

I. О ПРОФИЛИРОВАНИИ РАБОЧЕГО КОЛЕСА ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНЫХ ГАЗОВЫХ ТУРБИН

Б. ЦИНКОЦКИ

Кафедра тепловых машин
Будапештского политехнического института

(Поступило 30 апреля 1964 г.)

Представлено проф.
канд. техн. наук Д. Бродски

Введение

В турбонагнетателях поршневых двигателей, в газовых турбинах транспортных средств, в турбодетандерах широко распространено применение центростремительных турбин, вследствие их простоты и дешевизны. Разработка отечественных турбонагнетателей ведется также с применением центростремительных турбин.

Данная работа посвящена выгодному оформлению рабочего колеса, исходя из законов аэродинамики. Часть уже опубликованных работ по этому вопросу занимается только определением средней линии тока [1], метод которого (с достаточной точностью) применим только для расчета относительно узкого канала центробежного компрессора, а другие работы по этой теме занимаются подробным расчетом поля скоростей в межлопаточном канале, но они исходят из произвольно взятого контура диска колеса [2] или средней линии тока [3]. В данной работе сделана попытка дать синтез упомянутых методов на основе единой теории с учетом требований технологичности и прочности при докритических скоростях потока.

Условные обозначения

w — относительная скорость	
u — окружная скорость	
c — абсолютная скорость	
ω — угловая скорость вращения	
r — радиус	
ϑ — полярный угол	} цилиндрические координаты
x — расстояние по оси вращения	
t — касательная к линии тока	} натуральные координаты
n — главная нормаль линии тока	
b — бинормаль линии тока	
s — длина дуги меридиональной проекции средней линии тока	
a — $\sphericalangle (u, c)$	
β — $\sphericalangle (u, w)$	
δ — $\sphericalangle (s, x)$	
h — толщина лопатки в окружном направлении	
D, d — наружный и, соответственно, внутренний диаметр	
R — радиус кривизны, газовая постоянная	
p, T, ρ, c_p, c_v — по порядку — давление, абсолютная температура, плотность и удельная теплоемкость газа при постоянных объеме и давлении	

- φ — $\frac{c_M}{u}$ — коэффициент расхода
 m — показатель политропы
 M — массовый расход газа в единицу времени
 $Q_{ВН}, Q_{ТР}$ — теплота, полученная единицей массы газа извне и, соответственно, за счёт трения
 z — число лопаток
 τ — коэффициент загромождения лопаток
 f — вспомогательная функция

Индексы:

- 1 — на входе в рабочее колесо
 2 — на выходе из рабочего колеса
 0 — на средней линии тока
 M — меридиональная составляющая
 t, n, b по порядку — составляющие по касательной, главной нормали и бинормали
 u — окружная составляющая

О профилировании рабочего колеса

Предположим, что турбина с высоким к. п. д. получится тогда, когда на основе расчета трехмерного пространственного потока можно получить такую форму канала, которая не имеет участков диффузорного характера. Упростим пространственную задачу, если рассмотрим течение на поверхности тока, т. е. на такой поверхности, которую образуют линии тока и делит на равные части весовой поток газа через канал. Кроме того, стены канала, в том числе и поверхности лопатки являются поверхностями тока.

Рассмотрим срединную поверхность тока, которая делит на две части весовой расход газа через канал (Рис. 1). Эта поверхность в случае густого облопачивания современных колес, за исключением коротких участков на входе и выходе, повторяет форму лопатки, средняя поверхность которой с точки зрения прочности состоит из радиальных элементов.

Дальнейшее упрощение задачи означает, если исследуем течение в натуральной t, n, b системе координат, связанной с некоторой линией тока в относительном движении, лежащей на этой поверхности, то приходим к одномерной задаче, решение которой с точки зрения математики существенно упрощается.

Примем еще цилиндрическую систему координат r, θ, x , связанную с осью вращения и через нее с центробежным силовым полем. Связь двух систем координат представлена на рис. 1 и 2.

Запишем уравнения движения частицы газа в натуральной системе координат, учитывая, что частица совершает относительное движение. Прибавим к силе, возникшей от разности статических давлений, силы, возникшие от переносного $\bar{\omega}^2$ и кориолисова $2(\bar{\omega} \times \bar{w})$ ускорений. Принимаем во внимание силу трения $F_{ТР}$, направленную против относительной скорости w и относящуюся к единице массы, силу инерции — $\rho w \frac{\partial w}{\partial t}$, а также силы

— $q \frac{w^2}{R_n}$ и — $q \frac{w^2}{R_b}$, действующие вдоль осей — n и — b из-за кривизны линий тока. Знак двух последних сил отрицателен, потому что они направлены от центра кривизн.

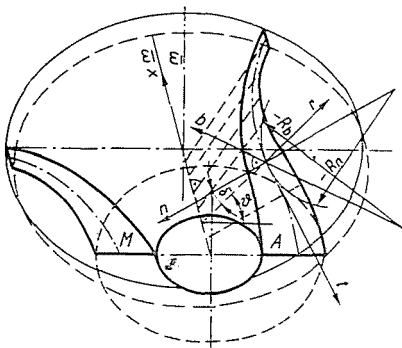


Рис. 1. Поверхность тока (А) и связанная с ней естественная система координат. М — меридиональное сечение

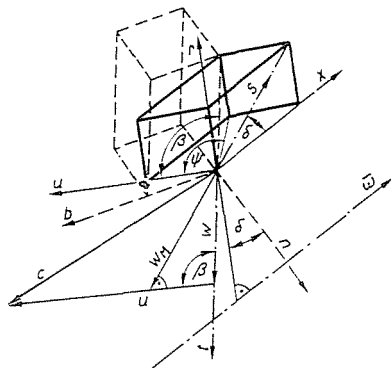


Рис. 2. Связь систем координат и треугольник скоростей в рабочем колесе

Проектируя упомянутые силы на оси t , n , b и их сумму приравнявая нулю, получаем уравнения движения частицы в случае установившегося течения. В направлении касательной:

$$w \frac{\partial w}{\partial t} - r\omega^2 \sin \delta \sin \beta + F_{TP} = -\frac{1}{q} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (1)$$

В направлении главной нормали:

$$\frac{w^2}{R_M} \sin^2 \beta - r\omega^2 \cos \delta - \frac{w^2}{r} \cos^2 \beta \cos \delta + 2w\omega \cos \delta \cos \beta = -\frac{1}{q} \frac{\partial p}{\partial n}. \quad (2)$$

Для вывода уравнения с помощью дифференциальной геометрии выразим радиус кривизны линии тока R_n , лежащей в плоскости t , n , через радиус кривизны меридиональной проекции R_M :

$$\frac{1}{R_n} = -\frac{\cos^2 \beta}{r} \cos \delta + \frac{\sin^2 \beta}{R_M}.$$

В направлении бинормали

$$\frac{w^2}{R_b} + r\omega^2 \sin \delta \cos \beta - 2w\omega \sin \delta = -\frac{1}{q} \frac{\partial p}{\partial b}. \quad (3)$$

Так как в трех уравнениях движения имеется пять неизвестных, в качестве дополнительных условий напомним уравнение состояния идеального газа $\frac{P}{\rho} = RT$ или в дифференциальной форме

$$\frac{1}{\rho} dp + pd \left(\frac{1}{\rho} \right) = RdT \quad (4)$$

и первое начало термодинамики

$$c_p dT + pd \left(\frac{1}{\rho} \right) = dQ_{BH} + dQ_{TP}. \quad (5)$$

Из уравнений (4) и (5) с учетом $c_p = c_v R$ получим

$$\frac{1}{\rho} dp = c_p dT - dQ_{TP} - dQ_{BH}. \quad (6)$$

Если примем во внимание, что

$$\sin \delta \sin \beta = \cos(r, t) = \frac{\partial r}{\partial t},$$

а также

$$Q_{TP} = \int_t F_{TP} \cdot dt$$

и в уравнение (1) подставим уравнение (6), тогда проинтегрировав вдоль линии тока, получим

$$c_p T + \frac{w^2}{2} - \frac{r^2 \omega^2}{2} = c_p T_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{r_1^2 \omega^2}{2} + Q_{BH} = I_1 + Q_{BH}, \quad (7)$$

которое является уравнением энергии в относительном движении.

Определим среднюю линию тока межлопаточного канала и распределение скоростей по ней, исходя из следующих рациональных соображений [1].

Относительное ускорение вдоль линии тока принимается постоянным, т. е.

$$w \frac{\partial w}{\partial t} = \text{const.} \quad (8)$$

Это выгодно с точки зрения аэродинамики, так как при таком выборе имеем больше всего шансов получить монотонное ускорение также на всех других линиях тока. Это выгодно также с точки зрения прочности, так как при таком условии получаем лопатку сравнительно небольших размеров.

При входе в колесо с точки зрения прочности лопатка будет радиальной, то есть

$$w_1 = c_{M1}. \quad (9)$$

Условие незакрученного выхода

$$w_2 = \sqrt{u_2^2 + c_{M2}^2},$$

которое с помощью коэффициента расхода

$$\varphi_2 = \frac{c_{M2}}{u_2} = \operatorname{tg} \beta_2 \quad (10)$$

преобразуется к виду

$$w_2 = c_{M2} \frac{\sqrt{1 + \varphi_2^2}}{\varphi_2}. \quad (11)$$

Для улучшения равномерности потока целесообразно добиваться исчезновения градиента давления в направлении главной нормали линии тока n , т. е.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0.$$

Если по треугольнику скоростей выразить c_u^2 и подставить его в уравнение движения, написанное по направлению главной нормали, тогда имеем

$$\frac{c_u^2}{r} \cos \delta - \frac{c_M}{R_M} = 0. \quad (12)$$

Принтегрировав уравнение (8) и поставив граничные условия $w = w_1$; $t = t_1$ и $w = w_2$; $t = 0$, далее используя зависимости (9), (10) и (11), получим выражение

$$\left(\frac{w}{c_{M2}}\right)^2 = \frac{1 + \varphi_2^2}{\varphi_2^2} + \left[\left(\frac{c_{M1}}{c_{M2}}\right)^2 - \frac{1 + \varphi_2^2}{\varphi_2^2}\right] \frac{t}{t_1}. \quad (13)$$

Для определения средней линии тока в окружном направлении примем угол β в зависимости от длины меридианальной проекции средней линии тока s , установленной от входа в колесо в форме

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{\sin \beta} = 1 + c \left(1 - \frac{s}{s_1}\right)^k, \quad (14)$$

которая удовлетворяет граничному условию $s = s_1$; $\beta = \beta_1 = 90^\circ$.

Степень k является произвольным параметром, величину которой целесообразно принять в пределах $6 \div 10$. Большее его значение даст меньшие значения радиусов кривизны R_M и R_b .

Так как с точки зрения технологичности применение литья по выплавляемым моделям очень выгодно, возможность удаления межлопаточного вкладыша без разъема имеет преимущество, условие которого $\vartheta_2 < \frac{2\pi}{z}$, как правило, выполняется при данных значениях k .

Постоянная C определяется из условия незакрученного выхода, когда $s = 0$, $\beta = \beta_2$.

Если величину C подставим в уравнение (14) и проинтегрируем его, то получим

$$t = s + s_1 \left(\frac{\sqrt{1 + \varphi_2^2}}{\varphi_2} - 1 \right) \frac{1}{k + 1} \left[1 - \left(1 - \frac{s}{s_1} \right)^{k+1} \right]. \quad (15)$$

Подставляя это выражение в уравнение (13), получим выражение относительной скорости:

$$w = c_{M2} \left\{ \frac{1 + \varphi_2^2}{\varphi_2^2} + \left[\left(\frac{c_{M1}}{c_{M2}} \right)^2 - \frac{1 + \varphi_2^2}{\varphi_2^2} \right] \frac{\frac{s}{s_1} + \left(\frac{\sqrt{1 + \varphi_2^2}}{\varphi_2} - 1 \right) \frac{1}{k + 1} \left[1 - \left(1 - \frac{s}{s_1} \right)^{k+1} \right]}{1 + \left(\frac{\sqrt{1 + \varphi_2^2}}{\varphi_2} - 1 \right) \frac{1}{k + 1}} \right\}^{1/2} \quad (16)$$

или коротко $w = fc_{M2}$.

Согласно треугольнику скоростей (рис. 2)

$$c_u = u - w \cos \beta, \quad (17)$$

где

$$w \cos \beta = c_{M2} f \sqrt{1 - \sin^2 \beta}.$$

Подставив в уравнение (17) выражение

$$u = \frac{c_{m2}}{\varphi_2} \frac{r}{r_2},$$

с его помощью выразим по уравнению (12) величину R_M , а именно

$$R_M = \left(\frac{f \sin \beta}{\frac{1}{\varphi_2} \frac{r}{r_2} - f \cos \beta} \right)^2 \frac{r}{\cos \delta}, \quad (18)$$

где значение $\sin \beta$ берется по уравнению (14).

Средняя линия тока по окружности задается полярным углом ϑ . На основании рис. 3 имеем

$$r d\vartheta = ds \cdot \operatorname{ctg} \beta.$$

Проинтегрировав, получим

$$\vartheta = \int_0^s \frac{\operatorname{ctg} \beta}{r} ds,$$

что целесообразно решить графически. Определение средней линии тока следующее: на основе габаритов колеса предварительно оценим общую

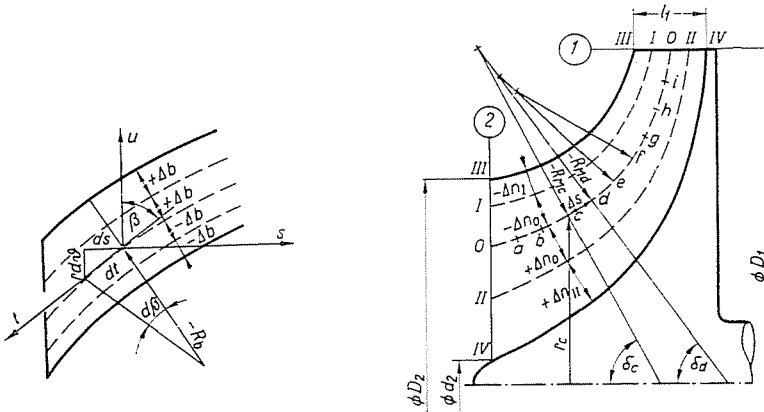


Рис. 3. Сечение канала в плоскости t, s . Рис. 4. Меридиональное сечение канала

длину меридиональной проекции средней линии тока s_1 , которую делим на равные $\Delta s = \frac{s_1}{i}$ участки, где $i = 10 \div 20$. По условию осевого выхода определим величину φ_2 , потом, приняв $k = 6 \div 10$, вычисляем вспомогательные функции f и $\sin \beta$ в точках $0 \dots i$. Отношение скоростей $\frac{c_{M1}}{c_{M2}}$ обычно принимается в пределах $0,9 - 1,1$.

Приняв угол δ_2 , по уравнению (18) можно определить R_{M2} , потом построив окружность с таким радиусом, отложим отрезок Δs . В конечной точке отрезка определим новые значения δ и r , на основе рис. 4 по следующим зависимостям:

$$\delta_i = \delta_{i-1} + \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\Delta s}{R_{M(i-1)}}$$

и

$$r_i = r_{i-1} + R_{M(i-1)} (\cos \delta_{i-1} - \cos \delta_i).$$

Повторяя этот процесс, после наложения полной длины s_1 получим радиус r_1 . Если он отличается от величины $\frac{D_1}{2}$, тогда надо повторить расчет с принятием другой величины s_1 .

Угол δ_2 целесообразно принять равным в пределах $12^\circ - 16^\circ$ с тем, чтобы наружный меридиональный обвод канала не вагнулся бы назад, так как в таком случае корпус турбины пришлось бы выполнить с горизонтальным разъемом.

Описанный выше метод определения средней линии тока для центробежного компрессора впервые был дан Хассельгрубером [4]. Здесь при публикации мы откажемся от условий $c_{M_1} = c_{M_2}$ и $\delta_2 = 0$, так как последнее привело бы к необычной и неосуществленной до сих пор форме канала в виде «воронки», которая требует построения разъемного корпуса турбины.

Уравнение (8) действительно только для одной линии тока, для различных линий тока величина I_1 вообще различна. Для близких точек соседних линий тока действительно выражение

$$c_p dT = dI_1 - w dw + \omega^2 r dr - dQ_{BH}. \quad (19)$$

Подставляя это равенство в уравнение (6), получим

$$\frac{1}{\rho} dp = dI_1 - w dw + \omega^2 r dr - dQ_{TP}. \quad (20)$$

Учитывая, что

$$-\sin \delta \cos \beta = \cos(r, b) = \frac{\partial r}{\partial b},$$

а также

$$\cos \delta = \cos(r, n) = \frac{\partial r}{\partial n}$$

и подставляя зависимость (20) в уравнения (2) и (3), получим уравнения

$$\begin{aligned} w \frac{\partial w}{\partial n} + \frac{w^2}{r} \cos^2 \beta \cos \delta - \frac{w^2}{R_M} \sin^2 \beta - \\ - 2w\omega \cos \delta \cos \beta = \frac{\partial I_1}{\partial n} - \frac{\partial Q_{TP}}{\partial n}, \end{aligned} \quad (21)$$

а также

$$w \frac{\partial w}{\partial b} - \frac{w^2}{R_b} + 2w\omega \sin \delta = \frac{\partial I_1}{\partial b} - \frac{\partial Q_{TP}}{\partial b}. \quad (22)$$

На основе дальнейших соображений можно упростить дифференциальные уравнения (21) и (22). Перед рабочим колесом характер потока — потен-

циальный вихрь, т. е. $c_u \cdot r = \text{const}$ и температура емкости постоянна, итак $I_1 = \text{const}$.

Предположим, что работа сил трения вдоль линий тока от входа до любой поверхности, перпендикулярной линии тока, является постоянной. В таком случае $I_1 = \text{const}$ и

$$\frac{\partial Q_{TP}}{\partial n} = \frac{\partial Q_{TP}}{\partial b} = 0.$$

Этим уравнения (21) и (22) упрощаются и превращаются в линейные дифференциальные уравнения первого порядка

$$\frac{\partial w}{\partial n} + w \left(\frac{\cos^2 \beta \cos \delta}{r} - \frac{\sin^2 \beta}{R_M} \right) - 2\omega \cos \delta \cos \beta = 0$$

и

$$\frac{\partial w}{\partial b} - \frac{w}{R_b} + 2\omega \sin \delta = 0.$$

Эти дифференциальные уравнения можно интегрировать простым путем, однако для практического вычисления целесообразно решать их методом конечных разностей.

$$\Delta w_n = (Aw_{n0} + B) \Delta n \tag{23}$$

и

$$\Delta w_b = \left(\frac{w_{b0}}{R_b} - 2\omega \sin \delta \right) \Delta b, \tag{24}$$

где

$$A = \frac{\sin^2 \beta}{R_M} - \frac{\cos^2 \beta \cos \delta}{r}$$

и

$$B = 2\omega \cos \delta \cos \beta.$$

Для радиальной части лопатки ($\beta = 90^\circ$) уравнения (23) и (24) упрощаются дальше, а именно

$$\Delta w_n = \frac{\Delta n}{R_M} w_{n0} \text{ и } \Delta w_b = -2\omega \Delta b \sin \delta.$$

Из этих зависимостей с учетом знаков $\Delta n, \Delta b$ и R_M (рис. 4) следует, что в меридиональном сечении в направлении от средней линии тока к оси вращения, а по окружности в сторону вращения относительная скорость падает, в противоположном направлении возрастает.

Разделим межлопаточный канал в направлениях n и b на число струек тока $q \cdot q = q^2$ — на основе равенства весового потока газа. Опыт расчета

показывает, что при $q = 4$ уже с достаточной точностью получим форму канала [3]. По уравнению неразрывности получим

$$\Delta n = \frac{M}{\rho \cdot 2\pi r q w \sin \beta}. \quad (25)$$

Температуру в точках линии тока можно определить по уравнению (7). Статистическое давление определяется по выражению

$$p = p_1 \left(\frac{T}{T_1} \right)^{\frac{m}{m-1}}, \quad (26)$$

где

$$\frac{1}{m} = 1 - \frac{\lg \frac{T_2}{T_1}}{\lg \frac{p_2}{p_1}}. \quad (27)$$

Подставляя в уравнение (25) вместо r средний радиус сечения трубки тока

$$r_0 \pm \frac{\Delta n}{2} \cos \delta,$$

получим ортогональное расстояние между двумя соседними линиями тока

$$\pm \Delta n = \sqrt{\left(\frac{r_0}{\cos \delta} \right)^2 \pm \frac{M}{2\pi \rho q w \tau \cos \delta \sin \beta} \pm \frac{r_0}{\cos \delta}}, \quad (28)$$

где верхние знаки соответствуют $+\Delta n$, а ось $+n$ направлена от центра кривизны.

Коэффициент загромождения лопаток на наружном диаметре рабочего колеса будет

$$\tau_1 = 1 - \frac{zh_1}{D_1 \pi}, \quad (29)$$

а у выходных кромок

$$\tau_2 = 1 - \frac{zh_2}{2\pi(D_2 + d_2)}. \quad (30)$$

Изменение τ вдоль линии тока можно принять приблизительно линейным. Порядок определения меридиональных контуров канала на основе вышеизложенного следующий: после определения средней линии тока и распределения по ней скорости w , принимая $q = 4$, с помощью выражений (26), (27), (29) и (30) по уравнению (28) определим значения $\pm \Delta n$, откладывая их в направлении n , получим новые линии тока, смежные со средней.

Потом определим по уравнению (23) относительную скорость w на новых линиях тока, затем измерим на чертеже (в меридиональной проекции и в плане) углы δ и ψ (рис. 2) и по зависимости $tg \beta = tg \psi \cos \delta$ вычислим значения β . Повторяя этот процесс, определим крайние линии тока и относительную скорость по ним. Если относительная скорость вдоль всех линий тока меняется монотонно, межлопаточный канал не имеет диффузорных участков, тогда решение задачи считаем удовлетворительным. В противном случае надо изменить значения k , $\frac{c_{M1}}{c_{M2}}$ или δ_2 .

В направлении бинормали расстояние между двумя линиями тока

$$\Delta b = \frac{M}{q^2 z \omega \Delta n}.$$

Относительную скорость на линиях тока определим по уравнению (24). Аналогично определим крайние линии тока и относительную скорость по ним.

Рассчитанная по указанному здесь методу центростремительная турбина, имеет форму, аналогичную форме на практике себя хорошо оправдавших турбин турбоагрегатов, причем рабочее колесо получается почти равного сопротивления по методу расчета Штода (без учета температурных напряжений).

Резюме

По опубликованному инженерному методу расчета можно проектировать межлопаточный канал рабочего колеса центростремительной газовой турбины, обладающей хорошими аэродинамическими и прочностными свойствами.

Полученная в результате расчета лопатка состоит из радиальных элементов и межлопаточный канал не имеет диффузорных участков, вызывающих отрыв потока, и в ядре потока в направлении главной нормали линии тока не возникает градиента давления.

Литература

1. HASSELGRUBER, H.: Strömungsgerechte Gestaltung der Laufräder von Radialkompressoren mit axialem Laufradeintritt. Konstruktion, 1958. I.
2. Шпитальников, К. Ф.: Графоаналитические способы определения параметров воздуха в центробежной ступени компрессора, 1961 г.
3. Лошкарев, А. И.: К вопросу о профилировании рабочего колеса радиальной турбомашин. Известия ВУЗ-ов. Машиностроение, 1960 г.

Ботонд Цинкоцки, Budapest XI. Műegyetem rkp. 3. Венгрия.