

ANALYSE DER ERGEBNISSE DER TRAPEZOID EINREISS-PRÜFMETHODE

Von

L. KÓCZY

Lehrstuhl für Textiltechnologie und Leichtindustrie, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 9. April 1962)

Vorgelegt von A. VÉKÁSSY, Leiter des Lehrstuhls

Unter den quasi-statischen Festigkeitsprüfmethode, die zur Beurteilung des Gebrauchswertes sowie der Haltbarkeit von Geweben dienen, spielen die Einreiß- bzw. die Weiterreiß-Prüfungen eine bedeutende Rolle. Bei diesen Versuchen wird die zum Weiterreißen des bereits eingeschnittenen Probestreifens erforderliche Kraft bestimmt, die Versuchsergebnisse kennzeichnen also im wesentlichen den gegen die Spannungskonzentrationen auftretenden Widerstand der Gewebe [1].

Auf Grund der Geometrie der Versuchsanordnung können die verschiedenen Methoden der Einreißversuche in zwei Gruppen eingeteilt werden.

Bei dem einen Teil der Versuche liegt das dem Einreißen ausgesetzte Garnsystem senkrecht auf die Richtung des Zuges, oder es schließt mit dieser einen stumpfen Winkel ein. In diese Gruppe können die einfache Einreiß-* [2, 3], die Doppel-Einreiß-** [4, 5] und die Flügel-*** [6, 7] Prüfmethode eingereiht werden. Hinsichtlich der Versuchsanordnung ist diese Gruppe der Prüfmethode dadurch gekennzeichnet, daß die senkrecht auf das eingeklemmte Garnsystem laufenden Fäden zerrissen werden.

Bei der anderen Gruppe der Versuche hingegen liegt das dem Einreißen ausgesetzte Garnsystem parallel oder beinahe parallel zur Richtung des Zuges, so daß hier die eingeklemmten Fäden zerrissen werden. Hierher gehören die Trapezoid-Versuche [8, 9] und die Reißversuche an eingeschnittenen Probestreifen [10].

Die einschlägige Fachliteratur befaßt sich ausführlich mit der Analyse der verschiedenen Einreiß-Prüfmethode sowie mit der Bewertung ihrer Ergebnisse. Besonders viel diskutiert, jedoch noch unentschieden ist die Frage der beim Trapezoid-Versuch auftretenden Beanspruchung sowie der Brauchbarkeit dieser Prüfmethode.

Dies gab uns den Anlaß, uns mit der Bewertung der Trapezoid-Prüfmethode zu befassen bzw. zu versuchen, ihre Ergebnisse theoretisch zu bestimm-

* Single-Rip Methode

** Double-Rip Methode

*** Wing-Rip Methode

men. Wir setzten uns hierbei zunächst zum Ziel, auf Grund eines Vergleiches der theoretischen und der experimentellen Ergebnisse die auftretende Beanspruchung und die Brauchbarkeit der Versuche zu analysieren.

Im Laufe unserer Berechnungen trachteten wir, zwischen Streifen-Reißkraft und Trapezoid-Reißkraft einen Zusammenhang zu finden, wobei wir davon ausgingen, daß die Trapezoid-Methode vom Standpunkt ihrer Versuchsanordnung als ein Reißversuch an eingeschnittenen Probestreifen mit ungleichmäßiger Beanspruchung zu betrachten ist.

Theoretische Bestimmung der Trapezoid-Festigkeit

Für die theoretische Bestimmung der Trapezoid-Festigkeit seien außer den Bezeichnungen der Abb. 1 noch folgende verwendet:

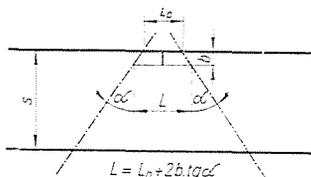


Abb. 1. Gestaltung der Länge der eingespannten Fäden beim Trapezoid-Versuch

- λ = die Bruchdehnung des Gewebes (in Richtung der Zugkraft gemessen),
- t = der Abstand zwischen den Fäden, die sich in der Richtung der Zugkraft befinden,
- E = das Proportionalitätsmodul des S breiten, bei der Einspannlänge L zerrissenen Probestreifens,
- E_0 = das auf einen einzigen Faden bezogene Proportionalitätsmodul.

Die Einklemmlängen der Fäden des Probestreifens sind:

$$\begin{aligned} L_1 &= L \\ L_2 &= L + 2t \cdot \operatorname{tg} \alpha \\ &\vdots \\ L_n &= L + (n - 1) 2t \cdot \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \quad (1)$$

Die Ordnungszahl K des Fadens, der im Moment des Zerreißens des Fadens mit der Ordnungszahl 1 noch keine Belastung trägt, kann aus dem Zusammenhang

$$\begin{aligned} L(1 + \lambda) &= L + (K - 1) 2t \cdot \operatorname{tg} \alpha \\ K &= \frac{L\lambda}{2t \cdot \operatorname{tg} \alpha} + 1 \end{aligned} \quad (2)$$

ermittelt werden.

Die Breite » T « des unter Spannung befindlichen Streifens beträgt

$$T = (K - 1)t = \frac{L\lambda}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad (3)$$

Setzt man die Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes voraus, so ist die Beanspruchung der unter Spannung stehenden Fäden bei dem Proportionalitätsmodul E_0

$$\begin{aligned} P_1 &= E_0 \lambda = E_0 \left(\frac{L(1 + \lambda)}{L + (1 - 1)2t \cdot \operatorname{tg} \alpha} - 1 \right) \\ P_2 &= E_0 \left(\frac{L(1 + \lambda)}{L + 2t \cdot \operatorname{tg} \alpha} - 1 \right) \\ &\vdots \\ P_{K-1} &= E_0 \left(\frac{L(1 + \lambda)}{L + (K - 2)2t \cdot \operatorname{tg} \alpha} - 1 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

die resultierende Kraft (P_i^*) hingegen

$$P_i^* = \sum_1^{K-1} P_i \quad (5)$$

Die Summierung kann unter Anwendung der in der Differenzrechnung oft verwendeten (und tabulierten) transzendenten Funktion — der sog. Digamma-Funktion — exakt durchgeführt werden [11], und man hat

$$\sum_{x=0}^z \frac{1}{x + b} = F(z - 1 + b) - F(b - 1)$$

Es erweist sich als zweckmäßig, bei dieser Summierung die einzelnen Teilkräfte [4] in folgender Form aufzuschreiben:

$$\begin{aligned} P_1 &= E_0 \left(\frac{L(1 + \lambda)}{2t \cdot \operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{1}{\frac{L}{2t \cdot \operatorname{tg} \alpha} + 0} - 1 \right) \\ &\vdots \\ P_{K-1} &= E_0 \left(\frac{L(1 + \lambda)}{2t \cdot \operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2t \cdot \operatorname{tg} \alpha} + K - 2} - 1 \right) \end{aligned}$$

Unter Anwendung der Digamma-Funktion ergibt die Summierung

$$P_i^* = E_0 \left\{ \frac{L(1+\lambda)}{2t \cdot \operatorname{tg} a} \left[\operatorname{F} \left(K - 2 + \frac{L}{2t \cdot \operatorname{tg} a} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \operatorname{F} \left(\frac{L}{2t \cdot \operatorname{tg} a} - 1 \right) \right] - (K-1) \right\} \quad (6a)$$

Mit K gemäß [2] hat man hieraus

$$P_i^* = E_0 \left\{ \frac{L(1+\lambda)}{2t \cdot \operatorname{tg} a} \left[\operatorname{F} \left(\frac{L(1+\lambda)}{2t \cdot \operatorname{tg} a} - 1 \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \operatorname{F} \left(\frac{L}{2t \cdot \operatorname{tg} a} - 1 \right) \right] - \frac{L\lambda}{2t \cdot \operatorname{tg} a} \right\} \quad (6b)$$

Man erhält einen Näherungszusammenhang, der jedoch leichter zu behandeln ist, wenn man $\sum P_i$ mit einem Integral annähert. Zu diesem Zwecke schreibt sich die allgemeine Form des Zusammenhanges [4] in der Form

$$P_n = E_0 \left(\frac{L(1+\lambda)}{L + (n-1)2t \cdot \operatorname{tg} a} - 1 \right)$$

Mit den Bezeichnungen

$$(n-1)2t \cdot \operatorname{tg} a = x \quad \Delta x = \Delta n \cdot 2t \cdot \operatorname{tg} a = 2t \cdot \operatorname{tg} a$$

erhält man

$$P_n = \frac{E_0}{2t \cdot \operatorname{tg} a} \left(\frac{L(1+\lambda)}{L+x} - 1 \right) \Delta x \quad \text{und} \\ \sum_{x=0}^{K-1} P_i \cong \int_{x=0}^{(K-1)2t \cdot \operatorname{tg} a} \frac{E_0}{2t \cdot \operatorname{tg} a} \left(\frac{L(1+\lambda)}{L+x} - 1 \right) dx = \\ = \frac{E_0}{2t \cdot \operatorname{tg} a} \left[L(1+\lambda) \cdot \ln(L+x) - x \right]_{x=0}^{(K-1)2t \cdot \operatorname{tg} a} \quad (7a)$$

$$P_i^* = \frac{E_0}{2t \cdot \operatorname{tg} a} \left[L(1+\lambda) \cdot \ln \frac{L + (K-1)2t \cdot \operatorname{tg} a}{L} - (K-1)2t \cdot \operatorname{tg} a \right]$$

und hieraus mit dem Wert für K

$$P_i^* = \frac{E_0}{2t \cdot \operatorname{tg} a} [L(1+\lambda) \cdot \ln(1+\lambda) - L\lambda] \quad (7b)$$

Bei Geweben geringer Dehnung, d. h. für den Fall, daß $\lambda \ll 1$ läßt sich der Zusammenhang vereinfachen, da hierbei $\ln(1 + \lambda) \approx \lambda$ und somit

$$P_i^* = \frac{E_0 \cdot L \cdot \lambda^2}{2t \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (7c)$$

Die Zusammenhänge (6) und (7) gelten naturgemäß nur dann, wenn der Faden mit der Ordnungszahl K tatsächlich vorhanden ist, d. h. wenn er sich in dem Probestreifen befindet, d. h. wenn

$$K \leq \frac{s - b}{t}$$

Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so hat man bis zur Streifenkante zu summieren. Die allgemeine Deutung des Zusammenhanges (5) ist demnach

$$P_i^* = \sum_1^x P_i,$$

wobei

$$x = \operatorname{minor} \left(k, \frac{s - b}{t} \right)$$

Die Bewertung der Ergebnisse

Auf Grund des Zusammenhanges (7/b) haben wir die theoretische Trapezoid-Festigkeit verschiedener Gewebe ermittelt und festgestellt, daß der theoretische Wert (P_i^*) tief unter dem gemessenen Wert (P_i) liegt.

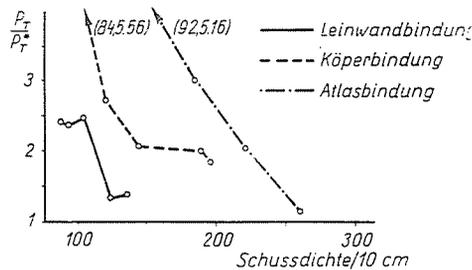


Abb. 2. Gestaltung des Verhältnisses der effektiven zur berechneten Reißkraft (in Schussrichtung durchgeführte Versuche)

Abb. 2 und 3 zeigen das Verhältnis der effektiven zu den gemessenen Werten an Kammgarngeweben.

Aus diesen Abbildungen können folgende Schlußfolgerungen gezogen werden:

a) Bei der Trapezoid-Prüfmethode gehen im Probestück infolge der ungleichmäßigen Spannungsverteilung wesentliche strukturelle Veränderungen vor sich.

Dies zeigt sich in erster Linie darin, daß mehrere theoretisch unbelastete Fäden — als Folge der Kontraktionswirkung — eine Form annehmen, die sie unter Spannung geraten läßt, d. h. sie tragen zur Erhöhung der Trapezoid-Festigkeit bei. Die Erscheinung der während des Trapezoid-Versuchs auftretenden Kontraktion sowie des Abbiegens der Fäden von der Richtung des Zuges kann auf den Probestücken gut beobachtet werden. Die Zahl der unter Spannung geratenen Fäden kann so hoch sein, daß die gemessene Trapezoid-Festigkeit (P_t) den errechneten theoretischen Wert (P_t^*) mehrfach übersteigt.

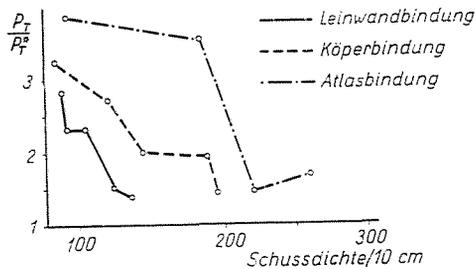


Abb. 3. Gestaltung des Verhältnisses der effektiven zur berechneten Reißkraft (in Kettenrichtung durchgeführte Versuche)

b) Die Gewebestruktur übt auf die Gestaltung des Verhältnisses der gemessenen zu den berechneten Festigkeitswerten einen entscheidenden Einfluß aus. Mit Zunahme der Fadendichte und der Fadenkreuzungspunkte vermindert sich das Verhältnis P_t/P_t^* .

c) Die unterschiedlichen Werte, die sich in der Schuß- und Kettenrichtung zeigen, weisen auf die Bedeutung der Dehnung hin. Mit zunehmender Dehnung erhöht sich das Verhältnis P_t/P_t^* . Diesen Einfluß beweist auch die Tatsache, daß sich bei unseren, an Baumwollgeweben durchgeführten Untersuchungen eine geringere Verhältniszahl ergab. (Sie schwankte zwischen 1,5 und 2,5.)

d) Diese Erscheinung läßt sich auch durch unsere frühere Feststellung erklären, daß nämlich beim Fortschreiten nach dem Kontinuum zu und mit abnehmenden Deformationsmöglichkeiten die Auswirkung der Spannungstauungen in erhöhtem Maße zur Geltung kommt, wodurch sich die Einreißfestigkeit vermindert [12].

Auch die Fachliteratur unterstützt einige unserer Feststellungen. O. P. HAGER und Mitarbeiter haben den theoretischen Wert der Trapezoidfestigkeit

gleichfalls bestimmt [13]. Eine Ableitung, die von der unsrigen abweicht, führte sie zu einem Zusammenhang, der gleichfalls ein wesentlich niedrigeres Resultat ergab, als das gemessene, doch schrieben sie die Schwankungen des Verhältnisses P_i/P_i^* nur den Änderungen in der Dehnung zu.

Aus der Tatsache, daß das Kontraktionsvermögen der Gewebe einen so starken Einfluß auf die Gestaltung der Trapezoid-Reißkraft ausübt, läßt sich darauf schließen, daß die Trapezoid-Prüfmethode in ihrem Prinzip nicht einwandfrei ist. Diese unsere Feststellung erweist sich selbst dann als richtig, wenn man in Betracht zieht, daß einige Parameter, die die Gewebekontraktion und Einreißfestigkeit beeinflussen, miteinander übereinstimmen. Die betreffenden Gewebeparameter wirken sich nämlich auf die erwähnten zwei Eigenschaften der Gewebe sowohl größenmäßig als auch bisweilen in der Tendenz auf unterschiedliche Weise aus.

Zusammenfassung

Zwischen den Ergebnissen des Trapezoid-Versuchs zur Feststellung der Einreiß- oder Weiterreiß-Festigkeit von Geweben und der Reißkraft der Gewebe kann ein Zusammenhang gesucht werden. Vergleicht man die theoretisch bestimmte Trapezoid-Reißkraft mit den Versuchsergebnissen, so erhält man für die letzteren stets höhere Werte. Es kann ferner festgestellt werden, daß sich das Verhältnis der beiden Werte zueinander mit jenen Parametern ändert, die die Kontraktion der Gewebe beeinflussen. Die weitgehende Abhängigkeit, die sich zwischen Trapezoid-Reißkraft und Kontraktionsvermögen der Gewebe zeigt, weist darauf hin, daß diese Prüfmethode in ihrem Prinzip fehlerhaft ist.

Literatur

1. KÓCZY, L.: Periodica Polytechnica, Vol. 5, 4, 371 (1961).
2. ASTM Standards of Textile Materials, 1953.
3. Commission d'Étude des Essais Mécaniques des Textiles de l'Institut Textile de France, WF-11.
4. British Standards Handbook, 1949. 138.
5. CRESWICK, J.: Journal of the Textile Institute, 9, 307 (1947).
6. TURL, L. H.: Textile Research Journal, 10, 839 (1958).
7. EWING, W. H.: Journal of the Textile Institute, II, 609 (1956).
8. BELLELI, T.—KIGER, J.: Bulletin de l'Institut Textile de France, 2, 7 (1956).
9. OLOFSSON, T. E.—BERNSKIÖLD, A.: Textile Research Journal, 6, 431 (1956).
10. SOMMER, H.: Handbuch der Werkstoffprüfung, Berlin, 1960.
11. JORDAN, Ch.: Calculus of finite differences, 335. London.
12. KÓCZY, L.: Szövetek szilárdsági vizsgálata (Festigkeitsprüfungen an Geweben). 1960.
13. HAGER, O. B.—GAGLIARDI, D. D.—WALKER, H. B.: Textile Research Journal, 7, 376 (1947).

L. KÓCZY, Budapest XI., Stoczek u. 2, Ungarn