

# DIE ZEITLICH INSTATIONÄRE GAS- BZW. DAMPFBILDUNG BEIM FARBSPRITZEN

Von

R. KISS

Lehrstuhl für Heizung, Lüftung und Bauinstallation, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 28. Dezember, 1965)

Vorgelegt von Prof. Dr. Á. MACSKÁSY

## I. Einleitung

Beim Überziehen von Oberflächen (Vorbereitung der Oberfläche, Vorbehandlung, Auftragen von Lacken, Farben oder anderen flüssigen organischen Überzugsmassen) ist im allgemeinen mit dem Auftreten dreier verschiedener schädlicher Verunreinigungen zu rechnen. Es sind dies:

### a) *Flüchtige Substanzen*

Aus den Lösungsmitteln, Verdünnungsmitteln und Weichmachern entwickeln sich schädliche Gase und Dämpfe, die in den meisten Fällen das Ausmaß der nötigen Lüfterneuerung bestimmen.

Der wesentliche Anteil der gesundheitsschädlichen Komponenten stammt aus den Flüssigkeiten, die als Lösungsmittel bzw. Lösungsmittelverbindungen in den aufgetragenen Überzugstoffen enthalten sind.

Die zum Auftragen vorbereiteten Farbstoffe enthalten in Abhängigkeit von zahlreichen technologischen und physikalischen Faktoren ca. 20 ... 85% flüchtige Substanzen (*a*-Faktor).

### b) *Feste Bestandteile*

Aus den nicht flüchtigen Bestandteilen der Lacke, Farben und der anderen Überzugstoffe (Pigmente, Füllstoffe, Farbträger und Zuschlagstoffe) entsteht eine Staubbelastigung, die in einigen Fällen einen größeren Luftwechsel erfordert, als er sich aus der Luftverunreinigung durch die Summe der flüchtigen Bestandteile ergeben würde.

### c) *Giftstoffe*

Die in den Ingredienzien oder in den anderen Zuschlagstoffen verschiedener Farben enthaltenen giftigen Substanzen (z. B. Bleiverbindungen) sind bei der Bestimmung der Größe des Luftwechsels zu berücksichtigen.

## 2. Die Bestimmung der erforderlichen Zu- bzw. Abluftmenge

### 2.1 Voraussetzungen und Ausgangsbedingungen

Die wichtigste Berechnungsgrundlage zur Bestimmung der erforderlichen Zuluftmenge ist die Ermittlung der in der Zeiteinheit tatsächlich anfallenden Menge an schädlichen Stoffen (Gase-Dämpfe, Staub usw.), mit anderen Worten die Aufstellung einer Konzentrationsbilanz der Verunreinigungen in der Zu- bzw. Abluft, die die wirklichen Verhältnisse getreu spiegelt.

Zu diesem Zweck müssen im Rahmen dieser Untersuchungen zunächst sämtliche für die Beurteilung der Vorgänge charakteristischen Bedingungen, wie die zeitliche Verteilung der Bildung von Verunreinigungen sowie die Abhängigkeit des Wärme- und Stoffüberganges von Ort und Zeit genau fixiert werden.

Die exakte analytische Beschreibung der Konzentrationsverteilung, bei der sämtliche Einflüsse Berücksichtigung finden, würde eine aufwändige und umständliche Arbeit erfordern und die Anforderungen der Praxis im allgemeinen weit übersteigen.

Aus diesem Grunde sollten den weiteren Betrachtungen folgende vereinfachende Bedingungen und Annahmen zugrunde gelegt werden:

die Konzentrationsverteilung sei unabhängig von den Ortkoordinaten,

die Luftdichte sei konstant,

die Luftströmung im Raum sei isotherm,

die Lüftung sei ausgeglichen und kontinuierlich,

die Untersuchungen werden nur für den Fall eines Frischluftbetriebes angesetzt,

die in der Zeiteinheit aufgetragene Stoffmenge sei als grundlegender Ausgangswert ( $\dot{G}$ -Faktor) als konstant angenommen.

### 2.2 Nomenklatur der verwendeten Bezeichnungen

$I$	$\text{m}^3$	freier Rauminhalt
$V_z$	$\text{m}^3/\text{h}$	Zuluftmenge (der Wert in $\text{m}^3/\text{h}$ ist auf die jeweilige Temperatur bezogen)
$V_u$	$\text{m}^3/\text{h}$	Umluftmenge
$n = \frac{V_z}{I}$	$\text{h}^{-1}$	stündlicher Luftwechsel
$u = \frac{V_u}{V_z}$	1	Umluftanteil
$n_f = \frac{V_z - V_u}{I} = (1 - u)n$	$\text{h}^{-1}$	stündliche Lufterneuerung
$\dot{G}$	$\text{kg}/\text{h}$	Menge des im Raum verbrauchten Überzugstoffes

$a$	./.	Gesamtgehalt der zum Auftragen vorbereiteten Materialien an flüchtigen Bestandteilen, die in den Luftraum gelangen können
$\varepsilon$	./.	verdampfender Teil der flüchtigen Bestandteile des während des Untersuchungszeitraumes verbrauchten Überzugsstoffes (geschätzt)
$\dot{K} = \dot{G} \cdot a$	kg/h; g/h; mg/h	in der Zeiteinheit in den Raum eingebrachte Menge der flüchtigen Bestandteile
$Q_r$	$m^3, l, cm^3$	im Raum vorhandene Dampf- oder Gasmenge
$M$	kg/kmol	mittlere Molmasse des Lösungsmittels
$\mathfrak{S}_t$	$m^3/kmol$	technisches Molvolumen
$\dot{Q} = \frac{\dot{K}}{M} \mathfrak{S}_t$	$m^3/h; l/h; cm^3/h$	Volumen der in der Zeiteinheit in den Raum eingebrachten flüchtigen Bestandteile
$Q_\tau = Q = \frac{K}{M} \mathfrak{S}$	$m^3; l, cm^3$	gesamte während des Untersuchungszeitraumes im Raum austretende Gas- oder Dampfmenge (bei zeitlich veränderlichem oder konstantem Anfall)
$k = \frac{Q_r}{I} = \frac{K}{M \cdot I} \mathfrak{S}_t =$ $= \frac{K'}{M} \mathfrak{S}_t = \frac{K'}{\varrho_{20}}$	$m^3/m^3; l/m^3; cm^3/m^3$	Gas- und Dampfkonzentration im Raum
$k_{zul}$	$m^3/m^3; l/m^3; cm^3/m^3$	zulässiger Höchstwert der Gas- und Dampfkonzentration im Raum (MMMk = MAK-Wert)
$k_{max}^x = \frac{Q}{I}$	$m^3/m^3; l/m^3; cm^3/m^3$	maximal mögliche Konzentration in der Raumluft am Ende des Untersuchungszeitraumes (ohne Lufterneuerung) bei zeitlich konstantem Anfall der Verunreinigungen
$k_{\tau max}^x = \frac{Q_\tau}{I}$	$m^3/m^3; l/m^3; cm^3/m^3$	wie oben, jedoch bei zeitlich veränderlichem Anfall an flüchtigen Bestandteilen
$k_{\tau max}$	$m^3/m^3; l/m^3; cm^3/m^3$	maximale Gas- und Dampfkonzentration in der Raumluft bei zeitlich veränderlichem Anfall von Verunreinigungen und einem bestimmten stündlichen Luftwechsel
$k_{\tau max i}^x = \frac{Q_{\tau i}}{I} = \frac{Q_\tau}{I \cdot m}$		aus einer endlich kleinen Quelle instationär entstehende Gesamtkonzentration ohne Lufterneuerung im Raum
$m$	./.	Anzahl der eintretenden Quellen
$\tau$	h	Zeit
$\tau_0$	h	Zeitkonstante (Bezugszeit, charakteristische Größe), die die Zeitdauer angibt, in der 63,2% des gesamten flüchtigen Anteiles der Überzugsmasse unter den gegebenen Umständen in die Raumluft gelangen (Hilfsparameter)
$\tau_{max}$	h	Zeitdauer, innerhalb der bei zeitlich veränderlichem Anfall an Verunreinigungen und einem bestimmten Luftwechsel der Höchstwert der Konzentration in der Raumluft $k_{\tau max}$ erreicht wird

$\tau^x$	h	diejenige (wirkliche oder angenommene) Zeit, in der die ganze im Raum vorhandene flüchtige Substanz verdunstet
$\tau_f$	h	Eintrittszeit der Quellen in den Raum
$\tau_{fi}$	h	Eintrittszeit (Folgezeit) der Quellen bei stetigem Eintritt
$T$	h	Untersuchungszeitraum (Spritzzeit, Betriebszeit)

### 2.3 Frischluftmenge bei zeitlich konstantem Anfall an Verunreinigungen

Für die Konzentrationsbilanz gilt im Idealfall einer durch stationäre Dampfbildung sowie durch gleichzeitig kontinuierliche und konstante Lüfterneuerung charakterisierte Anfangsbedingung die folgende Differentialgleichung:

$$\dot{Q} d\tau - (1 - u) V_z \cdot k \cdot d\tau = Idk. \quad (1)$$

Eine partielle Lösung dieser Differentialgleichung für die Anfangsbedingung  $k(\tau=0) = 0$  lautet

$$k = \frac{\dot{Q}}{(1 - u)n \cdot I} [1 - e^{-\tau(1-u)n}] = \frac{k_{\max}^x}{\tau^x n_f} (1 - e^{-\tau \cdot n_f}). \quad (2)$$

Aus diesem Zusammenhang ergibt sich die Konzentration für den Zeitpunkt  $\tau \rightarrow \infty$  (stationärer Beharrungszustand) zu

$$k|_{\tau \rightarrow \infty} = \frac{\dot{Q}}{I \cdot n_f}. \quad (3)$$

Die Funktion (2) hat demnach im Unendlichen einen endlichen Grenzwert, der die »maximale Arbeitsplatzkonzentration« (MMMK) nicht überschreiten darf, d. h. es muß immer gelten  $k|_{\tau \rightarrow \infty} \leq k_{zul}$ . Für diesen Wert sind die Entlüftungsanlagen bei Verdünnungsventilation auszulegen.

Bei der stationären Dampfbildung nähert sich also der Wert der Konzentration asymptotisch einem unter den gegebenen Umständen zulässigen Höchstwert (s. in Abb. 1 die Kurve b).

In der Mehrzahl der Fälle, insbesondere bei den Farb- und Lackverfahren, kann das experimentelle Glied der Gleichung (2) — wie das auch mathematisch zu beweisen ist —, schon bei endlichen Parameterwerten vernachlässigt werden. Nur in einem ganz kurzen Intervall (während des Anlaufens) übt die Zeit auf die Ausbildung der Konzentration noch einen erheblichen Einfluß aus.



je nach den äußeren Umständen verschieden groß, jedenfalls jedoch — wie nicht anders zu erwarten war —, zu Beginn am intensivsten ist. Die Abnahme der Verdampfungsgeschwindigkeit kann auf mehrere Gründe zurückgeführt werden, wie dies schon aus einfachen physikalischen Überlegungen einleuchtet. Diese Ursachen liegen u. a. in der Verminderung des Sättigungsgrades (Partialdruckgefälle), im Absinken der Temperatur, insbesondere jedoch in der stufenweisen Festigung der Grenzschicht des Farbüberzuges bei der Trocknung, der sogenannten »Verhäutung«.

In Wirklichkeit entweicht aus den in der Zeiteinheit kontinuierlich eingeführten Verunreinigungsquellen (aus den Farbstoffteilchen) während des Auftragens der Farbe nie die ganze Menge der flüchtigen Substanzen. Beim Lackieren, Färben usw. verbleibt in der aufgetragenen Überzugsschicht auch nach Beendigung des Spritzens oft eine große Menge flüchtiger Bestandteile, die restlos erst nach einer praktisch langen Zeit beim Abtransport des Gegenstandes aus dem Spritzraum oder im Trocknungsraum entweicht. Es unterliegt daher keinem Zweifel, daß während der untersuchten Spritzzeit weniger Verdünnungsluft erforderlich ist als bei Annahme eines stationären Zustandes. Die Dimensionierung bei stationärem Zustand geht nämlich grundsätzlich von der Annahme aus, daß die Lösungs- und Verdünnungsmittel, die in der Zeiteinheit aufgetragen werden, auch während derselben Zeit verdunsten.

Die Richtigkeit dieses Prinzips leuchtet sofort ein, wenn man sich den Vorgang überlegt. Es sei z. B. eine Zeitdauer von 1 Stunde betrachtet. Für die im ersten Augenblick eintretenden Quellen steht für die Verdunstung die volle Zeit zur Verfügung, für die nachfolgenden ist diese Zeit schon kürzer, während für die Verdunstung aus den letzten Farbtropfen nur eine ganz kurze Zeit gegeben ist. Bedenkt man noch, daß es Überzugsstoffe gibt, die in 1 Stunde ihre ganze flüchtige Substanz gar nicht abgeben können, daß also am Ende der betrachteten einen Stunde nicht einmal aus dem ersten Tropfen alles Flüchtige entwichen ist, kann mit Sicherheit behauptet werden, daß bei absatzweisem oder kontinuierlichem Hinzutreten weiterer Quellen die Annahme des stationären Zustandes stets einen größeren Zuluftmengenbedarf ergeben wird.

Es kann jedoch vorkommen, daß die Bemessung für den stationären Zustand einen kleineren Zuluftbedarf ergibt als diejenige für den wirklichen (instationären) Zustand. Dies ist der Fall, wenn man eine Arbeits- oder Lüftungsperiode untersucht und sämtliche schädlichen Stoffe, die während dieser Periode zu berücksichtigen sind, als eine zusammengezogene große Quelle am Anfang der fraglichen Periode im Raum vorhanden einsetzt. Hat der betreffende Stoff eine große Verdunstungsgeschwindigkeit, gibt er einen sehr beträchtlichen Teil seiner gesamten flüchtigen Substanz (70—80%) innerhalb kurzer Zeit an die umgebende Luft ab. Offenbar kann die lineare Charakteristik der Lüftungsanlage mit der exponentiell steigenden Charakteristik der Verdunstung nicht Schritt halten und bleibt daher gegenüber dieser zurück.

Die Zuluftmenge ist in jeder kleinen Zeiteinheit  $\Delta\tau$  gleich groß, dagegen ist dieser kleinen Zeit zu Beginn der Verdunstung eine große Konzentration zugeordnet, d. h. die die Verdunstung beschreibende Funktion eilt der Lüftungsgeraden vor.

Entsprechend wird die entstehende Konzentration für kurze Zeit über den erlaubten Wert ansteigen. Da dies nach den Vorschriften nicht einmal kurzzeitig eintreten darf, wird mehr Zuluft benötigt, als bei Voraussetzung des stationären Zustandes. Im weiteren Verlauf des untersuchten Zeitabschnittes ändern sich die Verhältnisse, da beträchtlich mehr Luft zugeführt wird, als für den Abtransport der Verunreinigungen notwendig wäre. In den Entwürfen darf also nicht ausschließlich der durchschnittliche Verunreinigungsgrad während der Bemessungszeitdauer berücksichtigt und die Anlage auch nicht für einen durchschnittlichen Zuluftbedarf (im stationären Zustand) dimensioniert werden, obschon sich dadurch — wie im vorerwähnten Fall — kleinere Lüftungsanlagen ergeben würden.

Andererseits arbeitet man bei langsam verdunstenden Stoffen mit einer überflüssig großen Luftmenge, auch wenn die Verunreinigungsquellen zu Beginn des Untersuchungszeitraumes auf einmal eintreten. Insbesondere wird das der Fall sein, wenn sich der geringen Verdunstungsgeschwindigkeit ein abschnittsweises oder kontinuierliches Hinzutreten hinzugesellt.

Es müssen also sowohl die Zahl der Quellen, als auch ihre Charakteristik, Größe und das System ihres Hinzutretens sowie die Zeitdauer der Verminderung der Konzentration vorsichtig beurteilt werden. Es ist auch oft zweckmäßig, die Anlage nicht gewohnheitsmäßig für eine Stunde, sondern für einen hiervon abweichenden kürzeren oder längeren Zeitraum zu bemessen.

Speziell für diese Probleme will die Dimensionierungstheorie eine Lösung liefern, die die instationären Verhältnisse berücksichtigt.

Beim Farbspritzverfahren beschreibt jedes kleine Teilchen  $\Delta m$  einen selbständigen Weg, auf dem es sich hinsichtlich der Verdunstung der flüchtigen Bestandteile verschieden verhält. Jedes Tröpfchen verdunstet instationär und relativ zur untersuchten Periode in unterschiedlich langer Zeit.

Die Funktion, die die Verdunstung einer Quelle beschreibt, muß in der Weise ergänzt werden, daß sie das kontinuierlich nacheinanderfolgende Hinzutreten zunächst annähernd und sodann auch genau erfaßt.

Treten die Verunreinigungsquellen ununterbrochen ein (wird also fortlaufend gespritzt), kann aus der Lösung für Quellen mit kurzer Verspätungszeit — wie noch gezeigt werden wird —, gefolgert werden, daß der Konzentrationswert in der Anfangsperiode in Abhängigkeit von  $\tau_0$  stark, nach einer »Anlaufzeit« dagegen nur noch in geringem Maße zunimmt. Praktisch ändert sich der Wert der Konzentration nach einer bestimmten Zeit nicht mehr.

Die Richtigkeit dieser Behauptung leuchtet auch logisch ein. Die durch die erste Quelle verursachte Verunreinigung wird theoretisch erst nach einer

unendlich langen Zeit, praktisch aber schon nach einer endlichen, je nach dem Stoff verschiedenen Zeitspanne gleich Null. Nach Ablauf einer gewissen Zeit tritt also eine Quelle aus, und statt dieser tritt eine neue ein. Unter Berücksichtigung des Entstehens der Konzentration und der vorhandenen Lüftung ergibt sich also bereits ein annähernd stationärer Zustand. Die in der Zeiteinheit eingeführte Dampfmenge muß durch die in derselben Zeit eingeführte Luftmenge verdünnt bzw. abgeführt werden. Dies ist in erster Linie beim mehrstündigen, kontinuierlichen Spritzen interessant, da in diesem Fall die Entlüftungsanlage — wie noch mathematisch bewiesen werden wird —, für den stationären Zustand bemessen werden muß, d. h. die Lufterneuerung muß unter den gegebenen Verhältnissen einen maximalen Wert haben.

Während der »Anlaufzeit« ist die Entlüftungsanlage — eben umgekehrt wie beim Fall des gleichzeitigen Eintretens starkflüchtiger Quellen zu Beginn des Zeitabschnittes — nicht ausgenützt.

Der zeitliche Verlauf der im Raum sich instationär bildenden Dampfmenge kann angenähert durch den folgenden — aus mehreren analogen Problemen bekannten — Zusammenhang beschrieben werden, wobei nur die makroskopischen Erscheinungen berücksichtigt sind:

$$Q_r = Q(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}). \quad (5)$$

Differenziert man diesen Ausdruck nach der Zeit und setzt man ihn dann in Gleichung (1) ein, erhält man die lineare inhomogene Differentialgleichung

$$\frac{Q}{\tau_0} (e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}) d\tau - (1 - u) \cdot V_z \cdot k \cdot d\tau = I dk. \quad (6)$$

Eine dem Vorhaben entsprechende partielle Lösung schreibt sich mit der Anfangsbedingung  $k(\tau=0) = 0$  zu

$$\begin{aligned} k &= \frac{Q}{n_f - \frac{1}{\tau_0}} (e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} - e^{-\tau \cdot n_f}) = \\ &= \frac{k_{\tau}^x \max}{\tau_0 \cdot n_f - 1} (e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} - e^{-\tau \cdot n_f}). \end{aligned} \quad (7)$$

Eine nähere Auswertung dieser Funktion liefert die in Abb. 1 enthaltene Kurve *d*.

Das vorliegende Ergebnis gilt für den Fall, daß die Verunreinigungsquelle am Anfang des untersuchten Zeitintervalls auf einmal in den Raum eintritt (z. B. bei der Trocknung).

Nicht so einfach liegen die Verhältnisse, wenn der Eintritt der einzelnen Quellen stufenweise, mit Unterbrechungen (z. B. bei Gußstücken) oder kontinuierlich (z. B. beim Farbspritzen) erfolgt.

Beim Auftragen eines Überzuges, besonders bei dem am häufigsten vorkommenden Spritzen, entsteht in Abhängigkeit von der aufgetragenen Lack- bzw. Farbmenge in jedem kleinen Zeitelement  $d\tau$  eine neue elementarkeine Schicht. Aus diesem Grunde bildet sich die schädliche Konzentration instationär aus.

Es wird also die Gültigkeit der oben angeführten Differentialgleichung (6) schrittweise auch auf dieses Gebiet auszudehnen sein.

Die Abhängigkeit der so entstehenden Konzentration von der Zeit wird für den Fall zweier (nach Größe und Art) gleicher Verunreinigungsquellen, die einander im Zeitabstand  $\tau_f$  folgen und eine instationäre Dampfbildung verursachen, mit folgendem Zusammenhang beschrieben:

$$k(\tau) = \begin{cases} \frac{k_{\tau}^x \max 1}{\tau_0 n_f - 1} (e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} - e^{-\tau \cdot n_f}) & \text{für } 0 \leq \tau \leq \tau_f \\ \frac{k_{\tau}^x \max 1}{\tau_0 n_f - 1} [(e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} - e^{-\tau \cdot n_f}) + (e^{-\frac{\tau - \tau_f}{\tau_0}} - e^{-(\tau - \tau_f)n_f})], & \text{für } \tau \geq \tau_f. \end{cases} \quad (8)$$

Bei den drei gleichen und einander jeweils im Zeitabstand  $\tau_f$  folgenden Verunreinigungsquellen beträgt die entstehende schädliche Konzentration

$$k(\tau) = \frac{k_{\tau}^x \max 1}{\tau_0 n_f - 1} \{ (e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} - e^{-\tau n_f}) + [e^{-\frac{\tau - \tau_f}{\tau_0}} - e^{-(\tau - \tau_f)n_f}] + [e^{-\frac{\tau - 2\tau_f}{\tau_0}} - e^{-(\tau - 2\tau_f)n_f}] \} \quad \text{für } \tau \geq 2\tau_f. \quad (9)$$

Im Rahmen dieser Betrachtungen wurde außerdem die Abhängigkeit der Konzentration von der Zeit für die folgenden weiteren Fälle untersucht. 3 gleiche Verunreinigungsquellen, die einander nicht im gleichen Zeitabschnitt folgen;  $m$  gleiche Verunreinigungsquellen, die einander in ungleichmäßigem Rhythmus folgen;  $m$  gleiche Verunreinigungsquellen, die einander in gleichen Zeitabständen folgen. Anhand der Gesetzmäßigkeit der Superposition konnte die bereits gefundene Lösung auch auf diese Fälle ausgedehnt und durch Anwendung der völligen Induktion für den kontinuierlichen Eintritt eine Näherungslösung gefunden werden. *Abb. 2* zeigt den zeitlichen Konzentrationsverlauf für 9 Verunreinigungsquellen.

Die Beschreibung der instationären Verdunstung mußte noch durch einen funktionellen Zusammenhang ergänzt werden, und zwar für den Fall des kontinuierlichen Eintritts. Diese Aufgabe wurde zunächst approximativ gelöst,

wobei die Kontinuität des Quellenstromes durch voneinander getrennte, jedoch in dichter Folge eintretende Quellen angenähert wurde.

Auf diese Weise ergab sich der folgende, mathematisch beweisbare allgemeine Zusammenhang:

$$k(\tau) = \frac{k_{\tau \max i}}{\tau_0 n_f - 1} \sum_{i=0}^{m-1} \left[ e^{-\frac{\tau - \tau_{fi}}{\tau_0}} - e^{-(\tau - \tau_{fi})n_f} \right]. \quad (10)$$

Wird im untersuchten Zeitintervall  $T$  mit  $m$  gleichen Eintrittsabschnitten (Verspätungen)  $\tau_{fi}$  gerechnet und tritt die erste Quelle im Zeitpunkt  $\tau = 0$

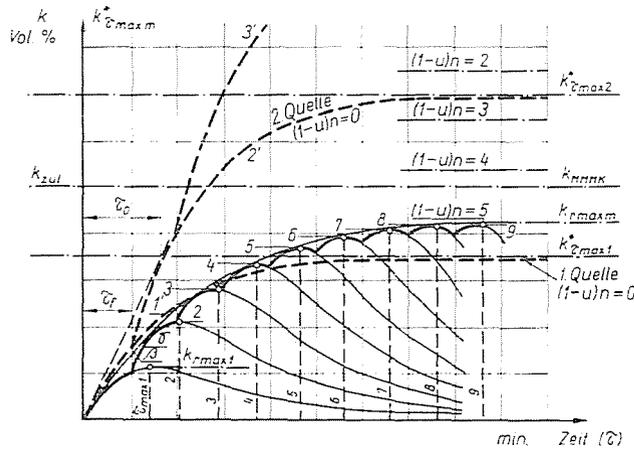


Abb. 2

ein, kann die Wirkung von  $m$  gleichen Verunreinigungsquellen in folgender Weise beschrieben werden:

$$k(\tau) = \frac{Q_{\tau}}{m \cdot I} \sum_{i=0}^{m-1} \left[ e^{-\frac{\tau - \frac{i}{m} T}{\tau_0}} - e^{-(\tau - \frac{i}{m} T)n_f} \right] \quad \text{für } \tau \geq T,$$

worin  $T = m \cdot \tau_{fi}$  die Spritzzeit bedeutet, die je nach der Aufgabe veränderlich, aber bei einer Aufgabe konstant ist.

Dieser Zusammenhang ist wegen der Wahl der Randwertaufgabe (auf Grund der Anfangsbedingungen) ähnlich wie die bisherigen Lösungen nur unter der Bedingung  $\tau \geq T$  gültig

$$k(\tau) = \frac{Q_{\tau}}{I(\tau_0 n_f - 1)} \left[ e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} \cdot \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^{m-1} e^{\frac{i}{m} T} - e^{-\tau n_f} \cdot \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^{m-1} e^{\frac{i}{m} T n_f} \right], \quad \text{für } \tau \geq T.$$

Die Summen bilden jede für sich eine geometrische Progression mit den Gliedern

$$a_1 = e^{\frac{0}{m} \frac{T}{\tau_0}} = 1$$

$$b_1 = e^{\frac{0}{m} T \cdot n_f} = 1$$

sowie

$$p = e^{\frac{1}{m} \frac{T}{\tau_0}}$$

$$q = e^{\frac{1}{m} T \cdot n_f}$$

Die geometrischen Reihen bestehen aus  $m$  Gliedern, ihre Summen sind

$$1 + p + p^2 + \dots + p^{m-1} = \frac{p^m - 1}{p - 1},$$

$$1 + q + q^2 + \dots + q^{m-1} = \frac{q^m - 1}{q - 1}.$$

Damit erhält man

$$k(\tau) = \frac{Q_\tau}{I(\tau_0 n_f - 1)} \left[ \frac{e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} (e^{\frac{T}{\tau_0}} - 1) \frac{1}{m}}{e^{\frac{1}{m} \frac{T}{\tau_0}} - 1} - \frac{e^{-\tau n_f} (e^{T n_f} - 1) \frac{1}{m}}{e^{\frac{1}{m} T n_f} - 1} \right].$$

Zur Beschreibung des Konzentrationsverlaufes bei kontinuierlichem Eintritt der Verunreinigungsquellen sind folgende Grenzübergänge durchzuführen, deren Lösung sich nach der L'Hospitalschen Regel ergibt:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{m}}{e^{\frac{1}{m} \frac{T}{\tau_0}} - 1} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{m}}{e^{\frac{c}{m}} - 1} = \frac{1}{c} = \frac{\tau_0}{T}$$

und

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{m}}{e^{\frac{1}{m} T \cdot n_f} - 1} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{m}}{e^{\frac{c'}{m}} - 1} = \frac{1}{c'} = \frac{1}{T \cdot n_f}.$$

Damit hat man für das kontinuierliche Farbspritzen

$$k(\tau) = \frac{Q_\tau}{I(\tau_0 n_f - 1)} \left[ e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} \left( e^{\frac{T}{\tau_0}} - 1 \right) \frac{\tau_0}{T} - e^{-\tau n_f} (e^{T n_f} - 1) \frac{1}{T n_f} \right] \text{ für } \tau \geq T \quad (11)$$

oder

$$k(\tau) = \frac{k_{\tau \max}^x}{T(\tau_0 n_f - 1)} \left\{ \tau_0 \left( e^{\frac{\tau - T}{\tau_0}} - e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} \right) - \frac{1}{n_f} [e^{-n_f(\tau - T)} - e^{-\tau n_f}] \right\} \text{ für } \tau \geq T.$$

Die Besonderheiten der Funktion stimmen mit denen des Zusammenhangs für zwei Quellen überein. Ihr Verhalten ist nur für die Bedingung  $\tau = T$  richtig, für  $\tau > T$  ist sie (wegen der Randwerte) in der Zeit nicht erklärt. Da aber  $\tau_{\max} \geq T$  unsere Gesichtspunkte befriedigt, ergibt sich ihr Wert für den Zeitpunkt  $\tau = T$  zu

$$k(\tau = T) = \frac{k_{\tau \max}^x}{T(\tau_0 n_f - 1)} \left[ \tau_0 (1 - e^{-\frac{T}{\tau_0}}) - \frac{1}{n_f} (1 - e^{-T n_f}) \right]. \quad (12)$$

Diese Funktion hat bei  $\tau_{\max}$  einen Extremwert, der das Maximum (negative Diskriminante) der Konzentration in der Raumluft darstellt und folgenden Wert hat:

$$k_{\tau \max} = \frac{k_{\tau \max}^x}{T(\tau_0 n_f - 1)} \left\{ \tau_0 \left[ e^{-\frac{\tau_{\max} - T}{\tau_0}} - e^{-\frac{\tau_{\max}}{\tau_0}} \right] - \frac{1}{n_f} [e^{-(\tau_{\max} - T)n_f} - e^{-\tau_{\max} n_f}] \right\}$$

Es ist beweisbar, daß  $\tau_{\max} \cong T$ , womit

$$k_{\tau \max} = \frac{k_{\tau \max}^x}{T(\tau_0 n_f - 1)} \left[ \tau_0 (1 - e^{-\frac{T}{\tau_0}}) - \frac{1}{n_f} (1 - e^{-T n_f}) \right] \quad (13)$$

wird. Die charakteristischen Parameter beim Farbspritzen bewegen sich im allgemeinen zwischen folgenden Grenzen:

$$0,5 \leq \frac{1}{\tau_0} \leq 5,$$

$$0,2 \leq T \leq 8,$$

$$0,1 \leq \frac{\tau}{\tau_0} \leq 40,$$

$$50 \leq n_f \leq 400.$$

Damit läßt sich die Gleichung (13) in die den praktischen Anforderungen genügende vereinfachte Form

$$k_{\tau_{\max}} = \frac{k_{\tau_{\max}}^x}{T \cdot n_f} \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_0}}\right) \leq k_{z_{\text{zul}}} \quad (14)$$

bringen, d. h. der gesuchte Luftwechsel ist

$$n_f = \frac{k_{\tau_{\max}}^x}{T \cdot k_{z_{\text{zul}}}} \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_0}}\right). \quad (15)$$

Mit diesem Zusammenhang wurden für die in Ungarn zum Farbspritzen häufig verwendeten Farben unter verschiedenen Verhältnissen und Bedingungen die

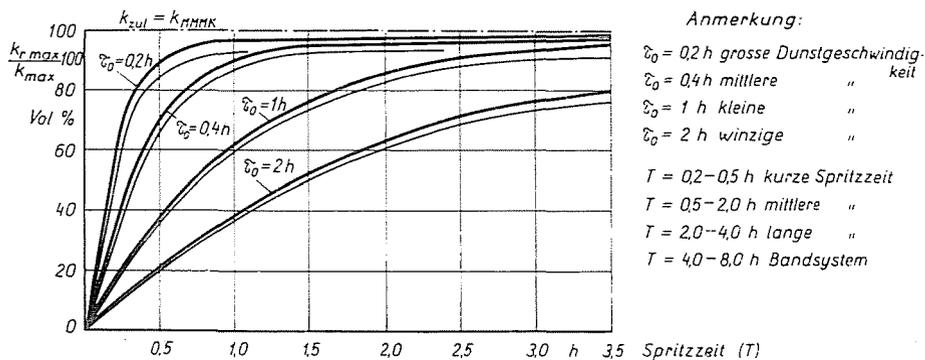


Abb. 3

tatsächlich auftretenden Konzentrationswerte berechnet und, auf den stationären Zustand bezogen, in einem Diagramm (Abb. 3) dargestellt.

Man braucht also bei der praktischen Auslegung nur die Zuluftmenge für den stationären Fall anhand der einfachen Formel

$$V_z = \frac{Q}{k_{z_{\text{zul}}}}$$

zu berechnen und diese dann mit einem für die entsprechende Farbtype und Spritzzeit geltenden aus Abb. 3 zu entnehmenden Faktor zu multiplizieren. Die Zeitkonstante  $\tau_0$  der verwendeten Farbe muß jeweils durch Messung bestimmt werden.

Es ist ohne weiteres einzusehen und aus dem Diagramm klar ersichtlich, daß sich dieser Faktor mit zunehmender Spritzzeit und wachsender Verdunstungsgeschwindigkeit dem Wert 1 (100%) nähert. Andererseits geht aus dem Diagramm auch hervor, daß bei den in der Praxis am häufigsten ange-

wendeten Farben ( $\tau_0 = 0,3 \dots 0,5$  h) und Spritzzeiten ( $T = 0,6 \dots 1,2$  h) eine beträchtliche Verringerung der Zuluftmenge gegenüber dem Bedarf beim stationären Zustand möglich ist. Zieht man die großen Farbstoffmengen in Betracht, die fast in jedem Industriezweig verbraucht werden, ergeben sich offenbar beträchtliche Ersparnisse im jährlichen Energieverbrauch.

### 3. Schlußfolgerungen

Die hauptsächlichsten Ergebnisse der vorliegenden Untersuchungen lassen sich in folgenden Punkten zusammenfassen:

a) Die wichtigste Ausgangsgröße zur Berechnung der erforderlichen Zuluftmenge ist die in der Zeiteinheit verbrauchte Farbstoffmenge sowie deren Gehalt an flüchtigen Bestandteilen bei der Auftragungskonsistenz. Weiterhin sind die folgenden Erkenntnisse bei der Bestimmung eines die Wirklichkeit getreu widerspiegelnden Konzentrationsbildes unentbehrlich.

b) Für den stationären Zustand darf eine Anlage nur dann bemessen werden, wenn die Entwicklung der schädlichen Gase und Dämpfe sowie die Ausbildung der Konzentration tatsächlich stationär verläuft bzw. sich mit ausreichender Genauigkeit diesem Zustand nähert. Die Richtigkeit dieser Annahme kann bei der Verdunstung nur durch eine vorangehende — gewöhnlich längere Zeit beanspruchende — Untersuchung festgestellt werden, da man sonst vom wirklichen, auf Naturgesetzen beruhenden Verlauf der Verdunstung sehr stark abweichen kann und eine zu kleine oder eine überdimensionierte Lüftungsanlage erhalten würde.

Bei der instationären Dampf- und Gasbildung, d. h. z. B. bei den wirklichen, in der Praxis vorkommenden Verdunstungsvorgängen bedürfen stets folgende Fragen der Klärung:

- in welchem Zeitpunkt des Untersuchungszeitraumes treten die schädlichen Stoffe ein,
- erfolgt dieser Eintritt in aneinanderfolgenden gleichen oder verschiedenen Zeitabschnitten (mit Verspätung),
- ist die Größe der Verunreinigungsquellen gleich, sind diese Quellen gleichartig,
- erfolgt die Einführung der Zuluft kontinuierlich oder mit Unterbrechungen?

c) Insbesondere ist die größte Vorsicht dann geboten, wenn die untersuchte Zeitdauer kurz ist und der schädliche Stoff eine große Zeitkonstante hat (die Verdunstungsgeschwindigkeit klein ist), da sich in diesem Fall die größten Abweichungen vom stationären Zustand ergeben.

d) Die größte Zuluftmenge ist bei jenen Überzugsstoffen erforderlich, die schnell verdunstende Lösungsmittel enthalten. In diesem Fall entsteht

nämlich wegen des Zurückbleibens der Lüftungseinrichtung in einem kurzen Zeitintervall eine sehr große schädliche Konzentration und aus diesem Grunde ist die Menge der erforderlichen Verdünnungsluft größer als im stationären Zustand.

### Zusammenfassung

Die bisher bekannten Verfahren zur Berechnung der Zuluftmenge für Räume, in denen Gegenstände einen Anstrich mit den üblichen, leicht flüchtige, schädliche Bestandteile enthaltenden Überzugsstoffen erhalten oder zum Trocknen abgestellt werden, beruhen auf der Grundlage des stationären Beharrungszustandes. Die große Steigerung der Zahl und Leistung derartiger Anlagen erfordert aus Wirtschaftlichkeitsgründen eine exaktere Bestimmung der erforderlichen Zuluftmenge. Dieses Vorhaben läßt sich nur anhand der genauen Kenntnis der verschiedenen instationären Vorgänge verwirklichen, für die in der vorliegenden Untersuchung analytische Lösungen erarbeitet werden.

### Literatur

MÜLLER, K. G.: Bestimmung der erforderlichen Zuluftmenge bei lufttechnischen Anlagen. Heizung—Lüftung—Haustechnik, **12** (1961).

Dr. Róbert Kiss, Budapest, XI. Sztoczek u. 2—4. Ungarn.