

DAS ABREISSEN DER STRÖMUNG BEI GERADEN FLÜGELGITTERN UND AUF DEN SCHAUFELN AXIALER STRÖMUNGSMASCHINEN*

Von

W. ALBRING

Institut für angewandte Strömungslehre, Technische Universität, Dresden
(Eingegangen am 21. September, 1962)

Einleitung

Die Ablösung der Strömung an der Saugseite von Tragflügeln bei großem Anstellwinkel und der damit verbundene Auftriebsverlust ist in der Flugzeugaerodynamik schon lange bekannt. Große Anstellwinkel benötigt das Flugzeug zum Langsamfliegen bei der Landung. Ein entsprechender Effekt tritt auch bei Schaufelgittern in Strömungsmaschinen auf. Hier sind aber die Zusammenhänge zusätzlich beeinflusst durch Größen, die in der Flugzeugaerodynamik zurücktreten, nämlich durch den Turbulenzgrad, die Machzahl und durch eine neugebildete Ähnlichkeitszahl, die bei rotierenden Schaufeln den radialen und axialen Druckgradienten vergleicht. War schon die Voraussage des Höchstauftriebes von Flugzeugtragflügeln ein Problem, das die Theoretiker und Experimentatoren über viele Jahrzehnte beschäftigt hat, so ist die völlige Lösung der entsprechenden Aufgabe bei den Schaufeln der Strömungsmaschinen viel schwieriger, und die Untersuchungen sind umfangreicher. Eine Umschau in der Fachliteratur zeigt aber, daß manches Teilproblem schon erforscht ist. Ich habe den Versuch unternommen, aus bisherigen Arbeiten eine Synthese zu bilden. Damit erhält der Strömungsmaschineningenieur Einblick in die physikalischen Zusammenhänge und gewisse Richtlinien zur Vermeidung unerwünschter Betriebszustände mit abgerissener Strömung.

Die Bilanz über unseren derzeitigen Einblick in diese Vorgänge gibt aber auch Anregungen zu weiteren analytischen Arbeiten.

Die Problematik der abgerissenen Strömungen zeigt sich sowohl bei den axialen, wie auch bei den radialen Strömungsmaschinen. Ich möchte mich in meiner Arbeit auf die axialen Maschinen beschränken, weil hier die schon vorhandenen Kenntnisse der Abreißvorgänge an Einzelflügeln und ebenen geraden Flügelgittern leichter zu übernehmen sind. Unsere Informationen über die Abreißvorgänge in Radialrädern sind noch sehr spärlich, um so dringlicher wäre es aber, sich mit den Grundfragen zu beschäftigen.

* Text eines vom Verfasser am 21. September 1962 am Lehrstuhl für Strömungslehre der Technischen Universität Budapest gehaltenen Vortrages.

1. Die Probleme des Strömungsabreißens bei Turbomaschinen

Bekanntlich löst sich die Strömung bei großen Anstellwinkeln eines Tragflügels von seiner Saugseite, sie »reißt ab« (Abb. 1 oben). Der Auftrieb, dargestellt durch c_a , sinkt hierbei, und der Widerstandsbeiwert c_w steigt. Dieser Effekt wird verursacht durch einen zu großen Druckanstieg in Strömungsrichtung an der Profiloberfläche und in der Grenzschicht bei hohen Anstellwinkeln (Abb. 1 unten). Bei dünnen, wenig gewölbten Gitterprofilen kann man ein Abreißen erwarten, wenn bei turbulenter Grenzschicht das

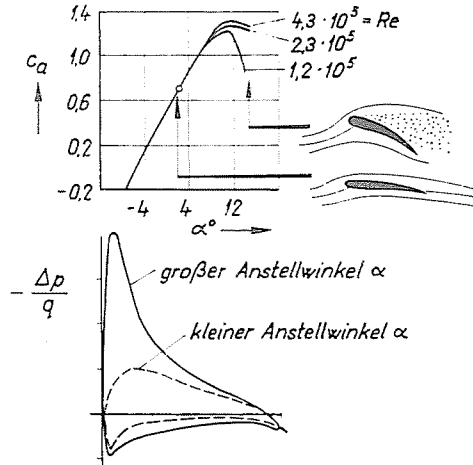


Abb. 1. Bei kleinem Anstellwinkel liegt die Strömung an, bei großem reißt sie ab

Verhältnis von Größtgeschwindigkeit auf dem Profil zur Geschwindigkeit im Abströmbereich

$$\frac{c_{\max}}{c_0} \text{ bzw. } \frac{w_{\max}}{w_3} = 1,8 \div 2,4 \quad (1)$$

übersteigt (Ackeret Kriterium) (vergl. [1]). Beim Leitrad liegt der Punkt 0 hinter dem Gitter.

Genauere Informationen liefert eine Grenzschichtrechnung.

Auf Abb. 1 oben ist in der Kurve $c_a = f(\alpha)$ bei hohen Anstellwinkeln ein Einfluß der Reynoldszahl bemerkbar. Bei der kleinsten Reynoldszahl sinkt der Auftrieb nach Überschreiten eines bestimmten Anstellwinkels sehr schnell ab. Man spricht von »harter Abreißcharakteristik«. Die Auftriebsänderung bei höherer Reynoldszahl ist weniger stark, sie wird als »weiche Abreißcharakteristik« bezeichnet. Bei der »harten Charakteristik« bricht das Druckfeld über die ganze Flügellänge durch Abreißen plötzlich zusammen,

während sich das Abreißen im anderen Falle erst örtlich einstellt und sich mit wachsenden Winkeln langsam ausbreitet. Diese Charakteristik ist abhängig von der Profilform, von der Oberflächenrauigkeit, von der Reynoldszahl und vom Turbulenzgrad und kann noch nicht vorausberechnet werden, sondern wird gemessen. Das Abreißen tritt auch bei Flügelgittern und Schaufel-

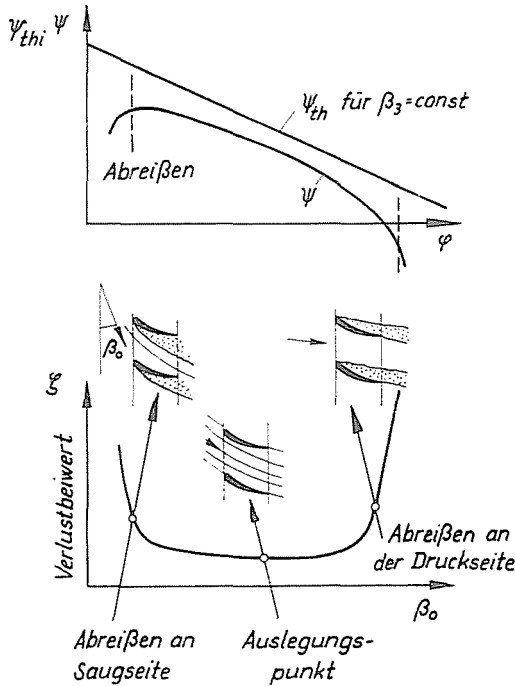


Abb. 2. Im oberen Bild ist der Verlauf $\psi_{th}(\varphi)$ eingezeichnet. Unter Einfluß der Verluste (unteres Bild) wird ψ kleiner als ψ_{th}

rädern auf. Bemerkbar macht es sich besonders bei einstufigen Maschinen durch Absinken der Druckzahl ψ bei kleinem Durchsatz (kleinem φ) im Drosselbereich des Verdichters oder der Pumpe (Abb. 2). Vom Abreißen der Strömung werden beim Verstellen des Zuströmwinkels Turbinen und Pumpen betroffen. Da aber bei Turbinen die Grundströmung meistens beschleunigt ist, werden Abreißeffekte häufig außerhalb des Einsatzgebietes der Maschinen liegen. Bei Pumpen wird aber die Grundströmung verzögert, und die Gefahr des Abreißen ist besonders groß. Deshalb sollen bei den folgenden Beispielen die Probleme der Pumpen und Verdichter im Vordergrund stehen.

Ein Diagramm $\psi_{th}(\varphi)$ kann man leicht aus der Abhängigkeit

$$\psi_{th} = 2 (\cot \beta_3 - \cot \alpha_0) \varphi - 2 \tag{2}$$

aufzeichnen. In Abb. 2 ist dies im oberen Bild geschehen. Hierbei ist näherungsweise $B_3 = \text{const}$ gesetzt. Die untere Kurve dieses Bildes zeigt

$$\psi = \frac{2gH}{u_a^2}.$$

H ist die Förderhöhe. Es besteht der Zusammenhang

$$\psi = \psi_{\text{th}} \cdot \eta_P.$$

Im linken Bereich der Kurve $\psi(q)$, dort, wo der Abfall von ψ einsetzt, ist die Strömung auf der Saugseite der Schaufelgitter abgerissen. Der Verlustbeiwert steigt in diesem Gebiet sehr stark an (Abb. 2 unten), und der Wirkungsgrad der Maschine sinkt. Es kann das sogenannte »Pumpen« der Maschine einsetzen. Das ist eine un stetige Förderung, wobei periodisch ein Rückfließen des verdichteten Mediums aus einem Kessel, in den die Maschine gefördert hat, eintritt. Allerdings hängt das »Pumpen« nicht nur von den Eigenschaften der Strömungsmaschine, sondern auch von den Eigenschaften der Förderstrecke ab. Beim Fördern auf konstanten Gegendruck in einem Kessel sind die Bedingungen für das Pumpen in diesem Bereich gegeben, beim Fördern in eine Rohrleitung mit $\Delta p_{\text{ges}} \sim Q^2$ kann es aber auch im linken Bereich der Abb. 2 zu einem stetigen Förderstrom kommen. Jedoch ist das längere Arbeiten eines Axialverdichters bei abgerissener Strömung ein sehr gefährlicher Betriebszustand. Wenn die Maschine noch einen gleichmäßigen Förderstrom liefert, hat man das Abreißen der Strömung erst an den schädlichen Folgen erkannt [2]. Im Verdichter treten sehr hohe Temperaturen auf, die zu Deformationen, ja selbst zu Bränden führen können. Neigt eine Maschine im Regelbereich zum Abreißen der Strömung, so schützt man sie durch Sicherheitsventile mit großem Querschnitt, durch die bei Überschreiten eines kritischen Gesamtdruckes ein Teil des Arbeitsmediums ausgeblasen und der Betriebspunkt in den mittleren Teil der Kurve $\psi(q)$ der Abb. 2 verlagert wird, wo die Strömung sich wieder anlegt [2].

Nach [3] ist in Abb. 3 der Verlauf der Stromlinien im Meridianschnitt einer Axialstufe beim Abreißen (Auslegung nach $c_u \cdot r = \text{const}$) aufgetragen. Bei zunehmender Drosselung (2) ergibt sich in der Nähe der Nabe ein Totwassergebiet mit Rückströmen. Mit verstärkter Drosselung wächst die radiale Erstreckung des Abreißgebietes (3).

Zwischen Zustand (3) und (4) setzt sprunghaft die Rückströmung nach vor ein. Erst bei noch stärkerer Drosselung wird wieder eine stabile Kennlinie erreicht. Durch einen Stabilisierungsring läßt sich nach [3] ein stetiger Verlauf der Kennlinie bis zu kleinstem Durchsatz erreichen. In [20] wurden durch Anzeige der Strömungsrichtung bei einer axialen Flüssigkeitspumpe

ähnliche Bilder gewonnen und ähnliche Deutungen gegeben. Bei Flüssigkeitspumpen und einstufigen Lüftern kommt häufig auch Arbeiten im Bereich (5), (4) der Kennlinie nach Abb. 3 vor. Diese Maschinen haben große Schau-

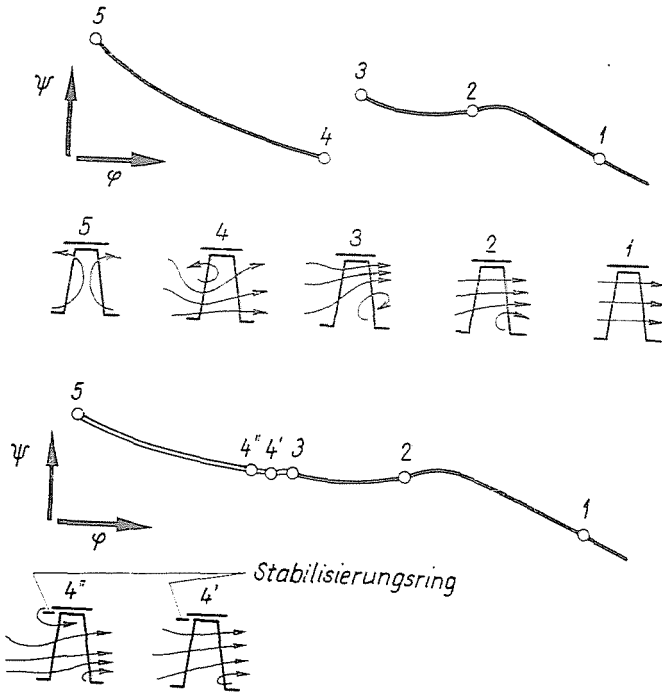


Abb. 3. Kennlinie und Stromlinienverlauf nach [3]

feldn, l/r_0 ist größer als bei den vielstufigen Verdichtern, bei denen die axialen Abmessungen klein gehalten werden. Daher ist die Gefahr des Schwingungsbruches — verursacht durch die abgerissene Strömung — gering, verglichen mit den entsprechenden Betriebszuständen der Verdichter.

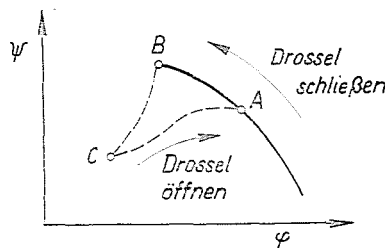


Abb. 4. Wird bei großen φ -Werten eine nachgeschaltete Drossel langsam geschlossen, wandern die Betriebspunkte auf der Kennlinie über A nach B. Bei B kommt es zum Abreißen der Strömung, der Betriebspunkt springt nach C. Beim Öffnen der Drossel liegen die Betriebspunkte auf dem Zweig C — A (nach Stone [4])

Vermutlich wird aber die Abreißcharakteristik noch modifiziert durch die Profileigenschaften (vgl. Text zur Abb. 1) und durch die Drallverteilung der Auslegung, so daß die Untersuchungen nach [3] und [20] beeinflusst sind durch die Parameter der untersuchten Maschinen. Manche Axialkompressoren mit »harter Abreißcharakteristik« zeigen in den vorderen Stufen eine Hysteresisschleife im Kennfeld Abb. 4 (nach [4]). Beim Drosseln verläuft der Vorgang von A über B nach C — ähnlich wie auf Abb. 4 dargestellt.

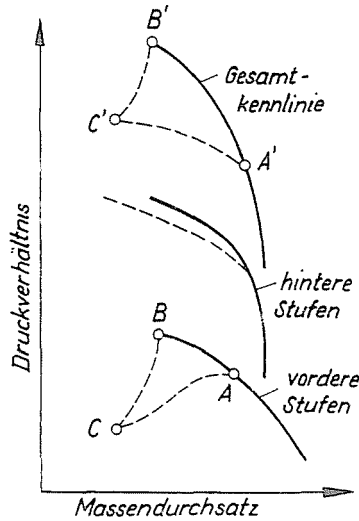


Abb. 5. Bei einem Kennlinienverlauf in den vorderen Stufen entsprechend Abb. 4 zeigt sich in den hinteren Stufen und bei der ganzen Maschine die darüber gezeichnete Zuordnung von Drucksteigerung und Durchsatz [4]

Öffnet man langsam die Drossel, so verläuft die Kennlinie auf dem unteren Weg direkt von C nach A . Auf Abb. 5 ist für die der vorangegangenen Abb. 4 entsprechende Stufencharakteristik der vorderen Stufen eines Axialverdichters auch die Drucksteigerung in den hinteren Stufen dargestellt. Wenn in den vorderen Stufen die Strömung abgerissen ist, kommt das Strömungsmedium mit zu geringer Dichte und mit einer gegenüber dem Auslegungszustand zu großer Geschwindigkeit in die hinteren Stufen. Dort tritt kein Abreißen ein, die Kennlinie verläuft gegenüber dem Auslegungszustand nur etwas tiefer (gestrichelt). Bei der Gesamtkennlinie des Verdichters ist zwischen C' und A' eine Neigung vorhanden, wie sie bei einstufigen Verdichtern nur bei anliegender Strömung vorkommt.

Im Bereich des kleinen Durchsatzes bilden sich nach Überschreiten von ψ_{max} sogenannte »umlaufende Abreißgebiete« (rotating stalls) aus. Das Abreißen tritt dabei zunächst an einer einzigen Schaufel oder einer kleinen

Gruppe von nebeneinander liegenden Schaufeln auf (Abb. 6). Es vermindert den Durchsatz durch die betroffenen Schaufelkanäle. Die Strömung vor dem Gitter weicht dem größeren Durchflußwiderstand an den abgerissenen Profilen in der gezeichneten Weise aus. Hierbei kommt es bei den im Bilde tiefer liegenden Schaufeln zu einer sehr steilen Anströmung, und dort wird sich dann ein Ablösen einstellen, während sich die Strömung an der anfänglichen Ablösungsstelle wieder anlegt. Im gleichen Sinne pflanzt sich die Störung weiter fort. In Schaufelrädern kommt es zum Umlaufen des Abreißgebietes mit Geschwindigkeiten c_u , die nach Beobachtungen kleiner als u sind.

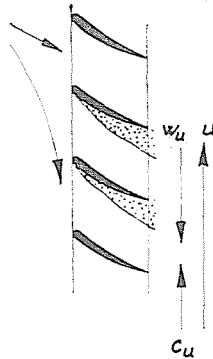


Abb. 6

Grundsätzlich konnte der entsprechende Effekt auch bei geraden ebenen Flügelgittern im Windkanal beobachtet werden. Wahrscheinlich treten in allen Axialverdichtern bei abgerissener Strömung mehr oder weniger ausgeprägt umlaufende Abreißgebiete auf. Es wurden auch partielle umlaufende Abreißzonen beobachtet. Hierbei erfolgte ein Abreißen nur bis zum Mittelschnitt der Schaufeln. Es liefen 1 bis 3 getrennte Abreißzonen um. Bei sehr kleinem Durchsatz ging das partielle Abreißen in ein völliges Abreißen über die ganze Schaufelhöhe über. Hysteresiseffekte bei Drosselschließen und Drosselöffnen wurden beobachtet. Experimente sind in [22] beschrieben.

2. Die Ähnlichkeitskennzahlen für das Abreißen

Das Abreißen der Strömung stellt sich bei bestimmten Kombinationen der am Vorgang beteiligten Kräfte ein. Die Verhältniszahlen dieser Kräfte heißen »Ähnlichkeitskennzahlen«. Es ergeben sich die Ähnlichkeitskennzahlen, wenn man die einen Vorgang beschreibenden Differentialgleichungen mit geeigneten Größen dimensionslos macht. Die Differentialgleichung des Vorganges ist die aus dem Grundgesetz der Dynamik hergeleitete Beziehung

für einen Stromfaden in der Grenzschicht. Sie lautet

$$\underbrace{w \cdot d\omega}_{\text{Trägheitskraft}} = \frac{dp}{\rho} + \underbrace{\omega^2 r \cdot dr}_{\text{Druckkraft}} - \underbrace{\bar{c}'^2 \cdot \frac{ds}{\delta}}_{\text{Zentrifugalkraft}} - \underbrace{\frac{dw}{dy} \frac{ds}{\delta}}_{\text{turbulente Reibungskraft}} - \underbrace{\frac{dw}{dy} \frac{ds}{\delta}}_{\text{laminare Reibungskraft}}$$

Trägheitskraft Druckkraft Zentrifugalkraft turbulente Reibungskraft laminare Reibungskraft

ν ist die kinematische Zähigkeit [m²/s] und

δ die Dicke der Reibungsschicht oder Grenzschicht, während in unmittelbarer Wandnähe

\bar{c}'^2 das Quadrat der mittleren turbulenten Schwankungsgeschwindigkeit (zeitlich und örtlich gemittelt) bezeichnet.

Die einzelnen Summanden der Gleichung geben Auskunft über die Energie pro Masseneinheit

$$\left[\frac{N \cdot m}{kg} \right] \equiv \left[\frac{m^2}{s^2} \right] \text{ bzw. } \left[\frac{kp \cdot m}{kp s^2 m} \right] \equiv \left[\frac{m^2}{s^2} \right]$$

Als charakteristische Größe zum Dimensionslosmachen verwenden wir die Zuströmungsgeschwindigkeit w_0 , die Sehnenlänge l , sowie den Achsenabstand r_0 des Schaufelschnittes. Bildet man auf solche Weise Verhältniswerte und dividiert man zudem noch die ganze Gleichung durch

$$\frac{w_0 \cdot \nu \cdot ds}{l^2} \left[\frac{m^2}{s^2} \right],$$

so wird

$$\left[\frac{w_0 \cdot l}{\nu} \right] \frac{w}{w_0} \frac{d \frac{w}{w_0}}{d \frac{s}{l}} = \left[\frac{-dp}{\eta \cdot w_0} \cdot \delta^2 \right] \left(\frac{l}{\delta} \right)^2 + \left[\frac{\omega^2 r_0^2}{w_0^2} \frac{l}{r_0} \right] \\ \left[\frac{w_0 l}{\nu} \right] \frac{r}{r_0} \frac{d \frac{r}{r_0}}{d \left(\frac{s}{r_0} \right)} - \frac{d \left(\frac{w}{w_0} \right)}{d \left(\frac{s}{r_0} \right)} \left(\frac{l^2}{\delta^2} \right) - \left[\frac{w_0 l}{\nu} \right] \left[\frac{\bar{c}'^2}{w_0^2} \right] \frac{\bar{c}'^2}{\bar{c}'_0^2} \left(\frac{l}{\delta} \right). \quad (3)$$

Die Ähnlichkeitskennzahlen sind die in eckige Klammern gefaßten Koeffizienten der Gleichung. Es sind dies

$Re = \frac{w_0 \cdot l}{\nu}$ = die Reynoldszahl, die das Verhältnis von Trägheitskraft zur Reibungskraft charakterisiert,

$$\begin{aligned}
 Ha &= \frac{-\frac{dp}{w_0} \cdot \delta^2}{w_0 \cdot \eta} = \text{die Hagensche Zahl, das Verhältnis der Druckkraft} \\
 &= \frac{1}{r} \frac{dw}{ds} \delta^{**2} \quad \text{zur Reibungskraft } (\delta^{**} \text{-Impulsverlustdicke} \\
 &\quad \text{der Grenzschicht)} \\
 Be &= \left(\frac{\omega r_0}{w_0} \right)^2 \frac{l}{r_0} = \text{Betzsche Zahl, das Verhältnis der Fliehkraft zur} \\
 &\quad \text{Druckkraft in Sehnenrichtung*} \\
 T. G. &= \frac{\sqrt[3]{c_0^2}}{w_0} = \text{Turbulenzgrad}
 \end{aligned}$$

Für ruhende Gitter und Leitschaufeln wird das Abreißen durch kritische Werte nur von Re und Ha und durch den Turbulenzgrad bestimmt, bei rotierenden Laufrädern nimmt zusätzlich Be Einfluß.

Bei Strömungsvorgängen mit veränderlicher Dichte gibt die Gasgleichung Aufschluß über den Zusammenhang $p(\varrho T)$. Die Gasgleichung lautet

$$p = \varrho \cdot R \cdot T.$$

Schreibt man

$$z \cdot \frac{P}{\varrho} = z \cdot R \cdot T,$$

so entspricht der Ausdruck $z \cdot \frac{P}{\varrho}$ dem Quadrat der Schallgeschwindigkeit [5]

$$a^2 = z \cdot \frac{P}{\varrho} = z \cdot R \cdot T.$$

Strömungsvorgänge verlaufen in bezug auf die Dichteänderung ähnlich, wenn ihre Machzahlen

$$M = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{z \cdot R \cdot T}} \quad (4)$$

übereinstimmen.

Bei Ha ist die Variable $\frac{dp}{ds}$ in die Ähnlichkeitskennzahl einbezogen.

Damit macht man diese Größe in der Differentialgleichung zu einer Konstanten, setzt also Strömungseffekte bei $Ha(x/l)$ denen gleich, die bei $Ha = \text{const}$ auftreten (Umschlag, Ablösung). Das ist näherungsweise zulässig bei schwachen Änderungen $Ha(x/l)$. Zu dieser Vereinfachung zwingt der heutige noch unzureichende Stand der Erkenntnisse [5].

* Der Name Betzsche Zahl wird vorgeschlagen, da die Auftriebssteigerung rotierender Räder erstmalig in dem von A. Betz geleiteten Institut gemessen wurde [15].

3. Abreißen bei ruhenden Flügelgittern

Bei kleinen Reynoldszahlen strömt das Medium in Wandnähe laminar, bei großen turbulent. Der »Umschlagpunkt« kann berechnet werden [5], als Richtwert gilt $Re = (W_\infty \cdot l/r) \approx 10^5$.

Bei laminarer Grenzschicht tritt Ablösung ein, wenn

$$Ha \delta^{**}_{Abl} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{d\bar{w}}{ds} \delta^{**2} = - (0,068 \div 0,1567) \quad (5)$$

unterschritten wird [5]. Bei turbulenter Grenzschicht gilt [6]

$$Ha \delta^{**}_{Abl} = \frac{1}{w} \frac{d\bar{w}}{ds} \delta^{**} Re_{\delta^{**}}^{\sigma} = - 0,0103 \cdot Re_{\delta}^{-0,168}. \quad (6)$$

Die turbulente Grenzschicht kann größeren Druckanstieg in Strömungsrichtung überwinden als die laminare. Die Gleichungen (5) und (6) gelten für hydrodynamische Strömung und (6) für unveränderten Turbulenzgrad. Vermutlich wird aber die kritische Hagenzahl nach (6) nicht nur von der Reynoldszahl, sondern auch vom Turbulenzgrad und von der Machzahl abhängig sein. Es ist $Ha_{Abl}(Re; T \cdot G.; M)$

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich (ausgenommen Abschnitt 5) — auf Strömungen mit sehr kleiner Machzahl, bei der die Dichteänderung unter Einfluß der Geschwindigkeitsänderung vernachlässigbar ist. Sehr kleine Reynoldszahlen kommen bei den vorderen Stufen von Axialverdichtern der Flugzeugtriebwerke in großen Höhen vor, und ebenso bei Verdichtern in der chemischen Industrie, die bei sehr kleinen Anfangsdichten arbeiten.

Bei kleinen Reynoldszahlen kommt es im vorderen Schaufelbereich zur laminaren Ablösung. Innerhalb der abgelösten Strömung tritt aber bei nicht zu kleiner Reynoldszahl stromabwärts der Umschlag zur Turbulenz auf, und die Grenzschicht legt sich — turbulent strömend — wieder an (Abb. 7 oberes Bild). Bei sehr kleinen Reynoldszahlen ist jedoch die abgelöste laminare Strömung so stabil, daß der Umschlag zur Turbulenz unterbleibt und kein Wiederanlegen der Strömung erfolgt (Abb. 7 unteres Bild).

Unter diesen Umständen wird die Umlenkung der Strömung plötzlich geringer und die Verluste steigen erheblich an. Auf Abb. 8 ist nach [7] für Einzelflügel und Gitter die Länge der laminaren Ablösungszone bis zum Wiederanlegen verglichen mit der Grenzschichtdicke im Ablösungspunkt bzw. unmittelbar davor. Als Parameter der Auftragung sind Linien für Einzelflügel und Gitter aufgezeichnet. Schon die Auswahl dieser Parameter weist darauf hin, daß es sich um spezielle Ergebnisse handelt, die zwar typisch sein können, d. h. sie geben auch für andere Formgebungen den qualitativen

Verlauf wieder, doch müßte als Parameter einer universellen Abhängigkeit eine echte Ähnlichkeitskennzahl auftreten.

Aus Messungen bei kleinen Reynoldszahlen an Einzelflügeln wurde bekannt, daß sich im Verlauf c_a (Re) bei großen c_a -Werten ausgesprochene

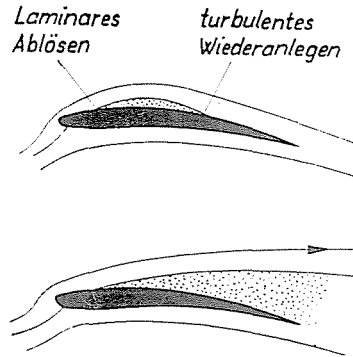


Abb. 7. Im Anschluß an die laminare Ablösung kann es bei nicht zu kleiner Reynoldszahl zum Umschlag nach turbulent innerhalb der abgelösten Schicht und zum Wiederanlegen der Grenzschicht kommen (oberes Bild). Bei sehr kleiner Reynoldszahl reicht aber das abgelöste Gebiet bis über die Hinterkante

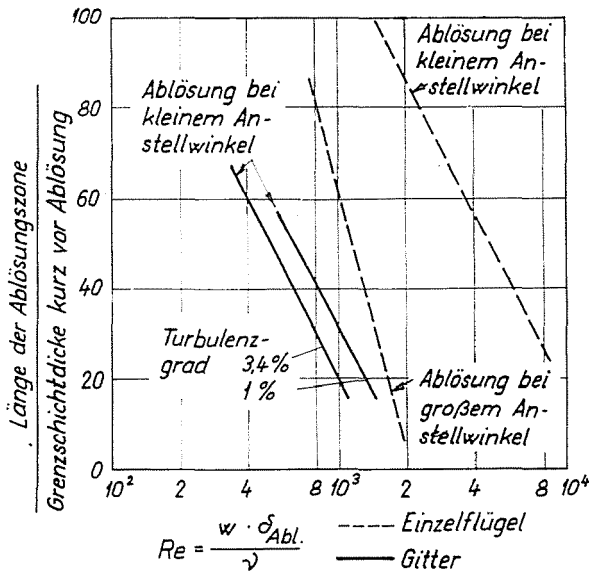


Abb. 8. Länge der Ablösungszone (vergl. Abb. 7) in Abhängigkeit von der Reynoldszahl

Hysteresiseffekte einstellen bei relativ dicken Profilen, wie sie an Fuß- und Mittelschnitten der Schaufeln vorkommen [8] (Abb. 9). Bei sehr kleiner Reynoldszahl und turbulenzarmer Anströmung treten diese Effekte auch

bei dünneren Profilen auf [23]. An Schaufeln rotierender Gitter wurde dieses Phänomen nicht beobachtet [8], es könnte sich aber zunächst an den Leit-schaufeln von Strömungsmaschinen ausbilden und die Kennfeldcharakteristik der Abb. 4 erklären. Der Verlauf der Zustände von A über B nach C und zurück auf direktem Wege von C nach A ist in die Abb. 9 eingezeichnet.

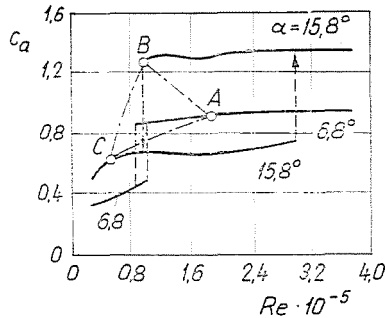


Abb. 9. Auftriebsbeiwerte c_a eines Einzelflügels Göttinger 797 abhängig von der Reynoldszahl und dem Anstellwinkel (nach Muesmann [8]). Markiert sind als Punkte A , B , C die charakteristischen Zustände der Kennlinie nach Abb. 4

Bei höheren Reynoldszahlen verläuft die Strömung turbulent. Unter diesen Bedingungen muß die Schaufel so geformt werden, daß ihre Geschwindigkeitsverteilung bei der Grenzschichtrechnung kein Übersteigen der kritischen Werte ergibt. Überschlägig rechnet man nach (1); genauer nach (6).

4. Der Einfluß des Turbulenzgrades

Es besteht ein Unterschied in der Wirkung, die die Anströmung an einem Tragflügel bzw. einem Flügelgitter verursacht, wenn der Strom völlig homogen und störungsfrei ist oder wenn der Strom verwirbelt ist. Bei Verwirbelung sind der Grundgeschwindigkeit c_0 zeitveränderliche Störgeschwindigkeiten c überlagert. $\sqrt{\overline{c^2}}$ ist eine Mittlung des Absolutbetrages und $\sqrt{\overline{c^2}}/c_0$ der sogenannte »Turbulenzgrad« der Strömung. Der Turbulenzgrad in Rohren beträgt etwa $3 \div 8\%$ [5]. In Strömungsmaschinen kann der Turbulenzgrad unter dem Einfluß der Nachlaufdellen vorangegangener Stufen auf $10 \div 25\%$ steigen [9]. Die größten Turbulenzgrade wurden in kleinem Abstand hinter stark umlenkenden Dampfturbinenprofilen gemessen, die kleineren Werte hinter Verdichterprofilen mit geringer Umlenkung.

Die Wirkungen des Turbulenzgrades auf Tragflügel und Schaufelgitter lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Hoher Turbulenzgrad führt laminare Schichten zum vorzeitigen Umschlag in turbulente Grenzschichten. Laminare Ablösen bei kleinem

Turbulenzgrad kann durch vergrößerten Turbulenzgrad und Umschlag der Grenzschicht zum turbulenten Fließen vermieden werden. Die Länge einer laminaren Ablösungszone bis zum turbulenten Wiederanlegen wird verkürzt (Abb. 10).

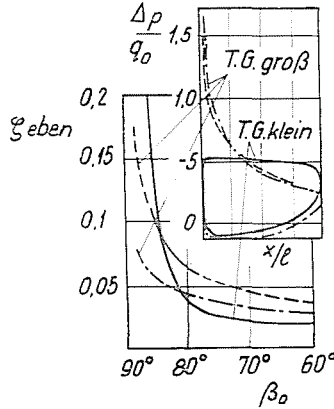


Abb. 10. Bei Gitterprofilen mit einer ausgeprägten Unterdruckspitze im Nasenbereich ist bei kleinem Turbulenzgrad die Strömung eher abgerissen als bei großen

2. Innerhalb einer turbulenten Grenzschicht ist der mittlere Turbulenzgrad

$$\frac{\sqrt{\overline{c'^2}}}{c} \approx \sqrt{\frac{\tau}{\rho \cdot c^2}} \approx \frac{1}{\text{Re}_x^{\sigma/1+\sigma}} \quad \text{mit } \sigma = 1/4. \quad (7)$$

Je größer die Reynoldszahl Re ist, desto geringer wird $\sqrt{\overline{c'^2}}/c$. Bei hohem Turbulenzgrad der Außenströmung werden auch der Grenzschicht selbst größere Wirbelgeschwindigkeiten aufgezwungen, wie das sonst nur bei kleinerer Reynoldszahl vorkommt. Das turbulente Ablösen einer Grenzschicht wird hierdurch herausgezögert [5]. Der Höchstauftrieb von Tragflügeln steigt. Im turbulenzreichen amerikanischen »Variable Density Tunnel« wurden Höchstauftriebwerte erreicht, die sich beim Flug in freier Atmosphäre (turbulenzarm) trotz gleicher Reynoldszahl nicht einstellten [11].

3. Hoher Turbulenzgrad führt wegen (7) bei haftenden Grenzschichten zu einer Erhöhung der Wandschubspannung und zur Vergrößerung des Reibungswiderstandes.

4. Das Verhältnis $\sqrt{\overline{c'^2}}/c$ ist nicht allein bestimmend für den Charakter der Turbulenz, sondern auch eine Länge, die die Größe der Wirbel (»Turbulenzballen«) bestimmt. Sind die Turbulenzballen — verglichen mit den Profilabmessungen — groß, kann ihr Einfluß auf den Umschlag laminar-turbulent nach [1] ganz verschwinden, wie man aus Messungen in der Atmosphäre

weiß [12]. Die Längenabmessungen der Böen sind, verglichen mit den Tragflügelabmessungen, groß.

Die Effekte 1. bis 3. konnten durch Gittermessungen bestätigt werden [10], [13]. Ein Einfluß des Turbulenzgrades auf die Umlenkung $\beta_0 - \beta_3$ wurde im Gebiet anliegender Strömung nicht festgestellt.

Interessanterweise gehen die Auswirkungen der Wandrauigkeit und die des Turbulenzgrades in vielen Fällen in gleicher Richtung. Wandrauigkeit führt auch zu vorzeitigem Umschlag laminar-turbulent. In [14] wurde festgestellt, daß zwischen Turbulenzgrad und einem einzelnen zylindrischen Rauigkeitselement von der Dicke k die Beziehung

$$\frac{\sqrt{\bar{c}'^2}}{\bar{c}} = 4,4 \left(\frac{k}{\delta K} \right)^3 \quad (8)$$

steht. Bei dieser Gleichheit haben Turbulenzgrad verbunden mit glatter Wand und andererseits Rauigkeit bei turbulenzfreier Strömung die gleiche kritische Reynoldszahl beim Umschlag laminar-turbulent.

Wandrauigkeit vergrößert auch die Wandschubspannungen und den Reibungswiderstand. Der Einfluß der Wandrauigkeit auf die turbulente Ablösung ist noch so wenig systematisch untersucht, daß man noch nicht feststellen kann, ob auch hier übereinstimmendes Verhalten besteht. Einige Beobachtungen scheinen aber gerade eine stärkere Ablösungsgefährdung rauher Oberflächen zu zeigen. Es ist schließlich zu bedenken, daß sich der Turbulenzgrad beim Übergang vom Absolut- in das Relativsystem von $\sqrt{\bar{c}'^2}/c_0$ in $\sqrt{\bar{c}'^2}/w_0$ oder umgekehrt ändert.

5. Der Einfluß der Machzahl

Es fehlen noch systematische Untersuchungen, die den Einfluß von Reynoldszahl und Machzahl auf die kritische Hagensche Zahl klären.

Einige Informationen liefern aber die speziellen Messungen an Beschleunigungsgittern und Gleichdruckgittern.

Abb. 11 zeigt nach sowjetischen Messungen die Abhängigkeit des Verlustbeiwertes von der Machzahl M_3 für $\beta_0 = \text{const}$ bei Beschleunigungsgittern, referiert in [18]. Das Ansteigen der Verluste bei $M_3 \approx 0,8$ ist verursacht durch Verdichtungsstöße und Grenzschichtablösung. Verbunden mit dem Ansteigen der Verluste ist auch eine Änderung des Auftriebsbeiwertes.

Die Diagramme der Abb. 12 informieren über Messungen an einem Gleichdruckgitter [19]. Für die Reynoldszahlen $2 \cdot 10^5$ und $7,5 \cdot 10^5$ sind die Verlustbeiwerte ζ abhängig vom Zuströmwinkel β_0 und der Machzahl M_3 aufgetragen.

Der starke Anstieg rechts auf den Bildern ist verursacht durch Grenzschichtablösung auf der Saugseite (vgl. Abb. 2), zu der bei hoher Unterschallgeschwindigkeit noch Verluste durch Verdichtungsstöße kommen. Bei

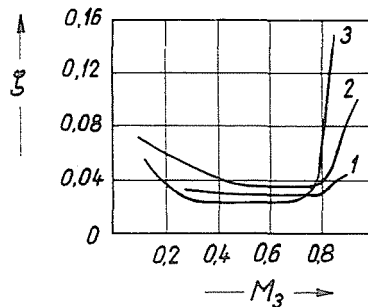


Abb. 11. Abhängigkeit des Verlustbeiwertes von der Machzahl für drei Düsegitter. Bei den Versuchen steigt mit der Machzahl auch die Reynoldszahl

Verdichtern sind Stoßverluste zuerst im Gebiet großer Durchsätze (bei großem φ in Abb. 2) zu erwarten. Der qualitative Einfluß auf die Kennlinie ist in [4] dargelegt.

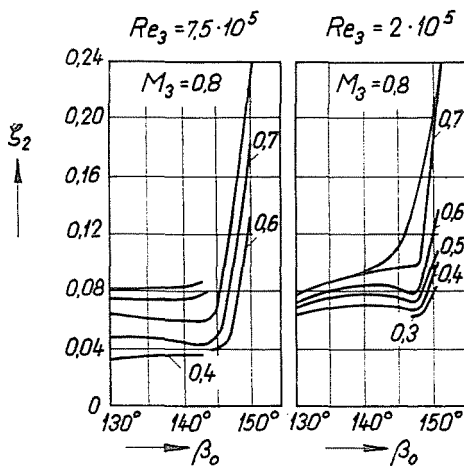


Abb. 12. Verlustbeiwerte eines Gleichdruckgitters abhängig von Machzahl und vom Zuströmwinkel β_0 bei zwei verschiedenen Reynoldszahlen

Ein zusammenfassender Bericht über die durch Verdichtungsstöße verursachte Tragflügelablösung und Maßnahmen zur ihrer Verhütung ist in [21] gegeben.

6. Das Abreißen auf rotierenden Laufrädern

Neben den Ähnlichkeitskennzahlen Re ; Ha ; $\sqrt{c^2}/c$; M ist hier noch die Ähnlichkeitskennzahl Be (vgl. Seite 8) von Bedeutung. Das Gebiet ist noch wenig systematisch erforscht, doch wurde 1946 eine Untersuchung [15] bekannt, bei der an den Laufschaufeln einer einstufigen Axialpumpe die höchsten Auftriebsbeiwerte $c_{a \max}$ abhängig von der Umfangsgeschwindigkeit und dem Achsabstand bis über $c_{a \max} = 3$ stiegen, während am ruhenden Flügel im Windkanal $c_{a \max}$ nur wenig über 1 lag. Schon in einer Deutung

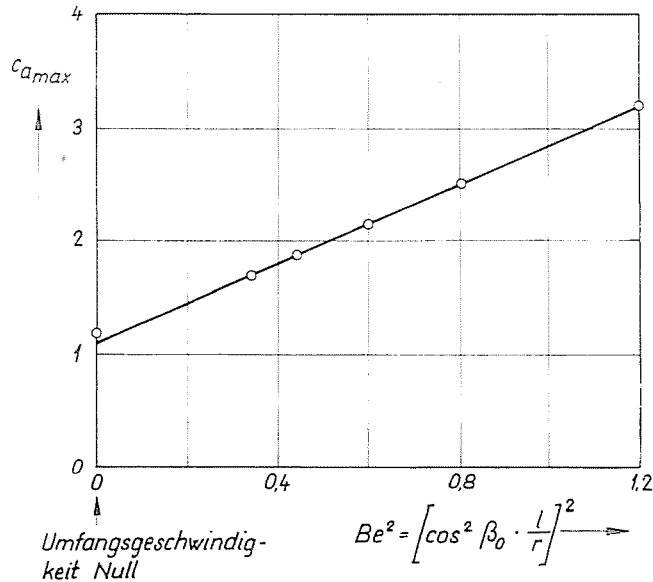


Abb. 13. Auftragung der Höchstauftriebswerte von rotierenden Rändern nach [17] Reynoldszahlen $\frac{W_\infty l}{\nu}$

am Nabenschnitt		am Außenschnitt	
a	$1 \cdot 10^5$	$2,6 \cdot 10^5$	
b	$3 \cdot 10^4$	$8 \cdot 10^4$	$Be \quad 0,31$
c	$1 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$	bis $1,172$

dieser Versuche (16) wurde 1956 ausgesprochen, daß eine besondere Ähnlichkeitskennzahl zu beachten sei, wobei man die der jetzigen Ähnlichkeitskennzahl Be entsprechende Größe aus Dimensionsbetrachtungen angab. 1961 untersuchte A. Betz [17] die Ähnlichkeitsfragen eingehend und kam zu dem Ergebnis, daß für axiales Zuströmen der Ausdruck

$$\cos^2 \beta_0 \frac{l}{r_0}$$

eine Ähnlichkeitszahl sein müsse. Das ist identisch mit dem Ausdruck $(\omega \cdot r_0/w_0)^2 l/r_0$; denn für $\alpha_0 = 90^\circ$ ist $\cos \beta_0 = (\omega \cdot r_0)/w_0$. Die Experimente aus [15] ordnen sich über Be^2 entsprechend Abb. 13. Erklärt wird dieser Effekt durch das »Zentrifugieren« der Grenzschicht auf den axialen Schaufeln. Die Grenzschichtteilchen werden unter Wirkung der Fliehkraft zu größeren Achsabständen getragen. Damit wird die Grenzschichtdicke geringer, und die Hagenschen Zahlen [vergl. (6)], die für das Ablösen maßgebend sind, werden im Betrag kleiner als bei ruhenden Gittern. Ihre kritischen Werte stellen sich erst bei stärkerer Verzögerung ein, die mit größeren c_a -Werten zusammenfällt. Das Ergebnis nach Abb. 13 ist auch bei der Auftragung $c_a (Be^2)$ keineswegs universell, als Parameter werden noch Re , Ha und $\sqrt{\epsilon^2}/w_0$ auftreten. Doch ist die Tendenz: Vergrößerung von $c_{a \max}$ mit wachsendem Be von weiterreichender Bedeutung. Be wird groß bei großen Werten l/r , bei $l \approx \text{const}$ wäre die Steigerung von $c_{a \max}$ besonders wirksam in den achsnahen Schnitten. Bei Maschinen mit gleichbleibendem Reaktionsgrad $r = \text{const}$ wird

$$Be = \left(\frac{u_0}{w_0} \right)^2 \cdot \frac{l}{r} = \frac{\cos^2 \beta_0}{r^2} \frac{l}{r}.$$

Setzt man

$$Be \approx \frac{\cos^2 \beta_\infty}{r^2} \frac{l}{r}.$$

so kann man für die Auslegungen mit $r = \text{const}$ einen 2. Ordinatenmaßstab mit $[Be \cdot r/l]$ anbringen. Das ist auf den Abb. 14a, b und d für $r = 1/2$ geschehen. Abb. 14 belehrt, daß die $c_{a \max}$ -Steigerung besonders wirksam wird bei kleinen Winkeln β_∞ , was mit kleinen Werten ψ_{th} zusammenfällt. Bei hohen ψ_{th} -Werten wäre die Auftriebssteigerung unter dem Einfluß von Be nur unbedeutend. Die mögliche Auftriebssteigerung der Laufräder wäre besonders bei Durchsatzverminderung wertvoll, denn dann käme es im Drosselbereich nicht zum vorzeitigen Absinken von ψ , wenn nicht die Ablösung auf den Leiträdern eintritt. Auf Abb. 14b ist aber zu sehen, daß bei der dortigen Auslegung in den Innenschnitten bei Durchsatzsenkung nur eine ganz geringe Änderung des Zuströmwinkels β_0 und damit nur eine ganz geringe Steigung von c_a benötigt wird. Die β_0 - sowie die c_a -Änderung sind aber groß im Außenschnitt. Auf Abb. 14c findet sich ein Zusatzmaßstab mit $(Be \cdot r/l)$ für Maschinen, die mit $C_u \cdot r = \text{const.}$ und $\alpha_0 = 90^\circ$ ausgelegt werden. Es ist

$$Be \cdot r/l \approx \cot^2 \beta_0$$

gesetzt. Vergleicht man die Abb. 14b, d und c, zeigt sich, daß die Auftriebssteigerung bei $r = \text{const} = \frac{1}{2}$ größer sein wird als bei gleichem β_∞ für die Auslegung $c_u \cdot r = \text{const.}$

Schließlich ist zu bedenken, daß bei üblichen Verdichtern $l/r \sim 0,2$, also recht klein, daß dagegen bei Lüftern $l/r \sim 1$ ist.

Die bei kleinen Reynoldszahlen an Einzelflügeln festgestellten laminaren Ablöseeffekte (nach Abb. 9) können bei Verwendung der gleichen Profile im Laufrad verschwinden [8]. Auf Abb. 15 sind links die aus Messungen an

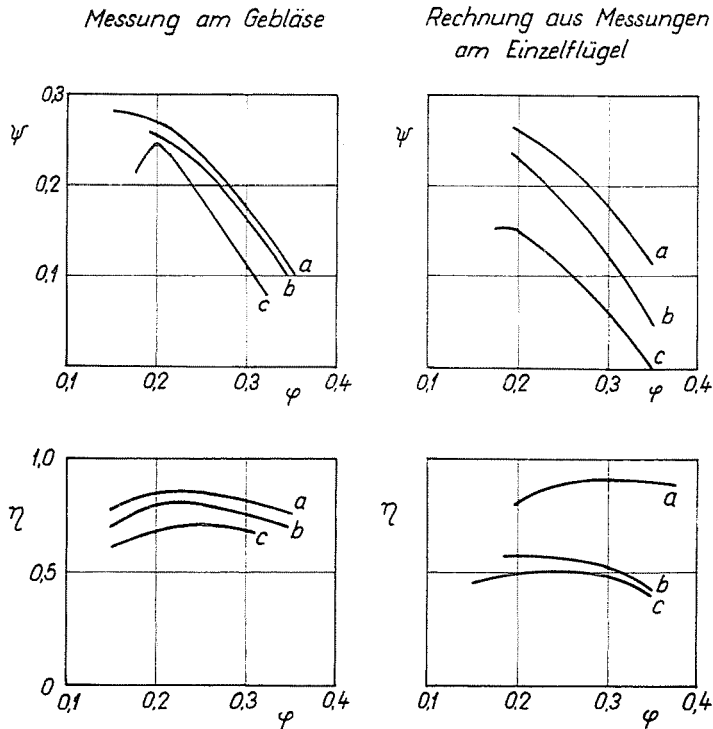


Abb. 15. Die Übereinstimmung zwischen Messung am leitradslosen Gebläse und Berechnung von ψ und η aus Meßergebnissen am Einzelflügel ist ausgezeichnet bei der größten Reynoldszahl (a). Bei kleineren Reynoldszahlen (b, c) zeigen die Einzelflügel laminares Abreißen, doch sind am Gebläserad die Absenkungen von ψ, η nicht so stark wie sie aus der Berechnung mit Hilfe der Messungen am Einzelflügel wären. (Nach Muesmann [8])

einem Gebläselaufrad ohne Leitschaukel bei drei Reynoldszahlen (a bis c) ermittelten Abhängigkeiten $\psi(\varphi)$ und $\eta(\varphi)$ aufgetragen. Daneben sind rechts die aus einer Windkanalmessung an Einzelflügeln festgestellten Werte c_a und c_w wiederum für $\psi(\varphi)$ und $\eta(\varphi)$ berechnet. Der Ersatz von Gitterschaukeln durch Einzelprofile ist statthaft, wenn $t/l \gtrsim 1,5$.

Die Übereinstimmung zwischen Messung am Laufrad und Rechnung über die Werte des Einzelflügels ist ausgezeichnet bei voll turbulenter Grenzschicht ($Re \gtrsim 10^5$) (Kurve a). Bei kleinen Reynoldszahlen (Kurven b und c) ergeben die Messungen am Einzelflügel laminares Abreißen und starken

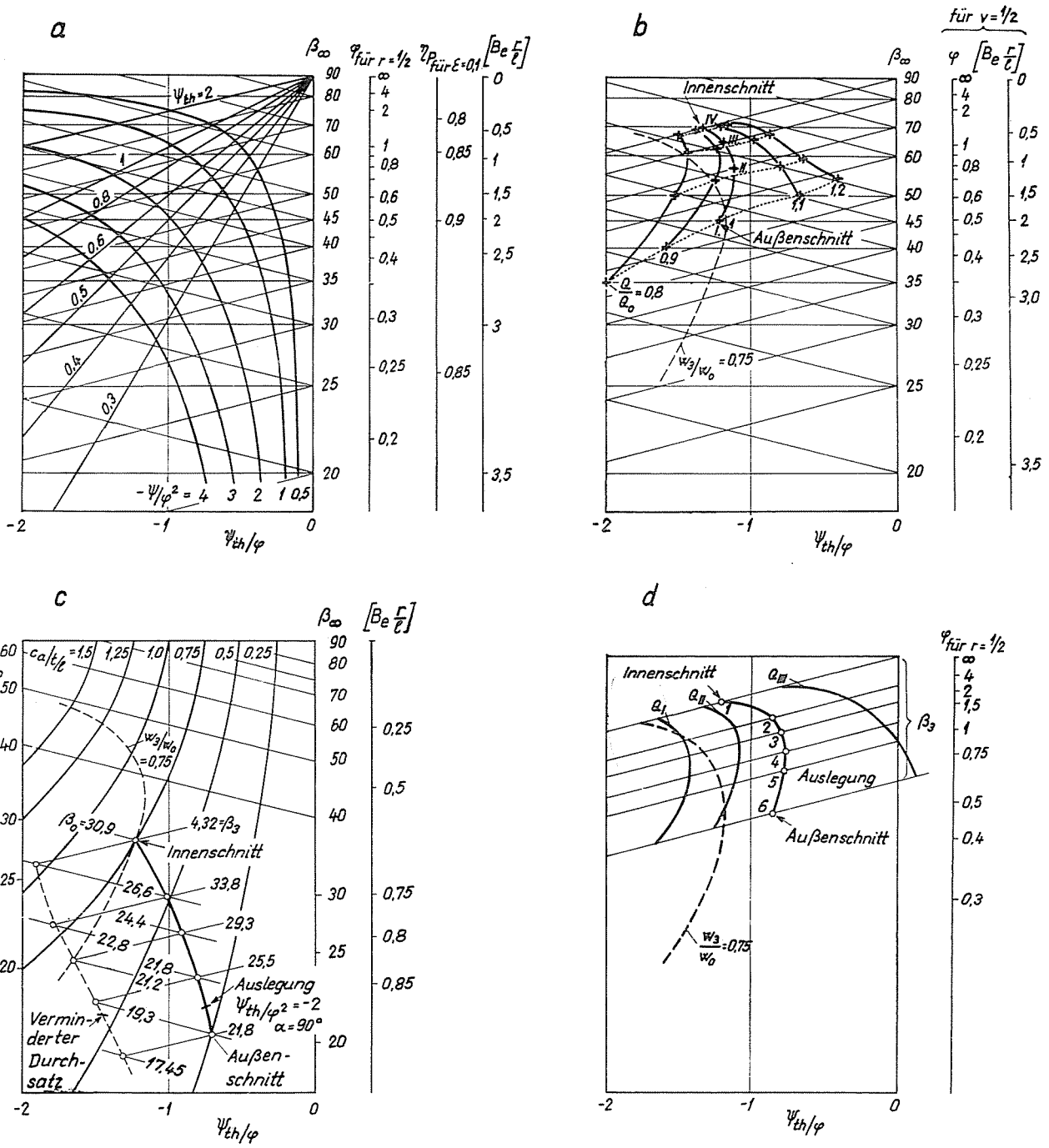


Abb. 14a bis d. Abb. 14a zeigt $\psi_{th} = \text{const}$ und $\psi_{th}/\varphi^2 = \text{const}$ -Linien für Auslegungen mit $r = 1/2$. Abb. 14b und d bringen Beispiele für Auslegung und verminderten Durchsatz bei $r = 1/2$. Abb. 14c zeigt den entsprechenden Verlauf für Auslegung nach $c_u \cdot r = \text{const}$. Der Verlauf bei vermindertem Durchsatz wurde aus der Integration der Gleichung

$$\frac{u_a^2}{2} \frac{d\psi(a)}{dr} = c_{ax} \frac{dc_{ax}}{dr} + \frac{c_u^2}{r} + \frac{c_u}{dr} dc_u$$

erhalten.

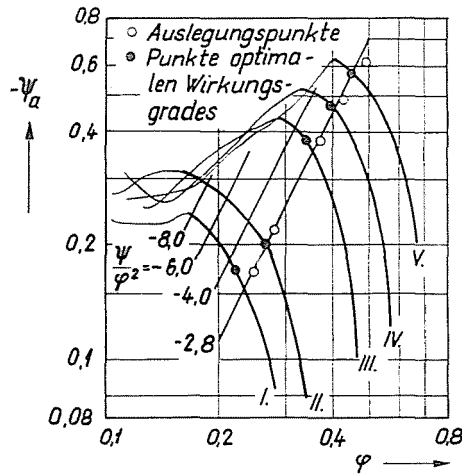
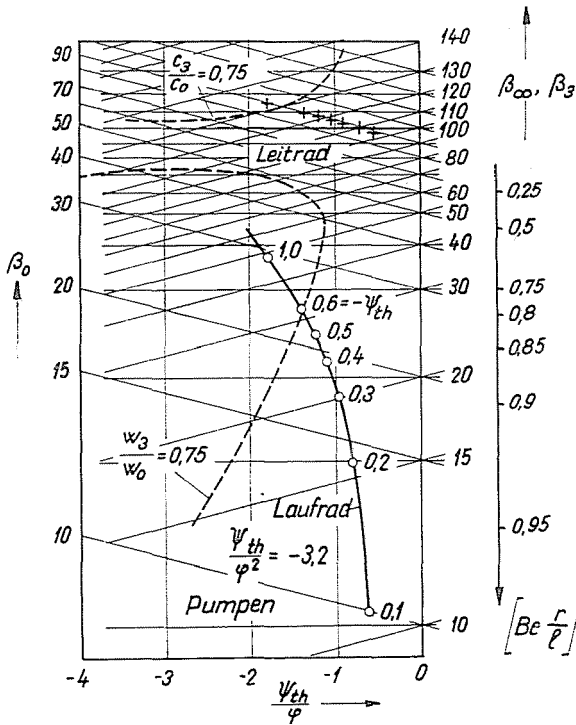


Abb. 16. Die Entwurfsunkte für Laufblad und Leitrad einer Systematik von einstufigen Axiallüftern sind links in das Eulerdiagramm eingezeichnet. Im rechten Bild sind Meßergebnisse $\psi(\varphi)$ aufgetragen

Auftriebsverlust. Die aus den Einzelflügeln berechneten Größen ψ und η liegen wesentlich schlechter als die Ergebnisse der Gebläsemessung.

Nachdem man einen gewissen Einblick in das verschiedenartige Verhalten von Lauf- und Leitschaufeln in kritischen Gebieten erhalten hat, wäre es sinnvoll, Maschinenentwürfe auszuführen, deren jede im Bestpunkt arbeitet. Bei der üblichen Auslegung mit $v = \text{const}$ behandelt man aber die Schaufeln von Leit- und Laufrad so, als ob sie völlig gleiche aerodynamische Beanspruchungen erführen.

7. Vergleich von Auslegungen mit verschiedenen großen ψ -Werten

Auf Abb. 16. ist im linken Diagramm die Zuordnung β_0 (β_3) für Laufräder mit $\psi_{th}/\varphi^2 = -3,2$ aufgezeichnet*. Das Medium strömt im Absolutsystem drallfrei zu ($\alpha_0 = 90^\circ$). Durch ein dem Laufrad nachgeschaltetes Leitrad wird das Medium wieder zum achsparallelen Strömen umgelenkt. Markiert sind die Punkte $\psi_{th} = 2 gH/u^2$ auf den Laufradschnitten.

Es ist üblich, für die ganze Schaufel ψ_{th} auf die Umfangsgeschwindigkeit $u_a = r_a \cdot \omega$ im Außenschnitt zu beziehen

$$\psi_{th a} = \frac{2 gH}{u_a^2} = \psi_{th} \cdot \left(\frac{r}{r_a} \right)^2.$$

Bei $H = \text{const}$ wird für die ganze Schaufel

$$\psi_{th a \text{ mittel}} = \psi_{th} \cdot \left(\frac{r}{r_a} \right)^2 = \psi_{th i} \left(\frac{r_i}{r_a} \right)^2,$$

$$\psi_{th a \text{ mittel}} = \psi_{th i} \left(\frac{(\psi_{th}/\varphi)_a}{(\psi_{th}/\varphi)_i} \right)^2.$$

Für entsprechende Abschnitte der Kurve $\psi_{th}/\varphi^2 = -3,2$ sind fünf verschiedene einstufige Gebläse mit $\psi_{tha \text{ mittel}}$ zwischen 0,17 und 0,7 entworfen. (Die Entwurfspunkte sind die offenen Kreise in Abb. 16 rechts). Meßergebnisse $\psi_a(\varphi)$ für diese Gebläse sind in Abb. 16 rechts aufgezeichnet. In der Umgebung der Entwurfspunkte lag der hydrodynamische Wirkungsgrad der ganzen Maschinen 82 und 84%. Es ist bemerkenswert, daß in der Maschine V, deren Entwurfspunkt ψ_{tha} am höchsten liegt, das Abreißen der Strömung — kenntlich am starken Abfall des Wertes ψ mit sinkendem φ — schon bei sehr geringer Steigerung des Wertes ψ/φ^2 eintritt. Mit kleiner werdenden (ψ_{th}) bzw. (ψ_{th}/φ) vergrößert sich der Abstand zwischen Entwurfspunkt und Abreißpunkt. Während sich das Abreißen bei der Kurve V am weitesten rechts schon bei

* Der Entwurf der Lüfter und die Messungen wurden in der F. V. A. S. Dresden von Herrn Dipl. Ing. Liebau ausgeführt.

geringer Überschreitung des Wertes $(\psi/\varphi^2) = 4$ einstellt, kann der Widerstand der Förderstrecke bei der Kurve I am weitesten links gesteigert werden, bis $(\psi/\varphi^2) = 8$ erreicht ist, ohne daß es zum Abreißen käme.

Es empfiehlt sich also, ψ im Entwurfspunkt nicht extrem hoch zu treiben, wenn man noch einen gewissen Abstand von der Abreißgrenze halten will.

Die Ursachen des schnellen Abreißen der Strömung an den Rädern mit hohen (ψ/φ) bzw. (ψ) sind einmal darin zu finden, daß die Verzögerung auf den nabennahen Schaufelprofilen von Lauf- und Leitrad bei Durchsetzminderung stärker in den Bereich $w_3/w_0 < 0,75$ bzw. $c_{01}/c_3 < 0,75$ dringt, als das bei Rädern mit kleinerem (ψ/φ) sowie (ψ) der Fall ist (vgl. auch Abb. 14c). Zum anderen wird für größere Werte $(\psi) \approx (\psi_{th})$ die Ähnlichkeitskennzahl Be kleiner (vgl. ebenfalls Abb. 14c). Die Auftriebsvergrößerung gegenüber einem ruhenden Rad ist dann geringer.

Zusammenfassung

Es wird eine Übersicht über die physikalischen Gründe des Abreißen der Strömung bei axial durchströmten Maschinen gegeben. Mit den umlaufenden Abreißgebieten (rotating stall) werden die oft beobachteten Hysteresiseffekte der Kennlinie geklärt. Bei der Einführung von Ähnlichkeitskennzahlen für das Abreißen wird ein neue als Betz-Zahl vorgeschlagen. Der Einfluß der Reynolds- und Mach-Zahlen und des Turbulenzgrades auf das Abreißen wird bei ruhenden Flügelgittern und in rotierenden Laufrädern eingehend behandelt. Da ein merklicher Unterschied zwischen der Belastungsfähigkeit von stehenden und rotierenden Gittern beobachtet wurde, wird ein Auslegungsvorschlag gemacht.

Literatur

1. ACKERET, J.: Zum Entwurf dichtstehender Schaufelgitter. Schweizer Bauzeitung **120**, 103 (1942).
2. PETERMANN, H.: Sicherheitssteuereinrichtungen gegen längeres Arbeiten von Axialverdichtern im Abreißgebiet. Stahl und Eisen **81** (1961) Heft 9, S. 589/93.
3. MARCINOWSKI, H.: Einstufige Turboverdichter. Wichtige Merkmale und Betriebseigenschaften, Chemie — Ingenieur — Technik **31**, Jahrgang 1959 — Heft 4, S. 237 bis 247.
4. STONE, A.: Effects of Stage Characteristics and Matching on Axial-Flow-Compressor Performance. Transactions of the A. S. M. E. (August 1958 S. 1273).
5. ALBRING, W.: Angewandte Strömungslehre, Dresden—Leipzig, 1961.
6. KUNZE, W.: Auswertung bekannter Messungen zur Integration der Impulsleichung für turbulente Grenzschicht. Maschinenbautechnik **10** (1961).
7. SOHN, R. L.: An Analysis of the Performance of an Axial Flow Compressor at low Reynolds-Number, Journal of the Aeronautical Sciences **1956** S. 741.
8. MUESMANN, G.: Zusammenhang der Strömungseigenschaften des Laufrades eines Axialgebläses mit denen eines Einzelflügels, Zeitschrift für Flugwissenschaften **6** (1958) Heft 12, S. 945 bis 362.
9. BILEK, J.: Messungen der Turbulenz in Strömungsmaschinen (In tschechischer Sprache) Sborník ústavu pro Výzkum Strojů Prag 1955.
10. LANGLOTZ, G.: Experimentelle Untersuchungen gerader ebener Flügelgitter bei verschiedenen Turbulenzgraden Nr. B 407 des Institutes für angewandte Strömungslehre der T. U. Dresden (1961) unveröffentlicher Bericht.
11. RIEGELS, F. A.: Aerodynamische Profile. München 1958.
12. MILLICAN, C. B.—KLEIN, A. B.: The Effect of Turbulence, Aircraft Eng. **169** (1933).

13. WRUBLEWSKAJA, W. A.: Über den Einfluß der Zuströmturbulenz auf die Charakteristiken von Turbinen Leit- und Laufgittern (in russischer Sprache) Teploenergetika (1960) S. 39 bis 44.
14. DRYDEN, H. L.: Combined Effects of Turbulence and Roughness on Transition, Festschrift Jakob Ackeret 1958 — Basel und Stuttgart.
15. HIMMELSKAMP, H.: Profiluntersuchungen an einem umlaufenden Propeller, Mitteilungen aus dem Max Planck-Institut für Strömungsforschung Nr. 2 (1950) Göttingen.
16. ALBRING, W.: Wasserkraftmaschinen, Berlin, 1956 3. Lehrbrief S. 143.
17. BETZ, A.: Höchstauftrieb von Flügeln an umlaufenden Rädern, Zeitschrift Flugwissenschaften 9 (1961) Heft 4/5, Seite 97.
18. LINDNER, E.—LANGER, L.—BAHR, A.: Die Strömungseigenschaften von geraden Schaufelgittern bei kompressibler Strömung, Die Technik 16. Jahrgang Heft 6 (1961).
19. LINDNER, E.—LANGER, L.: Versuchsergebnisse über den Einfluß der Reynolds- und Machzahl auf die Eigenschaften eines geraden Gleichdruckgitters, Maschinenbautechnik 10 (1961) Heft 8.
20. SCHEER, W.: Untersuchungen über die Arbeitsweise von Axialpumpen unter besonderer Berücksichtigung des Teillastbereiches, Brennstoff-Wärme-Kraft 11 (1959), S. 503/11.
21. PEARCEY, H. H.: Shock-induced Separation and its Prevention by Design and Boundary-Layer Control, in Boundary Layer and Flow Control, Edited by G. V. Lachmann, Oxford, London, New York, Paris, 1961.
22. IURA, T.—RANNIE, W. D.: Experimental Investigations of Propagating Stall in Axial-Flow Compressors Transactions of the A. S. M. E. April 1954 S. 463.
23. SCHMITZ, F. W.: Aerodynamik kleiner Reynoldszahlen, Jahrbuch 1953 der W. G. L.

Prof. Dr. Ing. W. ALBRING, Dresden A 20, Südhöhe 9., DDR.