( \frac{d_{a1}}{m_n} \right)^2} \\
 \text{beim Rad} \quad \frac{d_{m2}}{m_n} &= \sqrt{\left[ \frac{2a \cdot \sin \alpha_g}{m_n} - \sqrt{\left( \frac{d_{f1}}{m_n} \right)^2 - \left( \frac{d_{a1}}{m_n} \right)^2} \right]^2 + \left( \frac{d_{a2}}{m_n} \right)^2}.
 \end{aligned} \quad (\text{A36})$$

Interferenz tritt nicht ein, wenn folgende Bedingung erfüllt ist

$$\begin{aligned} \text{beim Ritzel} \quad d_{m1} - d_{H1} &\geq 0 \\ \text{beim Rad} \quad d_{m2} - d_{H2} &\geq 0 \end{aligned}$$

Die Bedingung läßt sich nach Gleichungen A35, A36 auch ohne Wurzel ausdrücken (Die Gleichungen sind für konstantes und für proportionales Kopfspiel gültig)

$$\left. \begin{aligned} \text{Bedingung beim Ritzel} \quad F(I_1) &\geq 0 \\ \text{Bedingung beim Rad} \quad F(I_2) &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A37})$$

Siehe das Berechnungsblatt 1, Lauf. Nr. 56, 61

5.2 *Bedingungsgleichungen der Vermeidung von Interferenz zur Analyse des Verzahnungsbereiches als Funktion der Hauptangaben.* (Die Endgleichungen A38 und A39 sind gültig für spielfreie Verzahnung mit konstantem Kopfspiel.)

Für Ritzel: man setzt folgende Ausdrücke in die Gleichung A37:

$$\text{aus A26: } \frac{d_{a2}}{m_n} = \frac{d_{g2}}{m_n} \cdot \cos \alpha_g; \quad \text{aus A27: } \frac{d_{f2}}{m_n} = \frac{d_{g2}}{m_n} + 2 f'_2;$$

$$\text{aus A31: } 2[f'_0 - (x_1)_\beta] = 2 f'_2 - \frac{d_{01}}{m_n} \cdot \Psi_h.$$

Nach Einsetzen dieser Ausdrücke wird die Bedingungsgleichung A37 folgende Form erhalten:

$$\begin{aligned} F(I_1) = & \left[ \frac{2a}{m_n} \cdot \sin \alpha_g - \frac{d_{01}}{m_n} \left( \sin \alpha_{0nh} + \frac{\Psi_h}{\sin \alpha_{0nh}} \right) + \frac{2 f'_2}{\sin \alpha_{0nh}} \right]^2 - \\ & - \left( \frac{d_{g2}}{m_n} \right)^2 \sin^2 \alpha_g - 4 f'_2 \cdot \frac{d_{g2}}{m_n} - 4 (f'_2)^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Wir führen neue Bezeichnungen ein:  $A = \sin \alpha_g \cdot \operatorname{tg} \alpha_{0nh}$   
 $B = (1/\cos \alpha_{0nh}) - \cos \alpha_g$

Die Gleichung  $F(I_1)$  kann man mit dem Wert  $(0,5 \operatorname{tg} \alpha_{0nh})^2 = (0,5 A / \sin \alpha_g)^2$  multiplizieren, und zwar so, daß die  $\sin \alpha_g$  enthaltenden Glieder mit  $(0,5 A / \sin \alpha_g)^2$  und die anderen Glieder mit  $(0,5 \operatorname{tg} \alpha_{0nh})^2$  multipliziert werden. Nach dem Multiplizieren wird die auf 0 reduzierte Bedingungsgleichung unver-

änderlich, doch wird der Funktionswert der linken Seite kleiner sein:  $F(J_1) = F(I_1) \cdot (0,5 \operatorname{tg} \alpha_{0nh})^2$

$$F(J_1) = \left[ \frac{a}{m_n} \cdot A - \frac{d_{01}}{2m_n} \left( \sin \alpha_{0nh} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{0nh} + \frac{\Psi_h}{\cos \alpha_{0nh}} \right) + \frac{f'_2}{\cos \alpha_{0nh}} \right]^2 - \left( \frac{d_{g2}}{2m_n} \cdot A \right)^2 - f'_2 \frac{d_{g2}}{m_n} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_{0nh} - (f'_2)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_{0nh} \geq 0.$$

Wenn man das Quadrieren durchführt, die neue Bezeichnungen  $A$  und  $B$  einführt und die Gleichung ordnet, erhält man die Endgleichung:

$$(f'_2)^2 - f'_2 \left[ \frac{2a}{m_n} \underbrace{\left( \operatorname{tg}^2 \alpha_{0nh} - \frac{A}{\cos \alpha_{0nh}} \right)}_{b_1} + \frac{d_{01}}{m_n} \Psi_h \right] + \left( \frac{r_{g1}}{m_n} \right)^2 (A - B) \underbrace{\left( \frac{A [\Sigma z_\beta + (z_2)_\beta]}{(z_1)_\beta} - B \right)}_{c_1} \geq 0.$$

Mit obigen Bezeichnungen lassen sich die Endbedingungsgleichungen auch für das Rad analog ableiten.

$$b_1 = \frac{2a}{m_n} \left( \operatorname{tg}^2 \alpha_{0nh} - \frac{A}{\cos \alpha_{0nh}} \right) + \frac{d_{01}}{m_n} \cdot \Psi_h$$

$$c_1 = \left( \frac{r_{g1}}{m_n} \right)^2 (A - B) \left( \frac{A [\Sigma z_\beta + (z_2)_\beta]}{(z_1)_\beta} - B \right)$$

$$b_2 = \frac{2a}{m_n} \left( \operatorname{tg}^2 \alpha_{0rh} - \frac{A}{\cos \alpha_{0rh}} \right) + \frac{d_{02}}{m_n} \cdot \Psi_h$$

$$c_2 = \left( \frac{r_{g2}}{m_n} \right)^2 (A - B) \left( \frac{A [\Sigma z_\beta + (z_1)_\beta]}{(z_2)_\beta} - B \right).$$

Die Endbedingungsgleichungen mit den Bezeichnungen  $b_1, b_2, c_1, c_2$ :  
(gültig für spielfreie Verzahnung mit konstantem Kopfspiel)

$$\text{beim Ritzel: } F(J_1) = (f'_2)^2 - f'_2 \cdot b_1 + c_1 \geq 0 \quad (\text{A38})$$

$$\text{beim Rad: } F(J_2) = (f'_1)^2 - f'_1 \cdot b_2 + c_2 \geq 0. \quad (\text{A39})$$

Zu direkter Berechnung der interferenzfreien Grenzwerte von  $(q_2)_x$  eignen sich die folgenden Bedingungsgleichungen besser.

beim Ritzel:  $F(J_{11}) = 10^2 \cdot (f_2')^2 + b_{11} \cdot f_2' - c_{11} \cdot 10^{-2} \geq 0$  (A40)

beim Rad:  $F(J_{22}) = 10^2 \cdot (f_1')^2 + b_{22} \cdot f_1' - c_{22} \cdot 10^{-2} \geq 0$ . (A41)

Zur Berechnung der Konstanten in obigen Gleichungen gelten die folgenden Formeln:

$$A_0 = 10^2 \sin \alpha_g \operatorname{tg} \alpha_{0/hn}; \quad A_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0/hn} (\sin \alpha_g - \sin \alpha_{0/hn}) 10^2}{\cos \alpha_g}; \quad B_1 = \frac{10^2 \cdot \Psi_h \cdot (z_1)_\beta}{\Sigma z_\beta}$$

$$b_{11} = \frac{\Sigma z_\beta (A_1 - B_1)}{\cos \beta_0}; \quad b_{22} = \frac{\Sigma z_\beta (A_1 - u \cdot B_1)}{\cos \beta_0}$$

$$\left( \frac{d_{g_1}}{10 m_n} \right)^2 = \left[ \frac{(z_1)_\beta (1 + \Psi_h)}{10 \cdot \cos \beta_0} \right]^2; \quad D_1 = (10^2 \Psi_h - A_1) \cdot \cos \alpha_g;$$

$$D_{11} = \left( \frac{d_{g_1}}{10 m_n} \right)^2 \cdot (10^2 D_1)$$

$$D_{12} = 2 u \cdot A_0 - D_1; \quad D_{22} = 2 u \cdot A_0 - u^2 \cdot D_1; \quad u = \frac{(z_2)_\beta}{(z_1)_\beta}$$

$$4 c_{11} = D_{11} \cdot D_{12} \rightarrow c_{11} = \dots \quad 4 c_{22} = D_{11} \cdot D_{22} \rightarrow c_{22} = \dots$$

Zusammenhang zwischen den Konstanten von den Gleichungen A38, A39 und A40, A41. Durch Einsetzen der Werte von  $b_{11} = -10^2 \cdot b_1; -c_{11} 10^{-2} = 10^2 c_1$  und  $b_{22} = -10^2 \cdot b_2; -c_{22} \cdot 10^{-2} = 10^2 \cdot c_2$  in die Gleichungen A40 und A41 erhält man die Gleichungen A38 und A39.

Die interferenzfreien Grenzwerte von  $(q_2)_x$  erhält man durch Lösung der Gleichungen A40 und A41 wie folgt:

$$(q_2)_{\min} = \frac{\sqrt{b_{11}^2 + 4c_{11}} - b_{11}}{200 \cdot \frac{h_k}{m_n}} \dots \text{(A42)}$$

$$(q_2)_{\max} = \frac{200 \cdot \frac{h_k}{m_n} + b_{22} - \sqrt{b_{22}^2 + 4c_{22}}}{200 \cdot \frac{h_k}{m_n}} \dots \text{(A43)}$$

Die zulässigen Werte des Verteilungsfaktors  $(q_2)_x$  müssen innerhalb der Intervallgrenzen  $(q_2)_{\min} \leq (q_2)_x \leq (q_2)_{\max}$  liegen!

## Berechnungsblatt Seite 1/1

Geometrische Werte für allgemeine Evolventen-Schrägverzahnung mit konstantem Kopfspiel und mit gleichem spezifischem Gleiten in den äußeren Eingriffspunkten

Gegeben:  $a = 315$ ;  $m_n = 4$ ;  $(z_1)_\beta = 25$ ;  $(z_2)_\beta = 125$ ;  $\beta_0 = 16^\circ 55' 50,305''$

Bezugsprofil:  $\alpha_{0n} = 23^\circ 30'$ ;  $f'_0 = 0,86579637$ ;  $c'_0 = 0,25$

Lauf-Nr.	Frühere Ergebn.-Nr.	Formeln und Ergebnisse*	Angaben für die Zeichnung
1		$2 a/m_n = 157,5$ ; $\Sigma z_\beta = 150$	$z_1 = 25, z_2 = 125$
2		$2 f'_0 = 1,73159274$	$f'_0 = 0,866$
3		$\text{tg } \alpha_{0n} = 0,4348124$	$\alpha_{0n} = 23^\circ 30'$
4		$\cos \beta_0 = 0,95665797$ ; $\sin \beta_0 = 0,2912138$	$\beta_0 = 16^\circ 55' 50''$
5		$\text{tg } \alpha_{0nh} = \text{tg } \alpha_{0n}/\cos \beta_0 = 0,45451187$	$m_n = 4$
6		$\alpha_{0nh} = 24^\circ 26' 32,49''$ ; $\sin \alpha_{0nh} = 0,41377758$	$m_h = 4,18122$
7		$\cos \alpha_{0nh} = 0,91037799$ ; $10^2 \text{inv } \alpha_{0nh} = 2,7912205$	$c'_0 = 0,25$
8	1,4	$1 + \Psi_h = \frac{2 a}{m_n} \cdot \frac{\cos \beta_0}{\Sigma z_\beta} = 1,0044909$ ; $10^2 \Psi_h = 0,44909$	
9	7,8	$\cos \alpha_g = \frac{\cos \alpha_{0nh}}{1 + \Psi_h} = 0,9063078$	
10		$\alpha_g = 25^\circ$ ; $\sin \alpha_g = 0,4226183$	
11		$10^2 \text{inv } \alpha_g = 2,997535$	
12		$(2 a/m_n) \cdot \sin \alpha_g = 66,56238$	
13	3, 7, 11	$10^2 \Phi_h = \frac{10^2 (\text{inv } \alpha_g - \text{inv } \alpha_{0nh})}{\text{tg } \alpha_{0n}} = 0,47449084$	
14	4,8	$10^2 \Psi_h/\cos \beta_0 = \dots = 0,46943632$	
15	13, 14	$10^2 \Phi_h - (10^2 \Psi_h/\cos \beta_0) \dots = 0,00505452$	
16	1,15	$\frac{\Sigma z_\beta}{200} \cdot [10^2 \Phi_h - (10^2 \Psi_h/\cos \beta_0)] = 0,00379089$	
17	2,16	$\frac{h_k}{m_n} = 2 f'_0 - \frac{\Sigma z_\beta}{200} \left[ 10^2 \Phi_h - \frac{10^2 \Psi_h}{\cos \beta_0} \right] =$ $= 1,72780185$	
18	17	$h_k = 6,9112074$	
19		$h = h_k + c'_0 \cdot m_n = h_k + 1 = 7,9112074$	$h = 7,911$

\* Bei dieser Berechnung wurden 7-stellige trigonometrische Tabellen verwendet.

		Berechnungsbatt Seite 1/2	Fortsetzung
Lauf-Nr.	Frühere Ergebn., Nr.	Formeln und Ergebnisse	Angaben für die Zeichnung
Bestimmung des Wertes von $q_2$ :			
20		$1,75(1 + \Psi) \dots = 1,814463$	Ablesung von Tabellen
21		$150 (\Phi - \Psi) \dots = 0,68565$	(siehe den I Teil)
22	18, 20	$\frac{1,75(1 + \Psi) \cdot h_k}{0,01 a} = (3,980994)_1$	
23	21, 22	$150 (\Phi - \Psi) + (\text{Klammerausdr.})_1 = [4,666644]_2$	
24	23	$\Sigma z = \frac{700}{[\text{Klammerausdr.}]_2} = 150,000$	
25		$q_2 = 0,406;$ $1 - q_2 = 0,594$	Ablesung bei den Werten: $\Sigma z = 150; \alpha_g = 25; u = 5$
26	17, 25	$f'_2 = f_2/m_n = \frac{h_k}{m_n} \cdot q_2 = 0,7014875$	
27	17, 25	$f'_1 = f_1/m_n = \frac{h_k}{m_n} (1 - q_2) = 1,0263143$	
28	1	$\frac{d_{g1}}{m_n} = \frac{2 \cdot a}{m_n} \cdot \frac{(z_1)_\beta}{\Sigma z_\beta} = \frac{157,5 \cdot 25}{150} = 26,25$	
29	27	$2 f_1 \dots = 2,0526286$	
30	27, 28	$d_{f1}/m_n = d_{g1}/m_n + 2 f_1 \dots = 28,3026286$	
31		$d_{f1} = 113,210514 \dots$	$d_{f1} = 113,210$
32		$\frac{d_{g2}}{m_n} = \frac{2 \cdot a}{m_n} \cdot \frac{(z_2)_\beta}{\Sigma z_\beta} = \frac{157,5 \cdot 125}{150} = 131,25$	
33		$2 f'_2 \dots = 1,402975$	
34	32, 33	$d_{f2}/m_n = d_{g2}/m_n + 2 f'_2 \dots = 132,652975$	
35		$d_{f2} = 530,6119 \dots$	$d_{f2} = 530,612$
36	9, 28	$d_{a1}/m_n = \frac{d_{g1}}{m_n} \cdot \cos \alpha_g = 23,790580$	
37	36	$d_{a1} = 95,16232 \dots$	$d_{a1} = 95,162$
38	9, 32	$d_{a2}/m_n = \frac{d_{g2}}{m_n} \cdot \cos \alpha_g = 118,952899$	
39		$d_{a2} = 475,811596 \dots$	$d_{a2} = 475,812$

		Berechnungsblatt Seite 1/3	Fortsetzung
Lauf- Nr.	Frühere Ergebn. Nr.	Formeln und Ergebnisse	Angaben für die Zeichnung
40	4	$d_{01}/m_n = (z_1)_\beta / \cos \beta_0 = 26,13264$	
41	40	$d_{01} = 104,53056 \dots \dots \dots$	$d_{01} = 104,531$
42	6, 40	$(d_{01}/m_n) \cdot \sin \alpha_{0nh} = 10,81308$	
43	8, 40	$(d_{01}/m_n) \cdot \Psi_h \dots \dots \dots = 0,1173591$	
44	2, 33	$2 f'_0 - 2 f'_2 \dots \dots \dots = 0,3286177$	
45	43, 44	$2(x_1)_\beta = 2(f'_0 - f'_2) + \frac{d_{01}}{m_n} \cdot \Psi_h = 0,4459768$	
46	45	$(x_1)_\beta = 0,2229884 \dots \dots \dots$	$(x_1)_\beta = 0,222988$
47	4	$d_{02}/m_n = (z_2)_\beta / \cos \beta_0 = 130,66321$	
48	47	$d_{02} = 522,65284 \dots \dots \dots$	$d_{02} = 522,653$
49	6, 47	$(d_{02}/m_n) \cdot \sin \alpha_{0nh} = 54,065505$	
50	8, 47	$(d_{02}/m_n) \cdot \Psi_h \dots \dots \dots = 0,5867954$	
51	2, 29	$2 f'_0 - 2 f'_1 \dots \dots \dots = -0,32103586$	
52	50, 51	$2(x_2)_\beta = 2(f'_0 - f'_1) + \frac{d_{02}}{m_n} \cdot \Psi_h = 0,26575954$	
53	52	$(x_2)_\beta = 0,13287977 \dots \dots \dots$	$(x_2)_\beta = 0,132880$
54	46, 53	Kontrolle: $(x_1)_\beta + (x_2)_\beta = 0,355868$	
55	13	$\Sigma x_\beta = 0,5 \cdot \Sigma z_\beta \cdot \Phi_h = 0,35586813 \dots$ richtig!!	
<i>Interferenzkontrolle</i>			
Bedingung beim Ritzel:			
56	2, 45, 6	$F(I_1) = \left[ \frac{2a}{m_n} \sin \alpha_g + \frac{2(f'_0 - (x_1)_\beta)}{\sin \alpha_{0nh}} - \frac{d_{01}}{m_n} \sin \alpha_{0nh} \right]^2 + \left( \frac{d_{a2}}{m_n} \right)^2 - \left( \frac{d_{f_2}}{m_n} \right)^2 \geq 0$	
		$\frac{2f'_0 - 2(x_1)_\beta}{\sin \alpha_{0nh}} \dots \dots \dots = 3,1070215$	
	12	$\frac{2a}{m_n} \cdot \sin \alpha_g \dots \dots \dots = 66,56238$	
	42	$(d_{01}/m_n) \cdot \sin \alpha_{0nh} = -10,81308$	
	56, 12, 42	[Klammerausdruck] $\dots \dots \dots = 58,85632$	
57		[Klammerausdruck] <sup>2</sup> $\dots \dots \dots = 3464,0652$	
58	38	$(d_{a2}/m_n)^2 \dots \dots \dots = 14149,7805$	
59	34	$(d_{f_2}/m_n)^2 \dots \dots \dots = -17596,8051$	
60	57, 57, 59	$F(I_1) \dots \dots \dots = + 17,0406 > 0$ interferenzfrei	

Berechnungsblatt Seite 1/4		Fortsetzung
lauf. Nr.	Frühere Ergebn. Nr.	Formeln und Ergebnisse
		Bedingung beim Rad:
61	2, 52,6	$F(I_2) = \left[ \frac{2a}{m_n} \sin \alpha_g + \frac{2(f'_0 - (x_2)_\beta)}{\sin \alpha_{0nh}} - \frac{d_{02}}{m_n} \sin \alpha_{0nd} \right]^2 + \left( \frac{d_{a1}}{m_n} \right)^2 - \left( \frac{d_{f1}}{m_n} \right)^2 \geq 0$
	12	$\frac{2f'_0 - 2(x_2)_\beta}{\sin \alpha_{0nh}} \dots\dots = 3,5425629$
	49	$\frac{2a}{m_n} \cdot \sin \alpha_g \dots\dots = 66,56238$
	61,12,49	$(d_{02}/m_n) \cdot \sin \alpha_{0nh} \dots\dots = -54,065505$
		$[\text{Klammerausdruck}] \dots\dots = 16,0394379$
62		$[\text{Klammerausdruck}]^2 \dots\dots = 257,26347$
63	36	$(d_{a1}/m_n)^2 \dots\dots = 565,991697$
64	30	$(d_{f1}/m_n)^2 \dots\dots = -801,038582$
65	62,63,64	$F(I_2) \dots\dots = +22,216585 > 0$ <p style="text-align: right;">interferenzfrei</p>
<i>Kontrolle der Kopfstärke beim Ritzel</i>		
66	4,30	$\left[ \frac{(d_{f1}/m_r) \sin \beta_0}{(z_1)_\beta} \right]^2 = 0,3296846^2 = 0,1086919$
67	66	$1/\cos \beta_{j1} = \sqrt{1 + \left[ \frac{(d_{f1}/m_n) \sin \beta_0}{(z_1)_\beta} \right]^2} \approx 1,053$
68	3,45	$\frac{s_{0h1}}{d_{01}} = \frac{0,5 \pi + 2(x_1)_\beta \cdot \text{tg } \alpha_{0n}}{(z_1)_\beta} \dots\dots = 0,07058850$
69	37,30	$\cos \alpha_{f1} = \frac{d_{a1}/m_n}{d_{f1}/m_n} = 0,8405784$
70	69	$\alpha_{f1} = 32^\circ 47' 55,5''; \text{inv } \alpha_{f1} = 0,07197897$
71	70,7	$\text{inv } \alpha_{f1} - \text{inv } \alpha_{0nh} \dots\dots = 0,04406677$
72	68,71	$s_{f1n}/d_{f1} = s_{0h1}/d_{01} - [\text{inv } \alpha_{f1} - \text{inv } \alpha_{0nh}] \dots\dots = 0,02652173$
73	72,31	$s_{fh1} = 3,002538$
74	30,72,67	$\frac{s_{fn1}}{m_n} = \frac{(d_{f1}/m_n) \cdot (s_{fh1}/d_{f1})}{1/\cos \beta_{j1}} \approx 0,713 > 0,25 \text{ also zulässig !!}$

		Berechnungsblatt Seite 1/5	Fortsetzung
Lauf. Nr.	Frühere Ergebn. Nr.	Formeln und Ergebnisse	
		<i>Kontrolle des Unterschnittes:</i>	
75	4,6	Bedingung beim Ritzel: $(x_1)_\beta \geq f'_0 - \frac{0,5(z_1)_\beta \sin^2 \alpha_{0nh}}{\cos \beta_0} = x_{1\min}$ $0,5(z_1)_\beta \sin^2 \alpha_{0nh} / \cos \beta_0 \cong 2,23$ Rechenschiebergenaugigkeit genügt $x_{1\min} \cong 0,865 - 2,23 \cong -1,365$ ; $(x_1)_\beta > x_{1\min}$ unterschneidfrei!	
76		<i>Spielfreie Zahnweite:</i> $(\alpha_{0n} = 20^\circ)$ (Tabellen nicht verwendbar!) $W/m_n = \cos \alpha_{0n} [(n - 0,5)\pi + (z)_\beta \operatorname{inv} \alpha_{0nh}] + 2(x)_\beta \sin \alpha_{0n}$ Meßzähnezahl: $n \cong (z)_\beta' \cdot \frac{\alpha_{0n}}{180} + 0,5$ ; $(z)_\beta' = (z)_\beta \cdot \frac{\operatorname{inv} \alpha_{0nh}}{\operatorname{inv} \alpha_{0n}}$ $\cos \alpha_{0n} = \cos 23^\circ 30' = 0,9170601$ ; $\sin \alpha_{0n} = 0,3987491$	
77	7	$\operatorname{inv} \alpha_{0n} = 0,02466000$ ; $\frac{\operatorname{inv} \alpha_{0nh}}{\operatorname{inv} \alpha_{0n}} = 1,131882$ ; $\frac{\alpha_{0n}}{180} \cong 0,1305$	
78	77	beim Ritzel: $(z_1)_\beta' = 25$ . $1,131882 \cong 28,297$ ; $n_1 \cong 3,69 + 0,5 \cong 4$	
79	77	beim Rad: $(z_2)_\beta' = 125$ . $1,131882 \cong 14,1$ ; $n_2 \cong 18,4 + 0,5 \cong 19$	
80	7,45,76	beim Ritzel: $(z_1)_\beta \operatorname{inv} \alpha_{0nh} = 0,697805$ ; $2(x_1)_\beta \cdot \sin \alpha_{0n} = 0,1778328$	
81	7,52,76	beim Rad: $(z_2)_\beta \cdot \operatorname{inv} \alpha_{0nh} = 3,489025$ ; $2(x_2)_\beta \cdot \sin \alpha_{0n} = 0,1059713$	
82	80	beim Ritzel: $(n_1 - 0,5)\pi = 10,995574$ ; (Klammerausdr.) <sub>1</sub> = 11,693379	
83	81	beim Rad: $(n_2 - 0,5)\pi = 58,119464$ ; (Klammerausdr.) <sub>2</sub> = 61,608489	
84	76,82	beim Ritzel: $\cos \alpha_{0n} \cdot [\text{Klammerausdr.}]_1 = 10,723530$	
85	76,83	beim Rad: $\cos \alpha_{0n} \cdot [\text{Klammerausdr.}]_2 = 56,498682$	
86	84,80	beim Ritzel: $W_1/m_n = 10,9013628$	
87	86	Spielfreie Zahnweite beim Ritzel: $W_1(4) = 43,60545$ Tangentenkreis des Meßinstr.: $d_w = \sqrt{d_a^2 + (W \cdot \cos \beta_a)^2}$	
88	4,76,7	$\cos \beta_a = \frac{\cos \beta_0 \cdot \cos \alpha_{0n}}{\cos \alpha_{0nh}} \cong 0,964$	Angaben für die Zeichnung
89	87,88	beim Ritzel: $(W_1 \cos \beta_a)^2 \cong 1765,68$	
	37	beim Ritzel: $d_{a1}^2 \cong 9055,81$	
90		$d_{w1} = \sqrt{10821,49} \cong 104,1$	
	31,19	$d_{f1} - h = 113,21 - 7,91 \cong 105,3$ gut meßbar! Durch Qualität und Flakenspiel bestimmte Abmaße: $A_{0w}$ ; $A_{uw}$	
91	87	Zahnweite beim Ritzel: ...	$W_1(4) = 43,605 \frac{A_{0w}}{A_{uw}}$

Berechnungsblatt Seite 1/6			Fortsetzung
Lauf-Nr.	Frühere Ergebn-Nr.	Formeln und Ergebnisse	Angaben für die Zeichnung
92	85, 81	beim Rad: $W_2/m_n = 56,6046533$	
93	92	Spielfreie Zahnweite beim Rad: $W_2(19) = 226,418613$	
94	93, 88	beim Rad: $(W_2 \cos \beta_a)^2 \cong 47609,14$ $d_{a2}^2 \dots \cong 226397,06$	
95		$d_{w2} = \sqrt{274006,20} \cong 523,5$	
	35, 19	$d_{f2} - h = 530,612 - 7,911 \cong 522,7$ gut meßbar !!	
96		Zahnweite beim Rad: . . . . .	$W_2(19) = 226,419$ <small><math>\frac{A_{w2}}{A_{w1}}</math></small>

*Geometrische Kennwerte für die Tragfähigkeitsrechnung auf Flankenpressung ( $\epsilon_h, \xi_A, A_F$ )*

Eingriffsdauer im Stirnschnitt:  $\epsilon_h = \frac{\Sigma z_\beta}{\Sigma z} \cdot \epsilon$

In diesem Beispiel ist:  $\Sigma z = 150 = \Sigma z_\beta$ ; also:  $\epsilon = 1,250$   
(Ablesung aus der Kurvenschar bei den Werten:  $\alpha_g = 25^\circ$ ;  $u = 5$   $\Sigma z = 150$ )

damit ist:  $\epsilon_h = 1,25$

$\xi_A = 1,335$  (Ablesung aus der Kurvenschar bei den Werten wie vorher)

$A_F = \frac{b a^2 z_0 \cdot \sin 2\alpha_g}{10^3 \cdot \cos \beta_a} \cdot \frac{u}{(1+u)^3}$ ; man wählt den Wert der Zahnbreite:  $b = 130$  mm.

Sprungüberdeckung:  $\epsilon_{ax} = \frac{b \cdot \sin \beta_0}{m_n \cdot \pi} \cong 3,01 \cong 3$  (ganze Zahl!)

infolgedessen:  $z_0 = \epsilon_h$ ;  $\sin 2\alpha_g \cong 0,766$  (nach lf. Nr. 10)

100 99, 97, 88  $A_F = \frac{130 \cdot 99225 \cdot 1,25 \cdot 0,766}{10^3 \cdot 0,964} \cdot \frac{5}{216} \cong 296,6 \text{ cm}^3$ .

Die folgenden Ergebnisse ( $\eta_A, \epsilon_h, \xi_A$ ) gehören nicht zur geometrischen Berechnung. Diese Ergebnisse sollen die Genauigkeit des neuen Verfahrens bestätigen. Die zur Genauigkeitskontrolle nötigen Werte sind:

$E_A = 5,002477698$ ;  $\sqrt{E_A} = 2,2366219$ ;  $F_E = 0,341111460$ ;  $\sqrt{F_E} = 0,58404748$

Spezifische Gleitenswerte in den Punkten A, E sind: bei  $q_2 = 0,406$  nach Gleichungen 14,15:  $1 + \eta_A = 1,495629$ ;  $1 + \eta_E = 1,496282$ ;  $1 + \eta_A \cong 1 + \eta_E \cong 1,496$  also auf 3 Dezimalstellen genau!!

Bei dem Wert  $q_2 = 0,406$  ist der Genauigkeitswert nach Gleichung 17:  $f(E, F) = +0,223$  bei dem Wert  $q_2 = 0,407$  wäre der Genauigkeitswert nach Gleichung 17:  $f(E, F) = -0,680$

Bei dem Wert  $q_2 = 0,406$  nach Gleichung 19:  $\epsilon_h = 1,2510298 \cong 1,25$ , also auf 2 Dezimalstellen genau!

Bei dem Wert  $q_2 = 0,406$  nach Gleichung 25:  $\xi_A = 1,3349837 \cong 1,335$ , also auf 3 Dezimalstellen genau!

Die obigen Ergebnisse wurden durch eine mit Hilfe einer Rechenmaschine Bauart »Mercedes« mit hoher Genauigkeit durchgeführte Berechnung erhalten. (Die Ergebnisse wurden beim Multiplizieren auf 16 Stellen, beim Dividieren auf 8 Stellen berechnet.) Berechnungsdauer von lf. Nr. 1 bis 100 mit vorgedruckten Berechnungsblättern: 160 Minuten!

## Berechnungsblatt Seite 2/1

Interferenzkontrolle zur Analyse des Verzahnungsbereiches für Evolventen-  
Außenverzahnungen mit konstantem Kopfspiel.

Gegeben:  $\alpha_{0n} = 23^\circ 23'$   $\alpha_g = 25^\circ$   $\beta_0 = 16^\circ 55' 50,305''$   $(z_1)_\beta = 25$   $(z_2)_\beta = 125$   
 $f'_0 = 0,86579637$   $q_2 = 0,406$ ; anstatt  $q_2$  kann gegeben sein:  
 $(1 - q_2 = 0,594)$   $(x_2)_\beta =$  oder  $f'_2 =$

Bedingungsgleichungen zur Vermeidung der Interferenz:

$$\text{beim Ritzel: } F(J_{11}) = 10^2(f'_2)^2 + b_{11} \cdot f'_2 - c_{11} \cdot 10^{-2} \geq 0 \dots\dots A40$$

$$\text{beim Rad: } F(J_{22}) = 10^2(f'_1)^2 + b_{22} \cdot f'_1 - c_{22} \cdot 10^{-2} \geq 0 \dots\dots A41$$

Die zur Berechnung notwendigen Nebenergebnisse:\*

(1) $\cos \alpha_g = 0,90630779$	(2) $10^2 \sin \alpha_g = 42,261826$	(3) $10^2 \sin \alpha_g = 2,997535$
(4) $\text{tg } \alpha_{0n} = 0,43481237$	(5) $\cos \beta_0 = 0,95665799$	
(6) $\text{tg } \alpha_{0nh} = \text{tg } \alpha_{0n} / \cos \beta_0 = 0,45451182$		(7) $\alpha_{0nh} = 24^\circ 26' 32,487''$
(8) $10^2 \sin \alpha_{0nh} = 41,377756$	(9) $10^2 \text{inv } \alpha_{0nh} = 2,7912202$	(10) $\cos \alpha_{0nh} = 0,91037801$
(11) $1 + \Psi_h = \frac{\cos \alpha_{0nh}}{\cos \alpha_g} = 1,00449099$		(12) $10^2 \Psi_h = 0,449099$
(13) $D_0 = \frac{10^2 \Psi_h}{\cos \beta_0} = 0,46944572$	(14) $10^2 \Phi_h = \frac{10^2(\text{inv } \alpha_g - \text{inv } \alpha_{0nh})}{\text{tg } \alpha_{0n}} = 0,47449156$	
(15) $D = \frac{\Sigma_{\beta}(10^2 \Phi_h - D_0)}{200} = 0,0037843800$		

$$\frac{h_k}{m_n} = 2f'_0 - D = 1,7278084 \quad (16)$$

$f'_2 = \frac{h_k}{m_n} q_2 = (x_2)_\beta + \frac{h_k}{m_n} - f'_0 - \frac{[0,5(z_2)_\beta] D_0}{100} = 0,70149021$	$10^2(f'_2)^2 = 49,208851$
$f'_1 = \frac{h_k}{m_n} (1 - q_2) = (x_1)_\beta + \frac{h_k}{m_n} - f'_0 - \frac{[0,5(z_1)_\beta] D_0}{100} = 1,0263182$	$10^2(f'_1)^2 = 105,33290$

\* Bei dieser Berechnung wurden 8-stellige trigonometrische Tabellen verwendet.

Berechnungsblatt Seite 2/2

$$A_0 = 10^2 \sin \alpha_g \operatorname{tg} \alpha_{0nh} = 19,208499 \quad B_1 = \frac{10^2 \Psi_h(z_1)_\beta}{\Sigma z_\beta} = 0,074849833$$

$$A_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0nh} (\sin \alpha_g - \sin \alpha_{0nh}) 10^2}{\cos \alpha_g} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{0nh} \cdot 0,88407}{0,90630779} = 0,44335960$$

$$b_{11} = \frac{\Sigma z_\beta (A_1 - B_1)}{\cos \beta_0} = 57,780801 \quad b_{22} = \frac{\Sigma z_\beta (A_1 - u \cdot B_1)}{\cos \beta_0} = 10,836229$$

$$u = \frac{(z_2)_\beta}{(z_1)_\beta} = 5 \quad \frac{d_{g1}}{10 m_n} = \frac{(z_1)_\beta (1 + \Psi_h)}{10 \cdot \cos \beta_0} = 2,625 \quad \left( \frac{d_{g1}}{10 m_n} \right)^2 = 6,890625$$

$$D_1 = (10^2 \Psi_h - A_1) \cos \alpha_g = D_1 = 0,0052016629 \quad 10^2 D_1 = 0,52016629$$

$$D_{11} = \left( \frac{d_{g1}}{10 m_n} \right)^2 \cdot (10^2 D_1) = 3,5842708$$

$$D_{12} = 2u \cdot A_0 - D_1 = 192,07979 \quad D_{22} = 2u \cdot A_0 - u^2 \cdot D_1 = 191,95495$$

$$D_{11} = 3,5842708 \quad D_{12} = 192,07979 \quad D_{22} = 191,95495$$

$$4c_{11} = D_{11} \cdot D_{12} = 688,46598 \quad c_{11} = 172,11649$$

$$4c_{22} = D_{11} \cdot D_{22} = 688,01852 \quad c_{22} = 172,00463$$

$$F(J_{11}) = 10^2 (f'_2)^2 + b_{11} \cdot f'_2 - c_{11} \cdot 10^{-2} = 88,020352 > 0$$

Das Ritzel ist interferenzfrei!

$$F(J_{22}) = 10^2 (f'_1)^2 + b_{22} \cdot f'_1 - c_{22} \cdot 10^{-2} = 114,73427 > 0$$

Das Rad ist interferenzfrei!

Die Berechnung der interferenzfreien Grenzwerte von  $(q_2)_x$  und  $(x_1)_\beta$

$$\sqrt{b_{11}^2 + 4 c_{11}} = \sqrt{4027,086944} = 63,459333 \quad \sqrt{b_{22}^2 + 4 c_{22}} = \sqrt{805,442378}$$

$$\sqrt{b_{22}^2 + 4 c_{22}} = 28,380317 \quad 200(h_k/m_n) = 345,56168$$

$$(q_2)_{\min} = \frac{\sqrt{b_{11}^2 + 4 c_{11}} - b_{11}}{200(h_k/m_n)} \quad (q_2)_{\max} = \frac{200(h_k/m_n) + b_{22} - \sqrt{b_{22}^2 + 4 c_{22}}}{200(h_k/m_n)}$$

$$(q_2)_{\min} = \frac{5,678532}{345,56168} = 0,016432759 \quad (q_2)_{\max} = \frac{328,017592}{345,56168} = 0,94923022$$

Formel des Profilverschiebungsfaktors ist sinngemäß aus der bezüglichen Gleichung der Seite 2/1:

$$(x_1)_\beta = f'_0 + \frac{[0,5(z_1)_\beta] \cdot D_0}{100} - \frac{h_k}{m_n} \cdot (q_2)_x \quad (x_1)_\beta = 0,92447708 - 1,7278084 (q_2)_x$$

$$(x_1)_\beta \max = 0,89608442$$

$$(x_1)_\beta \min = -0,71561087$$

Aus den berechneten Werten läßt sich das Intervall, in welchem keine Interferenz eintritt, begrenzen (Minimalwerte sind nach oben, Maximalwerte nach unten abzurunden !)

$0,0164328 \leq (q_2)_x \leq 0,949230$
$0,896084 \geq (x_1)_\beta \geq -0,715610$
$-0,540215 \leq (x_2)_\beta \leq 1,071479$
$0,355869 = \Sigma x_\beta = 0,355869$

$\Sigma x_\beta$  ist mit 6-stelliger Genauigkeit:

$$\Sigma x_\beta = 0,5 \Sigma z_\beta \Phi_h = 0,355869$$

$$(x_2)_\beta = \Sigma x_\beta - (x_1)_\beta$$

Alle Formeln gelten auch für Geradverzahnungen mit den Substitutionen:

$$\beta_0 = 0; \alpha_{0nh} = \alpha_{0n}; m_n = m_0; \Sigma z_\beta = \Sigma z_0; \Phi_h = \Phi_0; \Psi_h = \Psi_0; (z_1)_\beta = (z_1)_0; (z_2)_\beta = (z_2)_0; (x_1)_\beta = (x_1)_0; (x_2)_\beta = (x_2)_0$$

Die Berechnung wurde mit teurer Rechenmaschine »Mercedes« durchgeführt.

Mit vorgedruckten Berechnungsblättern beträgt die Berechnungsdauer 69 Minuten! [bis  $F(J_{22})$  sind es 53 Minuten]. Am meisten (weit von den Intervallgrenzen) ist die Rechenschiebergengenauigkeit bei der Interferenzkontrolle ausreichend. Zur Rechenschieberberechnung genügt es, die Nebenergebnisse von (1) bis (10) der Seite 2/1 aus trigonometrischen Tabellen ohne Interpolation auszuschreiben und mit diesen Werten die Nebenergebnisse (11), (15) auf 5 und diejenigen von (12), (13), (14), (16) auf 3 Stellen mit der Rechenmaschine zu berechnen. Die weitere Berechnung kann mit dem Rechenschieber (25 cm Länge) durchgeführt werden. Nach einer solchen Berechnung ergibt sich:  $F(J_{11}) \cong 88$  und  $F(J_{22}) \cong 115$ . Bis  $F(J_{22})$  beträgt die Berechnungsdauer der mit Rechenschieber kombinierten Berechnung 35 Minuten!

Berechnungsblatt Seite 3/1

Dieses Berechnungsblatt dient zur Bestimmung der Funktionswerte von  $F(J_{11})$  und  $F(J_{22})$  bei verschiedenen Werten von  $(z_1)_\beta$  und  $q_2$ , aber bei konstanten Werten von:  $\Sigma z_\beta, \alpha_{0n}, \alpha_g, \beta_0, f'_0$ .

Gegeben sind:

a) eine Berechnung nach dem Berechnungsblatt 2

b)  $(z_1)_\beta = 17$  [damit:  $(z_2)_\beta = \Sigma z_\beta - (z_1)_\beta = 113$ ] und  $q_2 = 0,360$  ( $1 - q_2 = 0,640$ ). Der Wert von  $q_2$  ergibt sich durch Ablesen aus der Kurvenschar bei den Werten von  $\Sigma z = 150; \alpha_g = 25^\circ; u = 133/17 \cong 7,82$ . Im allgemeinen  $\Sigma z \neq \Sigma z_\beta$ , infolgedessen muß man  $\Sigma z$  früher berechnen.

Anstatt  $q_2$  kann gegeben sein:  $(x_2)_\beta =$  oder:  $f'_2 =$

Die unveränderlichen Nebenergebnisse des Berechnungsblattes 2 sind:

$\Sigma z_\beta = 150$	$h_k/m_n = 1,7278084$	$A_0 = 19,208499$	$A_1 = 0,4433596$
$D_1 = 0,0052016629$	$10^2 D_1 = 0,52016629$	$\cos \beta_0 = 0,95665799$	
$1 + \Psi_h = 1,00449099$		$10^2 \Psi_h = 0,449099$	

Die Berechnung der Funktionswerte von  $F(J_{11})$  und  $F(J_{22})$

$f'_2 = \frac{h_k}{m_n} q_2 = (x_2)_\beta + \frac{h_k}{m_n} - f'_0 - \frac{[0,5(z_2)_\beta] D_0}{100} = 0,62201102$	$10^2 (f'_2)^2 = 38,689771$	
$f'_1 = \frac{h_k}{m_n} (1 - q_2) = (x_1)_\beta + \frac{h_k}{m_n} - f'_0 - \frac{[0,5(z_1)_\beta] D_0}{100} = 1,1057974$	$10^2 (f'_1)^2 = 122,27879$	
$B_1 = \frac{10^2 \Psi_h (z_1)_\beta}{\Sigma z_\beta} = 0,050897886$	$u = \frac{133}{17}$	$u \cdot B_1 = \frac{133 \cdot B_1}{17} = 0,39820110$
$b_{11} = \frac{\Sigma z_\beta (A_1 - B_1)}{\cos \beta_0} = 61,536366$	$b_{22} = \frac{\Sigma z_\beta (A_1 - u \cdot B_1)}{\cos \beta_0} = 7,0806652$	
$\frac{d_{g1}}{10 m_n} = \frac{(z_1)_\beta (1 + \Psi_h)}{10 \cdot \cos \beta_0} = 1,785$	$\left( \frac{d_{g1}}{10 m_n} \right)^2 = 3,186225$	
$D_{11} = \left( \frac{d_{g1}}{10 m_n} \right)^2 \cdot (10^2 D_1) = 1,6573668$	$2u A_0 = 300,55651$	$u^2 \cdot D_1 = 0,31838136$
$D_{12} = 2u \cdot A_0 - D_1 = 300,55131$	$D_{22} = 2u \cdot A_0 - u^2 \cdot D_1 = 300,23813$	

Berechnungsblatt Seite 3/2		Schluß
	$4 c_{11} = D_{11} \cdot D_{12} = 498,12376$	$c_{11} = 124,53094$
	$4 c_{22} = D_{11} \cdot D_{22} = 497,60471$	$c_{22} = 124,40117$
$F(J_{11}) = 10^2(f'_1)^2 + b_{11} \cdot f'_1 - c_{11} \cdot 10^{-2} = 75,720759 > 0$		Das Ritzel ist interferenzfrei!
$F(J_{22}) = 10^2(f'_2)^2 + b_{22} \cdot f'_2 - c_{22} \cdot 10^{-2} = 128,86456 > 0$		Das Rad ist interferenzfrei!
Mit vorgedruckten Berechnungsblättern und einer Rechenmaschine »Mercedes« beträgt die Berechnungsdauer 35 Minuten!		

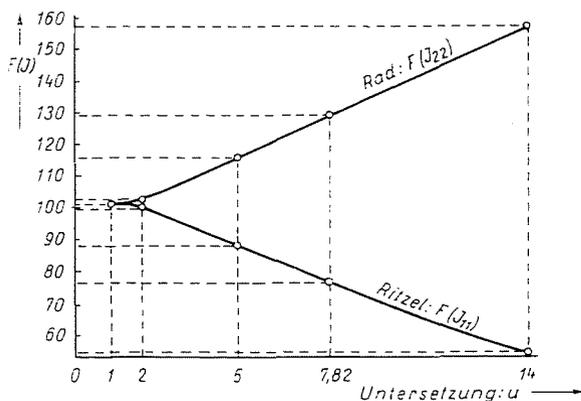


Abb. A2

Bei anderen Untersetzungen wurden die Werte  $F(J_{11})$  und  $F(J_{22})$  durch eine ähnlich durchgeführte Berechnung bestimmt, und in der untenstehenden Tabelle mit einer Genauigkeit von 4 Dezimalstellen angegeben:

$\frac{(z_2)_\beta}{(z_1)_\beta} = u$	$\frac{75}{75} = 1$	$\frac{100}{50} = 2$	$\frac{125}{25} = 5$	$\frac{133}{17} \approx 7,82$	$\frac{140}{10} = 14$
$q_2$	0,5	0,469	0,406	0,360	0,2838
$F(J_{11})$	101,18	100,52	88,02	75,72	55,06
$F(J_{22})$	101,18	102,13	114,73	128,86	157,06

Nach der Tabelle aufgezeichnete Kurve der Interferenzsicherheit als Funktion der Untersetzung (siehe Abb. A2)

Verzahnungsart: Schräg-Stumpferverzahnung mit gleichem spezifischem Gleiten in den äußeren Eingriffspunkten und mit konstantem Kopfspiel.

Hauptangaben der Verzahnung:

$$\alpha_{0n} = 23^\circ 30'; \alpha_g = 25^\circ; \beta_0 = 16^\circ 55' 55,305''; \Sigma z_\beta = 150$$

$f'_0 = 0,86579637$ ;  $q_2$  ist durch die in der Verzahnungsart festgelegte Bedingung des spezifischen Gleitens bestimmt !!

### Zusammenfassung

Aus der Analyse der drei Verzahnungsarten verschiedenen Charakters geht hervor, daß die aus der zulässigen Flankenpressung ermittelte Tragfähigkeit der Verzahnungen mit in den äußeren Eingriffspunkten gleichem spezifischem Gleiten nur unwesentlich von der Tragfähigkeit der für die maximale Flankentragfähigkeit konstruierten Verzahnung abweicht.

Darüber hinausgehend ist auch ersichtlich, daß die Blokschen Blitztemperaturen bei den auf spezifischen Gleiten ausgeglichenen Verzahnungen die kleinsten sind (siehe die dick umrahmten Daten der Tabellen 1—3), ein Umstand, der besonders bei der Anwendung von gehärteten Stählen und bei grossen Linienpressungen von entscheidender Wichtigkeit ist, um die Freißgefahr zu vermeiden.

Die in den Beispielen 1, 2, 3 durchgeführte Analyse zeigt, daß die Behauptung, daß die auf spezifisches Gleiten ausgeglichenen Verzahnungen auf Grund der zulässigen Flankenpressung praktisch als optimal betrachtet werden können, nicht unbegründet ist. Das Beispiel Nr. 4 gibt dabei einen Beweis dafür, daß die in vorliegender Abhandlung erörterte neue Methode auch bei der Konstruktion von Evolventenstirnrädern mit Profilrücknahme sehr vorteilhaft Anwendung finden kann.

### Literatur

1. ERNEY, G.: Berechnung und Prüfung der Profilrücknahme geradverzahnter Evolventenstirnräder. Konstruktion **14**, 30/33 (1962).
2. RETTIG, H.: Beitrag zur Berechnung und Gestaltung gehärteter Stirnräder. Maschinenbautechnik (Getriebetechnik) **25/40** (1958).
3. MICHAJLOW, V. L.: Berechnung der besten Form der Profilrücknahme bei geradverzahnten Stirnrädern. Stanki i Instrument **16/19**. (Febr. 1957).
4. VÖRÖS, I.: Einige Probleme der Berechnung und Herstellung der Zahnräder. A Magyar Tudományok Akadémia Műszaki Tudományok Osztálya Közleményei **2**, 64/67 (1952)

Ernő OSZKAY, Budapest IX. Társ u. 7, Ungarn