

# UNTERSUCHUNG DES INSTATIONÄREN WÄRMEDURCHGANGES BEI RÜHRAPPARATEN

Von

A. LIENERTH

Lehrstuhl für chemisches Maschinenwesen und landwirtschaftliche Industrien,  
Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 18. Oktober 1960)

Vorgelegt von Prof. E. Bass

Einer der allgemeinsten Rührapparate ist in Abb. 1 dargestellt. Er ist zylinderförmig und von einem Heizmantel umgeben. Der im Apparat zu verarbeitende Stoff — zumeist eine Flüssigkeit — wird durch die an seinem Deckel befindliche Öffnung eingeführt. Wenn der Flüssigkeitsspiegel die gewünschte Höhe erreicht hat, müssen alle Öffnungen am Apparat verschlossen werden, und nun kann die eigentliche chemische oder physikalische Umwandlung des Stoffes beginnen. Gleichzeitig müssen aber auch all jene Bedingungen erfüllt sein, die zur Entstehung eines physikalischen oder chemischen Vorganges nötig sind. Am häufigsten wird gefordert, daß der dem Apparat zugeführte Stoff innerhalb einer bestimmten Zeit auf eine bestimmte Temperatur erhitzt oder abgekühlt wird. Ferner soll die Heiz- bzw. Kühlzeit möglichst kurz sein.

Die Berechnung der Heiz- bzw. Kühlzeit ist eine recht verwickelte Aufgabe, wenn man dabei die Stoffeigenschaften der gerührten Flüssigkeit berücksichtigt. Da sich die Temperatur während der Heiz- bzw. Kühlzeit innerhalb weiter Grenzen ändert, zieht dies auch eine stetige Änderung der den Wärmeübergang beeinflussenden Stoffwerte nach sich. Infolge der stetigen Änderung der Wärmeübergangszahl zwischen Flüssigkeit und Apparaturwand bleibt auch die Wärmedurchgangszahl nicht konstant, sondern ändert sich während des Heiz- bzw. Kühlvorganges stetig. Aus diesem Grunde kann die Vereinfachungshypothese — daß nämlich die Wärmedurchgangszahl eine konstante Größe darstellt —, bei der Lösung der Differentialgleichung, die den ganzen Vorgang, d. h. den instationären Wärmedurchgang charakterisiert, nicht angewendet werden [1].

Im folgenden soll die Frage untersucht werden, mit welchen Vereinfachungslösungen die Berechnungsschwierigkeiten im Falle veränderlicher Wärmedurchgangszahlen — nur geringe Fehler verursachend — vermindert werden können.

## Ermittlung der Heizzeit

Bezeichnet man die Wärmeübertragungsfläche des Apparates mit  $F$  [m<sup>2</sup>], die Heizmitteltemperatur mit  $t_g$  [°C], die Temperatur der Flüssigkeit

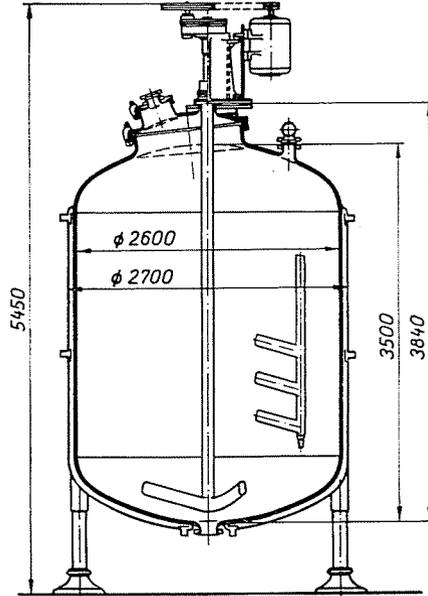


Abb. 1. Rührapparat

im Apparat mit  $t$  [°C] im Zeitpunkte  $\tau$  und den Momentanwert der Wärmedurchgangszahl mit  $k$  [kcal/m<sup>2</sup>h°C], so ist die übertragene Wärmemenge im Zeitabschnitt  $d\tau$  [sec]

$$dQ = k \cdot F (t_g - t) \cdot d\tau \quad [\text{kcal}]. \quad (1)$$

Infolge der Wärmeübertragung steigt die Flüssigkeitstemperatur im Apparat um  $dt$  [°C]. Bezeichnet man die Flüssigkeitsmenge mit  $G$  [kg], die spez. Wärme der Flüssigkeit mit  $c$  [kcal/kg°C], so wird unter der Annahme, daß der Wärmeverlust vernachlässigt werden kann

$$k \cdot F \cdot (t_g - t) \cdot d\tau = G \cdot c \cdot dt \quad [\text{kcal}]. \quad (2)$$

Durch Umordnung der Gleichung (2) erhält man:

$$\frac{dt}{k \cdot (t_g - t)} = \frac{F}{G \cdot c} \cdot d\tau. \quad (3)$$

Betrachtet man zur Vereinfachung der Untersuchungen  $c$  — innerhalb des untersuchten Temperaturbereiches — als konstant, dann ergibt sich für die zur Erzielung der Temperatur  $t$  nötige Zeit als

$$\tau = \frac{G \cdot c}{F} \int_{t_0}^t \frac{dt}{k \cdot (t_g - t)} \quad [h] \quad (4)$$

wobei  $t_0$  die Anfangstemperatur [°C] bedeutet.

Die Wärmedurchgangszahl  $k$  kann aus der Gleichung

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_k} + \frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda} \quad \left[ \frac{\text{m}^2 \text{ h } ^\circ\text{C}}{\text{kcal}} \right] \quad (5)$$

ermittelt werden. Hierbei bedeutet

$\alpha$  die Wärmeübergangszahl zwischen Flüssigkeit und Apparaturwand [kcal/m<sup>2</sup>h°C]

und  $\alpha_k$  die Wärmeübergangszahl zwischen Heizmittel und Apparaturwand. Da als Heizmittel gewöhnlich Dampf verwendet wird, ist unter

$\alpha_k$  die Wärmeübergangszahl bei Kondensation [kcal/m<sup>2</sup>h°C] zu verstehen. Ferner ist

$\delta$  die Wanddicke des Apparates [m] und

$\lambda$  die Wärmeleitzahl der Apparaturwand [kcal/mh°C].

Laut Gleichung (5) ist  $k$  — für denselben Apparat (bei denselben  $\delta$ - und  $\lambda$ -Werten) — eine Funktion der Wärmeübergangszahlen.

Bei Turborührern mit hohen Drehzahlen kann die Wärmeübergangszahl nach KRAUSSOLD [2] aus der Formel

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_f} = 0,4 \cdot \left( \frac{d^2 \cdot n}{\nu} \right)^{0,66} \cdot \left( 3600 \cdot \frac{\mu \cdot c}{\lambda_f} \cdot g \right)^{0,33} \cdot \psi \quad (6)$$

bestimmt werden, in der

$d$  den Rührerdurchmesser [m],

$\lambda_f$  die Wärmeleitzahl der Flüssigkeit [kcal/mh°C],

$n$  die Rührerdrehzahl [U/sec],

$$\nu = \frac{\mu}{\rho},$$

$\mu$  die dynamische Viskosität der Flüssigkeit [kgs/m<sup>2</sup>], (1 Poise = 1/98,1 [kgs/m<sup>2</sup>]),

$\rho$  die Flüssigkeitsdichte [kgs<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>],

$\psi$  einen Koeffizienten, der von den der Wandtemperatur und der mittleren Temperatur zugehörigen Viskositätswerten abhängt und dessen Einfluß vernachlässigt werden kann, der also mit  $\psi = 1$  gerechnet wird, und

$g$  die Erdbeschleunigung [m/s<sup>2</sup>] bedeutet.

Innerhalb des untersuchten Temperaturbereiches wird die spez. Wärme, die Dichte und die Wärmeleitzahl als konstant angenommen. Der damit begangene Fehler ist sehr klein, da die von der Temperatur abhängige Änderung der Stoffwerte — wie schon erwähnt —, im Verhältnis zur Viskositätsänderung bei den meisten Flüssigkeiten vernachlässigbar gering ist.

Durch diese — den ganz kleinen Fehler verursachende — Vereinfachung wird die Lösung der gestellten Aufgabe bedeutend erleichtert. Sind nämlich

$c$ ,  $\rho$  und  $\lambda$  konstant, und ist auch die Drehzahl  $n$  des Rührers während der gesamten Heizzeit konstant, dann kann die Gleichung (6) bei gegebenem Apparat vereinfacht und in der Form

$$\frac{\alpha \cdot d}{\lambda_f} = C_1 \cdot \mu^{-0,33} \quad (7)$$

und schließlich auch als

$$\alpha = \frac{\lambda_f}{d} \cdot C_1 \cdot \mu^{-0,33} = C_2 \cdot \mu^{-0,33} \quad [\text{kcal/m}^2 \text{ h } ^\circ\text{C}] \quad (8)$$

geschrieben werden.

Die Lösung unserer Aufgabe läßt sich durch die Erfahrungstatsache noch weiter vereinfachen, daß die Beziehung zwischen Viskosität und Temperatur bei den meisten Flüssigkeiten durch die einfache Exponentialfunktion

$$\mu = C_3 \cdot (t)^{-m} \quad [\text{kgs/m}^2] \quad (9)$$

ausgedrückt werden kann [3].

Der Wert von  $m$  ändert sich in Abhängigkeit von den physikalischen Eigenschaften der Flüssigkeit annähernd innerhalb der Grenzwerte  $m = 2$  und  $m = 4$  (für Dampfzylinderöl z. B. ist  $m = 3$ ). Für einen gegebenen Stoff ist  $m$  jeweils konstant und von der Temperatur unabhängig.

Wird nun (9) in die Gleichung (8) eingesetzt, so gilt

$$\alpha = C_4 \cdot (t)^{0,33 \cdot m} \quad [\text{kcal/m}^2 \text{ h } ^\circ\text{C}]. \quad (10)$$

Der Apparat wird für gewöhnlich mit Dampf beheizt. Die Kondensationswärmeübergangszahl des Dampfes ist im Vergleich zu  $\alpha$  sehr hoch. Ihr Wert ändert sich während der Heizzeit kaum und kann daher praktisch als konstant angesehen werden. Ist die Apparatur aus Flußstahl oder aus säurefestem Stahl, so ist der Wert des Quotienten  $\delta/\lambda$  im Vergleich zu  $1/\alpha$  sehr niedrig.

Formel (5) kann daher auch in der Form

$$\frac{1}{k} = C_5 + \frac{1}{\alpha} = C_5 + \frac{1}{C_4 \cdot (t)^{0,33 \cdot m}} \quad (11)$$

geschrieben werden, wobei  $C_5$  die Summe von  $1/\alpha_k$  und  $\delta/\lambda$  darstellt.

Wird der Wert von  $k$  für einige Punkte ermittelt, so kann jene Exponentialfunktion gesucht werden, mit der sich die Funktion (11) gut annähern

läßt. Wählt man für den Funktionsexponenten einen Wert  $p = 0,33 \cdot m$  (siehe Abb. 3), dann gilt

$$k = C_6 \cdot t^p. \quad (12)$$

Nimmt man zur Vereinfachung der Lösung einen Wert  $m = 3$  an, dann ist  $p = 1$ . Setzt man den Ausdruck von  $k$  in die Differentialgleichung (3) ein, erhält man durch Integration

$$\frac{1}{C_6} \int \frac{dt}{t \cdot (t_g - t)} = \frac{F}{G \cdot c} \int d\tau \quad (13)$$

$$\int \frac{dt}{t \cdot (t_g - t)} = -\frac{1}{t_g} \int \frac{t_g \cdot dz}{t_g \cdot z - 1}, \quad (14)$$

worin

$$z = \frac{1}{t},$$

und daher

$$t = \frac{1}{z}$$

$$\frac{dt}{dz} = -\frac{1}{z^2},$$

und schließlich

$$dt = -\frac{1}{z^2} \cdot dz.$$

Da der Zähler die Derivierte des Nenners ist, gilt

$$-\frac{1}{t_g} \int \frac{t_g \cdot dz}{(t_g \cdot z - 1)} = -\frac{1}{t_g} \cdot \ln(t_g \cdot z - 1) + C,$$

und schließlich erhält man für das gesuchte Integral:

$$-\frac{1}{t_g} \cdot \ln\left(\frac{t_g}{t} - 1\right) + C. \quad (15)$$

Die Lösung der Gleichung (13) lautet also

$$\frac{1}{C_6} \cdot \left[ -\frac{1}{t_g} \cdot \ln\left(\frac{t_g}{t} - 1\right) + C \right] = \frac{F}{G \cdot c} \cdot \tau. \quad (16)$$

Die Konstante  $C$  kann auf Grund der Ausgangsbedingung

$$t = t_0$$

ermittelt werden.  $C$  und  $C_0$  sind konstante Zahlenwerte, die eine Dimension besitzen,  $t_0$  ist die Flüssigkeitstemperatur bei  $\tau = 0$ .

### Die Ungenauigkeit der Berechnungsmethode

Die Ungenauigkeit der Berechnungsmethode soll anhand der Lösung einer aus der Praxis genommenen Aufgabe veranschaulicht werden. In einem Rührapparat üblicher Abmessungen soll Dampfzylinderöl erhitzt werden. Die Viskositätskurve des Dampfzylinderöls ist in Abb. 2 dargestellt. Die Stoffwerte des Dampfzylinderöls bei  $100^\circ\text{C}$  sind [4]:

$$\begin{aligned}\lambda &= 0,1 \quad [\text{kcal}/\text{mh}^\circ\text{C}], \\ \gamma &= 0,83 \quad [\text{kg}/\text{m}^3], \\ c &= 0,55 \quad [\text{kcal}/\text{kg}^\circ\text{C}], \\ \rho &= 84,6 \quad [\text{kg}/\text{m}^3].\end{aligned}$$

Die Drehzahl des Rührers beträgt  $n = 300$  U/min, sein Durchmesser  $d = 0,4$  m. Der Nutzinhalt des Apparates beträgt  $V = 2000$  l,  $G = 1660$  kg,  $F = 7$  m<sup>2</sup>. Die Anfangstemperatur beträgt  $t_0 = 40^\circ\text{C}$ , die Endtemperatur  $t = 170^\circ\text{C}$  und  $t_g = 180^\circ\text{C}$ .

Der Apparat ist isoliert, weshalb der Wärmeverlust vernachlässigt werden kann.

Der Wert von  $a$  für  $40^\circ\text{C}$  wurde anhand der KRAUSSOLDSchen Formel errechnet. In Gleichung (6) wurden für  $\lambda$ ,  $c$  und  $\gamma$  die zu  $40^\circ\text{C}$  gehörigen Werte [3] eingesetzt.

Laut unserer Berechnung ist

$$a_{40} = 153 \quad [\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C}].$$

Werden  $\lambda$ ,  $c$  und  $\gamma$  in Gleichung (6) nun durch die der Temperatur von  $100^\circ\text{C}$  zugehörigen Werte ersetzt und berücksichtigt man dabei, daß für Dampfzylinderöl  $m = 3$  (siehe auch Abb. 2) ist, so erhält man nach Zusammenfassung der Konstanten den Ausdruck:

$$a = 3,925 \cdot t \quad [\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C}]. \quad (17)$$

Laut Gleichung (17) ist  $a = 157$  [kcal/m<sup>2</sup>h<sup>°</sup>C] bei  $40^\circ\text{C}$ . Der Fehler beträgt 2,6%! Da der Fehler klein ist, kann im weiteren mit der Gleichung (17) gerechnet werden.

Der Apparat wird mit einem Dampf von 10,2 ata beheizt.

Die Wärmeübergangszahl bei Kondensation beträgt laut GRÖBER [5]

$$a_k = C \cdot \left( \frac{\lambda_k^3 \cdot \gamma_k^2 \cdot 3600}{\mu_k \cdot G_k} \right)^{1/3} \quad [\text{kcal}/\text{m}^2\text{h}^\circ\text{C}], \quad (18)$$

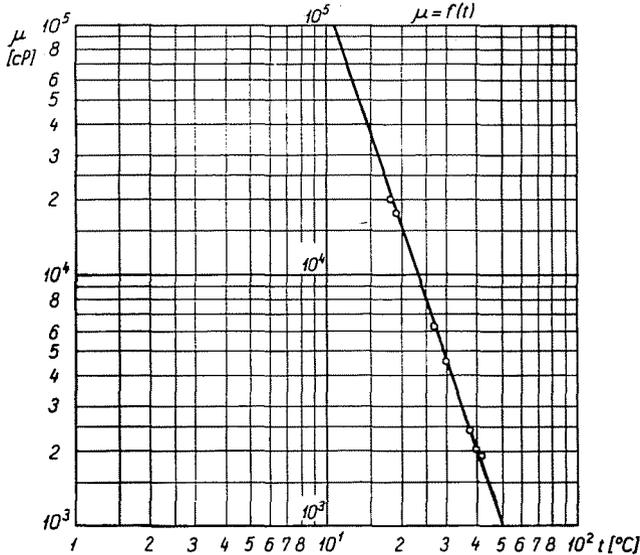


Abb. 2. Die Viskositäts-Temperaturkurve des Dampfzylinderöls

worin

$$C \cong 1,$$

$\lambda_k$  die Wärmeleitzahl des Kondensats,

$\gamma_k$  das spez. Gewicht des Kondensats,

$g$  die Erdbeschleunigung,

$\mu_k$  die dynamische Viskosität des Kondensats,

$G_k = G \cdot \pi \cdot D$ , und hierin

$G$  die an der Wand eines Zylinders mit dem Durchmesser  $D$  herabfließende Kondensatmenge und

$D$  den Zylinderdurchmesser ( $D = 1,6 \text{ m}$ )

bezeichnet.

Für  $100^\circ \text{C}$  sei die übertragene Wärmemenge:  $Q_{100}$ , d. h.:

$$\frac{Q_{100}}{r_g} = G,$$

worin  $r_g$  die Verdampfungswärme des Heizdampfes ist.

$$\frac{Q_{100}}{r_g} = 408 \text{ [kg/h]}; \quad G_k = 81,1 \text{ [kg/m h]}.$$

Laut Gleichung (18) ergibt sich ein  $a_k = 7650 \text{ [kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C]}$ . Die Wanddicke  $\delta$  des Apparates beträgt  $10 \text{ mm}$ , ferner ist  $\lambda = 45 \text{ [kcal/mh}^\circ\text{C]}$  [4], somit gilt (siehe Formel (5)):

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + 3,526 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{h}^\circ\text{C/kcal]}. \quad (19)$$

Der Wert von  $k$  wurde nun für 40, 100 und 170° C ermittelt und die Funktion (19) durch die Exponentialfunktion

$$k = 3,44 \cdot t \quad [\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}] \quad (20)$$

ersetzt (Abb. 3).

Bei 40° C ist der begangene Fehler 10%, bei 100° C hingegen 0%, bei 170° C aber 9%. Zu Beginn des Heizvorganges wird mit einem niedrigeren und im letzten Erhitzungsabschnitt mit einem etwas höheren als dem realen  $k$ -Wert

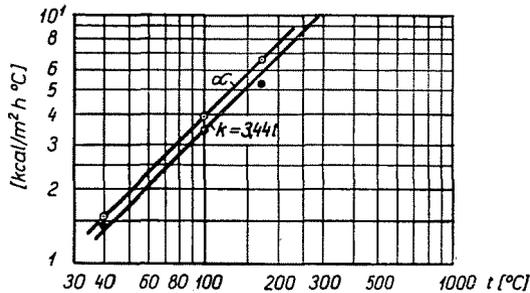


Abb. 3.  $\alpha$  und  $k$  in Abhängigkeit von der Temperatur

gerechnet. Die Fehler mit entgegengesetzten Vorzeichen gleichen sich annähernd aus, so daß die Näherungsformel (20) angenommen werden kann, die Heizzeit beträgt somit

$$\tau = 42 \quad [\text{min}] .$$

#### Berechnung von $\tau$ bei $m = 2$ und $m = 4$

Die Formel (16) ist ungültig, wenn die Viskositäts-Temperaturkurve der Flüssigkeit durch eine Exponentialfunktion nicht oder nur so ersetzt werden kann, daß dabei  $m \neq 3$ . Da die Bedingung  $m \neq 3$  öfters unerfüllt bleibt, soll dieser Fall eingehender behandelt werden. Ist  $m \neq 3$ , wird das Integral (14) auf graphischem Wege gelöst.

Es wurde nun die Funktion

$$\Theta = \frac{1}{t^p \cdot (t_g - t)} = f(t) \quad (21)$$

für  $m = 2$  (Kurve »1«) und für  $m = 4$  (Kurve »2«) graphisch dargestellt. Ferner wurde auch eine dem Wert  $m = 3$  zugehörige Kurve aufgetragen (siehe Abb. 4). Die unterhalb dieser Kurven — zwischen den Grenzwerten  $t = 40^\circ\text{C}$  und  $t$  — liegende Fläche ist dem bestimmten Integral

$$\int_{t=40^{\circ}}^t \frac{1}{t^D \cdot (t_g - t)} \quad (22)$$

gleich. Der Zahlenwert des bestimmten Integrals ist der Heizzeit proportional — siehe Gleichung (13) —, folglich kann aus der unterhalb der Kurven liegenden Fläche auf die Heizzeit geschlossen werden.

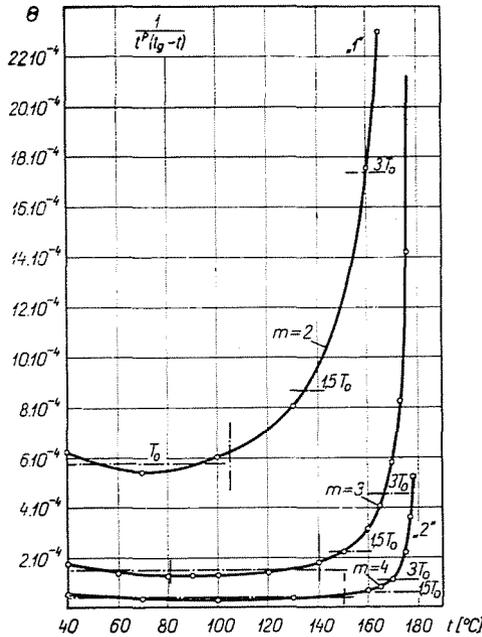


Abb. 4.  $\theta$  in Abhängigkeit von der Temperatur (bei  $m = 2$ ,  $m = 3$  und  $m = 4$ )

Anhand der Kurven läßt sich ferner auch feststellen, daß die zur Erzielung der Temperatur  $t$  erforderliche Zeit  $\tau$  bei  $m = 4$  bis  $150^{\circ} \text{C}$ , bei  $m = 3$  bis  $140^{\circ} \text{C}$  und bei  $m = 2$  bis  $105^{\circ} \text{C}$  nahezu linear zunimmt. Die niedrigste Grenze der linearen Zunahme liegt daher bei  $m = 2$ .

Bezeichnet man die zu einer Temperaturzunahme von  $\Delta t = 1^{\circ} \text{C}$  erforderliche Zeit mit  $T_0$ , so kann, wie aus Abb. 4 ersichtlich, der Wert von  $T_0$  im »linearen« Abschnitt als nahezu konstant betrachtet werden, während er nach dem »linearen« Abschnitt allmählich zunimmt. In Abb. 4 ist jener Temperaturwert aufgetragen, bei dem die zur Temperaturzunahme  $\Delta t = 1^{\circ} \text{C}$  erforderliche Zeit das 1,5- bzw. das 3-fache des Mittelwertes der Anfangsphase beträgt.

Jene Temperatur, bei der  $T_0$  das 1,5-fache der Anfangsphase ist, kann als die Temperaturgrenze betrachtet werden, die sich wirtschaftlich annähern läßt. Unter dem Begriff »wirtschaftlich« ist in diesem Falle zu verstehen, daß

es offenbar eine Grenze geben muß, bei der die Temperatur schon so langsam zunimmt, daß sich die Anwendung eines Heizmittels von höherer Temperatur als wirtschaftlicher erweisen wird, obwohl dies eine Steigerung des Kostenaufwandes bedingt. (Ist nämlich die Temperatur des Heizmittels höher, so ist damit auch der Druck höher, was zur Benützung eines kostspieligeren Apparates zwingt und auch die Heizmittelherstellungskosten erhöht.)

Der eben noch annehmbare Kleinstwert der Temperaturzunahmegeschwindigkeit ist von Fall zu Fall verschieden und kann anhand ökonomischer Berechnungen festgelegt werden. Der willkürlich gewählte 1,5-fache Faktor zeigt ganz deutlich, daß diese wirtschaftliche Heizgrenze je nach Art des zu behandelnden Stoffes, d. h. genauer je nach dem Verlauf der Viskositätskurve sehr verschieden sein kann.

Der niedrigste Wert dieser Heizgrenze liegt bei  $m = 2$ , während bei  $m = 3$  ein höherer und schließlich bei  $m = 4$  der höchste Wert in Frage kommt.

In Abb. 4 wurden jene Temperaturgrenzen angemerkt, bei denen  $T_0$  das Dreifache des Mittelwertes der Anfangsphase erreicht. Betrachtet man diese Grenze als die höchste erzielbare Flüssigkeitstemperatur, dann ist eine weitere Beheizung zwecklos, da der der Flüssigkeit zugeführte Wärmestrom, d. h. die durch die Wärmeübertragungsfläche hindurchströmende Wärmemenge so gering ist, daß sie oft bloß zur Deckung des während des Vorganges auftretenden Wärmeverlustes ausreicht, und die Temperatur praktisch konstant bleibt.

Aus Abb. 4 geht klar hervor, daß dieser Grenzwert

für  $m = 2$  bei  $106^\circ \text{C}$

„  $m = 3$  „  $167^\circ \text{C}$

und schließlich „  $m = 4$  „  $171^\circ \text{C}$  liegt.

Die höchste erreichbare Temperatur hängt also weitgehend von der Viskosität des Stoffes ab. Verläuft die Viskositätskurve der Flüssigkeit steil, so kann die Heizmitteltemperatur besser angenähert werden, als bei Stoffen, bei denen die von der Temperatur abhängige Viskositätsabnahme geringer ist.

Bei der Planung technologischer Prozesse kann die genaue Kenntnis der erreichbaren Höchsttemperatur von großer Bedeutung sein. Chemische oder physikalische Vorgänge spielen sich gewöhnlich bei einer bestimmten Temperatur ab (Reaktionen, Sieden usw.). Bei der Planung muß man also genau wissen, ob die im Apparat befindliche Flüssigkeit mit dem gewählten Heizmittel bis zur gewünschten Temperatur überhaupt erhitzt werden kann oder nicht.

#### Die Funktion: $\tau = f(n)$

Die Heizzeit kann durch die Erhöhung der Rührerdrehzahl herabgesetzt werden. Der Zusammenhang zwischen Zeit und Drehzahl geht aus der abgelei-

teten Beziehung klar hervor. Hebt man nämlich  $n$  und  $\mu$  aus der Formel (6) heraus und zieht man die Konstanten zusammen, dann hat man

$$\alpha = C_7 \cdot n^{0,66} \cdot (\mu)^{-0,33} \quad [\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}]. \quad (23)$$

Nach Durchführung der Substitutionen erhält man schließlich die Näherungsformel:

$$k = C_8 \cdot n^{0,66} \cdot t^p \quad [\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}]. \quad (24)$$

Gleichung (13) kann daher in der Form

$$\frac{1}{C_8 \cdot n^{0,66}} \int_{t_0}^t \frac{1}{t^p \cdot (t_g - t)} \cdot dt = \frac{F}{G \cdot c} \cdot \tau \quad (25)$$

aufgeschrieben werden.

Bei Erhöhung der Rührerdrehzahl nimmt  $\tau$  also proportional zur 0,66ten Potenz des Ausdruckes  $1/n$  ab. Oft muß eine verhältnismäßig niedrige Drehzahl gewählt werden, damit der Rührer auf diese Weise unterhalb der kritischen Drehzahl betrieben werden kann. In diesem Fall verlängert sich die Heizzeit.

Wird die Drehzahl im untersuchten Falle z. B. auf die Hälfte herabgesetzt, so verlängert sich die Heizzeit zur Erzielung derselben Temperatur  $t$  von  $\tau = 42$  [min] auf  $\tau = 67$  [min].

Erläuterung der Bezeichnungen :

$a$ Temperaturleitzahl	[m <sup>2</sup> /h]
$c$ spez. Wärme	[kcal/kg]
$d$ Rührerdurchmesser	[m]
$g$ Erdbeschleunigung	[m/s <sup>2</sup> ]
$k$ Wärmedurchgangszahl	[kcal/m <sup>2</sup> h <sup>0</sup> C]
$m$ Exponent	—
$n$ Rührerdrehzahl	[U/s]
$p$ Exponent	—
$r$ Verdampfungswärme	[kcal/kg]
$t$ Temperatur	[°C]
$D$ Apparatedurchmesser	[m]
$F$ Wärmeübertragungsfläche	[m <sup>2</sup> ]
$G$ Flüssigkeits-(Kondensat-)Menge	[kg, kg/h]
$Q$ Wärmemenge	[kcal]
$V$ Nutzvolumen des Apparates	[m <sup>3</sup> ] bzw. [l]
$\alpha$ Wärmeübergangszahl	[kcal/m <sup>2</sup> h <sup>0</sup> C]
$\gamma$ spez. Gewicht	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\delta$ Wanddicke	[m]
$\lambda$ Wärmeleitzahl	[kcal/mh <sup>0</sup> C]
$\mu$ dynam. Viskosität	[kgs/m <sup>2</sup> ]
$\nu$ kinemat. Viskosität	[m <sup>2</sup> /s]
$\rho$ Dichte	[kgs <sup>3</sup> /m <sup>4</sup> ]
$\tau$ Zeit	[h]
$\psi$ Viskositätsfaktor	—

## Zusammenfassung

Bei absatzweise arbeitenden Rührapparaten macht die Heiz- bzw. Kühlzeit einen wesentlichen Teil der gesamten Betriebszeit aus, die nur dann mit genügender Genauigkeit berechnet werden kann, wenn sich die Heiz- bzw. Kühlzeit ermitteln läßt.

Die Ermittlung der Heizzeit ist aber eine recht verwickelte Aufgabe, wenn man dabei die Änderung von  $k$ , d. h. die Stoffwerte der gerührten Flüssigkeit mit berücksichtigt.

In der vorliegenden Arbeit werden all jene Lösungen angegeben, durch die sich die Ermittlung der Heiz- bzw. Kühlzeit — unter Berücksichtigung der Änderung von  $k$  — wesentlich vereinfachen läßt.

Für einen besonderen Fall (bei  $m = 3$ ) wurde die Aufgabe, nämlich die Integration der Funktion  $t$  unmittelbar auf analytischem Wege gelöst. Die Lösung wird in der Form einer Formel mitgeteilt.

## Literatur

1. MATZ, W.: Die Thermodynamik des Wärme- und Stoffaustausches in der Verfahrenstechnik. Frankfurt a. M., 1949, p. 103.
2. KRAUSSOLD, H.: Chemie Ingenieur Technik 23, 177 (1951).
3. PERRY, J. H.: Chemical Engineer's Handbook. New York, 1951, p. 372.
4. MIHEJEW, M. A.: Die Grundlagen der praktischen Berechnung der Wärmeübertragung. (Übers. aus d. Russ. ins Ungar.) Budapest, 1953.
5. GRÖBER, H.—ERK, S.—GRIGULL, U.: Die Grundlagen der Wärmeübertragung. Berlin, 1955, p. 283.

A. LIENERTH, Budapest XI., Stoczek u. 2. (Ungarn)