

# EINIGE GRUNDSÄTZLICHE PROBLEME DER ERMÜDUNGSPRÜFUNGEN AN VERKLEINERTEN MODELLEN

Von

O. SZAMOSVÖLGYI und F. KOLONITS

Lehrstuhl für Maschinenelemente, Technische Universität, Budapest und  
Kraftwerkplanungsbüro, Budapest

(Eingegangen am 30. November, 1965)

Vorgelegt von Prof. Dr. I. VÖRÖS

Im Maschinenbau kommt es oft vor, daß keine Möglichkeit besteht, einen Maschinenteil (im weiteren Bauteil) nach den traditionellen Methoden zu gestalten und zu konstruieren, weil z.B. die angreifenden Kräfte so kompliziert sind, daß sie sich mathematisch nicht erfassen lassen oder wegen der Kompliziertheit der Formeln verhältnismäßig große Vereinfachungen notwendig machen, die zu unzulässigen Ungenauigkeiten führen. Nicht selten erfordern die Betriebsanforderungen die Gestaltung so komplizierter Bauteile, daß sie für die nötige Festigkeit auf mathematischem Wege in beruhigender Weise nicht bemessen werden können. In solchen Fällen wird der näherungsweise berechnete — und entsprechend gestaltete und hergestellte — Bauteil einer seiner Verwendung im Betrieb entsprechenden Prüfung unterzogen, deren Ergebnis entscheidet, ob er den gestellten Anforderungen entspricht. Nach den modernen Bemessungsgrundsätzen wird hierbei untersucht, ob der auszuführende Bauteil unter der wechselnden Beanspruchung eine ausreichende Lebensdauer haben wird. Bei diesen Untersuchungen handelt es sich also um Ermüdungsprüfungen. Auf Grund der Ergebnisse solcher Prüfungen muß der Bauteil mitunter neu gestaltet und neuerlichen Kontrollprüfungen unterzogen werden. Das bedeutet, daß ein Bauteil, bis es seine endgültigen Form erhält, nicht selten in wiederholt modifizierter Gestaltung hergestellt werden muß.

Die auf diese Weise geprüften Bauteile sind bisweilen so groß, daß keine geeignete Einrichtung zur Durchführung der vorgeschriebenen Prüfung zur Verfügung steht: ihre Herstellung in mehreren, für die Prüfungen geeigneten Stücken aber gestaltet sich überaus kostspielig und unwirtschaftlich.

Zur Erhöhung der Wirtschaftlichkeit und zur Kostensenkung bietet sich der Weg, die Ermüdungsprüfungen und die endgültige Formgestaltung an Modellbauteilen in verkleinertem Maßstab (im weiteren Modellen) durchzuführen. Indes erscheint es notwendig, die Möglichkeiten hierzu vorweg grundsätzlich zu klären.

Die Untersuchung der Möglichkeit von Modellversuchen muß von der Annahme ausgehen, daß das Modell aus dem gleichen Werkstoff nach der

gleichen Technologie hergestellt wird, wie das Original und daß auch die technologischen Prozesse auf beide die gleichen Wirkungen haben.

Die Untersuchung gilt zunächst den Spannungszuständen im nachgebildeten Bauteil und in dessen Modell.

Welche Voraussetzungen müssen gegeben sein, damit die Spannungen unter der Belastung des Modells eines Maschinenteiles von Punkt zu Punkt mit den in den entsprechenden Punkten des Originals auftretenden Spannungen übereinstimmen? Oder anders ausgedrückt: Welcher Zusammenhang besteht zwischen den am Bauteil und am Modell auftretenden Spannungen, wenn sie durch ähnliche Belastungen beansprucht werden.

Die Antwort auf diese Frage erteilt die Ähnlichkeitstheorie, die in der Wärme- und in der Strömungslehre allgemein angewendet wird.

Zwei Erscheinungen heißen ähnlich, wenn das Verhältnis ihrer entsprechenden Einflußgrößen identisch ist. Werden z.B. die in einem Objekt auftretenden magnetischen Feldstärken mit einem bestimmten Faktor multipliziert, erhält man die in den entsprechenden Punkten des anderen Objekts auftretenden Feldstärken. Dieser Faktor ist für die verschiedenen Einflußgrößen im allgemeinen nicht gleich.

Die Differentialgleichungen dagegen, die die Erscheinungen beschreiben, stellen Zusammenhänge zwischen diesen unterschiedlichen Größen auf. Auf dieser Grundlage können die Zusammenhänge zwischen den Faktoren bestimmt werden. Ist  $a_A$  der für die Größen  $A$  geltende Faktor, lassen sich diese Zusammenhänge immer in der Form

$$\frac{a_A a_{B\dots}}{a_X a_{Y\dots}} = 1$$

schreiben.

Ohne auf den Beweis näher einzugehen, sei festgehalten, daß die in den folgenden konkreten (Festigkeits-) Prüfungen angewendete Methode Allgemeingültigkeit hat.

Gibt man den Größen der Objekte I und II die entsprechenden Indizes, dann hat man

$$\frac{A_I B_{I\dots}}{X_I Y_{I\dots}} = \frac{A_{II} B_{II\dots}}{X_{II} Y_{II\dots}}$$

oder für eine ganze Reihe ähnlicher Erscheinungen

$$\frac{AB\dots}{XY\dots} = K = \text{konst.}$$

Diese  $K$ -Zahlen, die streng genommen dimensionslos sind (wovon aber gegebenenfalls Abweichungen möglich sind), werden Kriterien genannt.

NEWTON hat nachgewiesen, daß zwei Erscheinungen ähnlich genannt werden, wenn ihre Kriterien übereinstimmen [1].

Nach KIRPITSCHEW—GUHMAN [1] brauchen jedoch nicht sämtliche Kriterien geprüft zu werden, es genügt vielmehr, die Übereinstimmung der sogenannten Grundkriterien zu sichern, da dies die Übereinstimmung der weiteren, sogenannten abgeleiteten Kriterien nach sich zieht. Die Grundkriterien enthalten jene Kennzahlen, die die Erscheinung eindeutig bestimmen, u. zw. selbstverständlich einschließlich der vollen geometrischen Ähnlichkeit und der Ähnlichkeit der Randbedingungen. (Auf Grund der geometrischen Ähnlichkeit sind auch die oben erwähnten »entsprechenden Punkte« definiert usw.)

Wendet man sich nun den Differentialgleichungen zu, die das Spannungsfeld beschreiben, scheint es zu genügen, die Gleichungsreihe zu betrachten, die das statische Spannungsfeld beschreibt, weil bei Ermüdungsbelastungen im allgemeinen keine erhebliche Massenkräfte auftreten. (Die Wirkung der bei Ermüdung auftretenden Massenkräfte wird vernachlässigt.)

Diese Gleichungsreihe [2] schreibt sich mit den üblichen Bezeichnungen wie folgt:

#### Statische Gleichungen

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

#### Geometrische Gleichungen

$\vec{V} = (u, v, w)$  Verschiebung des geprüften Körperelementes im Vergleich zu dem unbelasteten Zustand.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

### Physikalische Gleichungen

(HOOKEsches Gesetz)

$$\varepsilon_x = \frac{1}{mE} [(m+1)\sigma_x - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_y = \dots$$

$$\varepsilon_z = \dots \text{ zyklisch}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(m+1)}{mE} \tau_{xy}$$

$$\gamma_{xz} = \dots$$

$$\gamma_{zx} = \dots \text{ zyklisch}$$

*Randbedingungen:* Die Lösung dieses Gleichungssystems muß — sofern die Spannungen auf die Oberfläche, d. h. auf die Berührungsebene des Körpers bezogen werden — mit den den Körper in gegebener Verteilung beanspruchenden Spannungen übereinstimmen.

Unter solchen Bedingungen ist die Lösung der Aufgabe nach KIRCHHOFF [3] eindeutig.

Es sei ein Körper mit einer an seiner Oberfläche verteilten Belastung  $\bar{p}(\bar{r})$  gegeben, unter deren Einwirkung ein Spannungsfeld  $(\sigma_i, \tau_{ij})$ , ein Verformungsfeld  $(\varepsilon_i, \gamma_{ij})$  und ein Verschiebungsfeld  $\bar{v}$  zustandekommen soll. An diesem soll eine Ähnlichkeitstransformation erfolgen, wobei sich sämtliche lineare Maße auf das  $i_g$ -fache vergrößern sollen. (Bei der Differenzierung wachsen auch die »Elementarlängen« im Nenner ähnlich an!)

Jeder Elementarvektor  $\bar{p}$  soll auf das  $i_p$ -fache vergrößert werden, da aber auch die Elementarflächen auf das  $i_g^2$ -fache wachsen, ist die Vergrößerung bei unveränderter Dimension  $i_p/i_g^2$ -fach.

Es sei angenommen, daß — von Punkt zu Punkt gemäß der Ähnlichkeit — das Spannungsfeld  $(i_f \sigma_i, i_f \tau_{ij})$ , die Deformationen  $(i_d \varepsilon_i, i_d \gamma_{ij})$ , die Verschiebungen  $i_{\bar{v}}$  sind. Zu untersuchen ist, ob eine solche Lösung die Gleichungen und die Randbedingungen zu befriedigen vermag.

Die Gleichungen sind gruppenweise gleich, es braucht also nur je eine von ihnen untersucht zu werden.

*Statisch:*

$$\frac{\partial(i_f \sigma_x)}{\partial(i_g x)} + \frac{\partial(i_f \tau_{xy})}{\partial(i_g y)} + \frac{\partial(i_f \tau_{xz})}{\partial(i_g z)} = \frac{i_f}{i_g} \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) = 0.$$

Geometrisch:

$$i_d \varepsilon_x = \frac{\partial(i_e u)}{\partial(i_g x)},$$

$$\frac{i_d i_g}{i_e} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Physikalisch:

$$i_d \varepsilon_x = \frac{1}{mE} ((m+1) i_f \sigma_x - (i_f \sigma_x + i_f \sigma_y + i_f \sigma_z)).$$

$$\frac{i_d}{i_f} \varepsilon_x = \frac{1}{mE} ((m+1) \sigma_x - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)).$$

Man hat in Betracht zu nehmen, daß die Gleichungen für die ursprünglichen Spannungen, Deformationen und Verschiebungen erfüllt sind, befriedigen auch die angenommene Wertreihe die geometrischen und physikalischen Gleichungen, sofern der Reihe nach die Zusammenhänge

$$\frac{i_d i_g}{i_e} = 1 \quad \text{und}$$

$$\frac{i_d}{i_f} = 1$$

zu Recht bestehen.

Die statischen Gleichungen sind jedenfalls erfüllt.

Die Randbedingungen haben (wenn die Spannungskomponenten, die mit dem Einheitsvektor entsprechender Richtung multipliziert worden sind, als Vektorgrößen betrachtet werden) die mathematische Form

$$\bar{p}(\bar{r}) = \sum_{x,y,z} s_i \bar{\sigma}_i(\bar{r}) + \sum_{\substack{x,y,z \\ i \neq j}} t_{ij} \bar{\tau}_{ij}(\bar{r}).$$

$\bar{r}$  ist hier der Ortsvektor eines Punktes der Körperoberfläche.  $s_i, t_{ij}$  sind Richtungskosinus-Größen und somit gegen eine (winkelgetreue) Ähnlichkeitstransformation invariant. Für die transformierte Form schreibt sich dieselbe Bedingung (nach den entsprechenden Flächenpunkten) zu

$$\frac{i_p}{i_g^2} \bar{p}(\bar{r}) = \sum_{x,y,z} s_i i_f \bar{\sigma}_i(\bar{r}) + \sum_{\substack{x,y,z \\ i \neq j}} t_{ij} i_f \bar{\tau}_{ij}(\bar{r}),$$

$$\frac{i_p}{i_g^2 i_f} \bar{p}(\bar{r}) = \sum_{x,y,z} s_i \bar{\sigma}_i(\bar{r}) + \sum_{\substack{x,y,z \\ i \neq j}} t_{ij} \bar{\tau}_{ij}(\bar{r}).$$

Da die Randbedingungen für die ursprünglichen Größen erfüllt sind, gelten sie auch für die neuen, wenn

$$\frac{i_p}{i_g^2 i_f} = 1.$$

Nach KIRCHHOFF ist aber jeder Randbedingung ein und nur dieses einzige Lösungssystem zugeordnet. Bei der erwähnten Änderung der Randbedingungen können also die Spannungen nur den angenommenen Charakter haben. Im konkreten Fall sind  $i_p$  und  $i_g$  bekannt. Diese bilden mit dem geometrischen Gebilde die Eindeutigkeitsbedingungen, die »Eingriffskennzahlen«, während die Werte von  $i_f$ ,  $i_d$  und  $i_e$  aus den drei abgeleiteten Zusammenhängen ermittelt werden können:

$$i_s = i_d = i_p/i_g^2; \quad i_e = i_p/i_g.$$

Praktisch stellt sich die Frage meistens folgendermaßen: der Körper wird durch eine gewisse Zahl »konzentrierter« aktiver Kräfte und »konzentrierter« Reaktionskräfte beansprucht, die durch Vermittlung kraftübertragender Elemente an der Oberfläche ein verteiltes Kräftesystem zustande bringen.

In Wirklichkeit gibt es keine »konzentrierte Kraft« (ihre Annahme dient ausschließlich zur Vereinfachung der Berechnungen), es gibt nur das auf eine sehr kleine Fläche verteilte Kräftesystem. Diese Erwägungen treffen auch für lastübertragende Elemente zu, es leuchtet also ohne weiteres ein, daß die Verteilung der entstandenen verteilten Lasten von der Geometrie des übertragenden Elementes abhängt. Dies gilt auch dann, wenn an der Kraftübertragung auch andere — z. B. hydrodynamische — Kräfte (bei Gleitlagern) beteiligt sind; auch diese haben ihre charakteristische Verteilung.

Der Zusammenhang einer konzentrierten Kraft mit der durch sie ausgelösten verteilten Belastung beschreibt die Formel

$$P = \int \int_{(F)} |\bar{p}| C_P dF.$$

$C_P$  ist hierin der Kosinus, der  $\bar{p}$  in die Richtung von  $P$  projiziert; gegen eine Ähnlichkeitstransformation ist er invariant. Das Integral der Projektionen nach anderen Richtungen ist Null. Das rechtsseitige Integral nimmt bei den — wie oben — geänderten Bedingungen die Form

$$\int \int_{(F)} \frac{i_p}{i_g^2} (|\bar{p}|) c_P i_g^2 dF = i_p \int \int_{(F)} |\bar{p}| C_P dF = i_p P.$$

an. Zusammenfassend läßt sich hieraus feststellen: Wenn ein Körper durch ein konzentriertes und verteiltes Kräftesystem beansprucht wird und die hierbei entstehenden Spannungen, Deformationen und Verschiebungen bekannt sind, entstehen in einem  $i_g$ -mal größeren ähnlichen Körper, bei einem an den entsprechenden Stellen angreifenden  $i_p$ -mal größeren konzentrierten und  $i_p/i_g^2$ -mal größeren verteilten Kräftesystem  $i_g$ -mal größere Spannungen,  $i_d$ - und  $i_e$ -mal größere Deformationen bzw. Verschiebungen (natürlich müssen auch die eventuellen kraftübertragenden Elemente einander in Form und Charakter ähnlich sein). Die drei Zusammenhänge zwischen den Multiplikatoren lassen sich nicht so umwandeln, daß sie nur einen Zusammenhang zwischen Kraftmultiplikator und geometrischen Multiplikator (Eindeutigkeitsbedingungen) ergeben; in diesem Sinne gibt es kein Grundkriterium. Die geometrische und Randbedingungsähnlichkeit (Belastungsähnlichkeit) gewährleistet auch die anderen Ähnlichkeiten. Behandelt man den Vergrößerungsmultiplikator der konzentrierten und verteilten Kräfte — der mit  $i_k$  bezeichnet wird — gesondert, erhält man den Zusammenhang

$$\frac{i_k \cdot i_g^2}{i_p} = 1.$$

In diesem Falle erhält man das Grundkriterium

$$K_0 = \frac{P \cdot l^2}{P}.$$

Aus den drei anderen Bedingungen können folgende abgeleitete Kriterien hergeleitet werden ( $Q$  ist hierbei eine allgemeine Spannungs-,  $\Delta$  eine Deformations-,  $v$  eine Verschiebungsgröße):

$$K_1 = \frac{Q \cdot l^2}{P},$$

$$K_2 = \frac{\Delta \cdot l^2}{P},$$

$$K_3 = \frac{v \cdot l}{P}.$$

Die beiden letzteren sind nicht dimensionslos, weil beim HOOKESchen Gesetz die eventuelle Änderung von  $E$ , das eine Dimension hat, nicht beachtet wurde.

Wird also  $K_1$  auf Grund des Gesagten mit den entsprechenden Größen ähnlicher Gebilde berechnet, ist das Ergebnis konstant. Wandelt man die

Zusammenhänge so um, daß  $K_i$  zum Proportionalitätsfaktor wird, erhält man

$$\varrho = K_1 \frac{P}{l^2},$$

$$\Delta = K_2 \frac{P}{l^2},$$

$$v = K_3 \frac{P}{l}.$$

All das leuchtet außer aus der streng mathematischen Ableitung auch aus folgender orientierender Überlegung ein:

Zwischen Spannung und Kraft besteht offenbar ein linearer Zusammenhang. Die Spannung ist eigentlich ein verteiltes Kräftesystem, auf welches das Prinzip der Superposition angewendet werden kann. Bei konstanter Kraft vermindert sich ihr Wert mit dem Quadrat der linearen Abmessungen, vergrößert sich doch so jene Oberfläche, nach der »der spezifische Wert der Kraft« (ihre Verteilung) zu berechnen ist.

Im Sinne des HOOKEschen Gesetzes wächst die Deformation mit der Spannung linear.

Die Verschiebung ergibt sich aus der Summierung der Produkte aus den Deformationen (den spezifischen Werten der Längenänderungen) und aus den linearen Abmessungen, sie nimmt also mit der um Eins kleineren Potenz der Längensmaße ab und bleibt im linearen Zusammenhang mit der Kraft.

### Untersuchung der Spannungsgradienten

Bezeichnet man die allgemeine Spannungskomponente mit  $\varrho$ , so ist

$$\text{grad } \varrho = \frac{d\varrho}{dr}.$$

Auf analoge Weise und unter analogen Bedingungen hat man

$$\frac{i_{\text{grad}} i_g}{i_g} = 1; \quad i_{\text{grad}} = \frac{i_f}{i_g} = \frac{i_p}{i_g^3}$$

$$K_1 = \frac{\text{grad } \varrho l^3}{P}; \quad \text{grad } \varrho = K_4 \frac{P}{l^3},$$

wie dies — ähnlich wie oben — auch unmittelbar einleuchtet. Der Wert des Gradienten ist die auf die Längeneinheit entfallende Spannungsänderung in



einer bestimmten Richtung. Mit der Änderung der linearen Abmessungen verteilt sich dieselbe Änderung — bei konstanten Spannungen — proportional auf mehrere oder weniger Längeneinheiten. Der Gradient wird also einer um Eins höheren Potenz den linearen Abmessungen umgekehrt proportional sein, als die Spannung.

(Das Schrifttum berücksichtigt die Änderung des Spannungsgradienten für den Fall der einfachen Biegung und Drehung durch den Maßfaktor, dessen Werte in den Mitteilungen der verschiedenen Verfasser voneinander abweichen.)

Die Dauerfestigkeit hängt auch von der Größe der Flächenrauigkeit ab. Für den Flächenrauigkeitsfaktors gibt die Literatur Werte in Abhängigkeit von der Werkstoffqualität, Werte also, die von der Größe des Bauteiles unabhängig sind.

Die Prüfung eines gegebenen Bauteils kann diesen Literaturangaben nur informativen Charakter beimessen, weil die Beanspruchungsverhältnisse bei den meisten Bauteilen nicht einfach, sondern kompliziert sind, und weil die Wirkung der Flächenrauigkeit mutmaßlich auch von der Größe des Bauteils abhängt.)

#### Bewertung der Möglichkeiten von Modellversuchen

Unserer Annahme nach richtet sich der Eintritt einer Ermüdungserscheinung nach einem von  $\varrho$  und  $\text{grad } \varrho$  abhängigen Wert. Als gleich gefährlich müssen jene Zustände betrachtet werden, in welchen diese Funktion

$$\Phi(\varrho; \text{grad } \varrho)$$

ein und dieselben Werte hat.

Hätte der Wert von  $\text{grad } \varrho$  keinen Einfluß, hinge  $\Phi$  bei ähnlichen Objekten nur von  $P/l^2$  ab. Bei einem gewissen kritischen Wert von  $(P/l^2)$  würden an den unterschiedlich großen Prüfkörpern Änderungen unabhängig von den Abmessungen auftreten. Der  $\text{grad } \varrho$  hängt aber von  $P/l^2$  und  $l$  ab, somit kann auch  $\Phi$  als

$$\Phi\left(\frac{P}{l^2}; l\right)$$

aufgefaßt werden, wenn  $P$  die Größe einer charakteristischen Belastung und eine charakteristische Länge bezeichnet.

$\Phi = \text{konst.}$  bedeutet eigentlich die Funktion

$$\frac{P}{l^2} = \Psi(l),$$

deren Bestimmung die Aufgabe der Versuche bildet.

In dieser Kurve wird auch die Wirkung anderer Faktoren, wie z.B. der Einfluß der Rauigkeit zum Ausdruck gelangen.

Die bestimmte Funktion ist eigentlich die Verallgemeinerung, oder genauer, eine praktischere Betrachtung der Maßstababhängigkeit des kritischen Spannungsniveaus, welches irgendeine Ermüdungserscheinung mit irgendeiner Wahrscheinlichkeit auslöst. Bei gegebener Geometrie und bei gegebenem Belastungsbild ist es nämlich vom Gesichtspunkt der Versuche aus sinnlos, den Spannungsbegriff aufrechtzuerhalten. Den Konstrukteur interessiert nämlich bloß das Problem, wie groß die Belastung ist, der eine Konstruktion gegebener Größe ausgesetzt werden darf; das ergibt sich aus dem Zusammenhang  $P = 2\psi$ . Der Begriff der Spannung ist nützlich, solange die rechnerisch ermittelten Spannungsspitzen in dem zu bemessenden Bauteil anhand eines Vergleichs mit den an normgerechten Proben gemessenen Ermüdungsgrenzwerten kontrolliert werden. (Bei komplizierten Bauteilen liefert aber die rechnerische Ermittlung der Spannungsspitzen nicht immer beruhigende Ergebnisse.) Ad absurdum genommen sind die nur eine Bezugsbasis. Wo man sich aber auf nichts bezieht, sondern den Bauteil selbst auf seine Eignung für wiederholte Beanspruchungen prüft, benötigt man keinen Spannungsbegriff.

Die vorliegende Arbeit setzte sich das Ziel, aus Modellversuchen Folgerungen auf die Belastbarkeit des ursprünglichen Bauteils zu ziehen. Hierzu bedarf es des Spannungsbegriffes nicht, bloß der Klarlegung der Natur des allgemeinen Maßstabeffekts (der auch andere Faktoren enthält). Ist er bekannt, besteht kein Hindernis, ein Umrechnungsverfahren für ein Modell zu konstruieren. Vermutlich werden die Kurven  $\psi(l)$  ähnlicher Maschinenteile voneinander qualitativ nicht stark abweichen, ja über ein gewisses Maß hinaus ist selbst ein  $\psi(l) = \text{konst.}$  denkbar. (Der Einfluß des Gradienten nimmt ab.) Sofern dies zutrifft und ein Modell entsprechender Größe hergestellt werden kann, ist die Bewertung des Modellversuches trivial. All das benötigt jedoch noch experimentelle Untersuchungen, die über die Brauchbarkeit dieser Betrachtung entschieden werden.

### Zusammenfassung

Die Arbeit liefert den theoretischen Beweis dafür, daß mit kleineren Vernachlässigungen die Möglichkeit besteht, bei Ermüdungsprüfungen Modellversuche durchzuführen. Die Wirkungen der einzelnen Einflußgrößen, wie z.B. des Spannungsgradienten, lassen sich theoretisch nicht berechnen; sie können nur experimentell ermittelt werden. Die so gewonnenen Ergebnisse bieten die Möglichkeit, ein Umrechnungsverfahren für Modelle zu konstruieren.

### Literatur

1. NIHEJEV M. A. A hőátadás gyakorlati számításának alapjai. Tankönyvkiadó Budapest 1953.
2. FAZEKAS, F: Műszaki matematikai gyakorlatok. Vektoranalízis. Tankönyvkiadó. Budapest 1957.
3. PATTANTYÚS: Gépész- és villamosmérnökök kézikönyve 2. Műszaki Könyvkiadó. Budapest 1961.

Dr. Ottó SZAMOSVÖLGYI, Budapest XI., Műegyetem rkp. 3. Ungarn  
 Ferenc KOLONITS, Budapest V., Széchenyi rkp. 3. Ungarn