

ÜBER PROBLEME DER DEHNUNGMESSUNG BEIM ZUGVERSUCH

Von

E. CZOBOLY

Lehrstuhl für Mechanische Technologie, Technische Universität,
Budapest

(Eingegangen am 28. Februar 1964)

Vorgelegt von Prof. Dr. L. GILLEMOT

Bei der Kennzeichnung von Werkstoffen wird die Bedeutung der für die Bildsamkeit charakteristischen Kenngrößen immer größer. Damit tritt das viel diskutierte Problem, welcher Meßwert — die gleichmäßige Dehnung (δ_g), die Einschnürdehnung (δ_c) oder die auf beliebige Meßlänge bezogene Bruchdehnung (δ_n) — die Dehnung des Werkstoffes am besten kennzeichnet, wieder in der Vordergrund. Das hängt unter anderem auch davon ab, wie verläßlich man diese Meßwerte bestimmen kann, welche physikalische Bedeutung sie haben, in welchem Maße sie mit anderen Kenngrößen in Korrelation sind usw.

Ohne Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben, sollen hier die Ergebnisse von Versuchen dargelegt werden, die das Verständnis für den Verlauf der Formänderung beim Zugversuch erleichtern und die Ausarbeitung einer auf die Gesetzmäßigkeit der Formänderung gegründeten Methode der Dehnungsumrechnung ermöglichen.

In den vergangenen Jahren wurden mehrere Umrechnungsgleichungen veröffentlicht. Die gebräuchlichsten und besten Formeln stammen von KUNTZE—KRISCH [1], GALLIK [2], UEBEL [3] und KRUPKOWSKY [4]. Da aber diese Formeln einige im allgemeinen unbekannte Werkstoffkennzahlen enthalten und die genaue Bestimmung des schwierig meßbaren δ_g erfordern, erreicht der Fehler im gegebenen Fall 20%.

Die Verlängerung der Probe wird in allen diesen Formeln in zwei Teile geteilt: In die gleichmäßige Verlängerung bis zur Erreichung von $P_{\max}(\Delta L_g)$ und in die durch die Einschnürung vorhandene Verlängerung (ΔL_c) (Abb. 1). d. h. in:

$$\Delta L = \Delta L_g + \Delta L_c.$$

Zur Berechnung der Dehnung werden beide Glieder durch die Meßlänge dividiert, die im allgemeinen ein Mehrfaches des ursprünglichen Durchmessers beträgt, es wird mithin

$$\delta_n = \frac{\Delta L}{n \cdot d_0} = \frac{\Delta L_g}{n \cdot d_0} + \frac{\Delta L_c}{n \cdot d_0}, \text{ worin } n = \frac{L_0}{d_0}.$$

In dieser Gleichung ist das erste Glied der vorgenannten Summe ein Festwert und hängt nicht von der Meßlänge ab:

$$\frac{\Delta L_g}{n \cdot d_0} = \delta_g$$

Beim zweiten Glied ist dagegen der Zähler (ΔL_c) konstant.

Die Verfasser der verschiedenen Gleichungen waren bestrebt, einen Zusammenhang zwischen dem ΔL_c -Wert und anderen Kenngrößen zu finden, um dadurch die Berechnung derselben zu ermöglichen. Dazu prüften sie zahl-

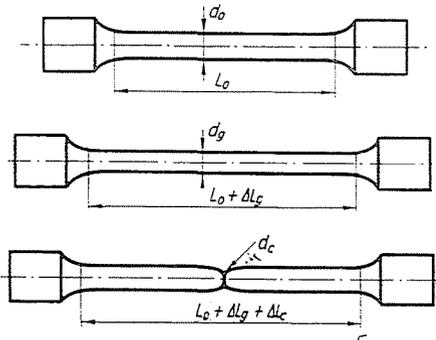


Bild 1. Die zwei Teile der Verlängerung einer Zugprobe

reiche Proben, die nach dem Zugversuch in zerrissenem Zustand gemessen und verglichen wurden. Die hier entwickelte Methode ist in dieser Hinsicht neuartig, da hier die Proben während des Zugversuches beobachtet und der Verlauf geprüft wurde.

Versuche

Insgesamt wurden etwa 50 Proben aus verschiedenen kohlenstoffarmen Stählen, vergüteten, unlegierten und legierten Stählen, Hüttenaluminium und Kupfer geprüft. Der Durchmesser der Prüfstäbe änderte sich um 10 bis 25 mm, die Länge um 60 bis 550 mm und schließlich lag das Verhältnis L_0/d_0 zwischen 5 und 27,5. Die Proben wurden mit Hilfe eines Teilers mit Millimeter-einteilung versehen. Während der Zugprobe wurden dann je Prüfstab 20—25 Fotoaufnahmen angefertigt. Die Beleuchtung der Proben war so gewählt, daß sowohl die Einteilung als auch die Konturlinien auf den Aufnahmen deutlich sichtbar waren (Abb. 2). Die bezeichneten Meßlängen und Durchmesser wurden an den Vergrößerungen der Aufnahmen mit 0,2 mm Genauigkeit bestimmt. Das entspricht im Hinblick auf das Vergrößerungsmaß einer Genauig-

keit von 0,06—0,2 mm. Der Durchmesser wurde stets an der Stelle der späteren endgültigen Einschnürung gemessen. Dabei wurde selbstverständlich nachgeprüft, ob nicht andere Einschnürungen störend wirkten.

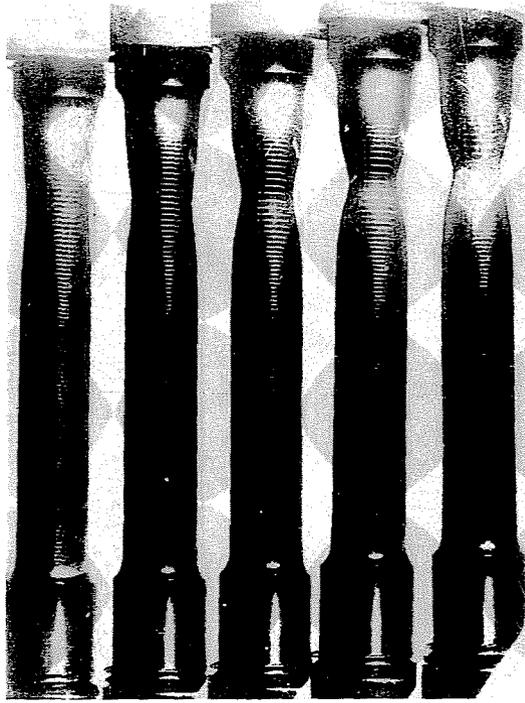


Bild 2. Einige Photoaufnahmen von einer Zugprobe während des Zugversuches. Vergüteter Mn-Cr-Stahl, Durchmesser = 20 mm, Probenlänge = 120 mm

Ergebnisse

Aus den Messungen wurden die folgenden Kennzahlen ermittelt:

$$\delta_{\text{eff}} = \frac{d_0^2 - d^2}{d^2} \qquad q = \frac{d_g^2 - d^2}{d_g^2}$$

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \ln \frac{d_0^2}{d^2} \qquad \eta = \frac{d_0 - d}{d_0}$$

$$\psi = \frac{d_0^2 - d^2}{d_0^2} \qquad \Delta L = L - L_0$$

Sodann wurde die Verlängerung in Abhängigkeit von den erwähnten Kennzahlen aufgetragen und festgestellt, daß der Zusammenhang $\Delta L - \psi$ der

charakteristischste ist. Als Beispiel zeigt *Abb. 3* das Diagramm einer Probe von kohlenstoffarmem Stahl und *Abb. 4* ein solches von Aluminium. Der Charakter der Kurven war bei allen geprüften Proben gleich. Den Diagrammen

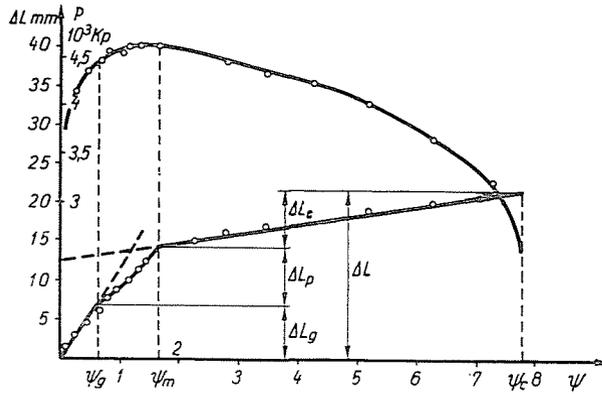


Bild 3. Verlängerung einer Probe von kohlenstoffarmem Stahl in Abhängigkeit von der Einschnürung. Durchmesser = 10 mm, Meßlänge = 104 mm

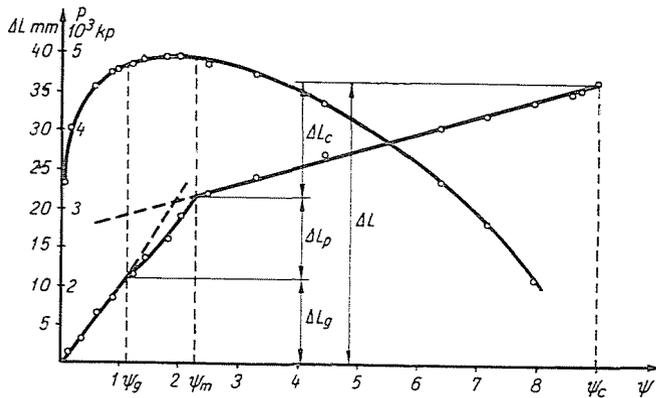


Bild 4. Verlängerung einer Probe von Hüttenaluminium in Abhängigkeit von der Einschnürung. Durchmesser = 25 mm, Meßlänge = 88 mm

ist außer der Verlängerung auch die Änderung der Kraft P zu entnehmen. An der Kurve, die die Verlängerung darstellt, zeigen sich deutlich durch Knickpunkte gekennzeichnete 3 Teile. Alle den Knickpunkten zugehörigen Werte sind im folgenden mit dem Index g (gleichmäßig) und m (maximum) bezeichnet. Eine Analyse der 3 Kurventeile und des Verlaufs der Formänderung führt zu folgenden Feststellungen:

I. Solange die Dehnung der Probe gleichmäßig ist, bleibt die Form des Prüfstabes zylindrisch. Von dieser Bedingung ausgehend, gilt

$$\Delta L = L_0 \cdot \delta = n \cdot d_0 \frac{\psi}{1 - \psi}.$$

Die Kurve dieser Gleichung ist gestrichelt dargestellt, und es ist klar, daß die Meßpunkte mit der theoretischen Kurve in diesem Abschnitt gut übereinstimmen. Dieser erstreckt sich bis zum Grenzpunkt der gleichmäßigen Einschnürung (ψ_g), der im allgemeinen nicht mit dem Punkt der Maximalkraft P_{\max} zusammenfällt, sondern vor diesem liegt.

Der erste Abschnitt der Verlängerung ist also

$$\Delta L_g = n \cdot d_0 \frac{\psi_g}{1 - \psi_g}.$$

II. Zur Vereinfachung der Erklärung ist es zweckmäßig, die Besprechung des dritten Abschnittes vorwegzunehmen. Hauptsächlich dieser Teil begründet die Anwendung der Einschnürung ψ als Abszisse. Die aufgetragenen Meßpunkte zeigen nämlich in diesem Fall einen streng linearen Zusammenhang. Der Korrelationskoeffizient schwankt zwischen 0,96 und 0,99; das ist ein sehr guter Wert. Die Verlängerung ist außerdem proportional dem Anfangsdurchmesser, was auch aus dem Barbaschen Ähnlichkeitsgesetz hervorgeht. In diesem Abschnitt ist also die Verlängerung

$$\Delta L_c = K \cdot d_0 (\psi_c - \psi_m).$$

Im weiteren wurde der Koeffizient K eingehend untersucht. Abgesehen von einzelnen Meßpunkten fallen sämtliche Werte in den Bereich von 0,85—1,15, d. h. $K = 1 \pm 0,15$ bei den geprüften Werkstoffen mit kubischem Raumgitter. Die außerhalb des Bereiches liegenden Werte waren in jedem Falle auf grobe Werkstoff-Fehler oder auf andere Unregelmäßigkeiten zurückzuführen. In der Streuung der Werte K konnte keine Gesetzmäßigkeit festgestellt werden, d. h., nach unseren Messungen hängen sie weder von dem Werkstoff, noch von den Abmessungen der Probe ab. Weiter wurde untersucht, ob die Streuung der Werte K abnimmt, wenn der obige Zusammenhang in folgende Formeln umgewandelt wird:

$$\begin{aligned} \Delta L_c &= K_1 \cdot d_g (\psi_c - \psi_m) \text{ oder} \\ &= K_2 \cdot d_m (\psi_c - \psi_m) \\ &= K_3 \cdot d_g \cdot q_{(g)} \\ &= K_n \cdot d_m \cdot q_{(m)} \end{aligned}$$

wobei $q_{(g)}$ bzw. $q_{(m)}$ die auf d_g bzw. d_m bezogene örtliche Einschnürung bedeuten. In diesem Falle ist

$$K_1 = K \sqrt{1 + \delta_g} \quad K_2 = K \cdot \sqrt{1 + \delta_m}$$

$$K_3 = \frac{K}{\sqrt{1 + \delta_g}} \quad K_4 = \frac{K}{\sqrt{1 + \delta_m}}$$

Wenn irgendein Koeffizient annähernd konstant ist, muß der Wert K in einem gewissen mathematischen Zusammenhang mit δ_g oder δ_m stehen. Da aber ein solcher Zusammenhang nicht feststellbar war, hätte die Änderung der ursprünglichen Gleichung keinen Vorteil geboten. Aus dem Bisherigen geht hervor, daß die Gültigkeit des linearen Zusammenhanges zwischen Verlängerung und Einschnürung vom Punkt Ψ_m an besteht. Fast in jedem Fall wurde dieser Knickpunkt dort festgestellt, wo der Kraftfall begann, also beim Höchstlastpunkt, bzw. wenn sich die Kraft nach Erreichen der Höchstlast eine Zeitlang nicht ändert, beim Endpunkt dieses Abschnittes.

III. Wir kehren nun zurück zur Besprechung des mittleren Teiles, den wir wegen der sehr verwickelten Verhältnisse den »Abschnitt der plastischen Instabilität« benannt haben. Um den Verlauf zu begreifen, ist es notwendig zu wissen, daß der Formänderungswiderstand (beim Zugversuch die wahre Spannung σ') in Abhängigkeit von der Deformationsgeschwindigkeit $\left(\frac{d\delta}{dt}\right)$ bei jedem Werkstoff zunimmt [5—8]. Die allgemein gültige Gleichung für die Kraftänderung infolge der geänderten Deformationsgeschwindigkeit $\left(\text{von } \frac{d\delta_1}{dt} \text{ auf } \frac{d\delta_2}{dt}\right)$ stammt von Prandtl [9]. Sie schreibt sich zu

$$P_2 = P_1 + a \cdot \ln \left(\frac{d\delta_2}{dt} : \frac{d\delta_1}{dt} \right).$$

Der Wert a ist eine Werkstoffkenngröße.

Die Formänderungsgeschwindigkeit zu Anfang des Zugversuches ist $\frac{u_0}{L_0}$, wenn die Geschwindigkeit u_0 und die Formänderung gleichmäßig ist. Sobald aber die örtliche Einschnürung beginnt, nimmt statt der Gesamtlänge L_0 der Probe nur eine Länge L_x an der Formänderung teil. Von L_x ist nur so viel bekannt, daß es wesentlich kleiner ist als L_0 und während des weiteren Verlaufes des Zugversuches ständig abnimmt. Entsprechend wächst die Deformationsgeschwindigkeit bei Beginn der örtlichen Einschnürung plötzlich an, und damit nimmt nach der Prandtl'schen Gleichung auch die Kraft zu.

Nach der klassischen Auffassung bedeutet der Beginn der örtlichen Einschnürung auch die Abnahme des tragfähigen Querschnittes und der Zugkraft. Nach unseren Ergebnissen wird diese Abnahme der Zugkraft durch die Zu-

nahme der Kraft infolge der Vergrößerung der Deformationsgeschwindigkeit ausgeglichen. Als Endresultat bleibt die Kraft konstant oder wächst weiter. Untersuchen wir jetzt die Formänderung der Probe. Die Einschnürung beginnt, der restliche Teil der Probe dehnt sich jedoch auf Grund der Einwirkung

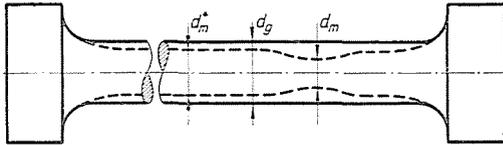


Bild 5. Formänderung der Zugprobe nach Überschreiten der Gleichmaßdehnungsgrenze bis Anfang des Kraftabfalls (schematisch)

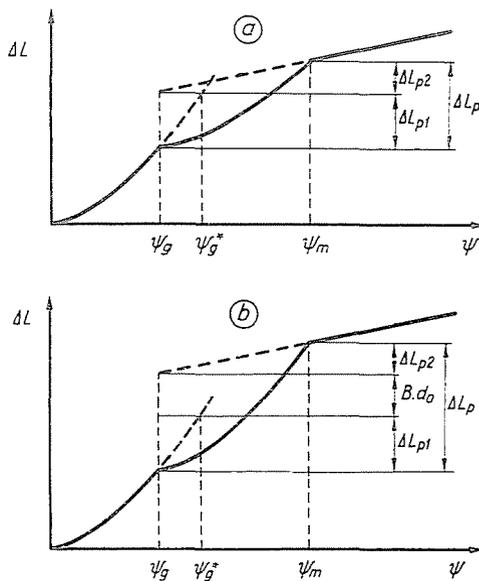


Bild 6. Teile der Verlängerung im Abschnitt der plastischen Instabilität

- a) idealisierter Fall,
- b) wirklicher Fall (schematisch)

der konstanten Last oder der zunehmenden Kraft weiter. Während sich der kleinste Durchmesser von d_g auf d_m ändert, vermindern sich die von der örtlichen Einschnürung entfernten Durchmesser von d_g bis d_m^x (Abb. 5). Selbstverständlich vermindert die Dehnung der restlichen Teile die Geschwindigkeit der Deformation an der Stelle der Einschnürung, das heißt, diese zwei Faktoren stehen in komplizierter Wechselwirkung.

Die Verlängerung im Mittelabschnitt setzt sich aus zwei Teilen zusammen (Abb. 6a).

ΔL_{p1} bedeutet jenen Anteil der Verlängerung, der wegen der weiteren nachträglichen »gleichmäßigen« Dehnung zustande kommt. Sein Wert kann auf folgende Weise bestimmt werden: Man zeichnet den dem d_m^* entsprechenden Wert ψ_m^* im $\Delta L - \psi$ Diagramm, bestimmt sodann die zugehörige gleichmäßige Verlängerung und zieht schließlich den im ersten Abschnitt besprochenen Wert der wahren, gleichmäßigen Verlängerung ab:

$$\Delta L_{p1} = L_0 \frac{\psi_m}{1 - \psi_m^*} - \Delta L_g = n \cdot d_0 \left(\frac{\psi_m^*}{1 - \psi_m^*} - \frac{\psi_g}{1 - \psi_g} \right).$$

Der andere Teil der Verlängerung ΔL_{p2} entsteht infolge der Einschnürung und befindet sich in dessen Umgebung. Das ist auch selbstverständlich, wenn man bedenkt, daß die Einschnürung schon nach dem Erreichen von ψ_g beginnt. Danach könnte man mit Recht voraussetzen, daß die lineare Abhängigkeit der Verlängerung von der Einschnürung auch in diesem Bereich gültig ist, daß sich nämlich die gerade Linie (in Abb. 3 und 4 Abschnitt III) auch nach links fortsetzen kann. In diesem Fall wäre

$$\Delta L_{p2} = K \cdot d_0 (\psi_m - \psi_g).$$

In Wirklichkeit sind die Verhältnisse aber noch verwickelter, als aus *Abb. 6b* zu ersehen, weil neben der Verlängerung ΔL_{p2} noch ein Glied vorhanden ist, welches mit $B \cdot d_0$ bezeichnet wurde. Die Ursache für dieses letzte Verlängerungsglied konnte bisher noch nicht genau festgestellt werden, doch dürfte der Grund darin liegen, daß auch die von örtlichen Einschnürungen entfernten Teile der Probe nicht zylindrisch bleiben, sondern eine konische Form annehmen.

Zusammenfassend gilt:

Der Wert der letzten zwei Glieder ist im Verhältnis zu dem der totalen Verlängerung ziemlich klein.

Zur Vereinfachung schreibt man daher

$$\Delta L_p = n \cdot d_0 \left(\frac{\psi_m^*}{1 - \psi_m^*} - \frac{\psi_g}{1 - \psi_g} \right) + A \cdot d_0.$$

Der Wert von A hängt in erster Näherung vom Werkstoff ab, doch steht zu hoffen, daß die weiteren Untersuchungen die physikalische Bedeutung erklären und somit die genauere Bestimmung ermöglichen werden.

Bei Aluminium ist A	= 0,15
Bei Kupfer	0,50
Bei kohlenstoffarmem	
Stahl	0,30
Bei vergütetem Stahl	0,15

Schlussfolgerungen

Die ganze Verlängerung einer Probe, gemessen an der Länge $L_0 = n \cdot d_0$ ist

$$\begin{aligned} \Delta L &= \Delta L_g + \Delta L_p + \Delta L_c = \\ &= n \cdot d_0 \frac{\psi_g}{1 - \psi_g} + n \cdot d_0 \left(\frac{\psi_m^{\#}}{1 - \psi_m^{\#}} - \frac{\psi_g}{1 - \psi_g} \right) + \\ &+ A d_0 + K d_0 (\psi_c - \psi_m) = n \cdot d_0 \frac{\psi_m^{\#}}{1 - \psi_m^{\#}} + \\ &+ A d_0 + K d_0 (\psi_c - \psi_m). \end{aligned}$$

Die ganze Dehnung ist

$$\delta_n = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\Delta L}{n \cdot d_0} = \frac{\psi_m^{\#}}{1 - \psi_m^{\#}} + \frac{A}{n} + \frac{K}{n} (\psi_c - \psi_m).$$

Entsprechend ist die auf irgendeine andere Meßlänge $L'_0 = m \cdot d_0$ bezogene Dehnung

$$\delta_m = \frac{\psi_m^{\#}}{1 - \psi_m^{\#}} + \frac{A}{m} + \frac{K}{m} (\psi_c - \psi_m).$$

Zusammenggezogen ergeben die zwei Gleichungen

$$\delta_m = \delta_n + \frac{n - m}{n \cdot m} (A + K \psi_c - K \cdot \psi_m).$$

Bei den geprüften Werkstoffen ist $K = 1$, die Formel vereinfacht sich also weiter zu

$$\delta_m = \delta_n + \frac{n - m}{n \cdot m} (A + \psi_c - \psi_m).$$

Anhand der Gleichung wurde die Bruchdehnung δ_{10} bei einzigen Proben aus dem Wert δ_5 berechnet oder umgekehrt. Diese Berechnung wurde auch mit den üblichen Umrechnungsformeln durchgeführt und die Größe der auf die gemessenen wahren Werte bezogenen Fehler untersucht. Es wurde festgestellt, daß die Genauigkeit der hier angegebenen Gleichung, die der Gállik-Uebelschen Formel wesentlich übersteigt und mit jener der Gleichungen von KRISCH—KUNTZE bzw. KRUPKOWSKY ungefähr übereinstimmt.

Gegenüber diesen hat unsere Formel jedoch den Vorzug, den Verlauf der Formänderung richtig widerzuspiegeln und die Bestimmung der schwer

und unsicher meßbaren Werte d_g und d_m^* überflüssig zu machen. Die in der Gleichung vorkommenden Werte ψ_m und ψ_c lassen sich leicht und genau feststellen. Es ist zu hoffen, daß die Genauigkeit der Formel nach Klärung der physikalischen Bedeutung von A oder B noch verbessert werden kann.

Zusammenfassung

Nach einer neuartigen Methode wurde der Zusammenhang zwischen Verlängerung und Einschnürung der Probe beim Zugversuch ermittelt. Hierbei wurde festgestellt, daß der Deformationsprozeß sich in drei Teile zerfällt: in die gleichmäßige Dehnung, in die plastische Instabilität und die Einschnürdehnung. Die Grenze der Gleichmaßdehnung liegt allgemein vor dem Höchstlastpunkt. Die reine Einschnürdehnung setzt dagegen erst beim Kraftabfall ein. Der Zusammenhang zwischen Verlängerung und Einschnürung im Bereich der Einschnürdehnung ist streng linear. Die Verhältniszahlen für den geprüften Werkstoffe mit kubischem Raumgitter sind einander gleich.

Anhand dieser Gesetzmäßigkeiten der Deformation wurde eine Formel für die Umrechnung der auf verschiedene Meßlängen bezogenen spezifischen Dehnungen abgeleitet.

Literatur

1. KRISCH, A.—KUNTZE, W.: Berechnung der Bruchdehnung einschnürender metallischer Werkstoffe für beliebig große Meßlängen. Archiv f. Eisenhüttenwesen 7, 305 (1933/34).
2. GÁLLIK, J.: Vas- és acélanyagok nyúlásának összehasonlító vizsgálata különböző méretű próbapálcák esetében. Anyagvizsgálók közlönye VIII, 61—84 (1930).
3. UEBEL, FR.: Umrechnung der im Zugversuch ermittelten Bruchdehnung auf andere Probenlängen. Arch. Eisenhüttenwesen 9, 509—523 (1935/36).
4. KRUPKOWSKI-WANTUCHOWSKI: Influence of the Gage length and Shape of Test Pieces upon the Elongation at Fracture. Annales de l'Académie Polonaise des Sciences Techniques, VII, 10—40 (1939—45).
5. LUDWIK, P.: Elemente der technologischen Mechanik. Julius Springer, Berlin, 1909.
6. SACHS, G.: Zur Analyse des Zerreißversuchs. Mitt. Materialprüfungsanstalt der K. W. Inst. für Metallforschung, 42, 28—30 (1924).
7. SIEBEL, F.: Die Prüfung der metallischen Werkstoffe. Springer Verlag, Berlin, 1955. S. 37—90.
8. GILLEMOT, L.: Die wahre Spannungskurve der Metalle unter Druck. Arch. Eisenhüttenwesen.
9. PRANDTL, L.: Zeitschrift für Angewandte Math. Mech. 8, 85 (1928)

Ernő CZOBOLY, Budapest, XI. Bertalan Lajos u. 7. Ungarn.