

GESTALTUNG UND FESTIGKEITSKONTROLLE VON KRAFTFAHRZEUG-GUMMISCHLAUCHVULKANISIER- FORMEN

Von

L. PÁRTOS und K. PINTÉR

Lehrstuhl für Maschinenelemente, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 9. März, 1967)

Vorgelegt von Prof. Dr. I. VÖRÖS

1. Einführung

Der Lehrstuhl für Maschinenelemente hat von der Industrie einen Auftrag auf Ausarbeitung der Entwurfsgrundsätze und der Methoden für die Berechnung von Gummischlauchvulkanisierformen erhalten. Die Entwürfe wurden von dr. László Varga und Géza Szóts angefertigt. Diese Gummischlauchvulkanisierformen sind aus Torus-Schalenelementen aufgebaut. Eine dieser Formen ist in Abb. 1 dargestellt.

Verfasser haben die ihrerseits ausgearbeitete Methode für die Toruschalenberechnung in Nummer 2 (1967) dieser Zeitschrift veröffentlicht. Die vorliegende Arbeit behandelt die Anwendung der angeführten Berechnungsmethode sowie die Verwendung der Berechnungsergebnisse in der Weiterentwicklung der Konstruktion.

2. Wirkungsweise des Apparates, Belastungszustände

Der zu vulkanisierende Gummischlauch befindet sich innerhalb der inneren Mantelfläche des aus zwei Teilen zusammengesetzten drehsymmetrischen Apparates (Abb. 1).

Die Form wird durch den zwischen die zwei Mäntel eingeführten Dampf von p_g Überdruck geheizt. Der Überdruck p_1 der zur Vulkanisierung gebrauchten Preßluft wirkt auf die innere Seite des inneren Mantels. Die zwei Hälften des Apparates werden durch die Preßkraft F_s zusammengepreßt. Ihre Größe beträgt das Mehrfache der aus dem Luftdruck p_1 entstehenden, parallel zur Drehachse wirkenden Kräfte, die die beiden Hälften des Apparates voneinander zu trennen trachten, womit ein guter Verschuß gesichert ist. Während des Betriebes kommen folgende Belastungsfälle vor:

a) $p_g = 16$ atü, der Dampfdruck, der die Schlauchvulkanisierungsform (Aufheizung) belastet;

b) $F_s = 85$ Mp, die Preßkraft, die die aufgeheizte, mit dem Dampfdruck p_g belastete Schlauchvulkanisierungsform zusammenpreßt.

c) $p_1 = 6$ atü, der Luftdruck, der die aufgeheizte, zusammengepreßte Schlauchvulkanisierungsform zusätzlich belastet.

Die Berechnung ermittelt die aus den einzelnen Grundbelastungen (Dampfdruck, Preßkraft, Luftdruck) herrührenden Beanspruchungen einzeln und superponiert dann diese den obigen Belastungsfällen entsprechend. Bei der Untersuchung aller drei Grundbelastungsfälle wird vorausgesetzt, daß die beiden aufeinander abgestützten Hälften der Form zur Übertragung von Kräften und Momenten an den Anschlußstellen gleichermaßen fähig sind. Diese

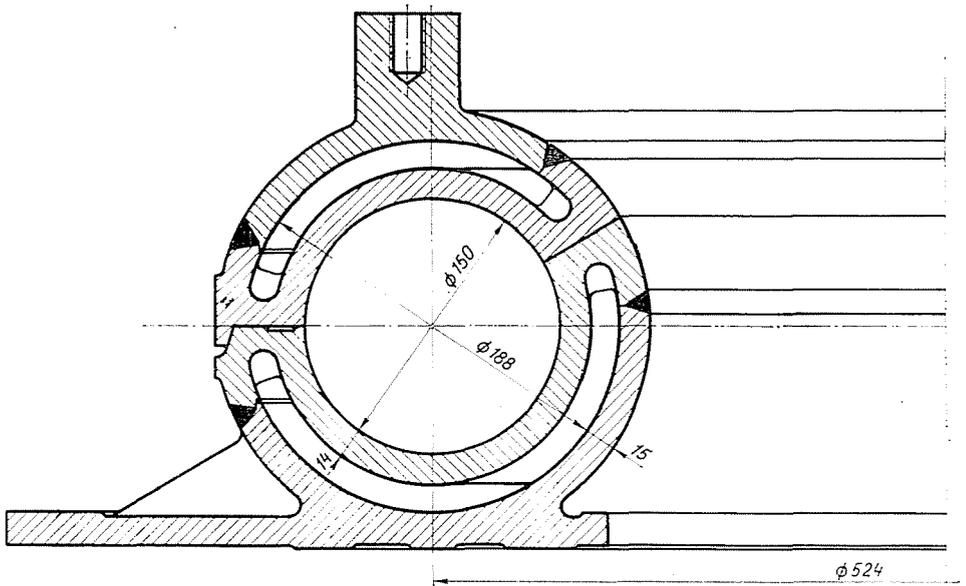


Abb. 1. Konstruktionsskizze der Gummischlauchvulkanisierungsform

Voraussetzung kann nur für die schon zusammengepreßte Form gültig sein, doch auch in diesem Falle muß geprüft werden, ob die Resultierende der übertragenen Kräfte und Momente an den Anschlußstellen innerhalb der Stützflächen bleibt. Da zu erwarten ist, daß entweder der Belastungsfall *b*) oder der Belastungsfall *c*) den gefährlichen darstellt, ist es angebracht, die obige Annahme auch der Prüfung des Dampf- und des Luftdruckes zugrunde zu legen.

3. Bestimmung der Beanspruchungen

Die Festigkeitsberechnungen gehen — außer von den in der Biegetheorie der Schalen allgemein angewandten Voraussetzungen — von folgenden Näherungen aus:

- a) Die Anschlüsse sind linienartig.
- b) Der Einfluß der Versteifungsrippen wird vernachlässigt.

c) Die Preßkraft wird als gleichmäßig verteilte Linienbelastung betrachtet, obwohl sie am fertigen Apparat selbst an sechs symmetrisch liegenden Punkten übertragen wird.

Das auf Grund der obigen Vernachlässigungen erhaltene festigkeitstheoretische Modell ist — den Berechnungen entsprechend in Elemente zerlegt — in Abb. 2 dargestellt. Die Anwendung der in (2) veröffentlichten Berechnungsmethode setzt voraus, daß die einzelnen Toruselemente nur an den Rändern von der entlang der äußeren Linie verteilten Linienbelastung beansprucht werden, ferner daß der zu einem seiner Ränder gezogene Meridianradius parallel zur Drehachse der Torusfläche verläuft.

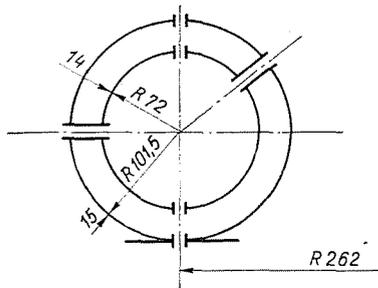


Abb. 2. Festigkeitstheoretisches Modell der Gummischlauchvulkanisierungsform

Der grundlegende elastizitätstheoretische Zusammenhang der Toruselemente ist ein lineares inhomogenes Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung mit zwei Unbekannten, durch dessen Lösungen sämtliche Beanspruchungen in beliebigen Punkten der Elemente ausgedrückt werden können. Die Lösungen des Differentialgleichungssystems enthalten für jedes Element je 5 unbekannte Konstanten, die die Wurzeln des aus den Anschlußbedingungen abgeleiteten algebraischen Gleichungssystems bilden. Die Lösungen des Differentialgleichungssystems wurden in der Form von Potenzreihen aufgeschrieben. Die Ermittlung der Koeffizienten dieser Reihen beansprucht eine beträchtliche numerische Rechenarbeit, zu deren Bewältigung eine elektronische digitale Rechenmaschine in Anspruch genommen werden mußte.

Da der Apparat aus 8 torusförmigen Elementen besteht, benötigte die Ermittlung der unbekanntenen Konstanten die Lösung eines 40 Unbekannte enthaltendes linearen algebraischen Gleichungssystems. Es war daher zweckmäßig, die Rechenmaschine auch zur Bestimmung der Koeffizienten des Gleichungssystems einzusetzen.

Die linke Seite des Gleichungssystems hängt von den Abmessungen der Toruselemente ab, die äußere Belastung beeinflusst nur die rechte Seite. Die Gleichungssysteme der drei untersuchten Grundbelastungsfälle unterscheiden sich daher nur in den rechten Seiten, ein Umstand, der die zur Rechnung nötige Maschinenzeit verkürzt.

Aus den bekannten Lösungen des linearen Gleichungssystems wurden die aus der Grundbelastung entstehenden Beanspruchungen in Funktion des Ortes gleichfalls mit der Rechenmaschine berechnet.

Aus der Untersuchung der Berechnungsergebnisse geht hervor, daß der Luftdruck weit kleinere Beanspruchungen verursacht als der Dampf- oder der Pressendruck und daß das gleichzeitige Auftreten des Dampf- und des Pressendruckes den gefährlichsten Belastungsfall darstellt. Demzufolge werden im weiteren die für den Luftdruck ermittelten Ergebnisse nicht angegeben.

Die Untersuchung der gefährlichen Stellen hat gezeigt, daß die größten Spannungen in den Flächenpunkten entstehen. Diese Spannungen hängen von den folgenden Beanspruchungen ab:

a) von dem Kantenmoment (M_1), das in der auf den Meridianschnitt senkrechten Ebene entsteht;

b) von der Kantenkraft (T_1), die in der auf den Meridianschnitt senkrechten Ebene entsteht;

c) von dem Kantenmoment (M_2) in der Meridianebene selbst;

d) von der Kantenkraft (T_2) in der Meridianebene selbst.

Das Vorzeichen der Kantenziehkraft und des Kantenmomentes, das Zugspannungen an der inneren Flächenseite verursacht, ist positiv.

Bemerkt sei hier, daß außer diesen Beanspruchungen in den auf den Meridianschnitt senkrechten Ebenen auch eine Quer-Kantenkraft geweckt wird. Da diese in den Flächenpunkten keine Spannungen verursacht, wurden die »Q« Linien hier nicht angegeben.

An den Abb. 3—6 bezeichnen Vollinien die aus dem Dampfdruck entstehenden Beanspruchungen. Zur besseren Übersicht wurden die Beanspruchungen für die beiden Mäntel je auf separate Basislinien aufgetragen, u. zw. sind aus den mit a) bezeichneten Abbildungen die Beanspruchungen des inneren Mantels, aus den mit b) bezeichneten Abbildungen die Beanspruchungen des äußeren Mantels ersichtlich.

Die aus dem Pressendruck entstehenden Beanspruchungen sind in den Abb. 7—10 gleichfalls mit Vollinien gekennzeichnet.

Die in den Flächenpunkten entstehenden Spannungen können aus der Formel

$$\sigma = \pm \frac{6M}{h^2} + \frac{T}{h}$$

berechnet werden. Die Wandstärke des äußeren Mantels beträgt $h = 1,5$ cm, es wird daher

$$\sigma_{\text{außen}} = \pm 2,67M + 0,67T,$$

und da die Wandstärke des inneren Mantels $h = 1,4$ cm beträgt, wird

$$\sigma_{\text{innen}} = \pm 3,06M + 1,71T.$$

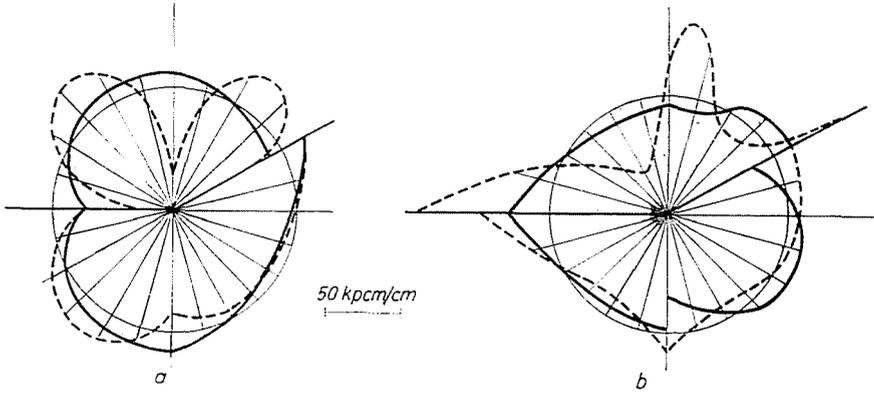


Abb. 3. Durch den Dampfdruck geweckte radiale Kantenmomente

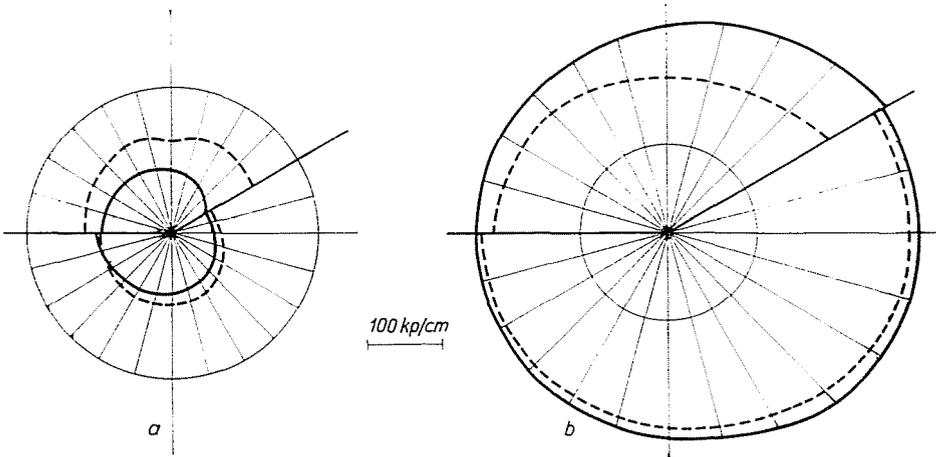


Abb. 4. Durch den Dampfdruck geweckte Normal-Kantenkräfte, parallel zum Meridian schnitt

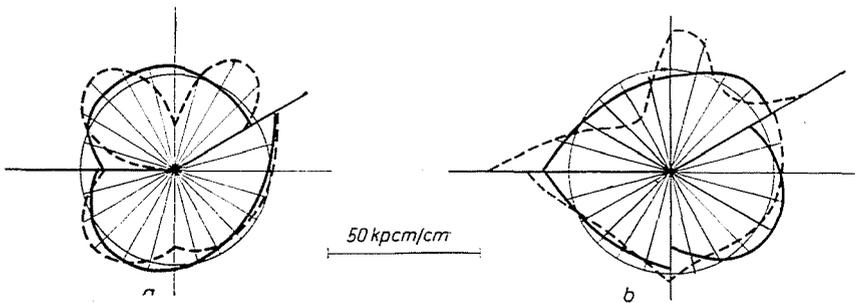


Abb. 5. Durch den Dampfdruck geweckte Kantenmomente

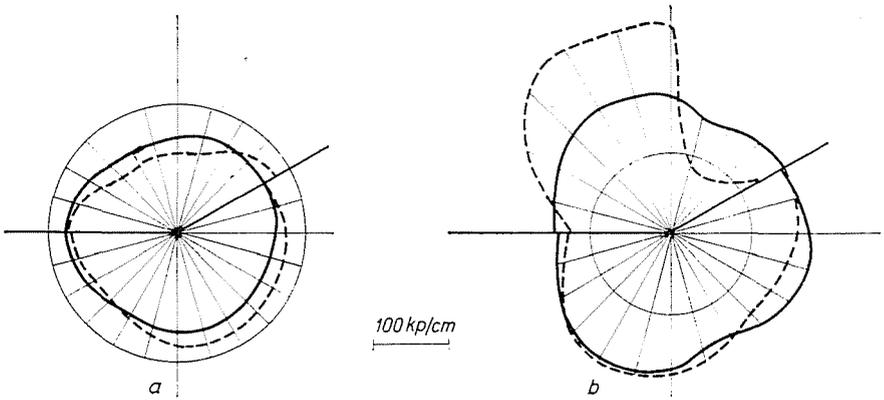


Abb. 6. Durch den Dampfdruck geweckte Normal-Kantenkräfte, senkrecht zum Meridianschnitt

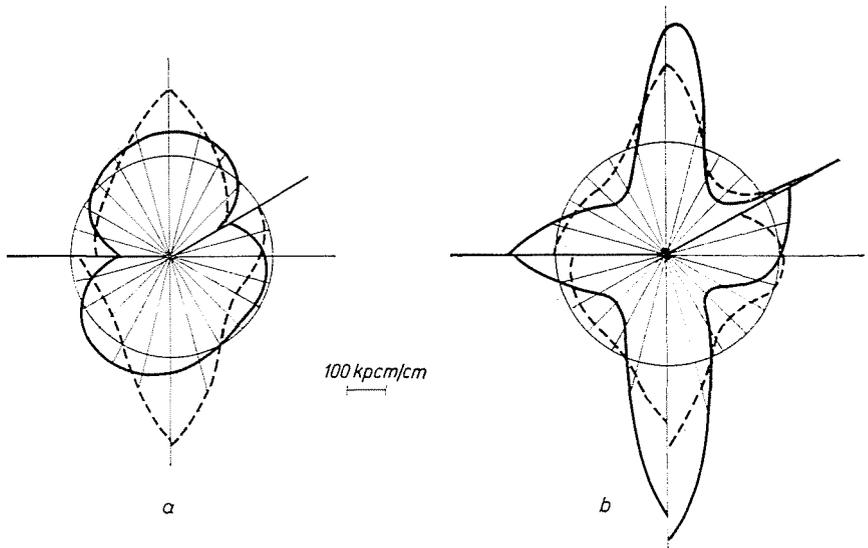


Abb. 7. Durch den Pressendruck geweckte radiale Kantenmomente

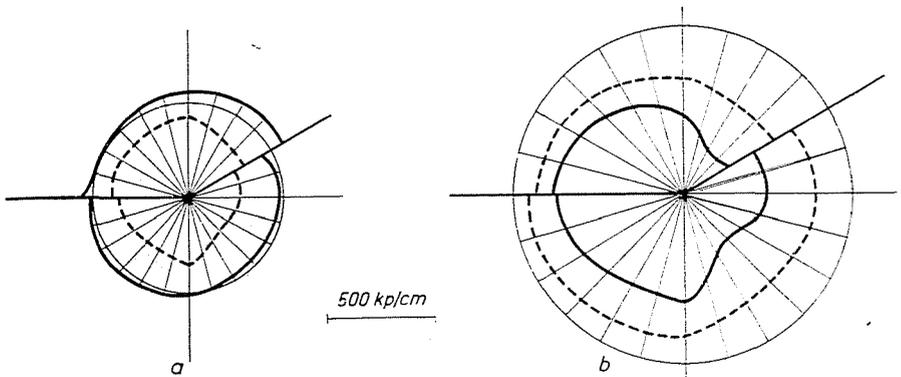


Abb. 8. Durch den Pressendruck geweckte Normal-Kantenkräfte, parallel zum Meridianschnitt

Aus diesen Zusammenhängen geht hervor, daß die Momente für beide Mäntel die gefährlichere Beanspruchung bedeuten. Wie aus Abb. 3 und 5 ersichtlich, ist der Wert des unter der Wirkung des Dampfdruckes entstehenden Kantenmomentes klein. Auch entstehen nirgends wesentliche Spitzen-

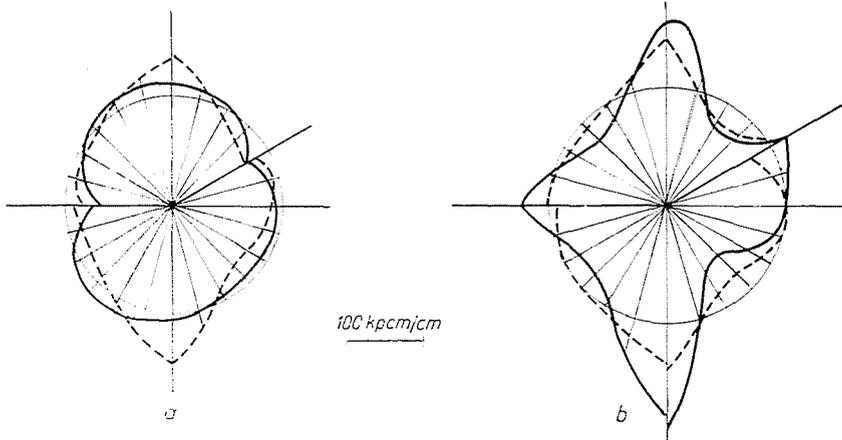


Abb. 9. Durch den Pressendruck geweckte tangentielle Kantenmomente

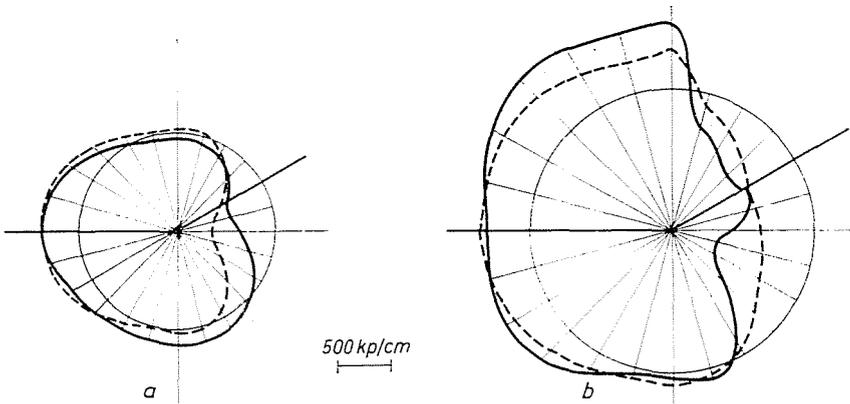


Abb. 10. Durch den Pressendruck geweckte Normal-Kantenkräfte, senkrecht zum Meridianschnitt

werte. Die Verteilung der Kantenkräfte ist gemäß Abb. 4 und 6 ziemlich gleichmäßig. Die durch die Kantenkräfte verursachte Spannung ist im allgemeinen größer als die aus dem Kantenmoment entstehende Spannung, demzufolge ist der Zustand der Konstruktion unter dem Einfluß des Dampfdruckes vom Membranspannungszustand nicht sehr weit. Dieser Umstand bedeutet so viel, daß die untersuchte Konstruktion für die gleichmäßig verteilte Oberflächenbelastung als optimal betrachtet werden kann.

Andererseits erreichen Spannungen, die die durch den Pressendruck geweckten Kantenmomente (Abb. 7 und 9) verursachen, an den gefährlichen Stellen das Mehrfache der aus den Kantenkräften entstehenden Spannungen (Abb. 8 und 10).

Der äußere Mantel ist im allgemeinen wesentlich stärker beansprucht als der innere Mantel, und an den Anschluß- und Lastübertragungsstellen sind große Biegemomentspitzen vorhanden. Aus diesem Grund kann festgestellt werden, daß die Konstruktion vom Gesichtspunkt des Pressendruckes aus ungünstig ist.

4. Die geänderten Konstruktionen und deren Beanspruchungen

Der Gedanke, auch den inneren Mantel in die Aufnahme eines Teiles des Pressendruckes mit einzubeziehen, liegt nahe. Dies kann zum Beispiel geschehen, indem die beiden Mäntel an den Pressenkraft-Übertragungsstellen mit je einer Rippe zusammenkoppelt werden. Die Koppelrippe bildet zusammen mit dem äußeren Mantel ein einziges Gußstück und stützt sich mit der bearbeiteten Fläche auf den inneren Mantel. Zur Gewinnung eines zusammenhängenden Dampftraumes ist die Rippe stellenweise durchbrochen. Die an den Stützstellen der Rippe entstehenden Reibungskräfte werden in der Rechnung vernachlässigt, d. h. es wird angenommen, daß die Rippe von einem Mantel auf den anderen nur Querkräfte überträgt.

Diese Ausgestaltung hat zur Folge, daß sich der Einfluß der Kopplung, wenn nur der Dampfdruck wirkt, nicht geltend macht, so daß auch bei dieser Konstruktion die in den Abb. 3—6 voll ausgezogenen Beanspruchungsverteilungen gültig sind.

Der Dampfdruck setzt die in der Rippe wegen der Pressenkraft entstehende Druckkraft herab. Will man also für die durch den Dampfdruck und den gleichzeitig wirksamen Pressendruck verursachten Beanspruchungen richtige Werte erhalten, wird man die beiden Mäntel auch bei der Untersuchung des Dampfdruckes als zusammengekoppelt betrachten müssen.

Das festigkeitstheoretische Modell der Rippenausführung ist — der Rechnung entsprechend in Teile zerlegt — in Abb. 11 dargestellt.

Einzelne Elemente dieses Modells stimmen mit den Elementen der rippenlosen Variante überein, weshalb sich nur im Gleichungssystem der Anschlußbedingungen gewisse Änderungen ergeben, da sich die Zahl der voneinander unabhängig schließenden Konturlinien wegen der Kopplung um zwei erhöht, wogegen aber an den Anschlußstellen der gekoppelten Elemente für die Querkräfte um zwei Gleichungen weniger aufgeschrieben werden können.

Die rechnerisch ermittelten Beanspruchungslinien sind für den Dampfdruck in den Abb. 3—6, für den Pressendruck in den Abb. 7—10 jeweils gestrichelt aufgetragen.

An Hand der Abb. 7—10 kann festgestellt werden, daß die durch den Pressendruck verursachten Beanspruchungsspitzen am äußeren Mantel — selbstverständlich zu Lasten der Beanspruchungen des inneren Mantels — abnehmen. Die gefährliche Spannungsstelle befindet sich in diesem Falle sogar am äußeren Mantel. Dies gilt noch mehr für den gefährlichen Betriebszustand (gleichzeitige Wirkung des Dampfdruckes und des Pressendruckes), da die durch den Pressendruck geweckten Kantenmomente durch die wegen des Dampfdruckes auftretenden Kantenmomente am äußeren Mantel erhöht, am inneren Mantel dagegen vermindert werden.

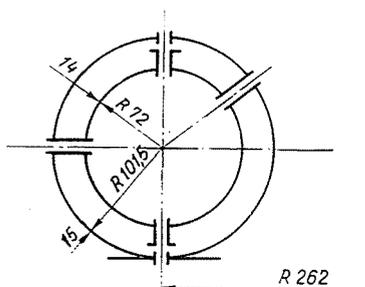


Abb. 11. Festigkeitstheoretisches Modell der mit Rippen zusammengesetzten Konstruktionsvariante

Die Rechnungen wurden für die Wandstärken der ursprünglichen Konstruktion durchgeführt. Zu bemerken ist, daß die Beanspruchungen des äußeren Mantels durch Vergrößerung der inneren Schalenstärke weiter herabgesetzt werden können. Dies erklärt sich daraus, daß der stärkere und deshalb steifere innere Mantel den größeren Teil des Pressendruckes aufnimmt.

Die Wandstärke kann ohne Erhöhung des Materialverbrauchs vergrößert werden, wenn die Wandstärke des äußeren Mantels in entsprechender Weise vermindert wird. Da der Durchmesser des Meridianschnittes des inneren Mantels kleiner ist als derjenige des äußeren Mantels, würde der vom Gesichtspunkt des Pressendruckes aus günstigste Fall bei unverändertem Materialverbrauch derjenige sein, bei dem der Pressendruck im vollem Maße vom inneren Mantel aufgenommen würde. Hierzu müßte die Wandstärke des inneren Mantels auf Null vermindert werden, was natürlich wegen des Dampfdruckes undurchführbar ist. Die Bestimmung der Wandstärken wird also davon ausgehen haben, daß die durch den Dampfdruck verursachte größte Spannung, die am äußeren Mantel auftreten wird, gleich derjenigen Höchstspannung sein muß, die im Falle gleichzeitiger Wirkung von Dampf- und Pressendruck am inneren Mantel entsteht. Auf diese Weise können die gefährlichsten Beanspruchungsspitzen in der ursprünglichen Konstruktion herabgesetzt werden, die Art der Beanspruchungsverteilung — nämlich die aus dem Pressendruck entstehende Biegemomentspitze — bleibt jedoch dieselbe.

Die Beanspruchungsverteilung kann günstiger beeinflusst werden, wenn die Pressendruckübertragungsstellen so ausgebildet sind, daß der Biegeeinfluß der Preßkraft aufgehoben wird. Die in Abb. 12 dargestellte Konstruktion erreicht dieses Ziel.

Der an den äußeren Mantel angeschlossene zylindrische Anschlußstutzen verhält sich vom Gesichtspunkt des Dampfdruckes aus nur als eine Versteifungs-

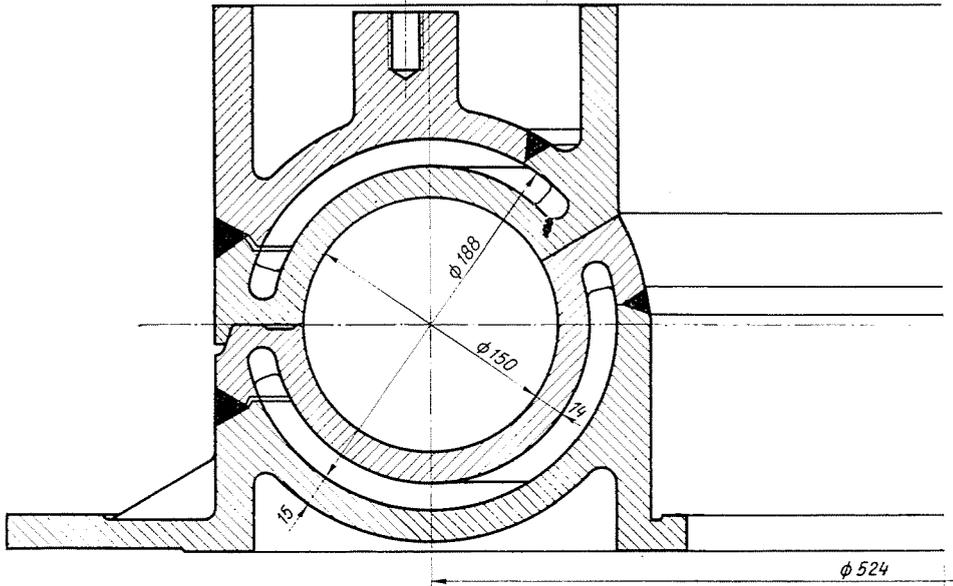


Abb. 12. Vom Gesichtspunkt des Dampfdruckes und des Pressendruckes aus gleicherweise günstig gestaltete Konstruktion

rippe, beeinflusst daher die Beanspruchungen nicht wesentlich, und folglich sind in diesem Fall die in den Abb. 3—6 voll ausgezogenen Beanspruchungslinien gültig. Unter dem Einfluß des Pressendruckes entsteht in den zylindrischen Anschlußstutzen eine Druckspannung, deren Wert viel kleiner ist als die Höchstspannung der beiden anderen Konstruktionen. In den Torusschalen entsteht — den früheren Voraussetzungen entsprechend — keine Beanspruchung.

Die zylindrischen Anschlußstutzen wurden auch auf ihre Stabilität untersucht. Es wurde jener denkbare ungünstigste Fall untersucht, wenn nur einer der Zylinder die Preßkraft aufnimmt. Die Berechnungen zeigten, daß die Sicherheit gegen Knickung für beide Zylinder mehr als 15 beträgt.

Zusammenfassung

Die Verfasser beschreiben die Anwendung der ihrerseits ausgearbeiteten Berechnungsmethode bei der Prüfung von Gummischlauchvulkanisierformen auf Festigkeit. Die Lösung dieser Aufgabe nach den traditionellen Rechenverfahren ist fast unvorstellbar, weshalb die Verfasser die Berechnungen mit einer digitalen Rechenmaschine durchführten. Die ausgearbeiteten Maschinenprogramme ermöglichen die Berechnung ähnlicher Konstruktionen anderer Abmessungen mit vergleichmäßig geringem Arbeitsaufwand.

Die Rechnungsergebnisse liefern Hinweise für die Ausgestaltung von Konstruktionen mit günstigen Beanspruchungsverhältnissen.

Literatur

1. FLÜGGE: Statik und Dynamik der Schalen. Springer Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1957.
2. PÁRTOS, L.—PINTÉR, K.: Methode zur Berechnung drehsymmetrischer Torus-Schalen. *Periodica Polytechnica* Vol. 11. No. 2. pp. 162 — 179 1967.
3. PONOMARJOW: Festigkeitsberechnungen im Maschinenbau 3. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1965.
4. TIMOSHENKO—WOINOWSKY—KRIEGER: Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill, New York—Toronto—London 1959.

Livia PÁRTOS }
Károly PINTÉR } Budapest XI., Műegyetem rkp. 3. Ungarn