WIRKUNG DER TÜRÖFFNUNGEN AUF DAS KRÄFTESPIEL VON OMNIBUSKAROSSERIEN

Von

P. MICHELBERGER

Lehrstuhl für Flugzeugbau, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 12. Mai 1961)

Vorgelegt von Prof. DR. G. RUDNAI

Ein bedeutender Teil der an Omnibussen auftretenden Karosseriebrüche kommt in der Umgebung der Türen vor. Ausführlichere Analysen beweisen jedoch, daß in vielen Fällen auch von den Türen entfernter erfolgte Brüche als Folgen der durch die Tür hervorgerufenen Schwächung der Karosserie anzusehen sind. Trotzdem findet man bis in die jüngste Zeit im Schrifttum noch keine zufriedenstellende Untersuchung über die Wirkung der Türen auf das Kräftespiel der Rahmenkonstruktion, manche Verfasser [1, 2] lassen sogar dessen Rolle wegen der sich bei der Analyse ergebenden Berechnungsschwierigkeiten bewußt außer acht. Im folgenden soll der Einfluß von Türen auf das Kräftespiel des Fahrzeuges an Omnibussen mit Fahrgestell und Bodenrahmen (Bild 1) untersucht werden.

Omnibusse mit Fahrgestell und Bodenrahmen können in guter Näherung als Trägerroste mit vier Längs- und vielen (im allgemeinen 8 bis 10) Querträgern betrachtet werden. Bei Untersuchung der Biegebelastung kann man annehmen, daß der Anschluß zwischen Längs- und Querträgern gelenkig ausgeführt ist. Beim Anschluß von Seitenwand und Querträgern ergibt dies eine sehr gute Näherung, wogegen die Verbindung zwischen Längs- und Querträgern in Wirklichkeit meist so ausgebildet ist, daß dort auch ein Moment übertragen werden kann. Wegen der geringen Drehsteifigkeit der einzelnen Tragelemente kann aber auch hier die Verdrehbeanspruchung außer acht gelassen werden. Diese Voraussetzung wird übrigens bei der Berechnung von Trägerrosten ziemlich allgemein akzeptiert [3].

Bei einer Lösung nach dem Kräfteverfahren wird man am zweckmäßigsten das Grundsystem für Biegung mit Hilfe genügend zahlreicher Schnittstellen in den Seitenwänden ausgestalten und das Biegemoment in den Schnittstellen als Unbekannte betrachten. Dann ist der zur Längsachse asymmetrische Wagen mit n Querträgern $2(n-2)$fach unbestimmt und in jeder Verformungsgleichung können zehn Unbekannte vorkommen.

In der Türöffnung kann man die Steifigkeit der Seitenwand praktisch mit Null ansetzen, so daß jede Türöffnung den Unbestimmtheitsgrad des Omnibusses um 2 vermindert. Der Unbestimmtheitsgrad im Falle von m

Türen ergibt sich mithin zu

$$2(n - m - 2).$$

Die Bestimmung des Kräftespiels einer Konstruktion mit derart großem Unbestimmtheitsgrad bereitet erhebliche Schwierigkeiten, wie dies aus Bild 2 deutlich zu entnehmen ist. Dieses stellt die Wirkung des in der Schnittstelle

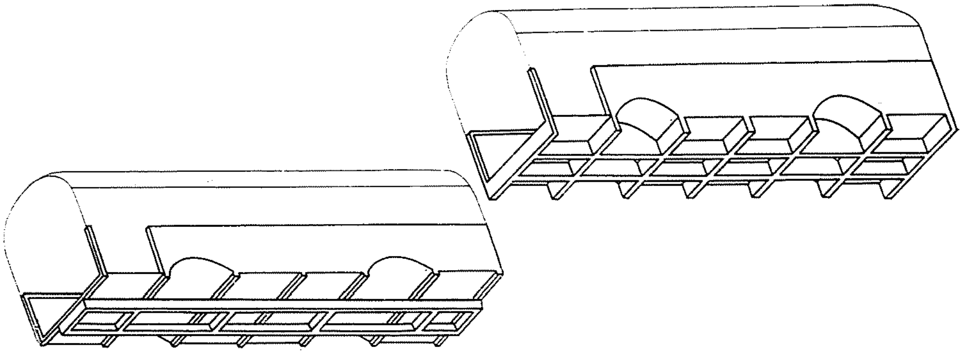

Bild 1. Omnibus mit Fahrgestell und Bodenrahmen

infolge der einen Unbekannten angreifenden Einheitsmomentes auf das Grundsystem dar.

Bei Biegemomenten mit komplizierter räumlicher Verteilung erfordert die Berechnung der Einheits- und Belastungsfaktoren einen sehr großen

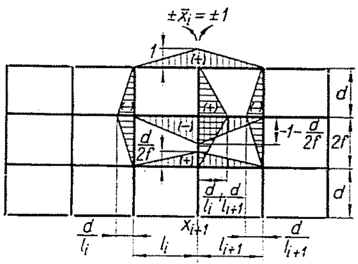

Bild 2. Durch das Einheitsmoment entstehende Belastung am Grundsystem des asymmetrischen Omnibusses

Arbeitsaufwand. Kompliziert ist auch das Gleichungssystem zur Bestimmung der unbekannten Biegemomente.

In Bild 3 ist in Draufsicht das Schema eines Omnibusses mit Tür, in Bild 4 dagegen das des zugehörigen Gleichungssystems dargestellt. Im Schema geben die waagerechten Reihen die einzelnen Gleichungen, die senkrechten Spalten die einzelnen Unbekannten an, während schließlich in der letzten freistehenden senkrechten Spalte die Lastfaktoren angeführt sind. Der Wert der den leeren Feldern entsprechenden Beiwerte beträgt Null.

Aus dem Bild geht hervor, daß die Tür die Form des Gleichungssystems der allgemeinen asymmetrischen Konstruktion in einem gewissen Bereich

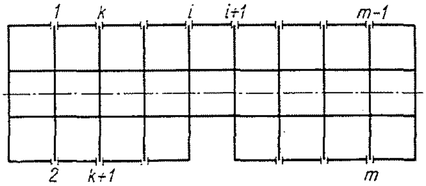

Bild 3. Schema des Omnibusses mit Tür

stört. Dieser Bereich betrifft höchstens zehn Unbekannte und damit zehn Gleichungen. Kommt die Tür zwischen die Schnitte i und $i + 1$ zu liegen, so befindet sich auch das Zentrum der Störung zwischen den i- und $i + 1$-ten

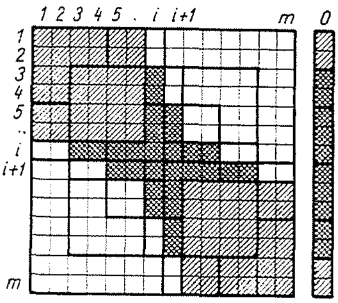

Bild 4. Schema des linearen Gleichungssystems zur Bestimmung der unbekannten inneren Kräfte bei einem mit Tür versehenen Omnibus

Unbekannten bzw. Gleichungen. So kann man das Schema des Gleichungssystems auf einfache Weise aufzeichnen, wo immer auch die Tür angebracht ist.

Wie bekannt, verursacht es die geringsten Schwierigkeiten, die Einheits- und Belastungsfaktoren auf Grund der Gleichheit der inneren und äußeren Arbeiten zu bestimmen. Dementsprechend hat man

$$\delta_{ik} = \sum_t \int_s \frac{M_i M_k}{JE} ds + \sum_t \int_s \frac{N_i N_k}{EF} ds + \sum_t \int_s \beta \frac{Q_i Q_k}{GF} ds , \tag{1}$$

beziehungsweise

$$\delta_{io} = \sum_t \int_s \frac{M_i M_0}{JE} ds + \sum_t \int_s \frac{N_i N_0}{EF} ds + \sum_t \int_s \beta \frac{Q_i Q_0}{GF} ds , \tag{2}$$

worin M_i, N_i, Q_i das Biegemoment, die Normalkraft bzw. die Scherkraft am Grundsystem bezeichnen, die aus dem im i-ten Schnitt wirkenden Einheitsmoment entstehen. Ähnlich kann auch die innere Kraft mit dem Index »k« gedeutet werden; M_0, N_0, Q_0 hingegen bedeuten die aus der äußeren Belastung stammenden inneren Kräfte am Grundsystem. Das Σ sagt aus, daß die Integrierung an sämtlichen Tragelementen ausgeführt werden muß, an denen die inneren Kräfte nicht den Wert Null haben. J und F sind charakteristisch für den Querschnitt des Trägers, während E und G Materialkonstanten sind.

Ist die Wagenkonstruktion — abgesehen von der Kraftumleitung in der Nähe der Tür — symmetrisch und ist auch die Belastung symmetrisch, so kann man die Beiwerte des Gleichungssystems noch etwas einfacher bestimmen, denn außerhalb des engeren Bereichs der Störung stimmen mehrere Beiwerte paarweise miteinander überein. Über diese Übereinstimmung hinaus gilt selbstverständlich allgemein, daß $\delta_{ik} \equiv \delta_{ki}$.

Kommt die Tür zwischen die Schnitte i und $i+1$ zu liegen, und bezeichnet k einen beliebigen Schnitt an der störungsfreien Seite (ohne Tür) (Bild 3), so erhält man

$$\left.\begin{aligned} \delta_{k,0} &= \delta_{k+1,0} \\ \delta_{k,k+0} &= \delta_{k+1,k+1} \\ \delta_{k,k+1} &= \delta_{k+1,k+0} \\ \delta_{k,k+2} &= \delta_{k+1,k+3} \\ \delta_{k,k+3} &= \delta_{k+1,k+2} \\ \delta_{k,k+4} &= \delta_{k+1,k+5} \\ \delta_{k,k+5} &= \delta_{k+1,k+4} \end{aligned}\right| \tag{3}$$

vorausgesetzt natürlich, daß $k+n = i$. Von der Stelle ab, an der $k+n=i$ ist, hat diese Reihe der Gleichheiten keine Gültigkeit mehr. Für den Fall $k = i$ läßt sich außer der allgemeinen Identität $\delta_{i,k} \equiv \delta_{k,i}$ sinngemäß keine weitere Gleichheit mehr aufschreiben. Wegen des regelmäßigen Wechsels merkt man sich die obige Gleichheitsreihe sehr leicht. Um dies noch weiter zu erleichtern, wurden auch die sonst trivialen Werte $\delta_{k,k+1} = \delta_{k+1,k}$ in die Reihe aufgenommen. Trotz der weitgehenden Übereinstimmung der Beiwerte erfordert jedoch die Bestimmung des Kräftespiels einer asymmetrischen Konstruktion weit mehr Mühe als die einer symmetrischen. Bei einem symmetrischen Omnibus können nämlich in jeder Gleichung höchstens fünf Unbekannte vorkommen, gegenüber zehn Unbekannten bei einer asymmetrischen Konstruktion. Um diesen Vorteil ausnützen zu können ist es zweckmäßig die Berechnung in zwei Stufen durchzuführen. Zunächst berechnet man die in Gedanken zu einer symmetrischen ergänzte Konstruktion. Als Ergebnis der Berechnung erhalten wir in jedem Element der Trägerkonstruktion (auch in den gedachten Elementen) die inneren Kräfte. Da die gedachten Elemente in der wirklichen Konstruktion nicht vorhanden sind, entsteht in ihnen tatsächlich keine Kraft. Läßt man in den gedachten Elementen die Reaktionskräfte der sich so ergebenden inneren Kräfte als äußere Belastung wirken, dann gleichen sich diese Kräfte in den fiktiven Elementen aus. Infolge dieser Reaktionskräfte entstehen jedoch auch in den übrigen Teilen der wirklichen Konstruktion innere Kräfte. Wenn man

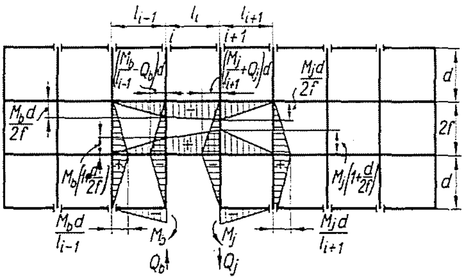

Bild 5. Durch die Tür hervorgerufene zusätzliche Belastung am Grundsystem

nun diese letzteren den an der symmetrischen Konstruktion gewonnenen Kraftwirkungen superponiert, so erhält man schließlich das innere Kräftespiel des asymmetrischen Tragwerkes. Es taucht jetzt allerdings die Frage auf, inwieweit es eine Vereinfachung bedeutet, wenn man statt einer einzigen asymmetrischen, jetzt eine asymmetrische und eine symmetrische Konstruktion durchrechnen muß.

Auf das gedachte Tragwerk wirken im allgemeinen Fall von links und rechts je ein Biegemoment und eine Scherkraft, unter deren Einwirkung das Element im Gleichgewicht ist. Läßt man die Reaktionen dieses Kräftesystems — die ebenfalls ein Gleichgewichtssystem bilden — auf die wirkliche Konstruktion wirken (Bild 5), so erhält man

$$|Q_b| = |Q_j|$$

$$M_b - M_j + Q_j l_i = 0 \,. \tag{4}$$

(Für $M_b = M_j$ ist natürlich $Q = 0$.)

Bild 5 veranschaulicht die aus der Störbelastung herrührenden inneren Kräfte. Ihr Wirkungsbereich erstreckt sich höchstens auf die Felder zwischen 4 Querträgern, was zugleich auch bedeutet, daß sich $\delta_{i,0}$ nur in dem durch die Tür hervorgerufenen Störungsbereich von 0 unterscheidet. Von Null verschiedene konstante Glieder können also höchstens in zehn Gleichungen vorkommen, in den anderen nicht. Für die Lösung des Gleichungssystems bedeutet das eine wesentliche Erleichterung.

Da die Grundbelastung bereits bei der Berechnung der symmetrischen Konstruktion ermittelt wurde, ergibt die Wirkung der Tür nur eine zusätzliche Belastung, deren Einfluß in der Umgebung der Tür stärker, mit wachsender Entfernung von dieser jedoch nur mäßig ist. Zieht man weiter in Betracht, daß die Beiwerte in der Hauptdiagonalen des Gleichungssystems im Vergleich

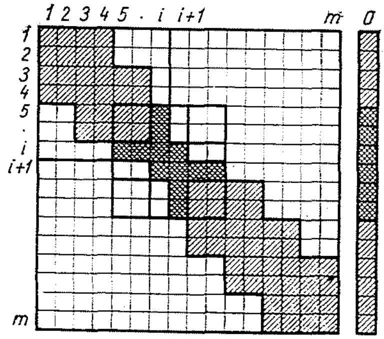

Bild 6. Schema des linearen Gleichungssystems bei unendlich steifen Querträgern

zu den anderen stark dominieren, so darf man diese letzteren in erster Näherung vernachlässigen. So genügt es, die Wirkung der Tür nur im Bereich der Störung zu berücksichtigen.

Begnügen wir uns bei unseren Berechnungen mit der Untersuchung des Störungsbereiches, so können in keiner Gleichung unseres Gleichungs-

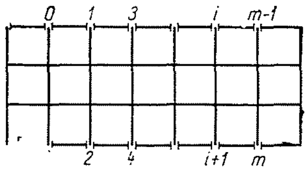

Bild 7. Ausbildung eines Grundsystems bei einem Wagen mit Hecktür

systems mehr als 8 Unbekannte vorkommen; Gleichungen dieser Art gibt es jedoch insgesamt nicht mehr als zwei, während in den übrigen Gleichungen höchstens 5 oder 6 Unbekannte ftreten. auDie Anzahl der gesamten Unbekannten beträgt höchstens 10, kann sich jedoch je nach der Lage der Tür (z. B. näher am Ende des Fahrzeuges) auch vermindern.

Unendlich steife Querträger vorausgesetzt (nach unseren Untersuchungen [4] bei Fahrzeugen mit Bodenrahmen ist dies stets mit sehr guter Näherung möglich), läßt sich das Gleichungssystem (Bild 6), das zur Berücksichtigung der durch die Tür hervorgerufenen Asymmetrie aufgeschrieben werden kann, weiter vereinfachen, wenn man statt den in den Schnitten auftretenden Unbekannten lineare Kombinationen von ihnen als neue Unbekannte betrachtet.

Der Einfachheit halber untersuchen wir nun einen Omnibus, bei dem die die Symmetrie störende Tür an dem einem Ende des Fahrzeuges angebracht ist (Bild 7). Die Bezeichnung der Unbekannten beginnen wir mit dem Index 0, damit die Unbekannten mit geraden Indizes wie bisher an der mit der Tür versehenen Seite des Wagens bleiben. Es sei weiter angenommen, daß der Abstand zwischen der Seitenwand und dem benachbarten Längsträger mit dem Abstand zwischen den beiden Längsträgern übereinstimmt.

Für den Fall, daß die Trägheitsmomente der Längselemente konstant sind (das Endresultat ist auch dann richtig, wenn nur ihr Verhältnis konstant ist) und daß die Querträgerteilung gleichmäßig ist, ergibt sich der Wert der Einheitsfaktoren zu

$$\begin{aligned} \delta_{i,i} &= +\frac{2}{3}\left(\frac{1}{I''}+\frac{5}{I'}\right) = +4\alpha \\ \delta_{i,i+1} &= -\frac{8}{3I'} = -4\beta \\ \delta_{i,i+2} &= +\frac{2}{6}\left(\frac{1}{I''}+\frac{5}{I'}\right) = \alpha \\ \delta_{i,i+3} &= -\frac{2}{3I'} = -\beta\,. \end{aligned} \tag{5}$$

Hierbei ist angenommen, daß i eine ungerade Zahl ist. Die zu den geradzahligen Unbekannten gehörigen Beiwerte kann man anhand der Zusammenhänge (3) bestimmen.

Nach (3) und (5) nehmen die beiden aufeinanderfolgenden ungeraden und geraden Gleichungen — wenn wir von der Tür weit genug sind — folgende Form an:

$$\begin{aligned} \alpha X_{i-2} - \beta X_{i-1} + 4\alpha X_i - 4\beta X_{i+1} + \alpha X_{i+2} - \beta X_{i+3} &= 0 \\ -\beta X_{i-2} + \alpha X_{i-1} - 4\beta X_i + 4\alpha X_{i+1} - \beta X_{i+2} + \alpha X_{i+3} &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Konstanten kommen nur in den Gleichungen 0, 1 und 2 vor. Um das Gleichungssystem zu vereinfachen, führen wir neue Veränderliche ein, und zwar

$$Y_i = \alpha X_i - \beta X_{i+1}\,, \tag{7}$$

beziehungsweise

$$Y_{i+1} = -\beta X_i + \alpha X_{i+1}\,, \tag{8}$$

mit deren Hilfe sich die allgemeine Form der Gleichungen (6) wie folgt schreiben läßt:

$$\begin{aligned} Y_{i-2} + 4Y_i \quad + Y_{i+2} &= 0 \\ Y_{i-1} + 4Y_{i+1} + Y_{i+3} &= 0\,. \end{aligned} \tag{6'}$$

Das grafische Schema des für die neuen Veränderlichen Y gültigen Gleichungssystems ist in Bild 8 dargestellt. Auch aus diesem Schema ist ersichtlich, und

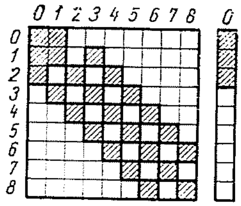

Bild 8. Schema des linearen Gleichungssystems bei neuen Veränderlichen

es folgt auch aus der allgemeinen Form des Gleichungssystems, daß die Unbekannten Y in zwei orthogonale Gruppen aufgeteilt werden können. In die eine Gruppe kommen die Gleichungen mit geraden, in die andere die mit

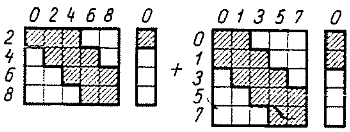

Bild 9. Aufspaltung des Gleichungssystems der durch die Tür hervorgerufenen Belastung in zwei orthogonale Gruppen

ungeraden Indizes und die Gleichungen mit Index Null. Das Schema hierzu zeigt Bild 9.

In der Gruppe mit ungeraden Indizes reicht die Zahl der Gleichungen zur Bestimmung der in ihnen auftretenden Unbekannten aus. Kennt man X_0, so läßt sich auch das Gleichungssystem mit den geraden Unbekannten lösen, in welchem übrigens die Zahl der Unbekannten um eins (um X_0) höher ist als die Zahl der Gleichungen. Die Tatsache, daß man das Gleichungssystem in zwei Teile aufteilen kann ist ein Beweis dafür, daß man an der rechten und linken Seite des Wagens die unbekannten Biegemomente auch für sich untersuchen kann. Zu diesem Zweck betrachten wir die Gleichungen (6').

Beide Gleichungen können als homogene Differenzen-Gleichungen zweiter Ordnung betrachtet werden, deren allgemeine Lösung

$$Y_{2k} = C_1' \lambda_1^k + C_2' \lambda_2^k \quad \text{bzw.} \quad Y_{2k+1} = C_1'' \lambda_1^{k+1} + C_2'' \lambda_2^{k+1}, \tag{9}$$

ist. Die Werte von λ_1 und λ_2 können aus der charakteristischen Gleichung

$$\lambda^2 + 4\lambda + 1 = 0$$

bestimmt werden, aus der man

$$\lambda_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3}$$

erhält. C_1 und C_2 werden auf Grund der Randbedingungen ermittelt. Im vorliegenden Fall muß die Lösung zwei Bedingungen genügen. Der Einfachheit halber untersuchen wir nur die Werte von Y_{2k}.

1. Für $k = 0$ wird $Y_{2k} = Y_0$;

2. am Wagenende, beim letzten Querträger ist der Wert $Y_{2k} = 0$.

Für die Praxis ist aber auch dies in den meisten Fällen noch zu kompliziert. Die Resultate werden einfacher, wenn das gegenüberliegende Ende des Wagens weit genug von der Tür liegt. In diesem Falle können wir unsere Konstruktion als unendlich lang betrachten. Praktisch bedeutet dieses »weit genug« drei Querträger.

Die allgemeine Lösung der Differenzen-Gleichung bleibt auch in diesem Falle unverändert, doch treten nun teilweise andere Randbedingungen auf. Die erste Bedingung besteht in unveränderter Form weiter; aus der zweiten Bedingung wird hingegen

$$\text{für } k = \infty \qquad Y_k = 0 .$$

Hieraus ergibt sich $C_2 = 0$, weil $|\lambda_2| = |-2 - \sqrt{3}| > 1$ und somit $|\lambda_2^k| \to \infty$, wenn $k \to \infty$, was der Bedingung widerspräche. Im Hinblick hierauf ist $C_1' = Y_0$ und man gelangt zu folgender Lösung der Differenzen-Gleichung:

$$Y_{2k} = Y_0 \lambda_1^k = Y_0 (-2 + \sqrt{3})^k = (-1)^k Y_0 (2 - \sqrt{3})^k .$$

Man gestaltet diese Formel zweckmäßig noch ein wenig um. Da $ln\,(2 - \sqrt{3}) =$ $= \ln\,(2 - \sqrt{4 - 1}) = \operatorname{arch} 2$, läßt sich schreiben

$$Y_{2k} = (-1)^k Y_0 e^{-k \operatorname{arch} 2} = (-1)^k Y_0 e^{-\varphi k} . \tag{10}$$

In ähnlicher Form ergibt sich auch der Wert von Y_{2k+1}.

Der erste Faktor $(-1)^k$ des Ausdrucks zeigt, daß der Wert des Biegemomentes am Längsträger und an der Seitenwand sein Vorzeichen von Querträger zu Querträger wechselt. Der Wert von Y klingt mit zunehmendem Abstand von der Tür rasch ab.

Die Werte von X lassen sich mit den Werten von Y ausdrücken:

$$X_i = \frac{\alpha Y_i + \beta Y_{i+1}}{\alpha^2 - \beta^2} \quad \text{bzw.} \quad X_{i+1} = \frac{\alpha Y_{i+1} + \beta Y_i}{\alpha^2 - \beta^2} . \tag{11}$$

Hieraus ist zu ersehen, daß die geraden und ungeraden Werte von X auch für sich exponentiell abklingen. Bezeichnet man die laufende Nummer des Querträgers mit k und beginnt man die Numerierung mit 0 an dem die Tür begrenzenden Querträger, so erhält man auf der rechten Seite

$$X_{kj} = X_{0j}(-1)^k e^{-\varphi k} , \tag{12}$$

bzw. auf der linken Seite des Wagens

$$X_{kb} = X_{0b}(-1)^k e^{-\varphi k} . \tag{12'}$$

Der Wert von X_{0j} stimmt mit der zusätzlichen Belastung überein, die sich aus der Kraftumleitung in der Nähe der Tür ergibt (laut Bild 5 also mit dem Wert von M_j), während man den Wert von X_{0b} nunmehr aus der für die Umgebung der Tür aufgeschriebenen Gleichung bestimmen kann, die jetzt nur noch eine Unbekannte enthält.

Die Ergebnisse ändern sich auch dann nicht wesentlich, wenn die Tür etwa in der Mitte des Fahrzeuges angebracht ist. In solchen Fällen kann man die obige Untersuchung auch von der Tür ausgehend, nach vorne und nach hinten vornehmen. Selbstverständlich sind dann die Werte von X'_{0b} und X''_{0b} aus einem Gleichungssystem mit zwei Unbekannten zu bestimmen.

Können die Querträger nicht als unendlich steif betrachtet werden, d. h. bei Fahrzeugen mit Fahrgestell, so läßt sich das Gleichungssystem leider nicht nach diesem Verfahren vereinfachen.

Zum Abschluß wollen wir die Wirkung der Eigensteifigkeit des Türrahmens untersuchen. Der Türrahmen kann nur bei den gegenwärtig üblichen konstruktiven Lösungen als ganz weich betrachtet werden. Grundsätzlich steht der exakten, auch die Steifigkeit des Türrahmens in Betracht ziehenden Berechnung nichts im Wege, obwohl der an sich dreifach unbestimmte Rahmen die Untersuchung des Tragrostes sehr stark kompliziert. Der Einfluß der Steifigkeit des Türrahmens läßt sich jedoch annähernd auch mit verhältnismäßig geringer Rechenarbeit berücksichtigen und man kann die Berechnungen folgendermaßen korrigieren:

Berechnen wir die durch die Kraftumleitung in der Umgebung der Tür hervorgerufene zusätzliche Kraftwirkung, u. zw. von der Voraussetzung ausgehend, daß der Türrahmen ganz weich ist. Bestimmen wir nun das Verhältnis der Steifigkeit des Türrahmens zu dem an der Stelle der Tür ergänzt gedachten Träger.

Die durch die Kraftumleitung in der Umgebung der Tür hervorgerufene zusätzliche Belastung muß im Verhältnis der Steifigkeit der Tür zu der des als weggefallen angenommenen Trägerteils vermindert werden, wie dies in Bild 10 dargestellt ist. Das Bild zeigt auch die Größe der Asymmetrie der Trägerrostkonstruktion sehr anschaulich. Je näher die Steifigkeit des Türrahmens zu der des gedachten Trägerelements ist, um so symmetrischer wird der Tragrost auch in der Umgebung der Tür. Dieses Verfahren gibt natürlich gute Anhaltspunkte nicht nur für geschlossene Rahmenkonstruktionen, sondern auch für jede anderen Kraftumleitungen in der Umgebung der Tür.

Nach unseren genaueren Untersuchungen besteht zwischen der Steifigkeit der Tür und der durch diese hervorgerufene zusätzliche Belastung kein

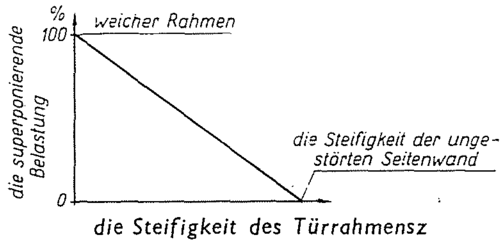

Bild 10. Annähernde Berücksichtigung der Steifigkeit des Türrahmens

genau linearer Zusammenhang; da jedoch die Wirkung der Tür als zusätzliche Beanspruchung zur Grundbelastung hinzukommt, kann man sich bei ihrer Berechnung auch mit kleinerer Genauigkeit begnügen, wenn dies weniger Arbeit erfordert.

Es sei bemerkt, daß es sich, falls die an der Tür auftretenden Verformungen infolge der Steifigkeit der sonstigen Teile des Tragwerks klein bleiben, nicht lohnt den Türrahmen zu verstärken. Es ist dann besser, die Steifigkeit des Längsträger-Abschnittes in der Nähe der Tür zu erhöhen.

Den Türrahmen selbst wird man zweckmäßig unter der Voraussetzung bemessen, daß er die ihm durch den übrigen Tragrost aufgezwungene Verformung in vollem Maße aufnimmt. Unter der Einwirkung dieser Deformation werden natürlich im Türrahmen innere Kräfte entstehen.

Zahlenbeispiel

Der berechnete Omnibus und dessen Belastung ist in Bild 11 dargestellt. Im vorliegenden Fall soll von einer Berechnung des zu einem symmetrischen ergänzten Wagens abgesehen werden; wir untersuchen somit nur die durch die Tür hervorgerufene, zusätzliche Kraftwirkung; der Wert dieser Kraft am Grundsystem, ferner die aus der Einheitskraft der Unbekannten X_9 ebenfalls am Grundsystem entstehenden Biegemomente sind dem Bild 12 zu entnehmen. Die an den Querträgern entstehenden Biegemomente sind hier nicht aufgetragen, da wir die Querträger bei unseren Berechnungen als unendlich steif betrachtet haben. Die zur Berechnung der Türwirkung erforderlichen Beiwerte finden sich in Tabelle I.

Tabelle I

Einheits- und Belastungsfaktoren bei Berechnung der Türwirkung

i, k	δ_{ik}
1,1—5,5—6,6—7,7—8,8	+1,8333
2,2—3,3—4,4—9,9—10,10	+1,4160
1,2—3,5—4,6—5,7—6,8—7,9—8,10	+0,4583
2,3	+0,2500
2,4	—0,1666
3,4—9,10	—1
3,6—4,5—5,8—6,7—7,10—8,9	—0,3333
5,6—7,8	—1,3333
0,1	—1,56
0,2	—1,02
0,3	—0,26
0,4	+0,39

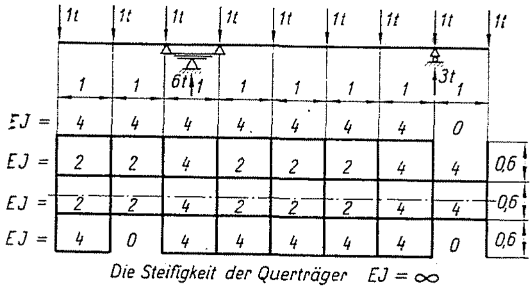

Bild 11. Schema und Belastung des Omnibusrahmens

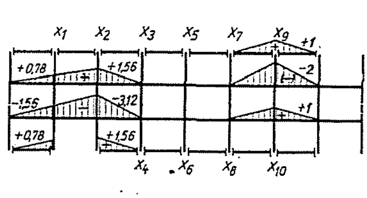

Bild 12. Außen- und Einheitsbelastung am Grundsystem

Wir lösten das Gleichungssystem zuerst unter der Voraussetzung, daß sämtliche Unbekannten mit Ausnahme von X_1 und X_2 außer acht gelassen werden können. Den Wert von X_1 und X_2 bestimmten wir aus dem so erhaltenen Gleichungssystem mit zwei Unbekannten, um sodann die Berechnung mit vier Unbekannten zu wiederholen und schließlich auch das ganze Gleichungssystem zu lösen. Die errechneten Werte der Unbekannten sind in Tabelle II

Tabelle II

Die durch die Tür hervorgerufene zusätzliche Kraftwirkung

	Zwei Unbekannten	Vier Unbekannten	Ganzes Gleichungssystem
X_1	+0,575	+0,5744	+0,5760
X_2	+1,100	+1,1040	+1,1029
X_3	—	—0,2295	—0,2521
X_4	—	—0,3088	—0,3407
X_5	—	—	+0,0648
X_6	—	—	+0,0884
X_7	—	—	—0,0154
X_8	—	—	—0,0215
X_9	—	—	+0,0037
X_{10}	—	—	+0,0033

zusammengefaßt. Der Quotient der aufeinanderfolgenden Werte der geraden und der ungeraden Unbekannten kommt trotz der veränderlichen Trägheit des Längsträgers den für das Abklingen des Biegemoments ermittelten theoretischen Werten ziemlich nahe (Tabelle III).

Tabelle III

Abklingen der Türwirkung an der linken und rechten Seite des Fahrzeuges

$\left\vert\frac{X_3}{X_2}\right\vert = 0{,}23$	$\left\vert\frac{X_4}{1{,}56}\right\vert = 0{,}23$
$\left\vert\frac{X_5}{X_3}\right\vert = 0{,}26$	$\left\vert\frac{X_6}{X_4}\right\vert = 0{,}26$
$\left\vert\frac{X_7}{X_5}\right\vert = 0{,}24$	$\left\vert\frac{X_8}{X_6}\right\vert = 0{,}24$
$\left\vert\frac{X_9}{X_7}\right\vert = 0{,}24$	$\left\vert\frac{X_{10}}{X_8}\right\vert = 0{,}25$

Im vorliegenden Falle läßt sich wegen des veränderlichen Wertes des Trägheitsmomentes weder der Übergang auf die neuen Unbekannten und damit die Aufspaltung der unbekannten Kräfte in orthogonale Gruppen, noch die Berechnung mit Differenzen-Gleichungen durchführen. Für die Praxis reicht jedoch die Lösung des Gleichungssystems mit vier Unbekannten völlig aus. In Ausnahmefällen können wir annehmen, daß die fünfte und sechste Unbekannte auf ein Viertel der dritten bzw. der vierten Unbekannten abklingt (Tabelle III).

Zusammenfassung

Türöffnungen üben auf ihre unmittelbare Umgebung eine bedeutende Wirkung aus, die jedoch mit zunehmender Entfernung von der Tür rasch abklingt. Bei Annahme unendlich steifer Querträger läßt sich die durch die Tür hervorgerufene zusätzliche Belastung aus je einem unabhängigen Gleichungssystem an der sonst symmetrischen rechten und linken Seite des Wagens bestimmen. Im Falle gleichmäßiger Querträger-Teilung kann man das an der Seitenwand in der Wirkungslinie der einzelnen Querträger auftretende Biegemoment aus einer geschlossenen Formel bestimmen, wenn man das Gleichungssystem als eine Differenzen-Gleichung betrachtet. Der Anfangswert läßt sich aus einem Gleichungssystem mit einer bzw. mit zwei Unbekannten ermitteln.

Literatur

1. Erz, K.: Über die durch Unebenheiten der Fahrbahn hervorgerufene Verdrehung von Straßenfahrzeugen. ATZ. Bd. **59**, 89, 163, 345, 371 (1957)
2. Brzoska, J.: Podstawowe zagadnienia statyki nadwozi Samonosnych. Archiwum budowy maszyn. **II**/4, 321 (1955); **III**/13 (1956)
3. Palotás, L.: Berechnung von Trägerrosten (Tartórácsok számítása). Közlekedési Kiadó, Budapest 1953.
4. Michelberger, P.: Kräftespiel an Omnibuskarosserien (Erőjáték autóbusz-karosszériákon). Kand. Diss. Budapest, 1959.

P. Michelberger, Budapest XI., Egry József u. 20, Ungarn.