

GESCHWINDIGKEITS- UND DRUCKVERHÄLTNISSE BEI WAAGRECHTER PNEUMATISCHER FÖRDERUNG

Von

L. PÁPAI

Lehrstuhl für Chemische Maschinenlehre, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 9. Juni, 1966)

Einleitung

Im Laufe der pneumatischen Förderung stehen die Geschwindigkeit der Fördergutströmung und der im Förderrohr auftretende Druckabfall miteinander in engem Zusammenhang. Dieser Zusammenhang kann aus den auf die einzelnen Körnchen wirkenden bekannten Kräften (Triebkraft, Widerstandskraft) bestimmt werden. Im folgenden werden die Fälle der stationären Messengutförderung in waagrechten geraden pneumatischen Förderanlagen behandelt. Die Förderung ist stationär hinter der Anlaufsstrecke (L_i), d. h. wenn die Körnchen schon auf eine dem Betriebszustand entsprechende Geschwindigkeit beschleunigt sind. In der stationären Förderungsstrecke ist der Gradient des Druckes längs der Rohrleitung konstant:

$$\frac{dp}{dl} = \text{konstant.}$$

Bezeichnungen

$A = D^2 \pi/4$ (m ²)	=	Querschnitt des Förderrohrs
$A_0 = d_0^2 \pi/4$ (m ²)	=	Kornquerschnitt
B, B'	=	Konstanten
C_e	=	aerodynamischer Widerstandsfaktor
D (m)	=	Innendurchmesser des Förderrohrs
d_0 (m)	=	Korndurchmesser; nicht kugelförmiger Körnchen: ein mit der Kugel gleichwertiger Durchmesser
F (kp)	=	Kraft
F_1 (kp)	=	auf ein Körnchen wirkende aerodynamische Kraft, Triebkraft
G_1 (kp)	=	Gewicht eines Körnchens
g (m/s ²)	=	Schwerebeschleunigung
k	=	Proportionalitätsfaktor
k_v (m ⁻¹)	=	Förderfaktor
l, L, L_i (m)	=	Rohrlänge
m_G	=	Gewichtsverhältnis; Gewichtsverhältnis des im Rohr gleichzeitig anwesenden Fördergutes und Gases
$m_1 = G_1/g$ (kps ² /m)	=	Masse eines Körnchens
n (Stück)	=	Zahl der im Rohr gleichzeitig anwesenden Körnchen
p (kp/m ²)	=	Druck
Δp (kp/m ²)	=	Druckabfall
Δp_0 (kp/m ²)	=	Druckabfall bei Leerlauf
$\Delta p_s = \Delta p_v - \Delta p_0$ (kp/m ²)	=	Zusätzlicher Druckabfall bei Förderung
Δp_v (kp/m ²)	=	Druckabfall bei waagrechter stationärer Förderung

Q_a (kp/s)	= Förderleistung; Fördergutmenge
$Q_g = V_g \gamma_g$ (kp/s)	= Gewichtsmenge des in der Zeiteinheit strömenden Gases, Gewichtsströmung
$q_a = Q_a/v_a$ (kp/m)	= lfd.m Gewicht des Fördergutes
$q_g = Q_g/v_g$ (kp/m)	= lfd.m Gewicht des Gases
$Re_0 = d_0 w/v_g$	= Reynoldssche Zahl, auf das Körnchen bezogen
S_1 (kp)	= auf ein Körnchen wirkende Zurückhaltungskraft (Widerstand)
$s = w/v_g$	= Slip, relatives Zurückbleiben
V_g (m ³ /s)	= Volumströmung, das in der Zeiteinheit strömende Gasvolumen
v_a (m/s)	= Fördergutgeschwindigkeit
v_g (m/s)	= Gasgeschwindigkeit (Luftgeschwindigkeit)
w (m/s)	= relative Geschwindigkeit
w_0 (m/s)	= Schweb- (Fall-)Geschwindigkeit
w_f (m/s)	= relative Geschwindigkeit der senkrechten Förderung
γ_a (kp/m ³)	= spezifisches Gewicht des Fördergutes
γ_g (kp/m ³)	= spezifisches Gewicht des Gases
λ_z	= Faktor der zusätzlichen Reibung
$\mu = Q_a/Q_g$	= Mischungsverhältnis; Gewichtsverhältnis der Zuführung
$\mu_g = v_g \gamma_g/g$ (kps/m ²)	= dynamische Viskosität
ν_g (m ² /s)	= kinematische Viskosität
ξ^2 (m ⁻¹)	= ein auf die Abnahme der kinetischen Energie je lfd.m hinweisender Faktor

Zusammenhang zwischen Druckabfall und den auf die Stoffkörnchen wirkenden Kräfte

Im pneumatischen Förderrohr ist der Druckabfall (Δp_v) während der Förderung größer als der Druckabfall im Leerlauf bei derselben Geschwindigkeit (Δp_0): $\Delta p_v > \Delta p_0$ (s. Abb. 1).

Die Untersuchung der physikalischen Gründe für die mit der pneumatischen Förderung verbundenen Erscheinungen führte zu dem Ergebnis, daß sich der bei der Förderung auftretende Druckabfall aus dem Druckabfall im Förderrohr bei Leerlauf (Δp_0) und aus einem bei der Förderung auftretenden zusätzlichen Druckabfall (Δp_s) ergibt, d. h. daß

$$\Delta p_v = \Delta p_0 + \Delta p_s.$$

Die Zunahme des Druckabfalls wird durch die Kräfte verursacht, die auf die im untersuchten Rohrabschnitt befindlichen Körnchen wirken. Unter dem Einfluß dieser Kräfte entsteht ein zusätzlicher Druck über den reibungsbedingten Druckabfall in dem im Leerlauf arbeitenden Förderrohr hinaus.

Dies läßt sich z. B. durch den Windkanalversuch leicht beweisen. Ist in einem Windkanal zur Herstellung eines Gasstromes der Geschwindigkeit v_g ein Druckunterschied Δp_0 zwischen den beiden Enden des Kanals notwendig (s. Abb. 2a), um die Reibungsverluste zwischen Gas und Kanalwand zu decken, erhöht sich der Druckabfall nach Einführung eines Prüfkörpers (z. B. einer Kugel) bei unveränderter Gasgeschwindigkeit (Abb. 2b). Indem auch die auf den Prüfkörper wirkende aerodynamische Kraft F gemessen wird (z. B. mit einer aerodynamischen Waage), ergibt sich die Zunahme des Druckabfalls als

Quotient aus der mit der Waage gemessenen Kraft und dem Kanalquerschnitt (F/A) unschwer auch auf rechnerischem Wege. Bei Messung des Luftwiderstandes der Kugel hat man den Druckabfall zwischen den beiden Enden des Kanals als die Summe der beiden Druckabfälle

$$\Delta p = \Delta p_0 + \frac{F}{A} \cdot (\text{kp/m}^2)$$

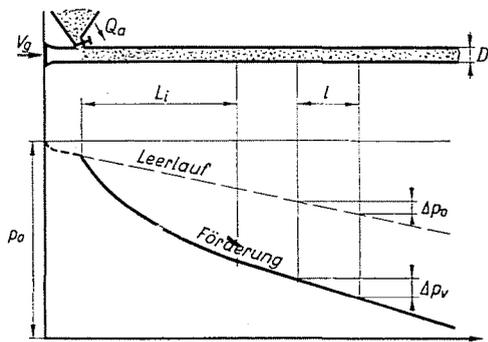


Abb. 1. Druckabfall längs des pneumatischen Förderrohrs bei Leerlauf und Förderung. Die Gasgeschwindigkeit ist in beiden Fällen gleich

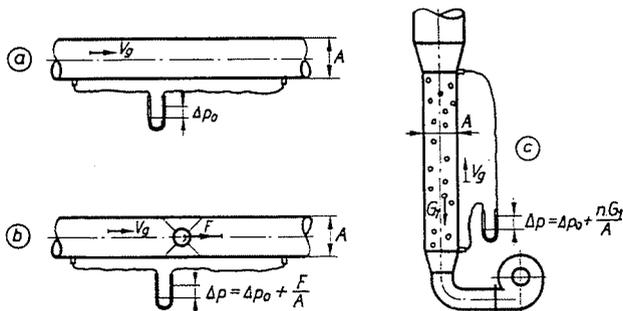


Abb. 2. Druckabfall im Windkanal a) im Leerlauf, b) mit befestigter Kugel, c) bei schwebendem Gut

Ähnlich liegen die Dinge auch bei den Schwebereinrichtungen (s. Abb. 2c). Über den Druckabfall (Δp_0) hinaus, der sich aus der Reibung zwischen dem Rohr und dem im senkrechten Rohr erzeugten Gasstrom der Geschwindigkeit v_g ergibt, tritt ein zusätzlicher Druck auf, wenn im Rohr Fördergutteilchen schwebend gehalten werden. Der beim Schweben auftretende zusätzliche Druck ist der Quotient aus dem Gewicht des schwebend gehaltenen Feststoffes und aus dem des Querschnittes der Schwebereinrichtung. Wenn sich also n Stück Körnchen mit dem Gewicht G_1 in der Schwebereinrichtung befinden, ist der auftretende Druck

$$\Delta p = \Delta p_0 + \frac{n G_1}{A}$$

Die beiden Beispiele zeigen: Wenn sich in einem Rohr oder Kanal Körnchen oder andere Körperteilchen befinden, äußert sich die auf die Körper wirkende aerodynamische Kraftwirkung über den aus der Wandreibung am Rohr entstehenden Druckabfall hinaus in einem sogenannten zusätzlichen Druckabfall, unabhängig davon, welche Kräfte der aerodynamischen Kraft das Gleichgewicht halten. (Im Windkanal wird die aerodynamische Kraft durch die Seilkräfte der Waage, in der Schwebereinrichtung durch das Gewicht ausgeglichen.)

Ähnlich ist die Lage auch bei der pneumatischen Förderung. Abb. 3 zeigt ein waagrechtes pneumatisches Förderrohr, in dem sich die Fördergutkörnchen schon mit einer dem stationären Betrieb entsprechenden Geschwindigkeit v_a bewegen. In der geprüften l langen Rohrstrecke befinden sich n Stück Körnchen. Auf jedes Körnchen wirken die Förderungswiderstandskraft und die sie ausgleichende aerodynamische Kraft F_1 , die hier die Triebkraft bedeutet.

Während der Förderung ist der Druckabfall im l langen waagrechten geraden Rohr

$$\Delta p_v = \Delta p_0 + \Delta p_s \cdot (\text{kp/m}^2) \quad (1)$$

Hier ist Δp_0 (kp/m^2) der Druckabfall bei Leerlauf und bei derselben Gasgeschwindigkeit, wie sie bei der Förderung vorhanden ist. Sein Wert weicht — wie von VOLLHEIM [15] nachgewiesen wurde —, auch bei einer Förderung mit hohem Mischungsverhältnis kaum von seinem Wert bei Strömung im leeren Rohr ab. Die Abweichung wird durch die Veränderung des Geschwindigkeitsprofils verursacht.

Δp_s (kp/m^2) ist der bei Förderung im waagrechten Rohr auftretende zusätzliche Druck. Sein Wert ergibt sich aus den auf die einzelnen Teilchen wirkenden Kräften zu

$$\Delta p_s = \frac{n F_1}{A} \approx \frac{n S_1}{A} \cdot (\text{kp/m}^2) \quad (2)$$

All dies bestätigt das Prinzip, daß der während der Förderung auftretende Druckabfall der Summe des Druckabfalls bei Leerlauf und des zusätzlichen Druckabfalls bei der Förderung gleich ist.

Der bei stationärer waagrechter Förderung auftretende zusätzliche Druckabfall hängt von den technischen Kennwerten der Förderung und der Förderanlage (Q_a , v_g , A , usw.) sowie von der geförderten Stoffart ab. Der zusätzliche Druckabfall kann aus der bekannten, auf das Körnchen wirkenden aerodynamischen Kraft und aus dem gleichfalls bekannten Widerstand ermittelt werden. Da die Kraftwirkungen je nach der geförderten Stoffart verschieden sein können (bei großkörnigen Stoffen z. B. ändert sich die aerodynamische Triebkraft mit dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit, bei kleinen

Körnchen linear mit der relativen Geschwindigkeit; bei der Förderung von festen elastischen Stoffteilchen ergibt sich der Widerstand aus Stößen, bei der Förderung von weichem Gut aus der Reibung), nehmen die zur Ermittlung des zusätzlichen Druckabfalls geeigneten Zusammenhänge verschiedene Formen an.

Die auf die Körnchen wirkende aerodynamische Kraft F_1 (Triebkraft) ist bei Förderung großer Körnchen (bei Luftförderung $d_0 > 1$ mm) dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit (w) proportional, es gilt mithin

$$F_1 = \frac{\gamma_g}{2g} A_0 C_e w^2, \quad (\text{kp}) \quad (3)$$

wenn C_e den auf den Querschnitt A_0 des Körnchens bezogenen aerodynamischen Widerstandsfaktor bedeutet. Sein Wert ist konstant, wenn die Reynoldssche Zahl für das Körnchen

$$Re_0 > 1000.$$

Bei der Förderung ganz klein gekörnten Gutes ($d_0 < 50 \mu\text{m}$) ist die auf die Körnchen wirkende aerodynamische Kraft gemäß der Stokesschen Formel der relativen Geschwindigkeit proportional:

$$F_1 = 3 \pi \mu_g d_0 w. \quad (\text{kp}) \quad (4)$$

Der Förderungswiderstand S_1 (Zurückhaltungskraft) stammt entweder aus den Stößen (in diesem Falle ist er dem Quadrat der Fördergutgeschwindigkeit proportional), oder aus der Reibung (die Geschwindigkeit hat hier keinerlei Einfluß). Die Zurückhaltungskraft wird als stationär wirkend angenommen, d. h. man wird mit dem zeitlichen Durchschnitt der wirkenden Kräfte rechnen.

Entsprechend wird die aus dem Stoß stammende Kraftwirkung S_1 folgendermaßen gedeutet:

Das sich springend bewegende und in jeder Entfernung l an die Wand prallende Körnchen verliert bei jedem Stoß den $l\xi$ -ten Teil seiner kinetischen Energie (ξ ist also ein auf die Abnahme der kinetischen Energie je lfd.m bezogene Beiwert. Seine Maßeinheit ist m^{-1}). Dieser Energieverlust ist die Arbeit der kontinuierlich wirkenden Zurückhaltungskraft:

$$l \xi \frac{m_1 v_a^2}{2} = l S_1 ;$$

die aus dem Stoß entstehende Zurückhaltungskraft ist also

$$S_1 = \xi \frac{m_1 v_a^2}{2}. \quad (\text{kp}) \quad (5)$$

Wenn die Zurückhaltungskraft aus der Reibung stammt oder der Reibung proportional ist, kann sie aus dem Zusammenhang

$$S_1 = k G_1 \quad (\text{kp}) \quad (6)$$

berechnet werden, wo k der Proportionalitätsfaktor ist. Die Gleichung (6) drückt aus, daß die auftretende Reibungskraft dem Gewicht des Körnchens proportional ist. Die Reibungskraft bei Förderung stimmt nicht mit der Gleitreibungskraft überein, weshalb der k -Wert nicht mit dem Reibungsfaktor des Körnchens identisch ist.

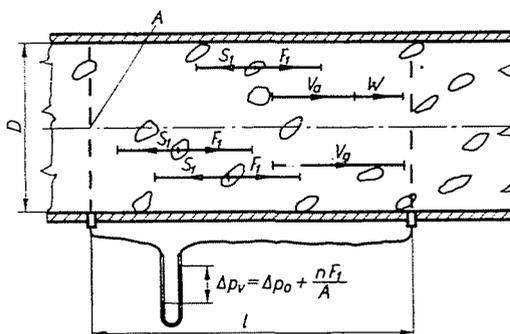


Abb. 3. Verlauf des zusätzlichen Förderungsdruckes

Die im Förderrohr auftretenden Geschwindigkeiten sind in Abb. 3 dargestellt. Die Gasgeschwindigkeit (v_g) bedeutet einen Durchschnittswert gemäß

$$v_g = \frac{V_g}{A} \cdot (\text{m/s}) \quad (7)$$

Bei waagrechter stationärer Förderung ist die durchschnittliche Fördergeschwindigkeit (v_a) immer kleiner als die Gasgeschwindigkeit:

$$v_a < v_g.$$

Der Unterschied zwischen Gasgeschwindigkeit und Fördergutgeschwindigkeit, die sogenannte relative Geschwindigkeit

$$w = v_g - v_a \quad (8)$$

liefert die zur Bewegung der Körnchen erforderliche aerodynamische Triebkraft. Da während der Bewegung des Körnchens (aus Stößen oder aus der Rei-

bung) im Rohr immer eine Zurückhaltungskraft auftritt, kann der gleichmäßige Fördergutstrom nur mit einer Geschwindigkeit aufrechterhalten werden, die kleiner ist als die Gasgeschwindigkeit. Die so zustande kommende relative Geschwindigkeit (w) liefert die zum Ausgleich der Zurückhaltungskraft nötige Triebkraft. (Ebendeshalb ist bei der stationären senkrechten Förderung die relative Geschwindigkeit immer größer, als die Fall- oder Schwebegeschwindigkeit: $w_f > w_0$.)

Bei pneumatischer Förderung kann also der sogenannte Slipverlust nicht vermieden werden. Der Slip oder das relative Zurückbleiben

$$s = \frac{w}{v_g} = \frac{v_g - v_a}{v_g} \quad (9)$$

hat zur Folge, daß das Gewichtsverhältnis des im Rohr gleichzeitig anwesenden Gutes zum Gase (m_G) immer größer ist als das für die Zuführung charakteristische Mischungsverhältnis $\mu = Q_a/Q_g$, d. h.:

$$m_G > \mu.$$

Das Gewichtsverhältnis des gleichzeitig anwesenden Gutes und Gases kann aus den lfd.m-Gewichten ermittelt werden:

$$m_G = \frac{q_a}{q_g} = \frac{Q_a/v_a}{Q_g/v_g} = \frac{\mu}{1-s}. \quad (10)$$

Da für die im Förderrohr sich ausbildenden Verhältnisse das Gewichtsverhältnis (m_G) kennzeichnend ist (das Mischungsverhältnis μ kennzeichnet nur die Zuführungsverhältnisse), ist es unzuweckmäßig den während der Förderung auftretenden Druckabfall (da er keinen physikalischen Gehalt hat) mit dem Mischungsverhältnis auszudrücken. Das bezieht sich auf die Formel von GASTERSTÄDT, wo das Verhältnis der Drücke durch das Mischungsverhältnis ausgedrückt wird:

$$\frac{\Delta p_v}{\Delta p_0} = 1 + k_G \mu \quad (11)$$

(k_G ist hier der »Gasterstädtische Faktor«). Ähnliches gilt für den Barthschen Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \Delta p_v &= \Delta p_0 + \Delta p_s, \\ \Delta p_s &= \lambda_z \frac{l}{D} \frac{v_g^2}{\nu} \mu \nu \end{aligned} \quad (12)$$

wo

Im weiteren werden die Förderungsdruckabfälle betrachtet, die sich aus den möglichen Kombinationen der während der stationären waagrechten Förderung auf die Körnchen wirkenden aerodynamischen Kraft und der Zurückhaltungskraft ergeben, ferner die infolge der Kraftwirkungen zustandekommenden Geschwindigkeitsverhältnisse erörtert.

a) Die Triebkraft ist dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit proportional, die Zurückhaltungskraft ergibt sich aus Stößen. Während der Förderung von Getreide, großkörnigen Samen (Erbsen, Mais) und ähnlichen Feststoffen (großkörnigen Kunststoffen, usw.) ist die Triebkraft dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit proportional (3), während die Zurückhaltungskraft — wenn mit einer über der Verstopfungsgeschwindigkeit liegenden Geschwindigkeit gearbeitet wird —, aus Stößen stammt (5).

Aus dem Gleichgewicht der Triebkraft und der Widerstandskraft ($F_1 = = S_1$) kann der Zusammenhang zwischen Fördergutgeschwindigkeit und relativer Geschwindigkeit unmittelbar berechnet werden:

$$\frac{\gamma_g}{2g} A_0 C_e w^2 = \xi \frac{m_1 v_a^2}{2}.$$

Nach Zusammenziehung der Konstanten gilt

$$w^2 = B v_a^2.$$

B ist hier eine Konstante, die die Kennwerte des geförderten Körnchens und des Fördergases enthält:

$$B = \frac{\xi G_1}{\gamma_g A_0 C_e}. \quad (13)$$

Der Zusammenhang zwischen relativer Geschwindigkeit und Fördergutgeschwindigkeit ist also

$$w = \sqrt{B} v_a. \quad (\text{m/s}) \quad (14)$$

Für die Praxis ist der Geschwindigkeitszusammenhang $v_a(v_g)$ und $w(v_g)$, den man aus (14) unter Verwendung des Zusammenhanges $v_g = v_a + w$ bekommen kann,

$$v_a = \frac{1}{1 + \sqrt{B}} v_g \quad (\text{m/s}) \quad (15)$$

bzw.

$$w = \frac{\sqrt{B}}{1 + \sqrt{B}} v_g \quad (\text{m/s}) \quad (16)$$

brauchbarer.

Diese Zusammenhänge zeigen einen linearen Geschwindigkeitzusammenhang, d. h. die Konstanz des Slips (siehe Abb. 4). Der Wert des Slips bzw. der das Verhältnis der Geschwindigkeiten ausdrückende Faktor (B) hängen nur von den Kennwerten der geförderten Körnchen und des Fördergases ab. Die Verwendbarkeit der Formeln beschränkt sich nicht auf ein einziges im Rohr anwesendes Körnchen, da die für ein Körnchen berechnete Kraft den Durchschnittswert bedeutet, der auf die Körnchen im Rohr wirkt. So rechnet man, etwa wenn die Anwesenheit einer großen Zahl von Körnchen die Änderung des aerodynamischen Widerstandsfaktors (C_e) verursacht, mit den geänderten Werten des Widerstandsfaktors:

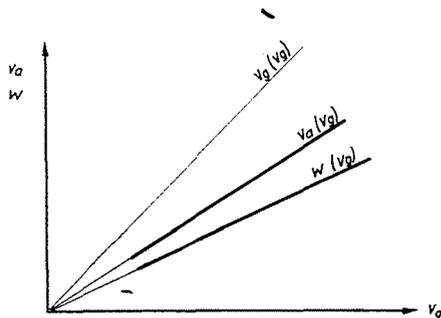


Abb. 4. Geschwindigkeitsverlauf (die Triebkraft ist dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit proportional, die Zurückhaltungskraft stammt aus Stößen)

Der bei Förderung auftretende Überdruck läßt sich als der Quotient aus der Summe der auf n Stück Körnchen im l langen Rohr wirkenden Zurückhaltungskräfte und dem Rohrquerschnitt ausdrücken:

$$\Delta p_s = \frac{n S_1}{A} \quad (\text{kp/m}^2) \quad (2)$$

Das Gesamtgewicht von n Stück Körnchen mit dem Gewicht von je G_1 , die im l langen Rohr anwesend sind, kann als das lfd.m-Gewicht aufgefaßt werden

$$n G_1 = l q_a,$$

woraus

$$n = l \frac{q_a}{G_1} = l \frac{Q_a}{v_a G_1} \quad (17)$$

Wenn man in Gleichung (2) den Wert von n gemäß (17) und S_1 aus (5) substituiert, hat man

$$\Delta p_s = l \frac{Q_a}{v_a G_1} \xi \frac{m_1 v_a^2}{2 A}.$$

Mit $m_1 = G_1/g$ und nach Ordnung erhält man den Zusammenhang zur Ermittlung des bei stationärer waagrechter Förderung auftretenden zusätzlichen Druckes in der Form

$$\Delta p_s = l \xi \frac{Q_a v_a}{2 g A} \quad (\text{kp/m}^2) \quad (18)$$

$\xi(1/m)$ ist hier ein die Verringerung der kinetischen Energie der Körnchen je lfd.m erfassender Faktor, der sogenannte *Stoßfaktor*. Sein Wert ist kennzeichnend für die geförderte Stoffart. Der Zusammenhang (18) kann in eine noch

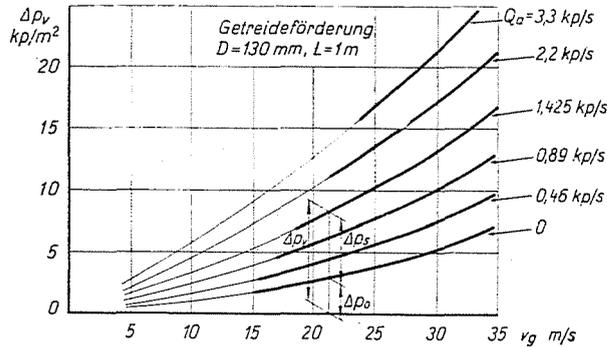


Abb. 5. Die Druckabfälle Δp_s in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit (stationäre waagrechte Getreideförderung)

handlichere Form gebracht werden, wenn man statt der Fördergutgeschwindigkeit die Gasgeschwindigkeit setzt. Dies ist unschwer möglich, da — wie aus (15) ersichtlich —, zwischen Fördergutgeschwindigkeit und Gasgeschwindigkeit ein linearer Zusammenhang besteht. Auf dieser Grundlage schreibt sich der *zusätzliche Druckabfall bei waagrechter stationärer Förderung* zu

$$\Delta p_s = l k_v \frac{Q_a v_g}{g A}, \quad (\text{kp/m}^2) \quad (19)$$

wenn $k_v = \frac{\xi(1-s)}{2}$ ($1/m$) den Faktor der waagrechten Förderung bezeichnet. Sein Wert hängt von der Art des geförderten Gutes ab, er ist also ein Stoffkennwert.

Die Berechnung des zusätzlichen Druckes der waagrechten stationären Förderung nach (19) hat auch den Vorteil, daß der darin enthaltene *Förderungs*faktor k_v aus Messungen an arbeitenden Förderanlagen (Druckabfall, Förderleistung, Gasgeschwindigkeit) leicht bestimmt werden kann.

Abb. 5 zeigt Meßergebnisse für eine Getreideförderanlage. Sie veranschaulicht den Zusammenhang zwischen den auf eine $L = 1$ m lange, gerade

waagrechte Strecke umgerechneten Druckabfällen in einem Förderrohr mit dem lichten Durchmesser $D = 130$ mm einerseits und der Gasgeschwindigkeit andererseits, bei verschiedenen Förderleistungen.

Die Ordinaten der untersten Kurve geben die Werte des bei Leerlauf ($Q_a = 0$) gemessenen Druckabfalles je lfd.m. Die für gleiche Förderleistungen Q_a kennzeichnenden Punkte der wegen der Förderung gestiegenen Druckabfälle Δp_v ergeben eine Kurvenschar.

In Abb. 5 charakterisieren die auf den konstanten Werten $Q_a = 0,46; 0,89; 1,425; 2,2$ und $3,3$ kp/s gehaltenen Förderleistungen als Parameter die

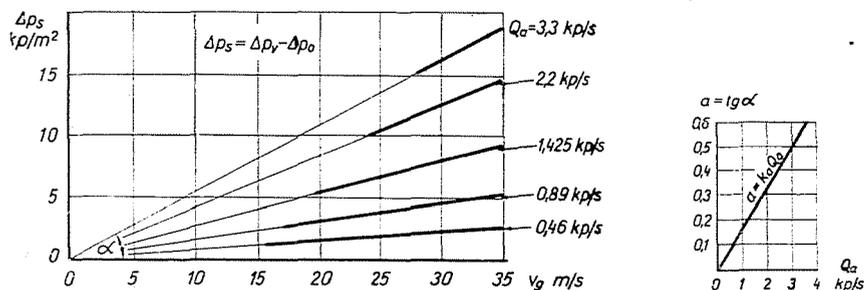


Abb. 6. Zusätzlicher Druck bei Förderung in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit (stationäre waagrechte Getreideförderung in einem Rohr mit dem Durchmesser $D = 130$ mm und der Länge $L = 1$ m)

übereinander verlaufenden Kurven der Kurvenschar. Ihre Ordinaten teilt die Leerlaufkurve mit dem Parameter $Q_a = 0$ in zwei Teile.

Der zwischen die beiden Kurven fallende, durch graphische Subtraktion ermittelte Schnitt

$$\Delta p_s = \Delta p_v - \Delta p_0$$

stellt den auf die Förderung entfallenden Teil des Druckabfalls dar, der den Meßergebnissen gemäß sowohl der Gasgeschwindigkeit v_g wie auch der Förderleistung Q_a proportional ist.

Auf Abb. 6 sind die durch graphische Subtraktion ermittelten zusätzlichen Förderungsdruckabfälle $\Delta p_s = \Delta p_v - \Delta p_0$ in Funktion der Gasgeschwindigkeit aufgetragen (Parameter: Förderleistung Q_a). Die dortigen Werte beziehen sich auf eine waagrechte stationäre Weizenförderung in einer 1m langen Rohrstrecke mit einem Durchmesser $D = 130$ mm. Bei verschiedenen konstanten Förderleistungen Q_a ist das Δp_s eine vom Ursprung ausgehende Gerade, deren Richtungstangens sich der Förderleistung proportional ändert. Die Richtungstangenswerte dieser Geraden sind in der Abb. 6 in Funktion der Förderleistung verzeichnet.

Die von der Förderleistung linear abhängige Veränderlichkeit der bei der Förderung auftretenden zusätzlichen Druckabfälle ist in Abb. 7 dargestellt, u. zw. sind hier die Änderungen Δp_v der Druckabfälle Funktion der Förderleistung Q_a aufgetragen (Parameter: Gasgeschwindigkeit v_g).

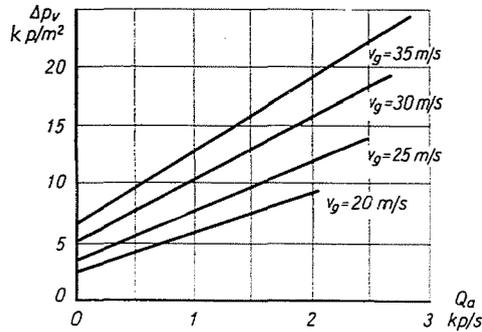


Abb. 7. Der Druckabfall Δp_v in Abhängigkeit von der Förderleistung Q_a (stationäre waagrechte Getreideförderung in einem Rohr mit 130 mm Durchmesser und 1 m Länge)

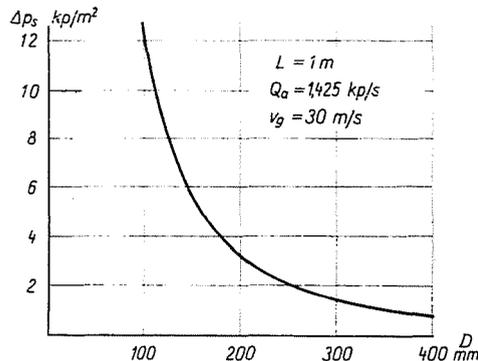


Abb. 8. Zusätzlicher Druck bei Förderung in Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser (stationäre waagrechte Getreideförderung)

Den Einfluß des Rohrdurchmessers auf den bei der Getreideförderung auftretenden zusätzlichen Druck zeigt die Abb. 8. Unsere Meßergebnisse ergänzen wir mit jenen von SEGLER [2], um die Wirkung des Rohrdurchmessers innerhalb weiter Grenzen ($D = 50 - 400$ mm) prüfen zu können. Aus Abb. 8 ist ersichtlich, daß der zusätzliche Förderungsdruckabfall dem mit Gleichung (18) bzw. (19) ausgedrückten Zusammenhang folgt, d. h. er ist dem Querschnitt des Förderrohres umgekehrt proportional.

Auf Grund der Meßergebnisse schreibt sich der Förderungsfaktor für Weizen zu

$$k_r = 0,023 - 0,026/m,$$

der Stoßfaktor für die Abnahme der kinetischen Energie der Körnchen je lfd.m zu

$$\xi = 0,08 - 0,09/m; \text{ d.h. } 8 - 9\%/m,$$

und der Slip zu

$$s = 0,38 - 0,4; \text{ d.h. } 38 - 40\%.$$

b) Die Triebkraft ist der relativen Geschwindigkeit proportional, die Zurückhaltungskraft stammt aus Stößen:

$$F_1 = 3 \pi \mu_g d_0 w, \quad (\text{kp}) \quad (4)$$

$$S_1 = \xi \frac{m_1 v_a^2}{2}. \quad (\text{kp}) \quad (5)$$

Dieser Fall tritt ein bei der Förderung von feinkörnigen Stoffen ($d_0 < 50 \text{ m}$), wenn die Körnchen hart und elastisch sind, d. h. wenn sie sich während der Förderung im Förderrohr springend und nicht gleitend fortbewegen.

Aus dem Gleichgewicht der Kräfte kann der Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten auch jetzt berechnet werden:

$$F_1 = S_1, \text{ d.h.}$$

$$3 \pi \mu_g d_0 w = \xi \frac{m_1 v_a^2}{2},$$

woraus der Zusammenhang zwischen der relativen und der Fördergutgeschwindigkeit

$$w = B' v_a^2 \quad (\text{m/s}) \quad (20)$$

wenn B' eine die Kennwerte des geförderten Körnchens und des Fördergases enthaltende Konstante ist:

$$B' = \frac{G_1 \xi}{6 \pi \mu_g g d_0} = \frac{\xi}{36 r_g} \frac{\gamma_a}{\gamma_g} d_0^2. \quad (\text{m/s}) \quad (21)$$

Statt des in (20) aufgeschriebenen Zusammenhanges $w(v_a)$ eignen sich für praktische Berechnungen die Zusammenhänge $v_a(v_g)$ und $w(v_g)$. Diese erhält man unter Benutzung der Gleichung $v_g = v_a + w$ in der Form

$$v_g = v_a + B' v_a^2. \quad (\text{m/s}) \quad (22)$$

Hieraus wird umgekehrt aufgeschrieben

$$v_a = \sqrt{\frac{1}{4 B'^2} + \frac{v_g}{B'}} - \frac{1}{2 B'}. \quad (\text{m/s}) \quad (22a)$$

Ähnlich ist der Zusammenhang $w(v_g)$:

$$v_g = w + \sqrt{\frac{w}{B'}}, \quad (\text{m/s}) \quad (23)$$

und zur Berechnung seiner Umkehrfunktion eignet sich

$$w = v_g + \frac{1}{2B'} - \sqrt{\frac{1}{4B'^2} + \frac{v_g}{B'}}. \quad (\text{m/s}) \quad (23a)$$

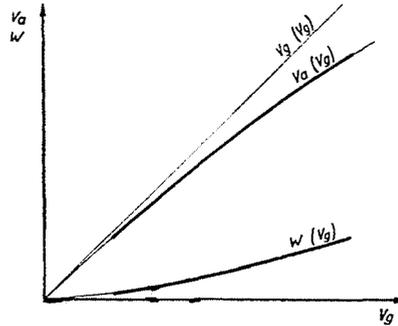


Abb. 9. Geschwindigkeitsverlauf. (Die Triebkraft ist der relativen Geschwindigkeit proportional, die Zurückhaltungskräfte stammen aus Stößen)

Der Ausdruck für den zusätzlichen Förderungsdruckabfall schreibt sich in diesem Fall als Quotient aus der auf die n Stück Körnchen im $L = 1$ m langen Rohr wirkenden Zurückhaltungskraft ($n S_1$) und dem Rohrquerschnitt zu

$$\Delta p_s = l \xi \frac{Q_a v_a}{2gA}. \quad (\text{kp/m}^2) \quad (18)$$

Er kann nach dem unter *a*) beschriebenen Gedankengang berechnet werden. Dieser Zusammenhang kann aber nicht wie Gl. (19) auf die Gasgeschwindigkeit umgeschrieben werden, da zwischen Gasgeschwindigkeit und Fördergutgeschwindigkeit kein linearer Zusammenhang besteht.

Abb. 9 zeigt den Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten. Bei relativ kleinen Geschwindigkeiten ($v_g < 25$ m/s) ist die Fördergutgeschwindigkeit fast so groß wie die Gasgeschwindigkeit, d.h. die relative Geschwindigkeit ist vernachlässigbar klein. Entsprechend eignet sich zur Berechnung der Druckabfälle auch bei Förderung von springend sich fortbewegender feinkörniger Güter der mit der Gasgeschwindigkeit aufgeschriebene Zusammenhang (19) mit guter Annäherung, d. h.

$$\Delta p_s \approx k_v \cdot l \frac{Q_a v_g}{gA}. \quad (\text{kp/m}^2) \quad (19)$$

c) Die Triebkraft ist dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit proportional, die Zurückhaltungskraft stammt aus der Reibung:

$$F_1 = \frac{\gamma_g}{2g} A_0 C_e w^2, \quad (\text{kp}) \quad (3)$$

$$S_1 = k G_1. \quad (\text{kp}) \quad (6)$$

Dieser Fall kommt bei der Förderung von körnigen ($d_0 > 1 \text{ mm}$), weichen Stoffen vor. Die Körner springen nicht von der Rohrwand ab, sondern

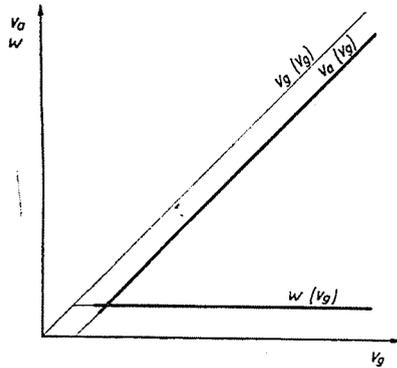


Abb. 10. Verlauf der Geschwindigkeiten, wenn die Reibungskraft den Widerstand bildet

gleiten an ihr entlang. Das kann auch bei Förderung mit hohem Mischungsverhältnis vorkommen, wie z. B. bei der Fluidisationsförderung, wo wegen des dichten Fördergutstromes auch die elastischen Teilchen unfähig sind, sich von der Rohrwand zu entfernen und gezwungen sind, an der Wand entlangzugleiten.

Der Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten kann auch hier aus dem Gleichgewicht der Kräfte berechnet werden ($F_1 = S_1$):

$$\frac{\gamma_g}{2g} A_0 C_e w^2 = k G_1,$$

d.h.

$$w = \sqrt{\frac{2 k G_1 g}{\gamma_g A_0 C_e}} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{k}{C_e} \frac{\gamma_a}{\gamma_g} g d_0} = \text{konstant.} \quad (24)$$

Die relative Geschwindigkeit ist also eine von den Kennwerten der Körner und des Gases abhängige Konstante.

Für die Fördergutgeschwindigkeit gilt mithin

$$v_a = v_g - \text{konstant. (m/s)} \quad (25)$$

Abb. 10 zeigt die den Gleichungen (24) und (25) entsprechenden Geschwindigkeitszusammenhänge.

Der zusätzliche Druckabfall schreibt sich zu

$$\Delta p_s = n \frac{S_1}{A} = l \frac{Q_a}{v_a G_1} \frac{k G_1}{A}$$

oder in der einfacheren Form

$$\Delta p_s = l k \frac{Q_a}{v_a A} \quad (\text{kp/m}^2) \quad (26)$$

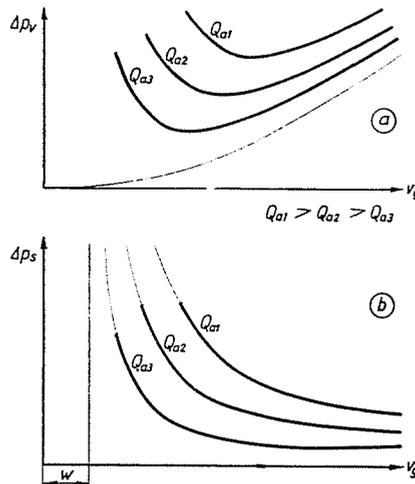


Abb. 11. Druckabfall bei Förderung (a), der zusätzliche Druck bei Förderung (b), wenn die Zurückhaltungskraft aus Reibung entsteht

Der zusätzliche Förderungsdruckabfall (siehe Abb. 11) hat einen ähnlichen Verlauf wie die bei senkrechter Förderung zur Hebung des Stoffgewichtes nötigen Druckabfälle.

d) Die Triebkraft ist der relativen Geschwindigkeit proportional, die Zurückhaltungskraft stammt aus der Reibung:

$$F_1 = 3 \pi \mu_g d_0 w, \quad (\text{kp}) \quad (4)$$

$$S_1 = k G_1. \quad (\text{kp}) \quad (6)$$

Dieser Fall ergibt sich vor allem bei der Förderung von feinkörnigen Stoffen mit hohem Mischungsverhältnis, d.h. bei der Fluidisationsförderung. Er kann auch bei pneumatischer Förderung feinkörniger, aber weicher Stoffe oder feinkörniger Stoffe in Rohren mit kleinem Durchmesser ($D < 30 \text{ mm}$) vorkommen.

Der aus dem Kraftgleichgewicht ($F_1 = S_1$) berechenbare Geschwindigkeitszusammenhang schreibt sich zu

$$3 \pi \mu_g d_0 w l = k G_1,$$

woraus

$$w = \frac{k G_1}{3 \pi \mu_g d_0} = \frac{k \gamma_a}{18 \mu_g} d_0^2 = \text{konstant.} \quad (27)$$

Die relative Geschwindigkeit ist also in diesem Falle eine von den Kennwerten des Fördergutes und des Fördergases abhängige Konstante.

Den zusätzlichen Förderungsdruckabfall kann man ebenso wie unter c) aus den Zurückhaltungskräften berechnen. Sein Wert ergibt sich auch jetzt aus (26), der Verlauf des Druckabfalles geht aus Abb. 11 hervor.

e) *Übergangsfälle.* In den unter a)–d) behandelten Fällen war angenommen, daß Triebkraft und Zurückhaltungskraft genau den dort behandelten Zusammenhängen folgen, bzw. daß sich die der Berechnung der Kräfte zugrunde liegenden Größen — z.B. der Widerstandsfaktor C_e , der Proportionalitätsfaktor k — während der Förderung nicht ändern.

Infolge der körnigen Struktur des Fördergutes sind aber die auf die einzelnen Körnchen bezogenen aerodynamischen Faktoren nicht identisch und die Zurückhaltungskraft ergibt sich teilweise aus der Reibung, teilweise aus Stößen. In anderen Fällen gleitet ein Teil der geförderten Teilchen am unteren Teil des Rohrs, während sich der andere Teil oben springend bewegt (Übergang zwischen pneumatischer und Fluidisationsförderungsform).

In solchen Fällen zeigt der Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten statt der Zusammenhänge gemäß (15), (22) und (24) einen Übergang, und die Druckabfälle errechnen sich infolge der gleichzeitig wirkenden stoß- und Reibungskräfte aus der Summe der Zusammenhänge (18) und (26).

Wenn also der zusätzliche Förderungsdruckabfall zur Überwindung der Stoß- und Reibungskräfte verbraucht wird, wird der im waagrechten Rohr auftretende Druckabfall aus dem Zusammenhang

$$\Delta p_v = \Delta p_0 + \Delta p_s = \Delta p_0 + l \xi \frac{Q_a v_a}{2 g A} + l k \frac{Q_a}{A v_a} \quad (\text{kp/m}^2) \quad (28)$$

berechnet.

Dem hier aufgeschriebenen Zusammenhang (28) folgt der Druckabfall im waagrechten Rohr auch bei der Förderung grobkörniger harter Güter (z. B. Getreide), wenn diese mit einer Gasgeschwindigkeit erfolgt, die nahe an die die verstopfungslose Förderung sicherstellende heranreicht. Bei solcher Förderung gleiten einige Körner im unteren Rohrteil, während sich andere im Rohr springend bewegen. Demgemäß hängen die auftretenden Druckver-

hältnisse nicht nur von der Beschaffenheit des Fördergutes, sondern auch vom Betriebszustande der Förderung ab.

Aus dem Gesagten ist ersichtlich, daß die im Laufe der waagrechten pneumatischen Förderung auftretenden Druckabfälle nicht aus einer einzigen Formel berechnet werden können, daß vielmehr die Berechnung auf Grund verschiedener — den Kennwerten des Fördergutes und der angewendeten Förderungsform angepaßter — Zusammenhänge erfolgen muß. Außerdem ist es zur Berechnung des Druckabfalles unerlässlich, den Zusammenhang zwischen Fördergut- und Gasgeschwindigkeit zu berücksichtigen.

Zusammenfassung

Die während der Förderung auftretenden Geschwindigkeitsverhältnisse (das Verhältnis der Fördergutgeschwindigkeit zur Gasgeschwindigkeit) und die zusätzlichen Druckabfälle stehen miteinander in engem Zusammenhang. Dieser Zusammenhang wird in der vorliegenden Arbeit aus den auf die Gutsörnchen wirkenden Kräften für die waagrechte stationäre Förderung bestimmt.

Da die während der Förderung auftretenden, auf die Körnchen wirkenden Kräfte verschieden sein können (die Zurückhaltungskräfte entstehen aus Stößen oder aus Reibung, die aerodynamischen Kräfte ändern sich mit dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit oder verhältnisgleich mit ihm), können auch die Geschwindigkeitsverhältnisse und die zusätzlichen Druckabfälle verschieden sein.

Schlußfolgerung: Die Gleichungen, mit denen der Verlauf der Fördergutgeschwindigkeit und des zusätzlichen Druckabfalls beschrieben werden können, haben je nach den Kennwerten des Fördergutes und des Fördergases verschiedene Formen.

Literatur

1. GASTERSTÄDT, J.: Die experimentelle Untersuchung des pneumatischen Förderganges. V.D.I. Forschungsarbeit, Nr. 265 (1924).
2. SEGLER, G.: Pneumatic Grain Conveying. Braunschweig, 1951.
3. USPENSKI, W. A.: Pneumatitscheski transport. Moskau, 1952.
4. PATTANTYŪS, G. Á.: Pneumatic Conveying. Acta Technica, VIII, 129—177 (1954).
5. PÁPAI, L.: Pneumatikus gabonaszállítás. Akadémiai Közlemények. XII, 319—363 (1954).
6. PÁPAI, L.: Examination of the Starting Section in Pneumatic Grain Conveying. Acta Technica XIV, 95—111 (1956).
7. BARTH, W.: Strömungsvorgänge beim Transport von Festteilchen und Flüssigkeitsteilchen in Gasen. Chemie-Ing.-Techn. 3, 171—180 (1958).
8. MUSCHELENAUTZ, E.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen über die Druckverluste pneumatischer Förderleitungen unter besonderer Berücksichtigung des Einflusses von Gutreibung und Gutgewicht. V.D.I. Forsch.-Heft 476 (1959).
9. STANNARD, B.: A theoretical analysis of the pneumatic conveying. Trans. Instn. Chem. Engrs. 5, 321—327 (1961).
10. UEMATU, T.—MORIKAWA, Y.: Druckverluste in der pneumatischen Förderung von körnigen Gütern. Bull. JSME 3, 12 (1960).
11. UEMATU, T.—MORIKAWA, Y.: Die experimentelle Untersuchung über die Teilchenbewegung und über die Geschwindigkeitsverteilung der Förderluft in einer pneumatischen Förderleitung. Bull. JSME 4, 15 (1961).
12. BARTH, W.: Strömungstechnische Probleme bei der Förderung von Staub-Luftgemischen. Mitt. Ver. Großkesselbaues Nr. 79 (1962).
13. PALZEW, MALIS, KRUGLOW: Aerosoltransport muki. Leningrad, 1960.
14. OSTERTAG, K.: Anwendung des Mischungswegansatzes auf die turbulente Bewegung von Luft-Korngemischen bei der pneumatischen Förderung. Diss. Techn. Hochschule Aachen, 1961.

15. VOLLHEIM, R.: Elementarvorgänge und Energieaufwand bei der Förderung von Festkörper-Luft-Gemischen in senkrechten Röhren. Diss. Techn. Univ. Dresden, 1963.
16. BARTH, W.: Absetzung, Transport und Wiederaufwirbelung von staubförmigem Gut im Luftstrom. Chemie-Ing.-Techn. 1963.
17. KOVÁCS, L.: Berechnung des Druckabfalls in 90° horizontal eingebauten Krümmern pneumatischer Getreideförderleitungen. Periodica Polytechnica M 8, 447—467 (1964).
18. VOLLHEIM, R.: Die Förderung von Festkörper-Luft-Gemischen in Röhren. Maschinenbautechnik 9, 10 (1965).
19. EGRY, L.—PÁPAI, L.: Fluidizációs anyagszállítás elvi kérdéseinek vizsgálata. Malomipar és terményforgalom 117—124 (1965).
20. BOHNET, M.: Experimentelle und theoretische Untersuchungen über das Absetzen, das Aufwirbeln und den Transport feiner Staubteilchen in pneumatischen Förderleitungen. V.D.I.-Forschungsheft Nr. 507 1965.
21. PÁPAI, L.—SEBESTYÉN, GY.: Fluidisationsförderung von Zement. Periodica Polytechnica M 9 301—318 (1965).

Dr. László PÁPAI, Budapest XI, Stoczek u. 2—4. Ungarn