

KRÄFTEVERTEILUNG UND GLEICHLAUF IN SCHIENENFAHRWERKEN VON KRANEN*

Von

M. SCHEFFLER

Technische Universität, Dresden

(Eingegangen am 2. November, 1966)

Es sind bis in die jüngste Gegenwart immer neue Ansätze und Versuche veröffentlicht worden, die besonderen Gesetzmäßigkeiten der Fahrbewegung schienengebundener Krane zu erfassen und mathematisch zu formulieren ([1], [2], [3], [4]).

Trotz aller damit erreichten Einblicke in die Zusammenhänge befriedigen die Ergebnisse nicht, weil folgende grundlegende Gesetzmäßigkeiten der Kranfahrbewegung gar nicht oder unrichtig einbezogen wurden:

a) Für die Reibpaarung Laufrad—Schiene bestehen vorgegebene Berührungsbedingungen; sie dürfen bei allen Ansätzen nicht verletzt werden;

b) Triebwerk und Tragwerk müssen stets in ihrem Zusammenwirken und ihrer gegenseitigen Beeinflussung betrachtet werden.

Die angegebenen Gesetzmäßigkeiten sollen nachstehend erläutert und zur Berechnung der Verteilung der Umfangskräfte in mehrrädri gen Fahrwerken und der Ausgleichskräfte bei Gleichlauf der Fahrwerkseiten benutzt werden.

1. Grundbeziehungen für das Fahrverhalten

1.1. Berührungsbedingungen zwischen Laufrad und Schiene

Das im allgemeinen Fahrzustand schräg zur Schienenebene stehende, angetriebene Laufrad rollt unter der Wirkung des Antriebsmomentes in der Radscheibenebene und gleitet unter der Wirkung der Führungskraft quer zu dieser Ebene. Da beide Bewegungen gleichzeitig auftreten, müssen sie auch in der Berührungsfläche zwischen Laufrad und Schiene überlagert werden.

Bild I zeigt die Kraft- und Geschwindigkeitsverteilung am angetriebenen Laufrad in vereinfachter Darstellung, bei der alle Kräfte auf den Mittelpunkt der Berührungsfläche bezogen sind. Die vom Antrieb erzeugte Umfangskraft U steht im Gleichgewicht mit der Führungskraft senkrecht zur Schienenrichtung P_f und dem resultierenden Fahrwiderstand aus Reibungs- und Massen-

* Vorgetragen am 29. Sept. 1966 an der Technischen Universität, Budapest.

kräften P_r . Die Führungskraft P_f kann aufgeteilt werden in einen Anteil P_s , der die wirksame Umfangskraft verkleinert und eine Seitenkraft P_q , die senkrecht zur Radscheibenebene wirkt.

Die Umfangsgeschwindigkeit v_u wird durch den Längsschlupf v_s verringert. Senkrecht zur Rollebene entsteht der Querschlupf v_q , in der Berührungsfläche insgesamt somit der resultierende Schlupf v_f . Als geometrische Summe von v_u und v_f bildet sich die Fahrgeschwindigkeit in Schienenlängsrichtung v aus.

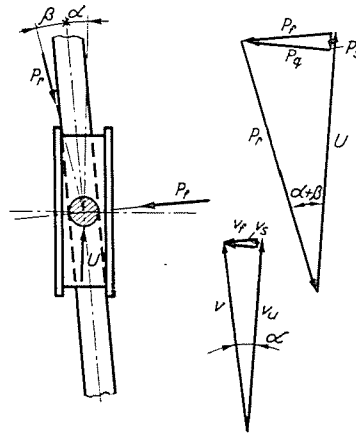


Bild 1. Kräfte und Geschwindigkeiten am schräg stehenden angetriebenen Laufrad

Der Schlupf innerhalb der Berührungsfläche zwischen dem unter der Wirkung von Längs- und Querkraft stehenden Laufrad und der Schiene ist bei Schienenfahrwerken von Kranen bisher nicht beachtet worden. Im eisenbahntechnischen Schrifttum gibt es dagegen viele experimentelle und theoretische Arbeiten, die eine zumindest qualitative Auswertung auch für Kranfahrwerke zulassen ([5], [6], [7], [8]). Dazu kommen grundsätzliche Untersuchungen über die Reibpaarung Rad-Schiene ([9], [10], [11], [12], [13], [14]). Wenn sich aus den genannten Veröffentlichungen auch durchaus kein einheitlicher Standpunkt ergibt, Teilprobleme verschiedene Deutung erfahren oder ungeklärt bleiben, so lassen sich für das Kranlaufrad dennoch folgende, mit großer Wahrscheinlichkeit gegebene Berührungsbedingungen formulieren (Bild 2):

a) Bei Übertragung einer Umfangskraft (Längskraft) zwischen Laufrad und Schiene entsteht eine Schlupfbewegung entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung aus dem Ausgleich der elastischen Deformation von Laufrad und Schiene. Dabei bleibt in der Berührungsfläche ein Gebiet der Haftreibung bestehen, dem sich ein Gebiet der Gleitreibung anschließt.

b) Bei Übertragung einer Seitenkraft (Querkraft) zwischen Laufrad und Schiene entsteht aus der Deformation von Laufrad und Schiene senkrecht zur

Radscheibenebene eine entsprechende Gleitbewegung quer zur Rollrichtung.

c) Die unter a) und b) genannten elastischen Schlupfbewegungen überlagern sich und ergeben den elastischen Gesamtschlupf v_f .

d) Bei Überschreitung der von der Größe des Reibungskoeffizienten bestimmten, maximalen in der Berührungsfläche zu übertragenden resultierenden Kraft verschwindet die Zone der Haftreibung. Dem elastischen Schlupf überlagert sich ein Gleitschlupf; das Verhalten des Laufrades wird vom Verhalten des Gleitreibungskoeffizienten, insbesondere von seiner Geschwindigkeitsabhängigkeit bestimmt.

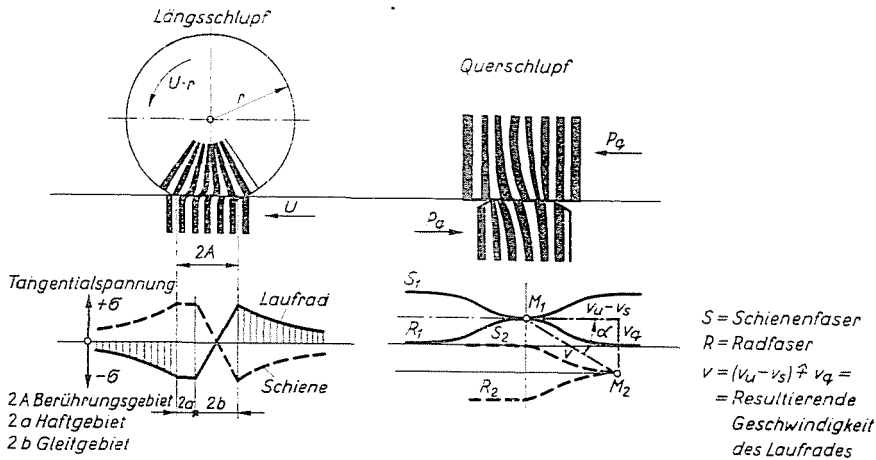


Bild 2. Elastischer Längs- und Querschlupf

Für den unter a) genannten Vorgang des elastischen Längsschlupfes liegen theoretische Ansätze von FÖPPL [12], HEINRICH [13] und experimentelle Untersuchungen besonders von SACHS [11] und BARWELL [14] vor. Die experimentell ermittelten Schlupfwerte betragen ein mehrfaches der theoretisch berechneten; die Gründe für die Abweichung sind noch nicht ausreichend geklärt.

Der Ansatz von FÖPPL [12] ergibt eine lineare Abhängigkeit zwischen Umfangskraft und elastischem Schlupf. Nach Zuschnitt auf die Bestimmungsgrößen des Kranlaufrades lautet die entsprechende Gleichung in dimensionsloser Darstellung

$$\frac{s}{D\pi} = \frac{C_{s0} U}{\sqrt{PD}} \tag{1}$$

HEINRICH [13] hat nachgewiesen, daß im Föppl'schen Ansatz die Deformationsbedingungen nicht exakt berücksichtigt werden. Er kommt zu einem Ansatz, der mit dem von CARTER [5] prinzipiell übereinstimmt

$$\frac{s}{D\pi} = \frac{C_{h0}}{\sqrt{PD}} \cdot [U_{\max} - \sqrt{U_{\max}(U_{\max} - U)}] \quad (2)$$

In Gl. (1) und (2) bedeuten

- s = elastischer Schlupf pro Radumdrehung,
 D = Laufraddurchmesser,
 U = Umfangskraft (Tangentialkraft),
 U_{\max} = Umfangskraft beim Maximalwert des Reibungskoeffizienten,
 P = Radlast (Normalkraft),
 C_{s0}, C_{h0} = Konstante aus elastischen Größen.

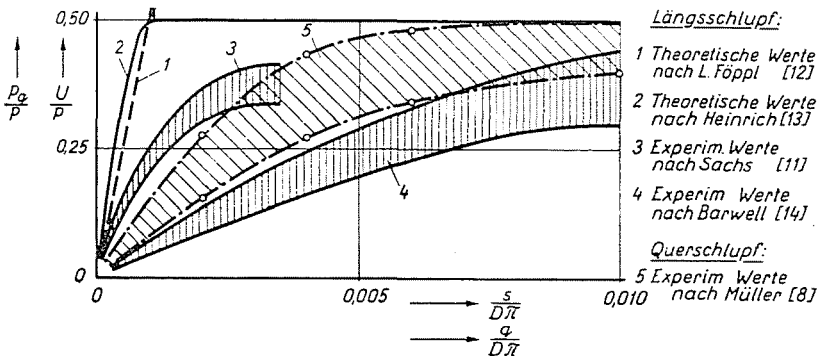


Bild 3. Größenordnung des elastischen Schlupfes

In Gl. (2) ist die auch durch Messungen bestätigte parabolische Abhängigkeit zwischen Umfangskraft und elastischem Schlupf erkennbar.

Der elastische Querschlupf ist besonders von LEVEN [7] ausführlich erörtert und u. a. von MÜLLER [8] experimentell bestimmt worden. Eine strenge mathematische Formulierung der Abhängigkeit des Schlupfes von Radlast und Seitenkraft ist noch nicht bekannt geworden. Die von MÜLLER [8] an schrägstehenden, nicht angetriebenen Eisenbahnradern gemessenen Schlupfwerte erreichen 1% des Fahrweges und liegen damit in der Größenordnung der entsprechenden Meßwerte des Längsschlupfes, wie Bild 3 beweist. Zu prüfen wäre allerdings, ob die in der Radscheibenebene sehr steifen Kranlaufräder nicht niedrigere Werte des Querschlupfes besitzen als Eisenbahnräder.

Die Berücksichtigung der elastischen Schlupfbewegung beseitigt die bei der Beurteilung der Führungseigenschaften von Kranen immer wieder auftretenden begrifflichen Schwierigkeiten. Es ist anzunehmen, daß bei der zumindest im stationären Betriebszustand gegebenen relativ geringen Ausnutzung des Reibungskoeffizienten und den in der Größenordnung von nur 10 bis 20 Minuten liegenden Schrägstellungswinkeln der Laufräder die Zone der

Haftreibung weitgehend erhalten bleibt, so daß die Kraftverteilung innerhalb des Fahrwerkes vorwiegend von den elastischen Schlupfgrößen abgeleitet werden kann.

1.2. Zusammenwirken Triebwerk—Tragwerk

Die Toleranzen im Antrieb (Laufraddurchmesser, Motordrehzahl usw.) sowie die in 1.1 erläuterten Schlupferscheinungen verursachen Unterschiede zwischen den anteiligen Fahrwiderständen F und Umfangskräften U an den angetriebenen Laufrädern des Kranfahrwerkes, die durch vom Tragwerk übertragene Kräfte ausgeglichen werden (Bild 4).

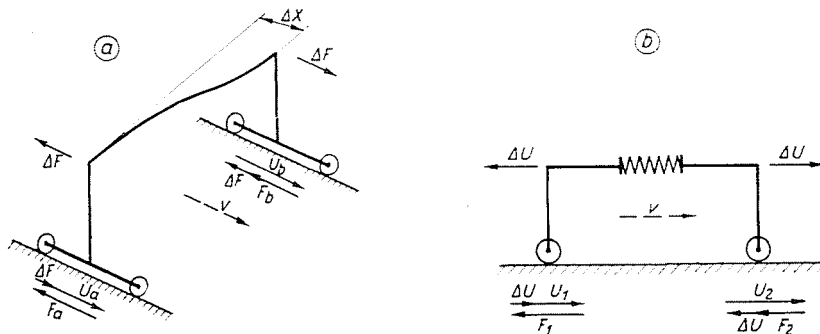


Bild 4. Zusammenwirken Triebwerk—Tragwerk

a) zwischen den Stützenfahrwerken. b) innerhalb eines Stützenfahrwerkes

Gleichlauf der *beiden* Antriebsseiten bzw. Stützenfahrwerke ist im allgemeinen Betriebsfall nur mit Hilfe einer zwischen den beiden Stützenfahrwerken übertragenen zusätzlichen Ausgleichskraft ΔF zu erreichen, wobei es zunächst nicht entscheidend ist, ob das Tragwerk als starrer oder elastischer Körper angenommen wird (Bild 4a).

Innerhalb *eines* mehrrädri gen Stützenfahrwerkes müssen zwischen den Laufradlagerungen Längskräfte ΔU über den Kopf- oder Horizontalträger ausgetauscht werden, weil auch hier anteilige Fahrwiderstände und Umfangskräfte nicht übereinstimmen (Bild 4b). Je größer ein Antrieb toleriert ist, je ungleichmäßiger er somit arbeitet, umso größer wird die zusätzliche Belastung des Tragwerkes. Die Kräfte müssen stets aus dem Antrieb abgeleitet und nicht, wie bisher meist üblich, ohne jede Beziehung auf ihre tatsächlichen Ursachen ermittelt werden.

1.3. Gleichung für die Wegdifferenz

Zur Berechnung der in Bild 4 eingeführten Ausgleichskräfte im Tragwerk kann vereinfachend die Schrägstellung der Laufräder, d. h. der Querschlupf, vernachlässigt und nur der Längsschlupf in der Rollebene berück-

sichtigt werden. Als Ausgangsgleichung wird zunächst eine Beziehung für die zwischen zwei Laufrädern auftretende relative Wegdifferenz abgeleitet.

Ein genau in Schienenlängsrichtung rollendes Laufrad besitzt die effektive Umfangsgeschwindigkeit

$$\dot{x} = (D\pi - s)n \quad (3)$$

mit \dot{x} = effektive Umfangsgeschwindigkeit,

D = Laufraddurchmesser,

s = elastischer Schlupf pro Laufradumdrehung,

n = Drehzahl des Laufrades.

Zwischen zwei Laufrädern mit nur kleinen Unterschieden des Laufraddurchmessers, elastischen Schlupfes und der Drehzahl entsteht nach einer auf lineare Glieder beschränkten Taylorentwicklung die Geschwindigkeitsdifferenz

$$\dot{x} = \sum_i \frac{\partial \dot{x}}{\partial y_i} \cdot \Delta y_i = \pi n \Delta D - n \Delta s + (D\pi - s) \Delta n. \quad (4)$$

Division durch Gl. (3) führt zu den im stationären Betriebszustand identischen Gleichungen für die relative Geschwindigkeits- und Wegdifferenz der beiden Laufräder.

$$\frac{\Delta \dot{x}}{\dot{x}} = \frac{\Delta x}{x} = \frac{\pi \Delta D}{D\pi - s} - \frac{\Delta s}{D\pi - s} + \frac{\Delta n}{n} \approx \frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta s}{D\pi} + \frac{\Delta n}{n}, \quad (5)$$

da $s \ll D\pi$.

Die Differenzen der Bestimmungsgrößen werden mit den Indizes 1 und 2 für die beiden Laufräder

$$\Delta D = D_1 - D_2$$

$$\Delta s = s_1 - s_2$$

$$\Delta n = n_1 - n_2$$

Die relative Wegdifferenz ist damit in sehr einfacher Weise auf die vorzeichenbehaftete Summe der relativen Differenzen der Bestimmungsgrößen für die Fahrbewegung zurückgeführt.

Mit $\Delta x/x = 0$ ergeben sich daraus die gesuchten Beziehungen für die Ausgleichskräfte des Tragwerkes bei Gleichlauf *beider* Stützenfahrwerke oder für die Verteilung der Umfangskräfte innerhalb *eines* mehrrädri gen Stützenfahrwerkes.

2. Verteilung der Umfangskräfte im Stützenfahrwerk

In einem Stützenfahrwerk mit mehreren angetriebenen Laufrädern (Bild 5) können prinzipiell zentrale Fahrantriebe mit Synchronisation der Laufraddrehzahlen über mechanische oder elektrische Wellen oder getrennte

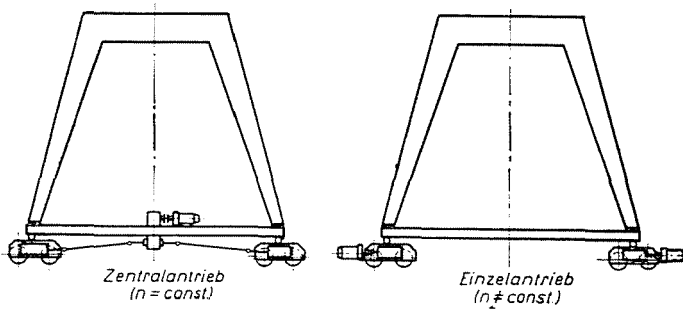


Bild 5. Antriebsformen von Stützenfahrwerken

Einzelantriebe verwendet werden. Für die Verteilung der Umfangskräfte ergeben sich bei beiden Antriebsarten unterschiedliche Ansätze, so daß eine getrennte Behandlung erforderlich ist [15], [16].

2.1. Umfangskräfte in zentral angetriebenen Stützenfahrwerken

Bei einem zentral angetriebenen Stützenfahrwerk sind wegen der Übertriebswellen die Drehzahldifferenz Δn und wegen der unverschieblichen Lagerung der Laufradachsen im Kopfträger die Wegdifferenz Δx gleich Null. Die vorhandenen Durchmesserunterschiede der Laufräder müssen somit nach Gl. (5) durch Unterschiede im elastischen Schlupf ausgeglichen werden

$$\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta s}{D\pi} = 0. \quad (6)$$

Für zwei beliebige angetriebene Laufräder (Indizes n und i) ergibt sich aus dieser Gleichung unter Verwendung des Föppl'schen Ansatzes nach Gl. (1) für den elastischen Schlupf eine Gleichung für das Verhältnis der Umfangskräfte

$$\frac{U_i}{U_n} = \sqrt{\frac{P_i}{P_n}} \cdot \frac{1 + \frac{\pi \sqrt{P_n D_n}}{C_{s0} U_n} \cdot \frac{\Delta D_i}{D_n}}{\sqrt{1 + \frac{\Delta D_i}{D_n}}}. \quad (7)$$

In Bild 6 ist Gl. (7) für ein ausgewähltes Beispiel dargestellt. Die stark ausgezogene Gerade repräsentiert die bei der Berechnung von Kranfahrwerken meist angenommene Verteilung der Umfangskräfte entsprechend den Radlasten. Selbst wenn Durchmesserunterschiede ausgeschaltet werden können, verteilen sich bei der angenommenen direkten Proportionalität zwischen elastischem

Schlupf und Umfangskraft die Umfangskräfte jedoch wie die Wurzeln aus den Radlasten (gestrichelte, starke Linie)

$$\left[\frac{U_i}{U_n} \right]_{(\Delta D_i = 0)} = \sqrt{\frac{P_i}{P_n}} \quad (8)$$

Je geringer der Reibungskoeffizient ausgenutzt wird, umso größer wird bei vorgegebenen Durchmesserdifferenzen die Abweichung der Umfangskraftverteilung von diesem Wert.

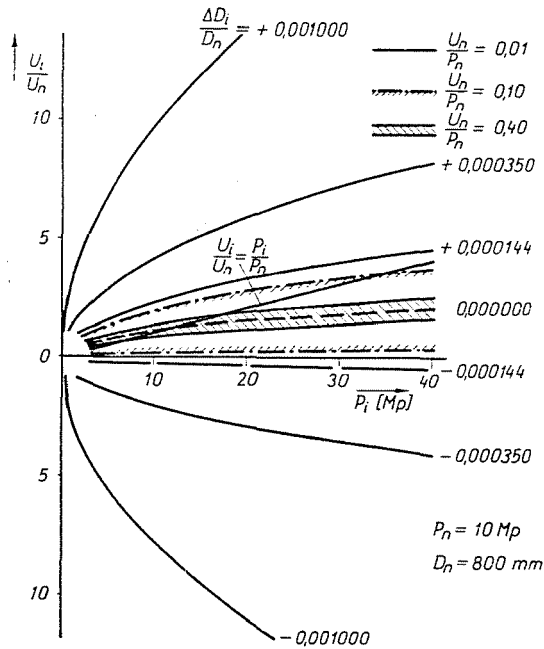


Bild 6. Verhältnis der Umfangskräfte bei zentralem Antrieb

Die resultierende Umfangskraft des gesamten Stützenfahrwerkes mit k angetriebenen Laufrädern wird

$$U = U_n \cdot \sum_{i=1}^k \frac{U_i}{U_n} \quad (9)$$

Einsetzen von Gl. (7) und Eliminieren von U_n führt zur Gleichung für die Umfangskraft eines beliebigen Laufrades des zentral angetriebenen Stützenfahrwerkes

$$\begin{aligned} U_n &= U \cdot \frac{\sqrt{P_n}}{\sum_{i=1}^k \sqrt{P_i}} = \frac{\pi \sqrt{P_n D_n}}{C_{so}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^k \sqrt{P_i} \cdot \frac{\Delta D_i}{D_n}}{\sum_{i=1}^k \sqrt{P_i}} = \\ &= U_{n-g} - \Delta U_n. \end{aligned} \quad (10)$$

Diese Umfangskraft U_n besteht somit grundsätzlich aus dem von der Radlast bestimmten Anteil an der benötigten Gesamtumfangskraft des Stützenfahrwerkes U_{n-g} und einer innerhalb des Fahrwerkes zum Ausgleich von Durchmesserdifferenzen der Laufräder ausgetauschten Blindkraft ΔU_n , die keinen Beitrag zur Überwindung des Fahrwiderstandes leistet.

Diese Blindkraft kann erhebliche Größen erreichen; sie besitzt beispielsweise bei Laufrädern mit Durchmesserdifferenzen nach ISA-Toleranzfeld 14 (Freimaßtoleranzen) einen um mehr als eine Zehnerpotenz größeren Wert als die Umfangskraft aus Rollreibung.

2.2. Umfangkräfte in Stützenfahrwerken mit Einzelantrieben

In einem Stützenfahrwerk mit Einzelantrieben treten zusätzlich Drehzahldifferenzen an den Motoren bzw. Laufrädern auf. Die Bedingung für den Gleichlauf der unverschieblich gelagerten Laufräder lautet dann

$$\frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta s}{D\pi} + \frac{\Delta n}{n} = 0. \quad (11)$$

Bild 7 zeigt für Asynchronmotoren die Abweichung der Kennlinien zweier beliebiger Motoren (Indizes n und i) von der theoretischen Kennlinie (Index t).

Wenn mit dem Index 0 die auf die Nennleistung der Motoren bezogenen Größen bezeichnet und für den Motorschlupf das Symbol σ eingeführt werden, lautet die Gleichung für die relative Drehzahldifferenz zweier Motoren bzw. Laufräder im linearen Bereich der Kennlinien

$$\frac{\Delta n_i}{n_n} \approx \frac{\Delta n_i}{n_s} = \frac{U_n - U_i}{U_0} \cdot \sigma_{n0} + \frac{U_i}{U_0} \cdot \Delta \sigma_{i0} \quad (12)$$

mit

$$\Delta \sigma_{i0} = \sigma_{n0} - \sigma_{i0}.$$

Das Verhältnis der Umfangkräfte von zwei beliebigen, getrennt angetriebenen Laufrädern wird

$$\frac{U_i}{U_n} = \frac{\frac{C_{s0} U_0}{\sqrt{P_n D_n}} + \sigma_{n0} + \frac{U_0}{U_n} \cdot \frac{\Delta D_i}{D_n}}{\frac{C_{s0} U_0}{\sqrt{P_i D_n}} + \sigma_{n0} - \Delta \sigma_{i0}}. \quad (13)$$

Die im Zähler und Nenner von Gl. (13) als jeweils erste Summanden auftretenden Ausdrücke für den elastischen Schlupf sind klein gegenüber dem Motor-

nennschlupf σ_{n0} . Mit ihrer Vernachlässigung ergibt sich die Näherungsgleichung für das Verhältnis der Umfangskräfte

$$\frac{U_i}{U_n} = \frac{\sigma_{n0} + \frac{U_0}{U_n} \cdot \frac{\Delta D_i}{D_n}}{\sigma_{n0} - \Delta\sigma_{i0}} \quad (14)$$

Sie ist nur noch vom Schlupf des Asynchronmotors abhängig, dessen Maximaltoleranzen nach den VDE-Bestimmungen $\pm 20\%$ des Schlupfes bei Nenn-

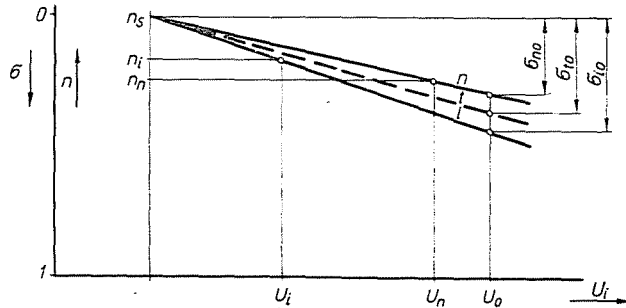


Bild 7. Umfangskräfte bei unterschiedlichen Motorkennlinien

leistung betragen. Bild 8 beweist, daß das Verhältnis der Umfangskräfte an den Laufrädern bei voller Ausnutzung der Motornennleistung zwischen 0,6 und 1,5, bei nur 10%iger Ausnutzung der Motornennleistung zwischen 0,33 und 2,0 liegt. Die Abweichung gegenüber dem theoretischen Wert 1,0 ist somit wesentlich geringer als bei einem zentral angetriebenen Stützenfahrwerk.

Wenn Durchmesserdifferenzen ausgeschaltet werden, verhalten sich die Umfangskräfte bei Einzelantrieben umgekehrt wie die Nennschlüpfe der Motoren.

$$\left[\frac{U_i}{U_n} \right]_{(\Delta D_i = 0)} = \frac{\sigma_{n0}}{\sigma_{i0}} \quad (15)$$

Die Gleichung für die Umfangskraft eines beliebigen Laufrades im Stützenfahrwerk mit Einzelantrieben lautet analog zu Gl. (10)

$$U_n = \frac{U}{\sum_{i=1}^k \frac{\sigma_{n0}}{\sigma_{n0} - \Delta\sigma_{i0}}} - U_0 \cdot \frac{\sum_{i=1}^k \frac{\frac{\Delta D_i}{D_n}}{\sigma_{n0} - \Delta\sigma_{i0}}}{\sum_{i=1}^k \frac{\sigma_{n0}}{\sigma_{n0} - \Delta\sigma_{i0}}} = U_{n-g} - \Delta U_n \quad (16)$$

Der Anteil des Laufrades an der Übertragung der Gesamtumfangskraft des Stützenfahrwerkes U_{n_g} wird, wie bereits erwähnt wurde, vorwiegend vom Motorschlupf bestimmt. Die Blindkraft ΔU_n ist wegen des weichen Ausgleiches der Durchmesserdifferenzen durch die Motorkennlinien sehr klein. Sie kann für praktische Berechnungen stets vernachlässigt werden.

2.3. Maximale Umfangskraft des Stützenfahrwerkes

Die maximal von einem Laufrad zu übertragende Umfangskraft wird vom Betrag des Haftreibungskoeffizienten bestimmt

$$U_n \leq P_n \cdot \mu_{\max} \tag{17}$$

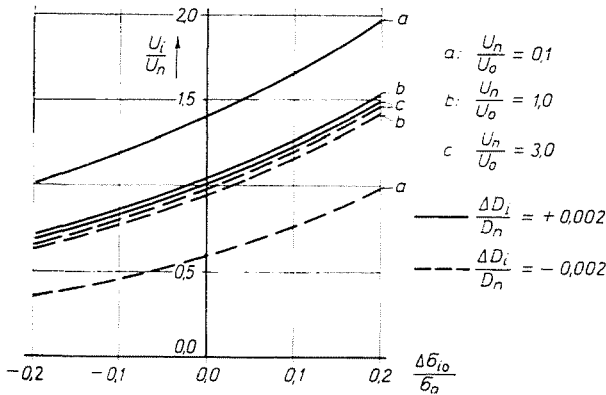


Bild 8. Verhältnis der Umfangskräfte bei getrenntem Antrieb

Da in den bisherigen Darlegungen nachgewiesen wurde, daß sich die Reibungskoeffizienten bzw. das Verhältnis der Umfangskräfte zu den Radlasten an den einzelnen Laufrädern unterschiedlich einstellen, ist noch eine prinzipielle Untersuchung der maximal übertragbaren resultierenden Umfangskraft des gesamten Stützenfahrwerkes bei beiden Antriebsarten erforderlich.

In Bild 9 sind für ein Stützenfahrwerk mit 2 zentral angetriebenen Lauf­rädern die Umfangskräfte U_1 und U_2 über der Gesamtumfangskraft U aufgetragen. Wegen der Durchmesser­differenzen besitzen sie stets unterschiedliche Werte. Die schraffierten Flächen zeigen das Bereich an, in dem das Laufrad 2 negative Umfangskräfte, d. h. reine Blindkräfte, überträgt. Erst bei größeren Gesamtumfangskräften U beteiligt es sich vom Punkt E ab mit einem positiven Beitrag an der Gesamtumfangskraft U .

Im Punkt A erreicht das Laufrad 1 die Grenze des Reibungskoeffizienten. In der Berührungsfläche verschwindet das Gebiet der Haftreibung, es tritt

reiner Gleitschlupf auf. Das Laufrad kann jedoch nicht durchrutschen, da es durch eine Übertriebswelle mit dem noch haftenden Laufrad 2 verbunden ist.

Der Gleitreibungskoeffizient unterscheidet sich bei kleinen Gleitgeschwindigkeiten nur wenig vom Haftreibungskoeffizienten, so daß das

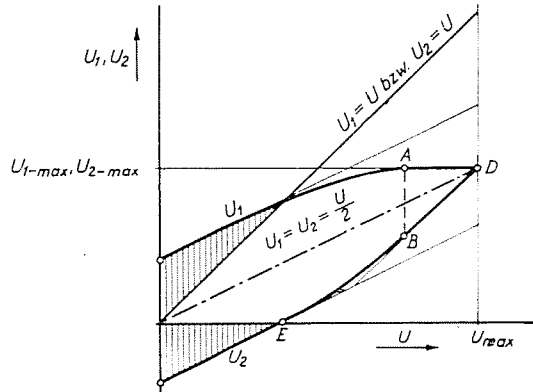


Bild 9. Umfangskräfte an einem Stützenfahrwerk mit 2 angetriebenen Laufrädern (Zentralantrieb)

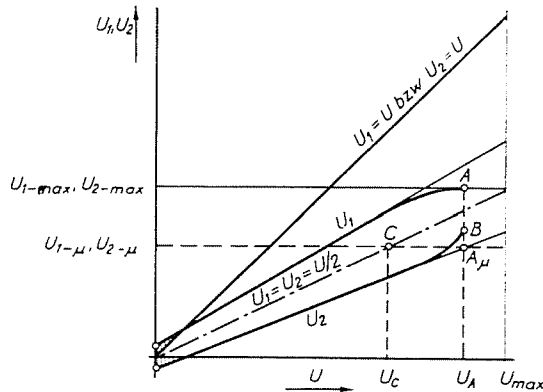


Bild 10. Umfangskräfte an einem Stützenfahrwerk mit 2 Einzelantrieben

Laufrad 1 bei weiterer Zunahme der Umfangskraft U eine nahezu konstante Umfangskraft überträgt (Linie $A-D$). Erst im Punkt D erreicht das gesamte Stützenfahrwerk die Grenze der Übertragungsfähigkeit, da hier beide Laufräder den Maximalwert des Reibungskoeffizienten ausnutzen.

Bei einem Stützenfahrwerk mit 2 Einzelantrieben (Bild 10) rutscht dagegen das Laufrad 1 bei Erreichen des maximalen Reibungskoeffizienten im Punkt A sofort durch; die anteilige Umfangskraft sinkt dabei auf den Wert $A\mu$ ab. Das Laufrad 2 erhält dadurch plötzlich einen größeren Anteil

an der Gesamtumfangskraft, als dem erreichten Wert vor dem Schlüpfen des ersten Laufrades im Punkt *B* entspricht. Es wird somit gleichfalls durchrutschen.

Als stabiler Arbeitspunkt stellt sich bei beiden Laufrädern der Wert *C* ein. Das Gebiet der Umfangskräfte zwischen U_C und U_{max} ist instabil, hier muß mit einem Durchgleiten der Laufräder gerechnet werden.

3. Gleichlauf der Stützenfahrwerke

Der Gleichlauf der beiden Stützen- bzw. Seitenfahrwerke muß in logischer Fortführung der Überlegungen in 1.3 so gedeutet werden, daß die relative Wegdifferenz zwischen beiden Einzelfahrwerken nach Gl. (5) Null wird. Falsch ist die Interpretation des Begriffes Gleichlauf von Kranen als Übereinstimmung der Laufraddrehzahlen.

Die aus den Berührungsbedingungen gewonnenen Ansätze geben wichtige Einblicke in die Bedingungen für den erstrebten stationären Gleichlauf des Kranes, die bereits in ausführlichen Arbeiten abgehandelt wurden [17], [18], deren wichtigste Gedanken und Ergebnisse jedoch im Rahmen dieser Übersicht nochmals zusammengefaßt werden.

3.1. Ausgleichskraft des Tragwerkes

Nach den Feststellungen in 1.2 ist Gleichlauf im allgemeinen Betriebszustand wegen der unvermeidlichen Fertigungstoleranzen und Belastungsschwankungen unabhängig von der Art des Antriebes nur unter Mitwirkung des Tragwerkes zu erzielen, das sich verformt und ein Kräftepaar von Ausgleichskräften erzeugt, die in Schienenrichtung wirken und die relative Wegdifferenz ausgleichen. Im Gleichlaufzustand wird die relative Wegdifferenz Null, die Ausgleichskräfte erreichen dabei ihr Maximum.

Nach Bild 11 werden die Fahrwiderstände der Stützenfahrwerke im verformten Kran

$$F_{s1} = F_1 + \Delta F + 2F_{sp1} = F_1 + \Delta F + 2\mu_S H_1 \quad (18a)$$

$$F_{s2} = F_2 + \Delta F + 2F_{sp2} = F_2 - \Delta F + 2\mu_S H_2 \quad (18b)$$

- mit F_s Fahrwiderstand des schrägstehenden, verformten Kranes,
- F Fahrwiderstand des unverformten Kranes,
- ΔF Ausgleichskraft,
- μ_S Reibungskoeffizient der Spurkranzreibung,
- H Horizontalkraft senkrecht zur Schiene.

Die Indizes 1 und 2 bezeichnen die beiden Stützen. Das Verhältnis der Horizontalkräfte läßt sich nach Bild 12 durch die geometrischen Abmessungen und die Torsionssteifigkeit der Stützen GI bzw. Biegesteifigkeit des Brückenkörpers EI_b ausdrücken

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\frac{GI_2}{GI_1} + \frac{GI_2}{EI_b} \cdot \frac{1}{2h}}{1 + \frac{GI_2}{EI_b} \cdot \frac{1}{2h}} \quad \text{mit} \quad h = h_1 = h_2. \quad (19)$$

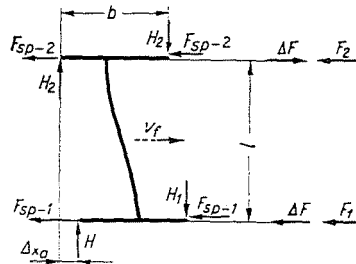


Bild 11. Kräfte am Fahrwerk des schräg stehenden Kranes

Wird eine Kennziffer für die Steifigkeitsverteilung gebildet

$$c_1 = \frac{1}{1 + \frac{H_2}{H_1}}, \quad (20)$$

können die Horizontalkräfte auf die Ausgleichskraft bezogen werden

$$H_1 = c \cdot \frac{l}{b} \cdot \Delta F, \quad (21a)$$

$$H_2 = (1 - c_1) \cdot \frac{l}{b} \Delta F. \quad (21b)$$

c_1 wird bei Brückenkranen gleich 0,5, bei Portalkranen mit fester und Pendelstütze etwa 0,85 bis 0,93, bei einer Pendelstütze mit Kugelgelenk gleich 1 ($H_2 = 0$). Die steifen festen Stützen leisten die Führungsarbeit und haben eine größere Spurkranzreibung zu überwinden.

Bezeichnet $\mu_f = F/P$ den spezifischen Gesamtfahrwiderstand einer Stütze einschließlich der Windkraft, gilt für die Umfangskräfte der Stützenfahrwerke am schräg stehenden Kran

$$U_{s1} = \mu_{f1} P_1 + \Delta F \left(1 + 2\mu_s c_1 \cdot \frac{l}{b} \right), \quad (22a)$$

$$U_{s2} = \mu_{f2} P_2 - \Delta F \left[1 - 2\mu_s (1 - c_1) \cdot \frac{l}{b} \right]. \quad (22b)$$

3.2. Ausgleichskraft bei zentralem Fahrtrieb

Für den Gleichlauf des zentralen Fahrtriebes mit mechanischer oder elektrischer Synchronisation der Laufraddrehzahlen zwischen beiden Stützenfahrwerken gilt Gl. (6). Da diese Beziehung jedoch nur die Durchmesser- und Schlupfdifferenzen zwischen 2 Laufrädern erfaßt, muß eine Entscheidung über die für das Fahrverhalten repräsentativen Durchmesser und Schlüpfе der beiden Stützenfahrwerke getroffen werden. Wenn dafür nachstehend vereinfachend die arithmetischen bzw. wahrscheinlichen Mittelwerte eingesetzt und die tatsächliche Verteilung der Umfangskräfte nach 2.1 nicht berücksichtigt werden, geschieht dies im Hinblick auf den verringerten mathematischen Aufwand; die Aussagekraft der Rechnung wird dadurch nicht unzulässig eingeschränkt. Somit werden

die mittlere Umfangskraft des Stützenfahrwerkes

$$U_m = \frac{U}{z_a} \quad (23a)$$

die mittlere Radlast

$$P_m = \frac{P}{z} \quad (23b)$$

und der Betrag des wahrscheinlichen maximalen Mittelwertes der Durchmesserabweichung

$$\Delta D_m = \frac{|\Delta D|}{\sqrt{z_a}} \quad (23c)$$

- mit U_m mittlere Umfangskraft im Stützenfahrwerk,
 U gesamte Umfangskraft im Stützenfahrwerk,
 z_a Zahl der angetriebenen Laufräder im Stützenfahrwerk,
 P_m mittlere Radlast,
 P gesamte Stützlast,
 z Gesamtzahl der Laufräder im Stützenfahrwerk,
 ΔD_m mittlere Durchmesserabweichung der Laufräder im Stützenfahrwerk,
 ΔD maximale Durchmesserabweichung der Laufräder.

Zwischen den Mittelwerten der Laufraddurchmesser und Schlüpfе der beiden Stützenfahrwerke ergeben sich unter Verwendung von Gl. (1) die Differenzen

$$\Delta D_{1,2} = 2 |\Delta D_m|, \quad (24a)$$

$$\left(\frac{\Delta s}{D\pi} \right)_{1,2} = \frac{C_{s0}}{\sqrt{D}} \cdot \left(\frac{U_{m1}}{\sqrt{P_{m1}}} - \frac{U_{m2}}{\sqrt{P_{m2}}} \right). \quad (24b)$$

Wenn sie in Gl. (6) eingesetzt und gleichzeitig Gl. (23a bis c) und (22a, b)

benutzt werden, kann durch Eliminierung von ΔF eine Gleichung für die maximale Ausgleichskraft des zentralen Antriebes gebildet werden

$$\Delta F = \frac{\frac{\Delta D_m}{\sqrt{D} \cdot C_{S0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{P_{m1}}} + \mu_{f2} \sqrt{\frac{P_{m2}}{P_{m1}} \cdot \frac{z_2}{z_{a2}} - \mu_{f1} \cdot \frac{z_1}{z_{a1}}}}{\left(1 + \operatorname{sgn} \Delta F \cdot 2\mu_S c_1 \cdot \frac{l}{b}\right) \cdot \frac{z_1}{z_{a1}} + \left[1 - \operatorname{sgn} \Delta F \cdot 2\mu_S (1 - c_1) \cdot \frac{l}{b}\right] \times \sqrt{\frac{P_{m1}}{P_{m2}} \cdot \frac{z_1}{z_{a2}}}} \quad (25)$$

Ein positives Vorzeichen von ΔF bedeutet Voreilen der Stütze 1, ein negatives Voreilen der Stütze 2. Um die Größenordnung der maximalen Ausgleichskraft des zentralen Antriebes kennenzulernen, ist in Bild 13 die abgeleitete Gleichung grafisch ausgewertet worden. Je nach Qualität der Laufradtoleranzen muß mit einer Größenordnung von 1 bis 4% der Stützlast gerechnet werden. Dabei ist der theoretische Wert des Schlupfes nach Gl. (1) eingesetzt worden, der von den praktisch gemessenen Größen um das 5 bis 10fache übertroffen wird. Aus Sicherheitsgründen und wegen der Toleranzvergrößerung, die sich durch Verschleiß an den Laufrädern einstellt, sollte jedoch bei zentralem Antrieb eine Ausgleichskraft von 1 bis 2% der Stützlast in die Lastannahmen für die statische Berechnung einbezogen werden.

Zur Beurteilung des Fahrverhaltens ist noch die Gesetzmäßigkeit zu erwähnen, daß das Maximum der Ausgleichskraft erst nach sehr langem Fahrweg in gleicher Richtung erreicht wird [17]. Für zentralen Antrieb eignen sich somit vor allem sehr weiche, wenig verformungssteife Krankonstruktionen, die durch den kinematisch zwangsläufig erfolgenden Schräglauf nur eine geringe Spannungserhöhung erfahren. Entscheidendes Augenmerk muß engen Laufradtoleranzen in der Fertigung und während des Betriebes gewidmet werden.

3.3. Ausgleichskraft bei getrenntem Antrieb

Die Ausgleichskraft in Stützenfahrwerken mit getrenntem Antrieb, d. h. ohne mechanische oder elektrische Wellenverbindung zwischen den Stützen, müßte an sich nach Gl. (5) berechnet werden. Bei der Untersuchung der Summanden dieser Gleichung zeigt sich, daß nicht nur die Schlupfdifferenz, wie in 2.2 bereits bemerkt wurde, sondern auch die relative Durchmesserdifferenz um mehr als eine Zehnerpotenz kleiner als die relative Drehzahldifferenz der Motoren sind. Man kann die Gleichlaufbedingung daher vereinfacht formulieren zu

$$\frac{\Delta n}{n} = 0 \quad (26)$$

und die Ausgleichskraft aus der Beziehung berechnen

$$\frac{F_{s1}}{F_{s2}} = \omega_u \cdot \frac{F_{m1}}{F_{m2}} \tag{27a}$$

mit

$$\omega_u = \omega_A \cdot \omega_M \tag{27b}$$

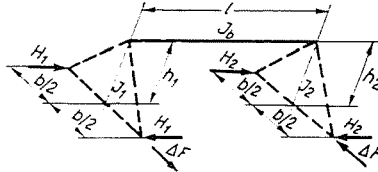


Bild 12. Kräfte am Tragwerk aus Schrägstellung

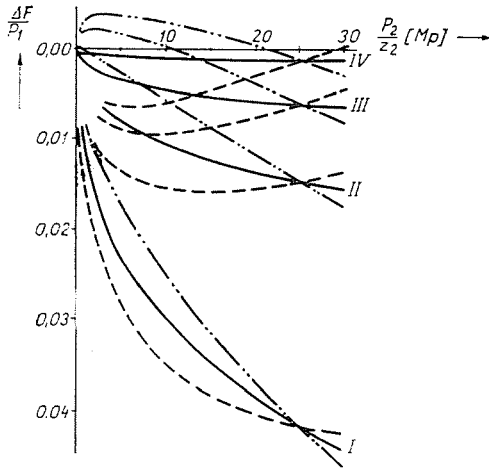


Bild 13. Maximale Ausgleichskraft bei Gleichlauf des zentralen Antriebes

Bevor Gl. (27) erläutert werden kann, ist eine Festlegung über die Berechnung eines Kranfahrwerkes mit getrenntem Antrieb notwendig. Wie beim Zentralantrieb ist es auch hier nicht richtig, die beiden Stützenfahrwerke für sich nach der zu erwartenden maximalen Belastung der Kranseiten zu dimensionieren. Bei dieser, in der Literatur häufig empfohlenen Berechnungsweise wird nicht bedacht, daß im Gleichlauf nicht nur ein Ausgleich der Drehzahlen sondern auch der Drehmomente zwischen beiden Stützenfahrwerken stattfindet, den das Tragwerk über die Ausgleichskraft ΔF herstellt. Der Antrieb ist deshalb immer für den ganzen Kran auszulegen.

Zur Verteilung der Motorleistungen auf die beiden Stützenfahrwerke werden die Fahrwiderstände während der Beharrung als Summe der Stützen-

fahrwiderstände ohne Windkräfte und bei mittlerer Stellung der Laufkatze, d. h. für den häufigsten Betriebsfall, gebildet

$$F_{\text{beh}} = F_{m_1} + F_{m_2}. \quad (28)$$

Das in der üblichen Weise errechnete Motornennmoment M_{n_0} wird den beiden Stützenfahrwerken im Verhältnis dieser Fahrwiderstände zugeteilt

$$M_{\text{eff}} = M_{n_0} = M_{n_{10}} + M_{n_{20}} \quad (29a)$$

mit

$$\frac{M_{n_{10}}}{M_{n_{20}}} = \frac{F_{m_1}}{F_{m_2}}. \quad (29b)$$

Mit dieser Auslegung erzielt man für den wahrscheinlichsten Betriebsfall (mittlere Belastung, ohne Wind) zumindest theoretisch Gleichlauf ohne Verformung des Tragwerkes, d. h. ohne Ausgleichskraft. Bei beliebiger Belastung gilt dann Gl. (27a), nach der folgerichtig die Fahrwiderstände des schrägstehenden, verformten Kranes einschließlich der Ausgleichskraft, die in F_{s_1} und F_{s_2} enthalten ist, dem errechneten Verhältnis der Auslegung nach Gl. (29b) entspricht.

Der Ungleichförmigkeitsfaktor ω_u berücksichtigt die Änderung des theoretischen Momentenverhältnisses für Gleichlauf durch Einflüsse des Antriebes (Ungleichförmigkeitsfaktor des Antriebes ω_A) und Abweichungen der Motorkennlinien vom theoretischen Wert (Ungleichförmigkeitsfaktor des Motors ω_M). Diese Ungleichförmigkeitsfaktoren haben die Definitionsgleichungen

$$\omega_A = \frac{1 - \frac{\Delta w}{w}}{1 + \frac{\Delta w}{w}} \cdot \frac{1 - \frac{\Delta D}{D}}{1 + \frac{\Delta D}{D}} \cdot \frac{1 - \frac{\Delta \eta}{\eta}}{1 + \frac{\Delta \eta}{\eta}} \quad (30a)$$

und

$$\omega_M = \frac{q_1}{q_2} \cdot \frac{\sigma_{02}}{\sigma_{01}} \cdot \frac{1 - \frac{\Delta \sigma_0}{\sigma_0}}{1 + \frac{\Delta \sigma_0}{\sigma_0}} \quad (30b)$$

mit den neu eingeführten Größen

w spezifischer Fahrwiderstand,

Δw Abweichung des spezifischen Fahrwiderstandes vom Mittelwert,

η Wirkungsgrad des Antriebes,

$\Delta \eta$ Abweichung des Wirkungsgrades vom Mittelwert.

q_1 und q_2 sind Faktoren, die die Abweichung des Listennennmomentes der

Motoren M_{n_1} und M_{n_2} vom nach Gl. (29a, b) errechneten Sollmoment ausdrücken

$$M_{n_1} = q_1 \cdot M_{n_{10}} \quad (31a)$$

$$M_{n_2} = q_2 \cdot M_{n_{20}}. \quad (31b)$$

Für $M_{n_{10}} = M_{n_{20}}$, d. h. Brückenkrane, werden $q_1 = q_2$ und $\sigma_{01} = \sigma_{02}$.

Wird Gl. (18a, b) in Gl. (27a) eingesetzt und anschließend ΔF eliminiert, entsteht die Gleichung der Ausgleichskraft bei getrenntem Antrieb

$$\Delta F = \frac{F_2 \omega_u \cdot \frac{F_{m1}}{F_{m2}} - F_1}{\left(1 + \omega_u \cdot \frac{F_{m1}}{F_{m2}}\right) \cdot \left[1 + \operatorname{sqn} \Delta F \cdot 2\mu_S \cdot \frac{l}{b} \left(c_1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\omega_u \cdot \frac{F_{m1}}{F_{m2}}}}\right)\right]}. \quad (32)$$

Diese Gleichung läßt sich wegen der starken Abhängigkeit von den konstruktiven Größen des Tragwerkes nicht allgemein auswerten. Der Ungleichförmigkeitsfaktor des Antriebes erreicht für je 10prozentige Abweichungen der Fahrwiderstände und Wirkungsgrade bereits Grenzwerte von 1,5 bzw. 0,67, der Ungleichförmigkeitsfaktor des Motors unter ungünstigen Verhältnissen an Portalkranen sogar die Grenzen 3,6 und 0,278 [17]. Je näher ω_u an 1 gehalten werden kann, desto besser wird das Fahrverhalten des Kranes.

Aus Untersuchungen an Portalkranen [17] kann die Empfehlung abgeleitet werden, ΔF mit etwa 1% der Stützlast für Wälzlagerung und 1,5% für Gleitlagerung der Laufräder einzusetzen. Bei Beachtung der dargelegten Gesetzmäßigkeiten und guter Abstimmung von Trag- und Triebwerk eignet sich der getrennte Antrieb für alle Krane mit steifer Stahlkonstruktion, auch für Portalkrane größerer Spannweite.

Besonderes Augenmerk muß möglichst gleichen Motorkennlinien geschenkt werden.

4. Schlußfolgerungen

Die vorstehende, auf der Grundlage des derzeitigen Standes der Reibungsforschung aufgebaute, zunächst rein theoretische Untersuchung erlaubt folgende zusammenfassende Beurteilung der unterschiedlichen Arbeitsweise der beiden betrachteten Antriebsarten:

a) Im zentral angetriebenen Stützenfahrwerk wird die Verteilung der Umfangskräfte prinzipiell von den Quadratwurzeln aus den Radlasten bestimmt. Durchmesserdifferenzen der Laufräder erzeugen erhebliche Blind-

kräfte, die innerhalb des Fahrwerkes ausgetauscht werden. Die Verteilung der Umfangskräfte kann dadurch von den durch die Radlasten vorgegebenen Werten beträchtlich abweichen.

Diesem Nachteil des zentral angetriebenen Stützenfahrwerkes steht der Vorteil gegenüber, daß die maximal übertragbare Umfangskraft erst erreicht ist, wenn alle angetriebenen Laufräder den Maximalwert des Reibungskoeffizienten ausnutzen.

b) Im Stützenfahrwerk mit Einzelantrieben wird die Verteilung der Umfangskräfte von den Motorkennlinien, bei Asynchronmaschinen vom Nennschlupf der Motoren bestimmt. Die Abweichungen gegenüber dem arithmetischen Mittelwert betragen bei mehr als 50%iger Ausnutzung der Motornennleistung weniger als 40%. Blindkräfte aus Durchmesserdifferenzen sind von geringer Bedeutung.

Dieser gleichmäßigeren Verteilung der Umfangskräfte steht als Nachteil die Tatsache gegenüber, daß ein Stützenfahrwerk mit Einzelantrieben den vollen, durch den Maximalwert des Reibungskoeffizienten gegebenen Wert der Gesamtumfangskraft nicht übertragen kann, sondern bereits bei einer geringeren Umfangskraft zu schlüpfen beginnt.

c) Bei mechanischer oder elektrischer Synchronisation der Drehzahlen zwischen beiden Stützenfahrwerken, d. h. Zentralantrieb für das gesamte Fahrwerk, entsteht Gleichlauf durch Ausgleich der Durchmesserdifferenzen der Laufräder über den elastischen Schlupf in den Berührungsflächen zwischen Laufrädern und Schienen. Die Ausgleichskraft kann hohe Werte erreichen, sie sollte mit 1 bis 2% der Stützlast gewählt und als Belastungsannahme in die statische Berechnung einbezogen werden.

Da die Schrägstellung des Kranes kinematisch zwangsläufig vor sich geht und die Ausgleichskraft ihren Maximalwert erst nach sehr langen Fahrwegen erreicht, eignen sich für zentral angetriebene Fahrwerke leicht verformbare, elastische Tragwerke.

d) Ohne Synchronisation der Drehzahlen zwischen beiden Stützenfahrwerken, d. h. bei getrenntem Antrieb, entsteht Gleichlauf durch Belastungsausgleich der Motoren über die Ausgleichskraft des Tragwerkes. Wegen der direkten Einwirkung des Tragwerkes auf die Antriebe ist diese Ausgleichskraft geringer als beim zentralen Antrieb und sollte mit etwa 1% der Stützlast für Wälzlagerung und 1,5% für Gleitlagerung der Laufräder angenommen werden.

Der Gleichlauf des Kranes wird schon nach wenigen Metern Fahrweg und entsprechender Schrägstellung erreicht. Vorteilhaft sind verformungssteife Tragwerke, die die notwendige Ausgleichskraft schon nach geringer Verformung erzeugen.

Zusammenfassung

Die Berücksichtigung der Berührungsbedingungen, insbesondere des elastischen Schlupfes zwischen Laufrad und Schiene, führt zu Aussagen über das Zusammenwirken von Triebwerk und Tragwerk in Schienenfahrwerken von Kranen. Der benötigte mathematische Ansatz ergibt sich aus einer einfachen Taylor-Entwicklung der Bestimmungsgleichung für die Fahrgeschwindigkeit des Laufrades. Speziell untersucht werden die Verteilung der Umfangskräfte in mehrrädri gen Stützenfahrwerken und die zum Gleichlauf beider Fahrwerkseiten eines Kranes erforderliche Ausgleichskraft des Tragwerkes. Dabei werden wichtige Erkenntnisse über Verhalten und Eignung des zentralen und getrennten Antriebes gewonnen.

Literatur

1. HÜSER, H.: Laufstabilität und Fahrwiderstände eines Laufkranes bei verschiedenen Lauftradarten. Dissertation TH Braunschweig 1954.
2. ARMBRÜSTER, A.: Die Fahrwiderstände von Kranen und die Abweichung des Fahrwiderstandes von Kranfahrwerken bei Berücksichtigung der Triebwerkkräfte. Dissertation TH Darmstadt 1958.
3. BALASCHOW, W. P.: Rasdelny privod wo mechanismach peredwischenija mostowych kranow. Wiss.-Techn. Inf. des WNJPTMASCH, Moskau 1959.
4. BILLICH, J.: Die Seitenkräfte bei Laufkranfahrwerken. *Fördern und Heben* **14**, 163–172 (1964).
5. CARTER, F. W.: On the Action of a Locomotive Driving Wheel. *Proc. Roy. Soc.* **112A**, 151 (1926).
6. CURTIUS/KNIFFLER: Neu Erkenntnisse über die Haftung zwischen Treibrad und Schiene. *Elektr. Bahnen* **9**, 201 (1950).
7. LEVEN, W.: Die Reibung zwischen Rad und Schiene. *Org. f. d. Fortschr. d. Eisenb.-wes.* **96**, 333–346, 349–359 (1941).
8. MÜLLER, C. TH.: Kraftwirkung an einem zweiachsigen Triebgestell bei Antrieb der Radsätze durch Gelenkwellen. *Österr. Ing. Zeitschr.* **4**, 179–186 (1961).
9. REYNOLDS, O.: On rolling Friction. *Phil. Trans. Roy Soc.* (1875).
10. LÉVI, R.: Le roulement avec glissement. *Compt. rend. Acad. Science* **199**, 119 (1934).
11. SACHS, G.: Versuche über die Reibung fester Körper. *Z. A. M. M.*, **4**, 1–32 (1924).
12. FÖPPL, L.: Die strenge Theorie der rollenden Reibung. *Leibniz-Verlag, München* 1947.
13. HEINRICH, G.: Zu L. Föppls Theorie der rollenden Reibung. *Österr. Ing. Arch.* **4**, 363–375 (1950).
14. BARWELL, F. T.: Einige Ergebnisse über Reibung und Verschleiß unter besonderer Bezugnahme auf die Reibzahl zwischen Rad und Schiene. *Glas. Ann.* **31**, 25–36 (1957).
15. SCHEFFLER, M.: Umfangskräfte an den Laufrädern eines zentral angetriebenen Stützenfahrwerkes. *Hebezeuge und Fördermittel* **4**, 77–82 (1964).
16. SCHEFFLER, M.: Umfangskräfte an den Laufrädern eines Stützenfahrwerkes mit Einzelantrieben. *Hebez. u. Förd.-m.* **4**, 375–77 (1964).
17. SCHEFFLER, M.: Der Gleichlauf von Verladebrücken mit zentralem und getrenntem Brückenfahrantrieb. *Wiss. Zeitschr. der TU Dresden. H. 2*, 525–540 (1964).
18. SCHEFFLER, M.: Ausgleichskräfte beim Gleichlauf von Portalkranen. *Hebez. u. Förd.-m.* **4**, 326–30 (1964).

Prof. Dr. Martin SCHEFFLER, Technische Universität Dresden, DDR.