

# BERECHNUNG DES DRUCKABFALLS IN 90° HORIZONTAL EINGEBAUTEN KRÜMMERN PNEUMATISCHER GETREIDEFÖRDERLEITUNGEN

Von

L. KOVÁCS

Lehrstuhl für Wasserkraftmaschinen, Technische Universität,  
Budapest

(Eingegangen am 3. Oktober 1963)

Vorgelegt von Prof. Dr. J. VARGA

## 1. Einleitung

In Rohrleitungen für pneumatische Förderanlagen müssen unausweichlich auch Krümmer eingebaut werden. In diesen entsteht ein größerer Druckabfall als in den geraden Rohrabschnitten, und auch zu Verstopfungen kommt es in der Regel in den Krümmern.

Den hier entstehenden Druckabfall größtmäßig erfassen zu können, ist für die Berechnung der pneumatischen Förderung von ausschlaggebender Wichtigkeit.

Der Druckabfall in den Krümmern wurde bisher ähnlich wie der in geraden Rohren berechnet, u. zw. anhand eines Widerstandskoeffizienten, dessen Größe fallweise auf dem Versuchswege bestimmt werden mußte.

Der vorliegende Aufsatz setzt sich zum Ziel, den Druckabfall in waagrecht eingebauten Krümmern mit unterschiedlich großen Halbmessern auf Grund theoretischer Untersuchungen der Vorgänge in derartigen Krümmern zu ermitteln.

Als Fördergut dienten bei den Laborversuchen Weizen und Roggen, die Ergebnisse dieser Versuche haben somit in erster Linie für Getreide bzw. für körniges Fördergut Geltung, dessen Körner ihrer Gestalt nach von der Form eines Ellipsoides nicht wesentlich abweichen. Auf Fördergut anderer Art müssen die Ergebnisse sinngemäß übertragen werden.

## 2. Bezeichnungen

$\Delta p_{kr}$	kp/m <sup>2</sup>	der vom Krümmer verursachte Gesamtdruckabfall
$\Delta p_m$	„	der durch die Materialförderung verursachte zusätzliche Druckabfall
$\Delta p_0$	„	der Leerlaufdruckabfall
$w = c_g - c_m$	m/s	die relative Geschwindigkeit
$c_g$	„	die mittlere Geschwindigkeit der Förderluft im Rohr
$c_m$	„	die Momentangeschwindigkeit des Materialteilchens

$c_{m\infty}$	m/s	die Grenzgeschwindigkeit der waagrechten Förderung
$\Delta c = c_{m1} - c_{m2}$	„	Geschwindigkeitsabnahme im Krümmer
$c_{m1}$	„	Geschwindigkeit des Materialteilchens vor dem Krümmer
$c_{m2}$	„	Geschwindigkeit des Materialteilchens hinter dem Krümmer
$R_{c1} = \frac{d_0 c_g}{\nu}$		die Reynoldssche Zahl des Materialteilchens
$d_0$	m	gleichwertiger Durchmesser des Materialteilchens
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	die kinematische Viskosität der Förderluft
$P_1$	kp	die das Materialteilchen vorwärts fördernde Kraft
$\gamma_g$	kp/m <sup>3</sup>	die Wichte der Förderluft
$g$	m/s <sup>2</sup>	Schwerebeschleunigung
$f_0 C$	m <sup>2</sup>	der auf die Oberfläche $f_0$ des Materialteilchens bezogene Widerstandskoeffizient
$C_p$	kp	die am Materialteilchen angreifende Zentripetalkraft
$m$	$\frac{\text{kps}^2}{\text{m}}$	die Masse des Materialteilchens
$R$	m	der Krümmerhalbmesser
$S_1$	kp	die am Materialteilchen während seiner Bewegung im Krümmer angreifende Reibungskraft
$\mu_0$		die Reibungszahl zwischen Materialteilchen und Krümmerwand
$s = \frac{w}{c_g} = \frac{c_g - c_m}{c_g}$		der Slip
$R_{\max}, R_{\min}$	m	die den Geltungsbereich der Differentialgleichung bestimmenden kritischen Krümmungshalbmesser
$B_1 = \frac{\gamma_g}{g} f_0 C \cdot c_g$	$\frac{\text{kps}}{\text{m}}$	eine Konstante
$B_3 = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 C - \frac{\mu_0 m}{R}$	$\frac{\text{kps}^2}{\text{m}^2}$	eine Konstante
$P_0 = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 C c_g^2$	kp	eine Konstante
$c_{m\infty}(R)$	m/s	die in einem Kreisring nach unendlich langer Zeit zustande kommende Grenzgeschwindigkeit
$\varepsilon = \frac{B_1}{B_3}$	m/s	eine Konstante
$\Delta c(R) = c_{m\infty} - c_m(R)$	m/s	die in der Zeit $t = \infty$ eintretende Geschwindigkeitsabnahme in einem Kreisring
$b(R) = \sqrt{\frac{2\mu_0 \gamma_g f_0 C}{Rgm}}$	1/m	eine Konstante

$l_0$	m	der vom Materialteilchen in der Zeit $t$ im Krümmer zurückgelegte Weg
$S$	kp	die im geraden Beschleunigungsabschnitt wirksame Bremskraft
$\xi v$	1/m	ein Proportionalitätsbeiwert

$$B_2 = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 C - \xi v \frac{m}{2} \frac{\text{kp s}^2}{\text{m}^2} \quad \text{eine Konstante}$$

$$\varepsilon' = \frac{B_1}{B_2} \quad \text{m/s} \quad \text{eine Konstante}$$

$$b' = \sqrt{\frac{\gamma_g f_0 C \xi v}{gm}} \quad 1/\text{m} \quad \text{eine Konstante}$$

$$N_\delta = V_g \cdot \Delta p \frac{\text{mkp}}{\text{s}} \quad \text{die dem Förderluftstrom entnommene Leistung}$$

$$V_g \quad \text{m}^3/\text{s} \quad \text{Volumen der Förderluft}$$

$$F = \frac{d^2 \pi}{4} \quad \text{m}^2 \quad \text{Querschnitt des Förderrohres}$$

$$d \quad \text{m} \quad \text{Rohrleitungsdurchmesser}$$

$$n \quad \text{S.} \quad \text{Zahl der im } l_0 \text{ langen Rohrabschnitt vorhandenen Materialteilchen}$$

$$\Delta p_{m1} \quad \text{kp/m}^2 \quad \text{der im Krümmer durch die vorwärts treibende Kraft verursachte Druckabfall}$$

$$\Delta p_{m2} \quad \text{kp/m}^2 \quad \text{der zur neuerlichen Beschleunigung des Materials erforderliche Druckabfall}$$

$$G_1 \quad \text{kp} \quad \text{Durchschnittsgewicht eines Weizenkorns}$$

$$Q_m \quad \text{kp/s} \quad \text{Materialmenge}$$

$$\zeta_0 \quad \text{Der Leerlauf-Widerstandskoeffizient des Krümmers}$$

### 3. Der in den Krümmern auftretende Druckabfall

#### a) Die Bewegungsgleichung des im Krümmer bewegten Teilchens

Der Druckabfall in den Krümmern bzw. in den pneumatischen Förderleitungen setzt sich nach PÁPAI [5] gemäß

$$\Delta p_{kr} = \Delta p_m + \Delta p_0 \quad [\text{kp/m}^2] \quad (1)$$

aus zwei Teilen zusammen.

Der infolge der Materialbeförderung in den Krümmern auftretende Druckabfall läßt sich damit erklären, daß die einzelnen Materialteilchen, sobald das Fördergut in den Krümmer gelangt, unter dem Einfluß der auf sie

einwirkenden Kräfte an der Krümmerwand entlanggleiten. Als Folge der intensiven Reibung an der Bogenaußenwand erleiden die Materialteilchen bis zum Verlassen des Krümmers eine erhebliche Verzögerung, in deren Gefolge in den Krümmern die Relativgeschwindigkeit  $w = c_g - c_m$  und mit ihr auch die Arbeit der strömenden, die Materialteilchen fortbewegenden Luftkräfte steigt. Diese Arbeit wird aus jener der Förderluft gedeckt.

Da auf die Materialteilchen, sobald sie aus dem Krümmer hinausgelangt sind, nur die weit geringere, aus dem Stoß resultierende Rückhaltekraft wirkt, werden sie vom Luftstrom — sofern die folgende gerade Leitungsstrecke lang genug ist —, auf die Grenzgeschwindigkeit  $c_{m\infty}$  der Förderung im waagrechteten Rohr beschleunigt. Ähnlich wie oben wird der zur neuerlichen Beschleunigung erforderliche Druckabfall auch hier aus dem Druckabfall in der Förderluft gedeckt. Zusammen mit dem weiter oben erwähnten ergibt dieser Druckabfall den infolge der Materialförderung im Krümmer auftretenden zusätzlichen Druckabfall.

Die Größe des Druckabfalls hängt u. a. von den Kennwerten des Fördergutes, von den Krümmerabmessungen sowie von der Größe jener Geschwindigkeitsabnahme  $\Delta c = c_{m1} - c_{m2}$  ab, die das Materialteilchen bis zum Verlassen des Krümmers erleidet. Die Größe dieser Geschwindigkeitsabnahme errechnet sich aus der Bewegungsgleichung für das bewegte Materialteilchen, weshalb zunächst diese aufgeschrieben werden soll, u. zw. aus den auf das Teilchen wirkenden Kräften mit den hier folgenden Näherungen und Annahmen:

a) Jedes einzelne Materialteilchen gelangt am Krümmereingang an die Bogenaußenwand des Krümmers und gleitet an dieser entlang bis zum Krümmerausgang.

β) Die im Krümmer auf das Materialteilchen wirkende aerodynamische Kraft wird so in Rechnung gestellt, als wäre das Materialteilchen vom vorstreibenden Luftstrom völlig umströmt.

γ) Die durch den Fördergutstrom bedingten Änderungen des Geschwindigkeitsprofils im vorwärtstreibenden Luftstrom bleiben im Krümmer unberücksichtigt. Nach den Messungen ADAMS [8] bzw. UEMATUS und MORIKAWAS [13] verursacht diese Annahme keine erheblichen Fehler.

δ) Die Sekundärströmung im Krümmer sowie die durch diese ausgelösten Änderungen des Geschwindigkeitsprofils bleiben unberücksichtigt.

ε) Unberücksichtigt bleiben ferner die in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl eintretenden Änderungen des Widerstandskoeffizienten. Bei pneumatischer Getreideförderung schwankt die Reynoldssche Zahl innerhalb eines Wertbereiches von

$$Re_1 = 3 \cdot 10^3 \text{ bis } 6 \cdot 10^3 .$$

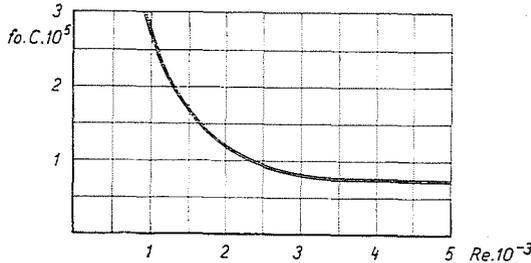
Den Zusammenhang zwischen Widerstandskoeffizienten und Reynoldsscher Zahl stellt *Abb. 1* dar. Wie aus dieser hervorgeht, kann der Widerstands-

koeffizient  $C$  innerhalb dieses Wertbereiches der Reynoldsschen Zahl als konstant angenommen werden.

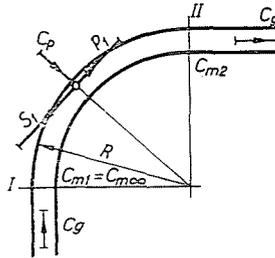
Auf das Materialteilchen wirken während seiner Bewegung in dem Krümmer mit dem Halbmesser  $R$  gemäß *Abb. 2* folgende Kräfte:

1. Die das Teilchen vorantreibende aerodynamische Kraft  $P_1$  gemäß Formel

$$P_1 = \gamma_g \frac{w^2}{2g} f_0 C, \quad [\text{kp}] \quad (2)$$



*Abb. 1.* Zusammenhang zwischen dem Widerstandskoeffizienten des Weizenkorns und der Reynoldsschen Zahl



*Abb. 2.* Die im Krümmer auf das bewegte Teilchen wirkenden Kräfte

in der  $C$  den auf die Oberfläche  $f_0$  des Materialteilchens bezogenen aerodynamischen Widerstandskoeffizienten bedeutet. Sein Wert kann auf dem Versuchsweg ermittelt werden. Die Trennung des Produktes  $f_0 C$  erweist sich als überflüssig, weil sein Wert durch Versuche unmittelbar ermittelt werden kann. Für Weizen kann er in dem bereits erwähnten Wertbereich der Reynoldsschen Zahl als konstant angenommen und mit  $f_0 C = 0,7 \cdot 10^{-5} [\text{m}^2]$  angesetzt werden.

2. Die auf das Materialteilchen wirkende radiale Zentripetalkraft schreibt sich zu

$$C_p = m \frac{c_m^2}{R}. \quad [\text{kp}] \quad (3)$$

3. Für die die Teilchenbewegung bremsende Reibungskraft gilt der Zusammenhang

$$S_1 = \mu_0 C_P = \mu_0 m \frac{c_m^2}{R}. \quad [\text{kp}] \quad (4)$$

Der Wert der Reibungszahl  $\mu_0$  kann auf Grund von Versuchen für Weizen zu 0,45 angesetzt werden. Er fällt demnach etwa in die Mitte des Wertbereichs von 0,36—0,57, der in der Literatur angegeben ist.

Aus diesen Kräften schreibt sich nunmehr die Bewegungsgleichung für das Materialteilchen zu

$$m \frac{dc_a}{dt} = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 C [c_g - c_m]^2 - \mu_0 m \frac{c_m^2}{R}. \quad (5)$$

Beim Krümmer mit dem kritischen Halbmesser  $R = R_{\max}$  wird die rechte Seite dieser Differentialgleichung gleich Null, d. h. die vorwärtsfördernde und die auf das Materialteilchen wirkende Bremskraft halten sich das Gleichgewicht.

Aus diesem Grunde muß der Gültigkeitsbereich von (5) beschränkt werden. Der oberen Grenze zugehörige Halbmesser  $R_{\max}$  läßt sich aus der Formel

$$\frac{\gamma_g}{2g} f_0 C [c_g - c_m]^2 = \mu_0 m \frac{c_m^2}{R_{\max}} \quad (6)$$

berechnen. Im Augenblick des Eintretens in den Krümmer ist  $c_m = c_{m\infty} = (1 - s) \cdot c_g$ , es wird also

$$R_{\max} = \frac{(1 - s)^2 \cdot 2g \cdot \mu_0 \cdot m}{s^2 \cdot f_0 \cdot C \cdot \gamma_g} = 8,92 \text{ m}, \quad (7)$$

oder mit anderen Worten, der Wert von  $R_{\max}$  ist unabhängig von der Förderluftgeschwindigkeit. In Gleichung (7) ist  $\mu_0 = 0,45$ ,  $m = 3,77 \cdot 10^{-6}$  [kp s<sup>2</sup>/m]. Für Weizen ist der Slip  $s = 0,4$  (nach oben aufgerundet).

Die untere Grenze des Geltungsbereichs der Gleichung (5) kann auf Grund von Versuchen zu  $R_{\min} = 0,2$  m angesetzt werden, den in diesem Falle bewegen sich die Materialteilchen im Krümmer nicht mehr gleitend, sondern prasselnd, so daß Gleichung (4) ihre Gültigkeit verliert.

Nach Zusammenziehung und Ordnung der Konstanten nimmt Gleichung (5) die Form

$$m \frac{dc_m}{dt} = B_3 c_m^2 - B_1 c_m + P_0 \quad (8)$$

an, wobei

$$B_3 = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 C - \frac{\mu_0 m}{R} \left[ \frac{\text{kp s}^2}{\text{m}} \right],$$

$$B_1 = \frac{\gamma_g}{g} f_0 C c_g \left[ \frac{\text{kp s}}{\text{m}} \right],$$

während  $P_0 = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 C c_g^2$  [kp] hier die der Materialgeschwindigkeit  $c_m = 0$  zugehörige Vortriebskraft bedeutet.

Gleichung (8) beschreibt die zeitabhängige Bewegung des Materialteilchens im Krümmer. Aus der Bedingung  $m \frac{dc_m}{dt} = 0$  läßt sich für den Fall  $R_{\min} < R < R_{\max}$  anhand der Gleichung (8) jene Grenzggeschwindigkeit ermitteln, der das Material bei einer in einem geschlossenen »Kreisring«-Kreislauf konstanten vorwärtstreibenden Förderluft nach Ablauf einer unendlich langen Zeit zugestrebten würde. Diese Grenzggeschwindigkeit schreibt sich zu

$$c_{m\infty}(R) = \frac{B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4 B_3 P_0}}{2 B_3} \quad [\text{m/s}] \quad (9)$$

Für  $R = 1$  m und  $c_g = 30$  m/s ist  $c_{m\infty} = 10$  m/s.

Nach Trennung der Veränderlichen läßt sich die Gleichung (8) integrieren, wonach sie nach neuerlicher Umgestaltung und Umordnung die Form

$$c_m = \frac{\Delta c(R) [\varepsilon - 2 c_{m\infty}(R)]}{[\varepsilon + \Delta c(R) - 2 c_{m\infty}] e^{c_g \cdot b(R) \cdot t} + \Delta c(R)} + \Delta c_{m\infty}(R) \quad (10)$$

annimmt. Hierin ist

$$\varepsilon = \frac{B_1}{B_3}; \quad \Delta c(R) = c_{m\infty} - c_{m\infty}(R);$$

$$b = \sqrt{\frac{2 \mu_0 \gamma_g f_0 C}{R g m}}.$$

(Die Integrationskonstante wurde aus der dem  $t = 0$  zugehörigen Grenzbedingung  $c_m = c_{m\infty}$  ermittelt.)

Die durch (10) beschriebene Kurve  $c_m = f(t)$  nähert sich asymptotisch der dem Betriebszustand  $t = \infty$  zugehörigen Grenzggeschwindigkeit (Abb. 3).

Gleichung (10) drückt den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit des im Krümmer bewegten Teilchens und der Zeit aus. Darüber hinaus muß auch der Zusammenhang Weg-Zeit ermittelt werden, da aus ihm die Geschwindigkeitsabnahme  $\Delta c = c_{m1} - c_{m2}$  berechnet werden kann.

Da

$$dl_0 = c_m(t) dt, \quad (11)$$

ist

$$l_0 = \int c_m(t) dt + C_1. \quad (12)$$

Nach Integration der Gleichung (10) gemäß (12) und Umordnung ergibt sich folgender Weg-Zeit-Zusammenhang:

$$l_0 = c_m(R) \cdot t + \frac{\varepsilon - 2c_{m\infty}(R)}{c_g \cdot b(R)} \cdot \ln \frac{e^{c_g b(R)t} [\varepsilon + 2\Delta c(R) - 2c_{m\infty}(R)]}{e^{c_g b(R)t} [\varepsilon + \Delta c(R) - 2c_{m\infty}(R)] + \Delta c(R)} \quad (13)$$

(Die Integrationskonstante wurde aus der der Zeit  $t = 0$  zugehörigen Grenzbedingung  $l_0 = 0$  berechnet.)

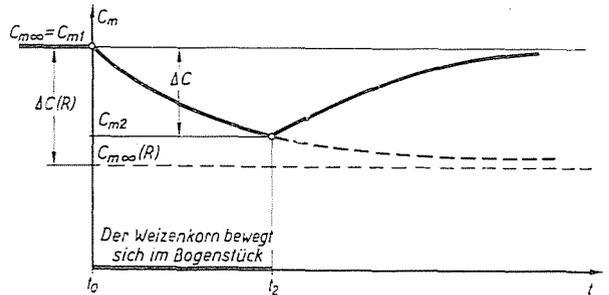


Abb. 3. Zeitabhängige Änderung der Geschwindigkeit des Materialteilchens

Gleichung (13) gibt den Zusammenhang Weg-Zeit in geschlossener Form. Die Abnahme der Teilchengeschwindigkeit läßt sich nur aus den beiden Gleichungen (10) und (11) bestimmen. Zur Erleichterung der Rechenarbeit wurden die beiden Gleichungen mit Hilfe eines elektronischen Rechenautomaten gelöst. Die Ergebnisse sind in dem später noch zu erörternden Diagramm der Abb. 7 aufgetragen, von dem die Geschwindigkeitsabnahme unmittelbar abgelesen werden kann, wenn die Kenndaten bekannt sind.

b) *Die Bewegungsgleichung für das Materialteilchen während seiner Bewegung in dem auf den Krümmer folgenden geraden Rohrabschnitt*

Auf das aus dem Krümmer ausgetretene Materialteilchen wirkt nun nicht mehr die Reibungskraft, sondern die aus dem Stoß stammende, kleinere Reaktion, so daß sich das Materialteilchen zu beschleunigen beginnt

und weiter beschleunigt, bis es — sofern der gerade Rohrabschnitt lang genug ist —, die dem gleichmäßigen Betriebszustand zugehörige Grenzgeschwindigkeit  $c_{m\infty}$  erreicht.

Die Teilchenbewegung wird von folgenden Kräften bestimmt:

1. Die das Teilchen vorwärts treibende aerodynamische Kraft

$$P_1 = \gamma_g \frac{w^2}{2g} f_0 C. \quad [\text{kp}] \quad (14)$$

2. Die das Teilchen hemmende Bremskraft  $S$ , die sich aus dem Anprall der Teilchen an die Wand ergibt und die als kontinuierlich wirksam angenommen wird. Das statistische Mittel aus den durch den Anprall geweckten Kräften errechnet sich zu

$$S = \xi_v m \frac{c_m^2}{2}, \quad [\text{kp}] \quad (15)$$

worin  $\xi_v$  einen Proportionalitätsfaktor bedeutet, der in Prozenten jenen Energieverlust ausdrückt, den das Fördergut je lf. m erleidet. Nach den Messungen von ΠΑΡΑΙ [6] gilt für Weizen

$$\xi_v = 0,077 \cdot [1/\text{m}] \quad (16)$$

Für die Bewegung des Materialteilchens in dem auf den Krümmer folgenden geraden Rohrabschnitt erhält man ähnlich wie oben die Differentialgleichung

$$m \frac{dc_m}{dt} = B_2 c_m^2 - B_1 c_m + P_0, \quad (17)$$

in der

$$B_2 = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 C - \xi_v \frac{m}{2}, \quad [\text{kp s}^2/\text{m}^2]$$

$$B_1 = \frac{\gamma_g}{g} f_0 C \cdot c_g, \quad [\text{kp s}^2/\text{m}]$$

$$P_0 = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 C c_g^2. \quad [\text{kp}] \text{ ist.}$$

Die Bedingung  $m \frac{dc_m}{dt} = 0$  gibt auch hier jene Grenzgeschwindigkeit an, welcher das Materialteilchen zustrebt und die es in der Zeit  $t = \infty$  bei konstantem vorwärtstreibendem Luftstrom in einem unendlich langen geraden Rohrabschnitt erreichen würde.

Diese Grenzgeschwindigkeit errechnet sich zu

$$c_{m\infty} = \frac{B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4 B_2 P_0}}{2 B_2} \quad [\text{m/s}] \quad (18)$$

Mit (18) läßt sich die Gleichung (17) nach Trennung der Veränderlichen integrieren. Nach Integrieren und Umordnen — wobei die Integrationskonstante unter Berücksichtigung der der Geschwindigkeit  $c_m = c_{m2}$  zugeordneten Zeit  $t = 0$  berechnet wird —, hat man

$$c_m = \frac{\Delta c [2 c_m - \varepsilon']}{e^{\varepsilon' \cdot b' \cdot t} [\varepsilon' + \Delta c - 2 c_{m\infty}] - \Delta c} + c_{m\infty} \quad [\text{m/s}] \quad (19)$$

Hier ist

$$\varepsilon' = \frac{B_1}{B_2} \quad [\text{m/s}], \quad B_1 = \frac{\gamma_g}{g} f_0 C \cdot c_g \quad [\text{kp s/m}],$$

$$\Delta c = c_{m\infty} - c_{m2} \quad [\text{m/s}], \quad B_2 = \frac{\gamma_g}{2g} f_0 C - \frac{\xi_v}{2} \frac{m}{g} \quad [\text{kp s}^2/\text{m}^2].$$

$$b' = \sqrt{\frac{\gamma_g f_0 C \cdot \xi_v}{gm}} \quad [1/\text{m}]$$

Aus (10) und (19) kann die Geschwindigkeit des im Krümmer bewegten und des aus diesem hinausgelangten Materialteilchens in Abhängigkeit von der Zeit ermittelt werden. *Abb. 4a* veranschaulicht die Änderung der Geschwindigkeit bei einem Vortriebsluftstrom von  $c_g = 30$  m/s, bei  $\alpha = 90^\circ$  und  $R = 1$  m.

*Abb. 4b* zeigt die zeitabhängige Änderung der auf das Materialteilchen einwirkenden Vortriebs- bzw. Bremskraft.

*Abb. 4c* läßt erkennen, wie sich die Leistung des Materialteilchens zeitabhängig ändert. Zur Förderung der Materials wird der Luft die Leistung

$$N_b = V_g \cdot \Delta p = F c_g \frac{n P_1}{F} = n P_1 c_g \quad [\text{mkp/s}] \quad (20)$$

entnommen. Mit  $c_g = c_m + w$  wird

$$N_b = n [P_1 c_m + P_1 w] \quad [\text{mkp/s}] \quad (21)$$

Die zur Materialförderung dem Luftstrom entnommene zusätzliche Leistung setzt sich aus zwei Teilen zusammen und zwar aus der Leistung

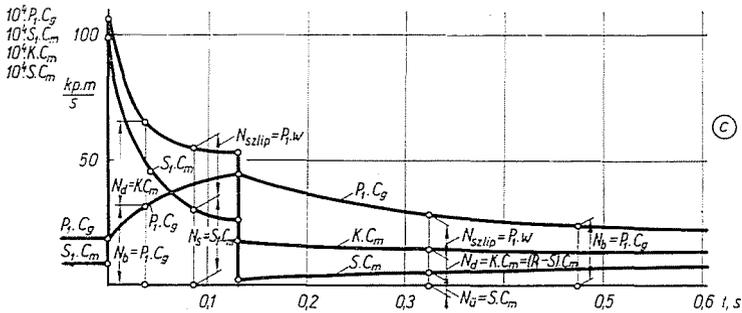
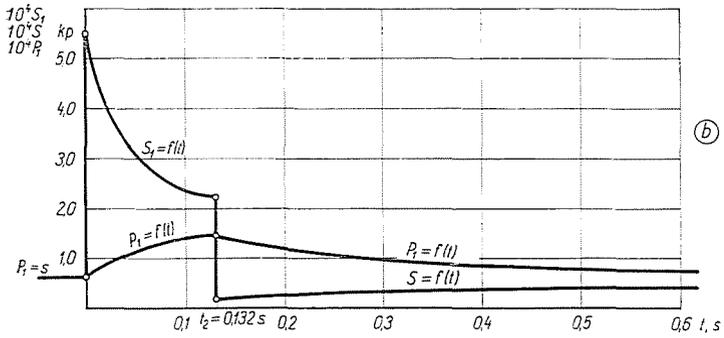
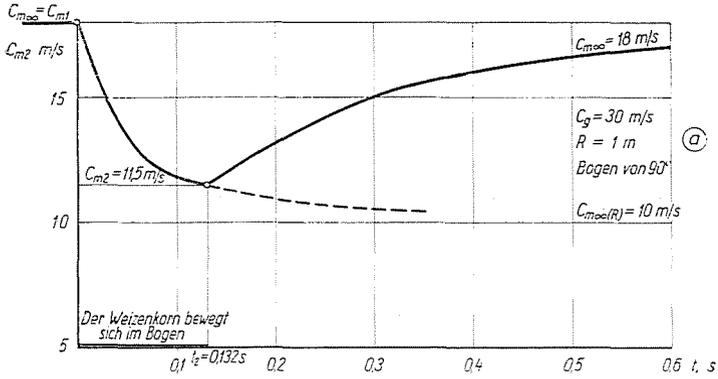


Abb. 4a  
 Zeitabhängige Änderung:  
 a.) der Geschwindigkeit; b.) der Kräfte; c.) der Leistungen

$nP_1c_m$ , d. h. der Leistung der Vortriebskraft, und aus der Leistung  $nP_1w$ , d. h. der Leistung des Slipverlustes während der Förderung.

c) *Druckabfall infolge der Materialförderung.*

Der als Folge der Materialförderung auftretende zusätzliche Druckabfall setzt sich, wie bereits erwähnt, aus zwei Teilen zusammen. Es gilt

$$\Delta p_m = \Delta p_{m1} + \Delta p_{m2}, \quad [\text{kp/m}^2] \quad (22)$$

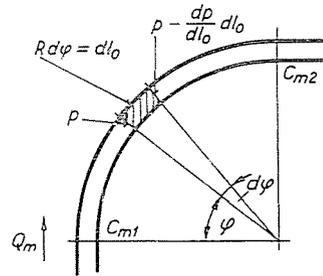


Abb. 5. Skizze zur Bestimmung des Wertes von  $\Delta p_{m1}$

worin  $\Delta p_{m1}$  den Druckabfall infolge der Arbeit der Vortriebskraft,  $\Delta p_{m2}$  hingegen den für die neuerliche Beschleunigung erforderlichen Druckabfall bedeutet.

Der *Druckabfall* infolge der *Arbeit der Vortriebskraft* kann folgendermaßen berechnet werden. Nach *Abb. 5* ergibt sich zwischen Ein- und Ausgang des Abschnitts  $R \cdot d\varphi = dl_0$  ein Druckunterschied von

$$d(\Delta p_{m1}) = \frac{P_1}{F} n, \quad (23)$$

wenn  $n$  die Zahl der im  $dl_0$  langen Abschnitt befindlichen Materialteilchen bezeichnet. Sie läßt sich aus der Beziehung

$$n = \frac{Q_m}{G_1 \cdot c_m} dl_0 \quad (24)$$

ermitteln.

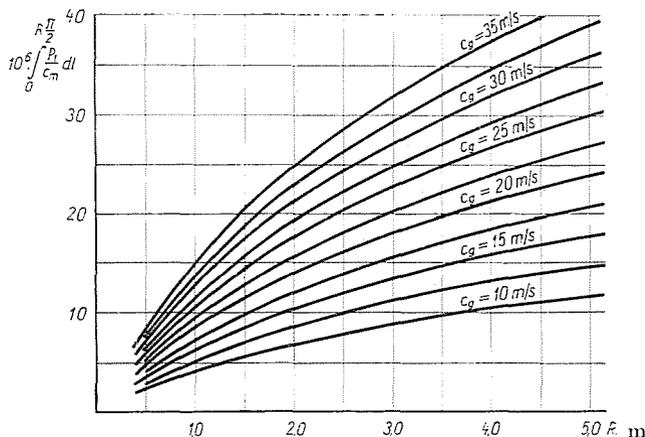
Gleichung (23) nimmt mithin die Form

$$d(\Delta p_{m1}) = \frac{Q_m}{G_1 F} \frac{P_1}{c_m} dl_0 \quad (25)$$

und weiter die Form

$$\Delta p_{m1} = \frac{Q_m}{G_1 F} \int_0^{R\pi/2} \frac{P_1}{c_m} dl_0 \quad (26)$$

an. Die Werte des Integrals  $\int_0^{R\pi/2} \frac{P_1}{c_m} dl_0$  können auf graphischem Wege bestimmt werden. Sie sind in *Abb. 6* aufgetragen.



*Abb. 6.* Werte des Integrals  $\int_0^{R\pi/2} \frac{P_1}{c_m} dl_0$  für Krümmern mit unterschiedlich großen Halbmessern bei einem Zentriwinkel von  $\alpha = 90^\circ$

Der zur neuerlichen Beschleunigung des Materialteilchens nach dem Verlassen des Krümmers erforderliche *Druckabfall* läßt sich nach dem Impulssatz berechnen.

Da sekundlich eine Masse von  $m = \frac{Q_m}{g}$  von der Geschwindigkeit  $c_{m2}$  auf die Endgeschwindigkeit von  $c_{m\infty}$  beschleunigt werden muß, beträgt der Druckabfall

$$\Delta p_{m2} \cdot F = \frac{Q_m}{g} [c_{m\infty} - c_{m2}] = \frac{Q_m}{g} \Delta c, \quad (27)$$

d. h.

$$\Delta p_{m2} = \frac{Q_m}{gF} \Delta c. \quad [\text{kp/m}^2] \quad (28)$$

Die Geschwindigkeitsabnahme  $\Delta c$  läßt sich aus den Gleichungen (10) und (13) rechnerisch ermitteln, doch kann sie auch von dem Diagramm der Abb. 7 abgelesen werden.

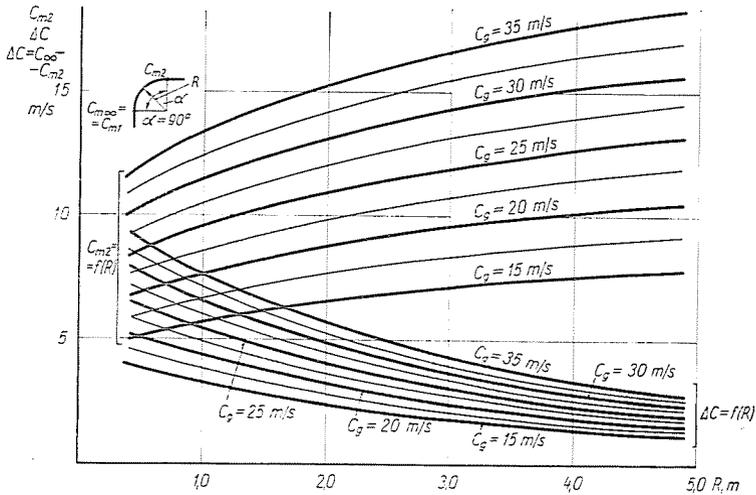


Abb. 7. Geschwindigkeitsabnahme in den Krümmern

#### d) Leerlauf-Druckabfall im Krümmer

Zur Bestimmung des Leerlauf-Druckabfalls dient die Beziehung

$$\Delta p = \gamma_g \zeta_0 \frac{c_g^2}{2g} \quad [\text{kp/m}^2] \quad (29)$$

Der Abb. 8 können die Leerlauf-Widerstandskoeffizienten von Krümmern mit einem Rohrdurchmesser von  $d = 70 \text{ mm}$  bei unterschiedlichen Halbmessern entnommen werden.

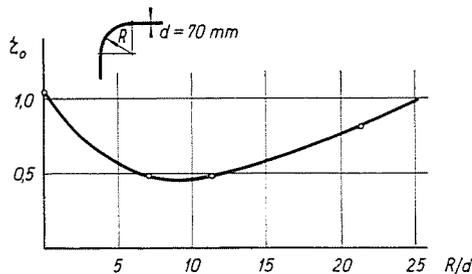


Abb. 8. Widerstandskoeffizienten von Krümmern bei unterschiedlich großen Halbmessern

Der Widerstand in dem in waagrechter Ebene gelagerten Krümmer errechnet sich demnach zu

$$\Delta p_{kr} = \Delta p_m + \Delta p_0 = \frac{Q_m \int_0^{R\pi/2} \frac{P_1}{c_m} dl_0}{G_1 F} + \frac{Q_m \Delta c}{gF} + \gamma_g \zeta_0 \frac{c_g^2}{2g}. \quad (30)$$

Bei Berechnung des Druckabfalls im Krümmer ist der wichtige Umstand zu beachten, daß er kleiner sein wird, wenn der zur neuerlichen Beschleunigung des Fördergutes nach dem Verlassen des Krümmers erforderliche Druckabfall entfällt. Der Leitungsentwurf für die Förderanlage muß also auf Krümmer folgende gerade Rohrabschnitte, in denen sich die Materialteilchen neuerlich beschleunigen, nach Möglichkeit vermeiden.

#### 4. Bestimmung des Druckabfalls auf experimentellem Wege

Zur Überprüfung der Zusammenhänge für die rechnerische Ermittlung des Druckabfalls in Krümmern, haben wir an der Budapester Technischen Universität — Lehrstuhl für Wasserkraftmaschinen — Versuche angestellt. Die Experimente hatten im besonderen das Ziel, den Druckabfall in Krümmern mit unterschiedlichem Radius auf dem Meßwege zu bestimmen, und die Geschwindigkeit der Teilchen vor und hinter dem Krümmer zu ermitteln.

Die Skizze der Versuchseinrichtung findet sich in *Abb. 9*.

Um den Druckabfall bestimmen zu können, versahen wir die Förderleitung und den eingebauten Krümmer an mehreren Stellen mit Druckmeß-Anzapfungen, an die wir das Multimanometer anschlossen. Durch fallweises Photographieren dieses Manometers konnten die an den einzelnen Anzapfstellen festgestellten Druckwerte festgehalten werden. Die Auftragung der von den Manometern angezeigten Druckwerte längs der Förderleitung läßt erkennen, daß der durch den eingebauten Krümmer verursachte Druckabfall zum Großteil hinter dem Krümmer auftritt (*Abb. 10*). Der Druckabfall verursacht durch das Krümmer ist nämlich durch Verlängerung der geraden Druckabfall-Linien vor und hinter dem Krümmer in der Abbildung aufgetragenen Weise bestimmbar.

Zu dem Zweck, den Druckabfall in den einzelnen Krümmern auf diesen Weise zu bestimmen, wurden zahlreiche Versuche durchgeführt. Ihre Ergebnisse sind in den *Abbildungen 11, 13 und 15* zusammen mit den rechnerisch ermittelten Werten aufgetragen.

Der Schnitt

$$\Delta p_m = \Delta p_{kr} - \Delta p_0, \quad [\text{kp/m}^2] \quad (31)$$

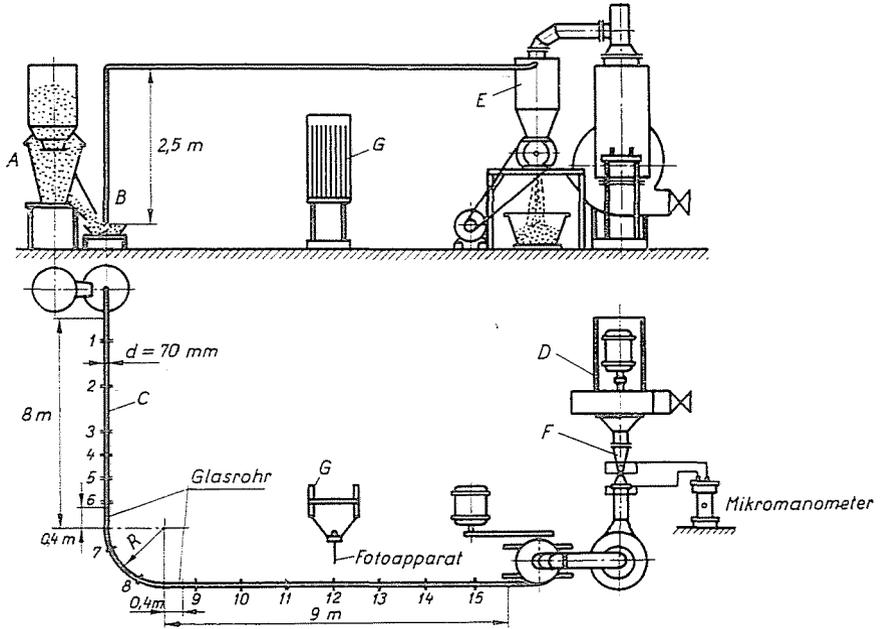


Abb. 9. Skizze der Versuchseinrichtung

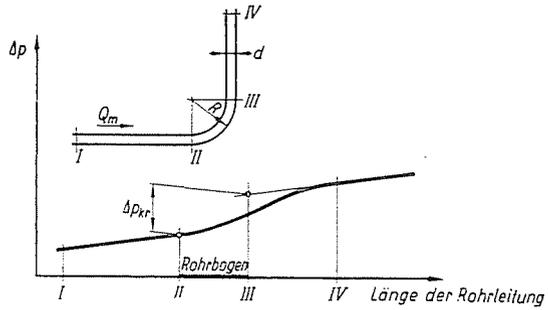


Abb. 10. Druckabfall längs der Förderleitung

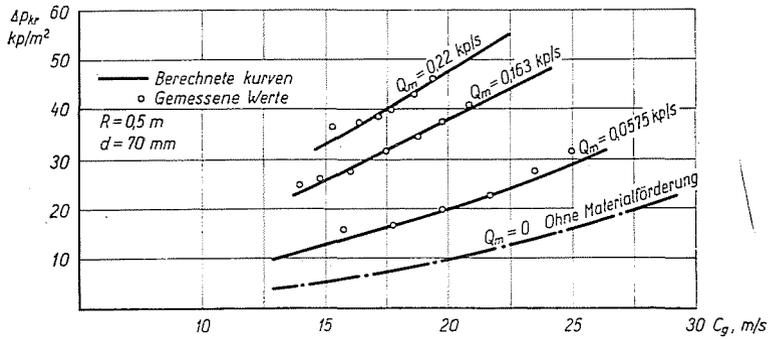


Abb. 11. Zusammenhang zwischen Druckabfall  $\Delta p_{kr}$  und Förderluftgeschwindigkeit in Krümmern mit der Radius  $R = 0.5$  m

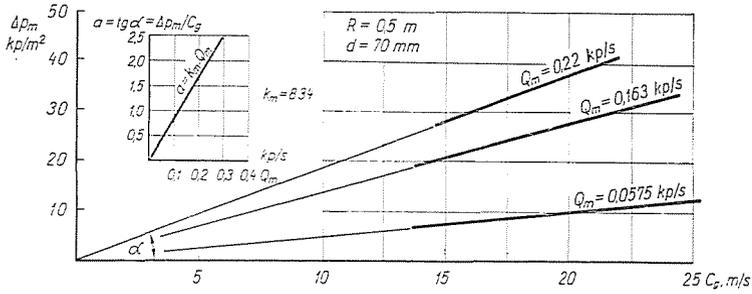


Abb. 12. Zusammenhang zwischen Druckabfall  $\Delta p_m = \Delta p_{kr} - \Delta p_0$  und Förderluftgeschwindigkeit im Krümmer mit dem Halbmesser  $R = 0,5 \text{ m}$

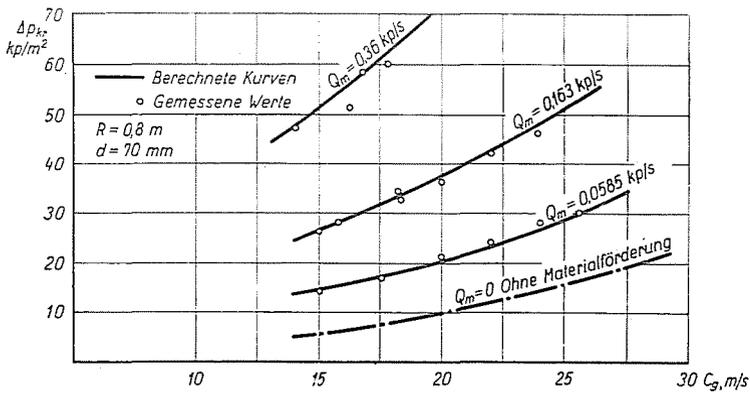


Abb. 13. Zusammenhang zwischen Druckabfall  $\Delta p_{kr}$  und Förderluftgeschwindigkeit im Krümmer mit dem Halbmesser  $R = 0,8 \text{ m}$

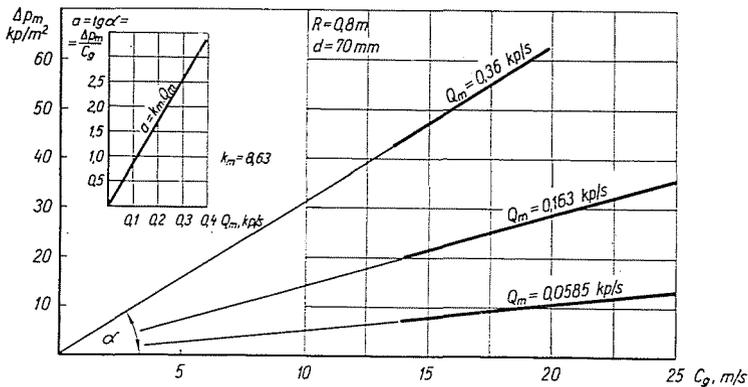


Abb. 14. Zusammenhang zwischen Druckabfall  $\Delta p_m = \Delta p_{kr} - \Delta p_0$  und Förderluftgeschwindigkeit im Krümmer mit dem Halbmesser  $R = 0,8 \text{ m}$

der sich aus der graphischen Subtraktion des zwischen die Leerlauf- und Materialförderungskurve fallenden Teiles ergibt, entspricht dem auf die Materialförderung entfallenden Druckabfall. Nach den Meßergebnissen zeigt der Wert

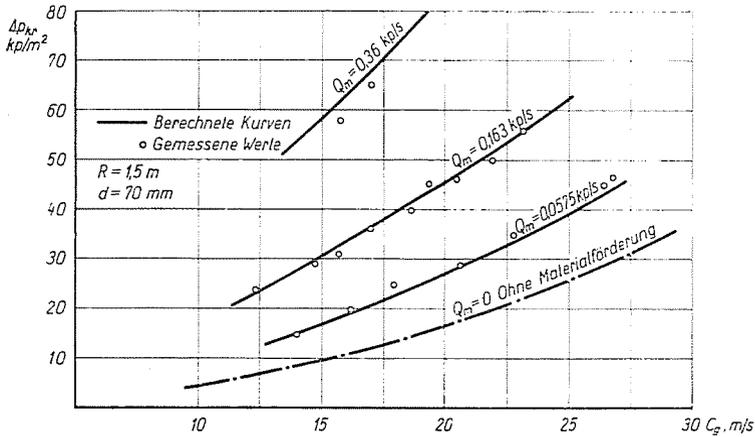


Abb. 15. Diagramm der Druckabfälle  $\Delta p_{kr}$  in Abhängigkeit von der Förderluftgeschwindigkeit in Krümmern mit dem Halbmesser  $R = 1.5$  m

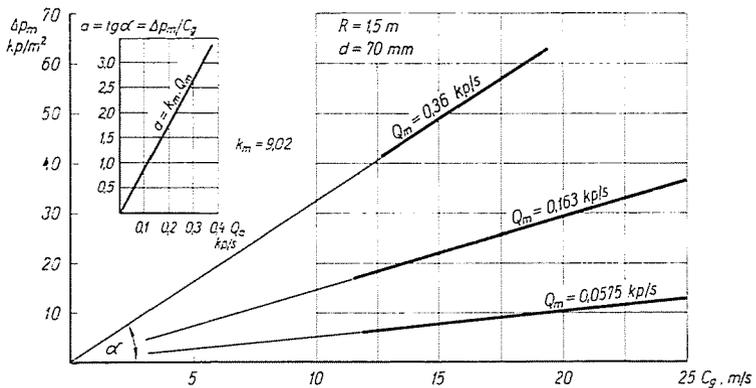


Abb. 16. Diagramm der Druckabfälle  $\Delta p_m = \Delta p_{kr} - \Delta p_0$  in Abhängigkeit von der Förderluftgeschwindigkeit in Krümmern mit dem Halbmesser  $R = 1.5$  m

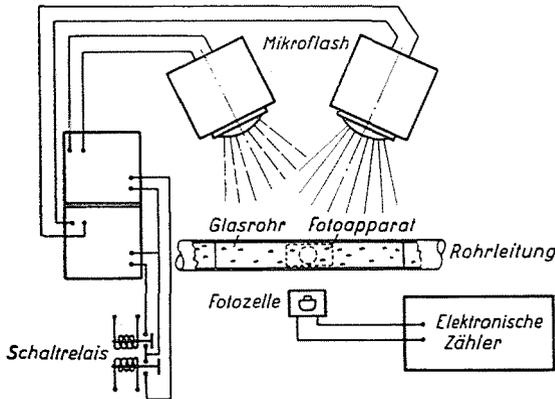
von  $\Delta p_m$  eine genaue Proportionalität mit der Förderluftgeschwindigkeit bzw. der Förderleistung. In den Abbildungen 12, 14 und 16 sind die als Resultat der graphischen Subtraktion gewonnenen  $\Delta p_m$ -Werte in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Förderluft aufgetragen. Bei konstanter Förderleistung  $Q_m$  ist die Kurve der  $\Delta p_m$ -Werte eine aus dem Nullpunkt des Koordinatensystems ausgehende Gerade. Die Richtungskoeffizienten der Geraden

ändern sich linear mit der Förderleistung. Dieser funktionelle Zusammenhang ist jeweils in der linken oberen Ecke der Diagramme in den *Abbildungen 12, 14 und 16* dargestellt.

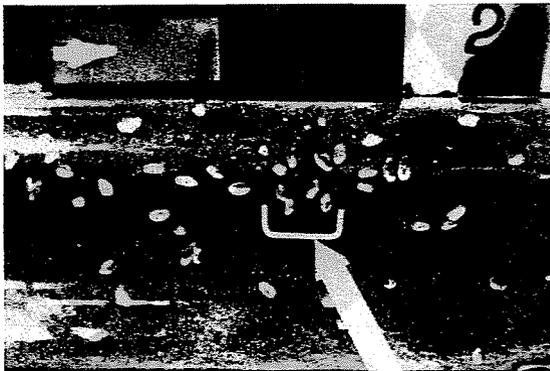
### 5. Bestimmung der Geschwindigkeit des Weizenkorns

Aus (10) bzw. (13) kann die Fördergutgeschwindigkeit hinter dem Krümmer rechnerisch ermittelt werden. Zur Kontrolle wurde die Austrittsgeschwindigkeit des Fördergutes bei den hiesigen Versuchen folgendermaßen gemessen.

Mit Hilfe der in *Abb. 17* schematisch dargestellten Vorrichtung wurden die in einem hinter dem Krümmer eingebauten Glasrohr geförderten Weizenkörner von zwei Blitzleuchten (Microflash) durch kurze Lichtimpulse beleuchtet. Die Intervalle zwischen zwei von elektromagnetischen Relais gesteuerten Lichtblitzen betragen etwa  $1/1000$  Sekunde.



*Abb. 17.* Schema der Vorrichtung zum Messen der Weizenkorngeschwindigkeit



*Abb. 18.* Beim Messen der Geschwindigkeit aufgenommenes Lichtbild

Die Fortbewegung der Weizenkörner zwischen zwei Lichtblitzen wurde photographisch festgestellt. Zum Messen der Dauer des Lichtintervalles diente eine eingebaute Photozelle in Verbindung mit einem elektronischen Zählgerät Fabrikat DISA.

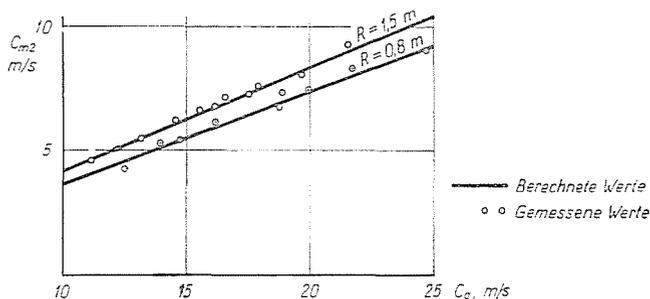


Abb. 19. Gemessene bzw. rechnerisch ermittelte Werte der Weizenkorngeschwindigkeit beim Verlassen von Krümmern mit unterschiedlich großen Halbmessern

Aus der Dauer des Lichtimpulses und dem vom Weizenkorn zurückgelegten Weg konnte die Geschwindigkeit der Weizenkörner ermittelt werden.

In Abb. 19 sind die gemessenen sowie die rechnerisch ermittelten Werte der Geschwindigkeit aufgetragen, mit der das Weizenkorn Krümmern mit Halbmessern von  $R = 1,5 \text{ m}$  bzw.  $R = 0,8 \text{ m}$  verläßt.

### Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit setzt sich die grundsätzliche Klarstellung der dynamischen, strömungstechnischen und energetischen Zusammenhänge von Fördervorgängen zum Ziel, wie sie sich in waagrecht eingebauten Förderleitungskrümmern mit verschiedenen großen Halbmessern abspielen. Sie will ferner die Grundlagen für die verlässliche Berechnung des beim Fördervorgang auftretenden zusätzlichen Druckabfalls niederlegen.

Anhand theoretischer Überlegungen ist es gelungen, Zusammenhänge zu finden, die sich zu rechnerischen Bestimmungen eignen und die auf jeden Betriebszustand anwendbar und theoretisch begründet sind. Die Zusammenhänge lassen sich sinngemäß außer auf Getreide, auch auf andere körnige Fördergüter anwenden, wobei lediglich die Konstanten für das betreffende Fördergut experimentell bestimmt zu werden brauchen.

Die Ergebnisse der zur Überprüfung der theoretisch abgeleiteten Zusammenhänge durchgeführten zahlreichen Versuche haben die rechnerisch ermittelten Resultate bestätigt und zugleich wertvolle Hinweise für weitere Untersuchungen geliefert, die auf ähnliche Weise die prinzipiellen Grundlagen zur Berechnung des Druckabfalls in den verschiedenen vertikal eingebauten (aus waagrecht in lotrechte bzw. aus lotrechten in waagrechte Förderleitungen umlenkenden) Krümmern niederlegen sollen.

### Literatur

1. GASTERSTÄDT, I.: Die experimentelle Untersuchung des pneumatischen Fördervorganges, VDI Forschungsarbeit Nr. 265, 1924.
2. SEGLER, G.: Pneumatic Grain Conveying. Braunschweig, 1951.
3. USPENSKI, W. A.: Pneumatische Entschungsanlage. Za ekonomiju topliwa, 12 (1950).
4. WEIDNER, G.: Grundsätzliche Untersuchung über den pneumatischen Fördervorgang,

- insbesondere über die Verhältnisse bei Beschleunigung und Umlenkung. Forschung **21**, Heft 5.
5. PÁPAI, L.: Pneumatikus gabonaszállítás (Pneumatische Getreideförderung). VI. osztály közleményei **XII** (1954).
  6. PÁPAI, L.: Examination of the Starting Section in pneumatic Grain Conveying. Acta Technica **XIV** (1956).
  7. PATTANTYUS, Á. G.: Anyagszállítás légáramban (Materialförderung in strömender Luft). Mérnöki Továbbképző Intézet, 1575. sorozat.
  8. ADAM, O.: Chemie-Ingenieur-Technik, **29**, 151—58 (1957).
  9. RADA, I.: Örlő- és hántolóiparok (Mahl- und Schälindustrien). Universitätslehrbuch.
  10. KOVÁCS, L.—TÓTH, J.: Porszerű anyagok pneumatikus szállítási kísérletei és azok eredményei (Versuche mit der pneumatischen Förderung staubförmiger Schüttgüter). Gép **2** (1958).
  11. ZIMMERMANN, E.: Der Druckabfall in 90° Stahlrohrbogen. Archiv für Wärmewirtschaft und Dampfkesselwesen. **19** (1938).
  12. IDELJTSCHIK, J. E.: Справочник по гидравлическим сопротивлениям. 1960.
  13. UEMATU und MORIKAWA, Y.: Experimentelle Untersuchungen über die Teilchenbewegung und über die Geschwindigkeitsverteilung der Förderluft in einer pneumatischen Förderleitung. Bulletin of JSME **4** (1961).

László Kovács, Budapest, XI. Sztoczek u. 2—4. Ungarn.