

EINE NEUE METHODE ZUR BERECHNUNG DER SICHERHEIT VON MASCHINENTEILEN BEI DAUERBEANSPRUCHUNG IM WECHSEL- UND SCHWELLBEREICH

Von

GH. BUZDUGAN

Lehrstuhl für Festigkeitslehre, Technische Hochschule Bucuresti

(Eingegangen am 14. Juni 1963)

Zur Berechnung der Sicherheit bei Dauerbeanspruchung im Wechsel- und Schwellbereich sind verschiedene analytische und grapho-analytische Methoden bekannt.

Zum Verständnis der Darstellungen sei an bekannte Definitionen erinnert, wobei größtenteils auf die von TAUSCHER oder HÄNCHEN benutzte Terminologie zurückgegriffen werden soll.

Gemäß Bild 1 sind Wechsel- und Schwellbeanspruchungen zu unterscheiden. Für jede Dauerbeanspruchung lassen sich folgende Begriffe definieren:

- σ_0 — Oberspannung
- σ_u — Unterspannung
- σ_m — Mittelspannung
- σ_a — Spannungsausschlag oder Amplitude.

Ferner wird die Asymmetriezahl

$$R = \frac{\sigma_u}{\sigma_0}$$

definiert.

Sonderfälle stellen die reine Wechselbeanspruchung im Wechselbereich und die reine Schwellbeanspruchung im Schwellbereich dar. Bei Dauerfestigkeitsprüfungen des Werkstoffes im reinen Wechselbereich erhält man die reine Wechselfestigkeit σ_w und im reinen Schwellbereich die reine Schwellfestigkeit σ_{Sch} .

Mit σ_s bezeichnet man die Streckgrenze des Werkstoffes.

Bei Beanspruchung eines Werkstückes im Wechsel- und Schwellbereich wird insbesondere in der deutschen Fachliteratur eine grapho-analytische Methode angewandt. Zu diesem Zwecke konstruiert man das Dauerfestigkeitschaubild nach Smith, schematisiert durch die gebrochene Linie $ELGHS'H'G'-L'E'$ laut Bild 2. Die Ordinate eines jeden Punktes der oberen σ_0 -Linie (z. B. EO, Ll, GG', Hh) stellt die einer bestimmten Asymmetriezahl R entsprechende Dauerfestigkeit dar.

Koordinaten des tatsächlichen Zyklus, σ_a , σ_m und der Festigkeitszahlen des Werkstoffes ergibt.

Nimmt man an, daß in Bild 2 der Punkt G mit H zusammenfällt, was keine wesentlichen Fehler verursacht, so kann man das Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh in den Koordinaten σ_a , σ_m , wie aus Bild 3 ersichtlich, aufstellen.

Für einen Zyklus M_1 im Winkel EOG (also mit $R < 0$) erhält man die bekannte, von Serensen aufgestellte Formel

$$\nu = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{\sigma_w} + \psi \frac{\sigma_m}{\sigma_w}}, \quad (2)$$

in welcher

$$\psi = \frac{2\sigma_w - \sigma_{Sch}}{\sigma_{Sch}}. \quad (3)$$

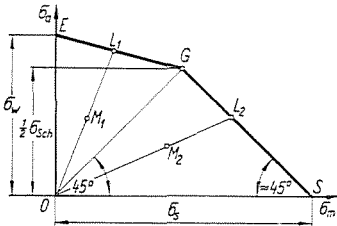


Bild 3

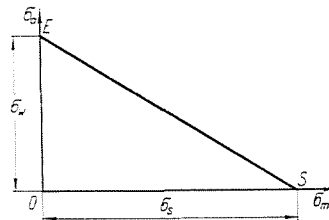


Bild 4

Für einen Zyklus M_2 im Winkel GOS (also mit $R > 0$) läßt sich die Sicherheit im Verhältnis zur Streckgrenze wie bei der statischen Beanspruchung bestimmen, d.h. es wird

$$\nu = \frac{\sigma_s}{\sigma_0} = \frac{\sigma_s}{\sigma_a + \sigma_m}. \quad (4)$$

Die bisher gezeigten Methoden erfordern die Kenntnis der reinen Schwellfestigkeit σ_{Sch} , die weit weniger studiert wurde als σ_w .

Ist diese Größe nicht bekannt, so kann das in Bild 4 wiedergegebene Schaubild benutzt werden, das zu der Soderbergschen Formel

$$\nu = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{\sigma_w} + \frac{\sigma_m}{\sigma_s}} \quad (5)$$

führt, die in der amerikanischen Literatur angewandt wird. Selbstverständlich wird durch die aus Bild 4 hervorgehende Schematisierung ein großer Teil des Festigkeitsvermögens des Werkstoffes vernachlässigt.

Eine Erörterung der Form des schematisierten Dauerfestigkeitsschaubildes ist angebracht.

Nach Bild 5 ist das wirkliche Dauerfestigkeitsschaubild vom Grenzfall der reinen Wechselfestigkeit (Punkt E) bis zum Grenzfall der statischen Zerreißfestigkeit (Punkt R) eine Kurve EGR unbekannter Form, deren Bestimmung eine Unzahl von Versuchen erfordern würde.

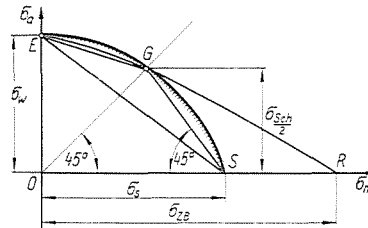


Bild 5

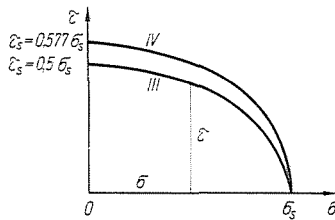


Bild 6

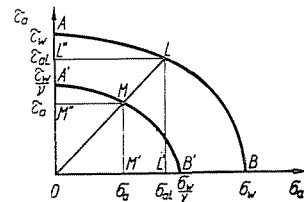


Bild 7

Aus bekannten Gründen wird die Dauerfestigkeit für praktische Rechnungen nur bis zur Streckgrenze σ_s angenommen, man zieht also in Bild 5 die Linie SG . Auf diese Weise wird in den Rechnungen das durch die Fläche GSR dargestellte Festigkeitsvermgen nicht mitberücksichtigt, bzw. als kritischer Wert bei der statischen Beanspruchung wird die Streckgrenze betrachtet. Ausgehend von dieser Einschränkung, nimmt das Schaubild die schematisierte Form der gebrochenen Linie EGS oder im Grenzfall die Form der oben beschriebenen geraden Linie ES an. Selbstverständlich ist der physikalische Vorgang des Dauerbruches durch die gebrochene Linie EGS mit genau bekannten Grenzwerten σ_w und σ_s und einer Unstetigkeit der Neigung des Schaubildes im Punkte G nicht richtig dargestellt. Es ist bekannt, daß gemäß der dritten und vierten Festigkeitshypothesen, die insbesondere auf zähe Metalle Anwendung finden, die Grenzzustände der kombinierten Beanspruchungen, die zur Erscheinung der plastischen Verformung führen, durch stetige Kurven laut Bild 6 dargestellt werden können, die Ellipsenbgen oder in Sonderfällen Ellipsenviertel sind.

Eine analoge Feststellung wurde auf Grund zahlreicher Versuche für die kombinierten Biege- und Torsionsbeanspruchungen im reinen Wechselbereich gemacht: die Versuchsergebnisse können durch das Ellipsenviertel *ALB* in Bild 7 gemäß Gleichung

$$\left(\frac{\sigma_{aL}}{\sigma_w}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{aL}}{\tau_w}\right)^2 = 1 \tag{6}$$

dargestellt werden, wann

σ_w, τ_w — die reinen Wechselfestigkeiten,
 σ_{aL}, τ_{aL} — die Amplituden der reinen Wechselbeanspruchungspaare bezeichnen.

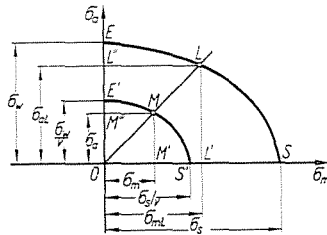


Bild 8

Konstruiert man das Ellipsenviertel *A'MB'*, das durch den Punkt *M* geht, der das tatsächliche Zykluspaar des Werkstückes darstellt, und drückt man die Ähnlichkeit der Ellipsen aus, so erhält man die bekannte Formel für die Sicherheit der kombinierten Beanspruchung

$$v = \frac{v_\sigma v_\tau}{\sqrt{v_\sigma^2 + v_\tau^2}} \tag{7}$$

Diese versuchsmäßigen Feststellungen gestatten folgenden Vorschlag:

Die auf das Werkstück wirkende allgemeine Wechsel- oder Schwellbeanspruchung kann in der allgemein üblichen Weise als Überlagerung einer statischen Beanspruchung des Wertes σ_m und einer reinen Wechselbeanspruchung der Amplitude σ_a aufgefaßt werden. Die Festigkeitszahlen des Werkstoffes, die den Berechnungen für die beiden Beanspruchungsarten zugrundegelegt werden, sind die Streckgrenze σ_s und die reine Wechselfestigkeit σ_w . Es ist natürlicher anzunehmen, daß der geometrische Ort der kombinierten Grenzbeanspruchungszustände zwischen diesen beiden Randwerten ein Ellipsenbogen bzw. Ellipsenviertel gemäß Bild 5 oder 8 nach der Gleichung

$$\left(\frac{\sigma_{mL}}{\sigma_s}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{aL}}{\sigma_w}\right)^2 = 1 \tag{8}$$

ist.

Dieser Darstellung entsprechend variiert die Dauerfestigkeit mit der Änderung der Asymmetriezahl nach einer stetigen Kurve, so wie auch der tatsächliche Vorgang ablaufen muß. Die Anwendung dieses Gesetzes ist durch die vorangehenden Beispiele gerechtfertigt.

Aus der Fachliteratur geht hervor, daß man für die Beanspruchungen an den beiden Endpunkten des Ellipsenviertels den gleichen Sicherheitswert wählen kann, z.B. $\nu = 2$. Infolgedessen kann in Bild 8 die Ellipse $E'MS'$ — ähnlich der Grenzellipse ELS — konstruiert werden. Die Ellipse $E'MS'$ geht durch den Punkt M , welcher die tatsächliche Dauerbeanspruchung darstellt. Alle Radien der Ellipse $E'MS'$ stehen zu jenen der Ellipse ELS im Verhältnis von $\frac{1}{\nu}$. Es kann also

$$\nu = \frac{OS}{OS'} = \frac{OE}{OE'} = \frac{OL}{OM} = \frac{OL'}{OM'} = \frac{\sigma_{mL}}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{aL}}{\sigma_a} \quad (9)$$

geschrieben werden.

Die Sicherheiten der beiden Teilbeanspruchungen — also der statischen und der reinen Wechselbeanspruchung — sind

$$\nu_s = \frac{\sigma_s}{\sigma_m} \quad \nu_w = \frac{\sigma_w}{\sigma_a} \quad (10)$$

Die Ellipsengleichung (8) kann in die Form

$$\frac{\left(\frac{\sigma_{mL}}{\sigma_m}\right)^2}{\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_m}\right)^2} + \frac{\left(\frac{\sigma_{aL}}{\sigma_a}\right)^2}{\left(\frac{\sigma_w}{\sigma_a}\right)^2} = 1$$

gebracht werden, woraus mit den Bezeichnungen (9) und (10)

$$\frac{\nu^2}{\nu_s^2} + \frac{\nu^2}{\nu_w^2} = 1$$

oder

$$\nu = \frac{\nu_s \nu_w}{\sqrt{\nu_s^2 + \nu_w^2}} \quad (11)$$

wird.

Man erhält also eine der Formel (7) völlig analoge Beziehung, die mit den Ausdrücken (10) die Form

$$\nu = \frac{\sigma_s \cdot \sigma_w}{\sqrt{\sigma_a^2 \sigma_s^2 + \sigma_m^2 \sigma_w^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_w}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_s}\right)^2}} \quad (12)$$

annimmt.

Wird die reine Wechselfestigkeit auf Grund von Versuchen an dem normten Prüfling und nicht am tatsächlichen Werkstück bestimmt, so gelten folgende Umrechnungszahlen:

$\beta_k > 1,$	Kerbwirkungszahl
$\varepsilon < 1,$	Beiwert zur Berücksichtigung des Größeneinflusses
$\gamma \cong 1,$	Beiwert für die Oberflächengüte, und (12) nimmt die

endgültige Form

$$v = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\beta_k}{\varepsilon\gamma}\right)^2 \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_w}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_s}\right)^2}} \quad (13)$$

an.

Die von uns vorgeschlagene Formel bietet folgende Vorteile:

- sie ist im gesamten Wechsel- und Schwellbereich, von der statischen bis zur reinen Wechselbeanspruchung anwendbar;
- die Kenntnis der reinen Schwellfestigkeit σ_{sch} , die einen ziemlich unsicheren Wert darstellt, ist nicht erforderlich.

Eine Durchsicht der in der Fachliteratur angegebenen Daten zeigte, daß die σ_{sch} -Werte wegen der Schwierigkeiten bei der Durchführung von Versuchen bei reiner Schwellbeanspruchung und wegen der damit verbundenen geringen Zahl vorhandener Werte für ein und denselben Werkstoff starke Streuungen aufweisen. Andererseits nähert sich die vorgeschlagene Ellipse der gebrochenen Linie, so daß sich die nach dem neuen Verfahren gewonnenen Werte für die Sicherheit den nach der Serensenschen Methode erhaltenen in befriedigender Weise nähern.

Zusammenfassung

Von der Grundidee ausgehend, daß die reine Schwellfestigkeit (σ_{sch}) eine ziemlich unsichere Größe ist, schlägt der Verfasser eine Schematisierung des Dauerfestigkeitsschaubildes durch ein Ellipsenviertel vor, das durch die reine Wechselfestigkeit und die Streckgrenze begrenzt wird.

Auf Grund dieser Schematisierung werden die Gleichungen (12) und (13) aufgebaut, die die Sicherheit (v) eines im Wechsel- und Schwellbereich beanspruchten Teiles angeben.

Schrifttum

1. BUZDUGAN, GH.: Calculul de rezistență la solicitări variabile (Festigkeitsberechnung bei Wechselbeanspruchungen) București, Editura Tehnică, 1955.
2. HÄNCHEN, R.: Neue Festigkeitsberechnung für den Maschinenbau, München, Carl Hanser Verlag, 1956.
3. NĂDĂȘAN, ST., HOROVITZ, B., BERNATH, AL., SAFTA, V.: Oboseala metalelor (Ermüdungsfestigkeit der Metalle), București, Editura Tehnică, 1962.

4. Пономарев С. Д., В. П. Бидерман, К. К. Лихарев, В. М. Макушин, Н. Н. Малинин, В. И. Феодосьев: Расчеты на прочность в машиностроении (Festigkeitsberechnung im Maschinenbau), ТОМ III, Москва, Машгиз, 1959.
5. Серенсен, С. В.: Справочник машиностроителя (Handbuch des Maschinenkonstruktors), ТОМ 3, Москва, Машгиз, 1962.
6. TAUSCHER, H.: Berechnung der Dauerfestigkeit von Bau- und Maschinenteilen, Leipzig, Fachbuchverlag, 1959.

Gheorghe BUZDUGAN, Technische Hochschule București, Lehrstuhl für Festigkeitslehre, București, Calea Griviței 132, Republica Populară Romîna.