

STRÖMUNGEN IM FLIEHKRAFTFELD, II.

ABSETZSICHERHEIT VON RÖHRENZENTRIFUGEN

Von

E. BASS

Lehrstuhl für chem. Maschinenwesen und landwirtschaftliche Industrien
der Technischen Universität, Budapest

(Eingegangen am 30. Oktober 1959)

In kontinuierlich gespeisten *Röhrenzentrifugen* wirken auf jedes noch schwebende Korn gleichzeitig zwei Kräfte ein, u. zw. die Zentrifugalkraft (stets radial nach außen gerichtet) und die Schleppkraft der strömenden Flüssigkeit, deren Richtung immer mit derjenigen der Flüssigkeitsbewegung zusammenfällt. Im folgenden wollen wir — auf Grund eigener Beobachtungen — die Strömungsvorgänge im Trommelinnern beschreiben.

Will man Schlüsse über die Absetzvorgänge im Trommelinnern ziehen oder gar die genauen Gesetze des Absetzvermögens der Zentrifuge kennen lernen, so kann dies nur geschehen, wenn vorerst Richtung und Größe der Resultierenden der beiden Kräfte an allen charakteristischen Stellen der Trommel bekannt ist. Verfährt man in diesem Sinne, so findet man, daß am Trommelanfang (Eintrittsstelle der Suspension) bei allen Trommelbauarten beide Kräfte radial nach außen gerichtet sind und aus diesem Grunde an dieser Stelle die mengenmäßig stärkere Sedimentation der Partikeln stattfindet. Dies gilt besonders für die gröberen Kornfraktionen [1].

Nach dem anfänglich radial gerichteten Eintritt der Flüssigkeit verliert diese ihre kinetische Energie, ihre Radialgeschwindigkeit wird gleich Null, die Strömung erfährt eine Ablenkung in axialer Richtung, und die Flüssigkeit strömt — dem konstruktiv gesicherten Freiheitsgrad entsprechend — dem anderen Trommelende zu. An der Umlenkstelle reißt die Flüssigkeit unter starker Aufwirbelung auch die feineren Partikelfraktionen mit sich, die nunmehr nur im Laufe der Längsbewegung noch die Möglichkeit haben, sich — unter dem Einfluß der Zentrifugalkraft — abzusetzen. Die Zentrifugalkraft und die durch sie hervorgerufene Absetzgeschwindigkeit der Partikeln quer zur Strömung ist stets leicht zu bestimmen. Zu untersuchen blieb hingegen noch, wie sich die Längsströmung in den aufeinanderfolgenden Trommelquerschnitten gestaltet, oder welchem Gesetz die Geschwindigkeitsverteilung folgt. Diesen Fragenkomplex behandelten wir schon in einem früheren Bericht [2], dessen Schlußfolgerungen wir kurz in folgenden Punkten zusammenfassen können:

1. Die Flüssigkeit strömt — abgesehen von lokalen Rezirkulationen — nur in einer schmalen Schicht, deren Querschnitt die Gestalt eines Kreisringes hat, und dessen äußerer Radius r_s , gleich demjenigen des eingesetzten Stauringes ist. Beim Fehlen eines solchen wird der *innere* Radius des Kreisringes durch den Radius der Ausflußbohrung bestimmt.

2. Betrachten wir die Strömung als *ideal* (isotropdisperses, reibungsloses Kontinuum), so verteilt sich die Geschwindigkeit der axialen Strömung nach der bekannten Formel

$$v = \omega \sqrt{r^2 - r_1^2}. \quad (1)$$

3. Die mittlere Geschwindigkeit der *idealen* Flüssigkeit, bezogen auf den Querschnitt des Kreisringes, ist einerseits definiert durch*

$$v_e = \frac{Q}{(r_s^2 - r_1^2)\pi}, \quad (1a)$$

andererseits durch die Gleichung

$$v_e = \frac{2}{3} \omega \sqrt{(r_s^2 - r_1^2)} = \frac{2}{3} \cdot \omega \cdot a = 0,521 \sqrt[3]{Q \cdot \omega^2}. \quad (2)$$

4. Die mittlere Geschwindigkeit v_v einer *reellen*, turbulent strömenden Flüssigkeit gegebener Viskosität kann anhand folgender Formeln bestimmt werden:

$$v_v = \sqrt{1 - \varphi} \cdot v_e = \sqrt{1 - \varphi} \frac{2}{3} \cdot \omega \cdot a \quad (3)$$

bzw.

$$v_v = \sqrt{1 - \varphi} \cdot 0,521 \cdot \sqrt[3]{Q \cdot \omega^2}. \quad (3a)$$

In diesen Formeln bedeuten:

r_s und r_1 den äußeren bzw. den inneren Radius der strömenden Schicht, Q das in der Zeiteinheit durchströmende Flüssigkeitsvolumen (Durchsatz) (m^3/sec), ω die Winkelgeschwindigkeit, $a = \left(\frac{3}{2\pi}\right)^{1/3} \left(\frac{Q}{\omega}\right)^{1/3}$ die hydrodynamische Kennziffer der Zentrifuge. Bei *idealer* Flüssigkeit ist gleichzeitig $a^2 = (r_s^2 - r_1^2)$, endlich bedeutet $\varphi = \frac{v_e^2 - v_v^2}{v_e^2}$ den *Reibungsbeiwert* der inneren Flüssigkeitsreibung. Der Wert von φ erwies sich bei einer gegebenen

* Gleichung (1a) gilt natürlich auch für die *reale* Kernströmung, wenn anstatt r_1 der reale, gemessene Wert r_{1v} eingesetzt wird.

Viskosität bei allen hohen Reynoldszahlen als konstant. Bei Wasser von 17° C wurde $\varphi \cong 0,8$ ermittelt.

5. Es konnte nachgewiesen werden, daß sich die Art der Flüssigkeitsströmung und damit auch diejenige der Geschwindigkeitsverteilung mit zunehmender Turbulenz stets mehr derjenigen der idealen Flüssigkeit nähert. Dies läßt sich aller Wahrscheinlichkeit nach dem Umstande zuschreiben, daß die Struktur der strömenden Flüssigkeitsschicht infolge der in der Röhrenzentrifuge auftretenden hohen Druck- und Geschwindigkeitsgradienten eine kräftige Desaggregation erfährt, deren untere Grenze normalerweise durch die Größe der *stabilen* Bauelemente (Mizellen, Supramolekülen usw.) bestimmt ist.

Das Resultat des geschilderten Vorganges ist eine ausgesprochene sogenannte *Stratifikation* der strömenden Schicht, so daß wir diese aus eben diesem Grunde als quasi-ideale Flüssigkeit betrachten können, bei der wir die unendlich kleinen, diskreten Partikeln des Newtonschen Mediums durch die — technisch noch immer verschwindend kleinen — Bauelemente der realen Flüssigkeit ersetzen zu können glauben. Die großen Geschwindigkeitsgradienten sorgen für die erwähnte Stratifikation (schichtenweise Strömung) im strömenden Flüssigkeitsringzylinder. Obwohl die einzelnen benachbarten Schichten nicht unendlich dünn sein können — und aus diesem Grunde für den Geschwindigkeitsgradienten $\frac{dv}{dr}$ eigentlich keine echten Differentialquotienten geschrieben

werden dürften —, ändert dies nichts an der technischen Richtigkeit unserer nachfolgenden Ableitungen, solange die strömende Schicht zwar dünn, aber den Größenverhältnissen der Abmessungen der Bauelemente gegenüber noch immer als dick genug bezeichnet werden kann.

Von einer laminaren Strömung unterscheidet sich die »stratifizierte« Schicht der ausgesprochen (ideal-) turbulenten Strömung in der Röhrenzentrifuge nur dadurch, daß die Bauelemente der benachbarten Schichten — von verschiedener Geschwindigkeit — nicht nur durch die gegenseitige Schichtenreibung, sondern auch infolge des Rotierens um ihre eigene Achse Energie verzehren.

Damit wollten wir keineswegs die mit dem Newtonschen Reibungstheorem

$$\tau = \mu \frac{dv}{dr}$$

verbundenen — auch jetzt noch allgemein anerkannten strukturmechanischen — Hypothesen etwa niedriger einschätzen, um so mehr, da sich auch diese mit den strukturmechanischen bzw. rheologischen Konzeptionen neueren Datums (Maxwellsches Nahwirkungsprinzip z. B. durch H. UMSTÄTTER) sehr gut in Einklang bringen lassen. Dies bedeutet, daß wir uns bei der Auswertung der rheologischen Phänomene die Grundpostulate der aktuellen Strukturmechanik (Stetigkeit der Zeit, Quantelung des Raumes und Endlichkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reibungsstörungen) zwar vor Augen halten, aber noch nicht das nötige mathematische und experimentelle Rüstzeug besitzen, um dieselben überall voll zur Geltung bringen zu können.

Ebensowenig dürfen wir diejenigen Feststellungen anderer Autoren zur Diskussion stellen, nach denen die einzelnen Bauelemente des Mediums — auch in Strömungen ausgesprochen laminaren Charakters — selbst nachweisbare Drehbewegungen ausführen, und deshalb sogar bei dieser Strömungsart nicht kategorisch von einer »schleichenden« Bewegung oder von einer reinen Schichtenreibung gesprochen werden kann [3].

Das Fehlen einer prinzipiellen Kollision zwischen unseren strömungstechnischen Grundlagen und den obenerwähnten — einander in vieler Hinsicht widersprechenden — Auffassungen läßt sich u. a. dadurch erklären, daß den Ausgangspunkt unserer Arbeiten immer *das Gesetz der Erhaltung der Energie bildete*, wodurch sich die Frage der Grundprinzipien gewissermaßen »überspringen« ließ.

Im Laufe unserer bisherigen Arbeiten war die Beantwortung der Frage, wann und in welchem Maße die innere Flüssigkeitsreibung die Strömungsgeschwindigkeit beeinflusst, das primäre Problem, während z. B. der Verteilung der Spannungen benachbarter Flüssigkeitsschichten vorläufig — eben aus dem Gesichtspunkt unserer *praktischen Endziele* aus gesehen — nur sekundäre Bedeutung beigemessen werden konnte.

Dies soll aber keineswegs bedeuten, daß wir uns in absehbarer Zeit nicht mit den strukturellen Zusammenhängen der während unserer theoretischen und experimentellen Arbeiten aufgetauchten Strömungserscheinungen kausal befassen wollen.

Überdies muß noch bemerkt werden, daß der spezifische Reibungsenergieverbrauch der ausgesprochen turbulenten Strömung (»ideal turbulent«) auch in der Röhrenzentrifuge auffallend *konstant* — und deshalb in hohem Maße von der Reynoldsschen Zahl unabhängig — ist. Dies gilt ohne Rücksicht darauf, ob man in der Reynoldsschen Kennziffer für die charakteristische Längendimension den hydraulischen Durchmesser [4]

$$d_{\text{hydr}} = 2 \Delta r$$

oder das hydrodynamische Kriterium a einsetzt [5], wodurch man eigentlich (der ursprünglichen Reynoldsschen Konzeption entsprechend) außer der charakteristischen Geschwindigkeit auch dem Druck (der ja Ursache der Strömung ist) Rechnung trägt [6].

Abschließend unterstreichen wir noch den Umstand, daß die — schon in unserem früheren Elaborat [7] vorkommende — Verhältniszahl der inneren Flüssigkeitsreibung φ sich von den schon bekannten Reibungsziffern (für Rohrreibung usw.) dadurch unterscheidet, daß sie im Nenner nicht das Quadrat der reellen, sondern *das Quadrat der idealen Strömungsgeschwindigkeit* (v_e^2) enthält, das — solange Q und ω sich nicht ändern — konstant ist und deshalb auch eine gefühlsmäßige Abschätzung des φ -Wertes erleichtert. Außerdem kann der Wert von v_e aus Gleichung (2) auch numerisch stets ermittelt werden.

Die Versuche und Messungen wurden — der leichteren Zugänglichkeit des Trommelinneren wegen — mit Hilfe einer eigens zu diesem Zwecke gebauten, horizontalen Zentrifuge ausgeführt.

Zu den hier oft gebrauchten, jedoch nicht ganz einwandfreien Bezeichnungen, »ideale« und »reale Längsströmung«, glauben wir Folgendes hinzufügen zu müssen:

»Ideale Längsströmung« soll kurz jenen hypothetischen Fall bezeichnen, wenn die *Flüssigkeit* der Kernströmung in *Längsrichtung* als ideal (also reibungsfrei) betrachtet wird. Dabei kann sie in radialer Richtung als »real« betrachtet und für die Sedimentation des Kornes das *Stokes'sche Gesetz* angewendet werden. Bei der »realen Längsströmung« wird die Flüssigkeitsbewegung auch in der Längsrichtung nicht mehr als reibungsfrei angenommen.

Wegkurve des sich absetzenden Kornes

In der Praxis und in der Fachliteratur galt als Garantie für das sichere Absetzen einer gewissen Korngröße (d_s) bisher im allgemeinen die Beziehung

$$\tau_a > t_s, \quad (4)$$

die besagt, daß die Sedimentationszeit t_s des untersuchten Kornes kürzer sein muß als die Verweilzeit τ_a der Flüssigkeit in der Zentrifugentrommel. Hierbei wird für gewöhnlich die Beziehung

$$\tau_a = \frac{V}{Q} = \frac{\text{Füllvolumen}}{\text{Durchsatz}} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{m}^3/\text{sec}} = \text{sec} \right] \quad (5)$$

meist ohne viele Diskussionen als Definition für τ_a angenommen.

Durch Annahme dieser Hypothese sind die Strömungsverhältnisse leider nicht eindeutig festgelegt. So könnte man z. B. laut Gleichung (5) auch voraussetzen, daß die Flüssigkeit sich im ganzen Querschnitt der Trommel mit derselben Geschwindigkeit parallel zur Achse fortbewegt oder sich auch etwa vorstellen, daß sie — infolge der ihr am Trommelanfang erteilten kinetischen Energie — sich längs des Trommelmantels vorwärts und gleichzeitig auch radial nach innen bewegen kann. Keine dieser beiden Möglichkeiten kann weder theoretisch noch experimentell bewiesen werden.

Der Hauptzweck unserer früheren Arbeiten [4, 8] bestand darin — vorläufig für den geometrisch eindeutig definierbaren Läufer der Röhrenzentrifuge — einen einwandfreien Beweis für die *Unhaltbarkeit der Definitionsformel* (5) zu erbringen und diese durch eine möglichst exakte Beziehung zu ersetzen. Die Resultate unserer Bemühungen wurden eingangs kurz wiederholt.

Wir wollen nun die *Wegkurve* eines Kornes bestimmen, auf das außer der Zentrifugalkraft gleichzeitig auch die *Schleppwirkung* der axialen Flüssigkeitsströmung bahnbestimmend einwirkt. Der einfacheren mathematischen Behandlung wegen nehmen wir vorläufig an, daß die axiale Strömung *idealen* Charakters ist. In diesem Falle gilt nämlich für die Geschwindigkeitsverteilung in der Flüssigkeit die schon bekannte einfache Formel

$$v = \omega \sqrt{r^2 - r_1^2}. \quad (1)$$

Da in der strömenden Schicht [von der Dicke $\Delta r = (r_s - r_1)$] nur Körner der feineren Fraktionen anwesend sein können — die gröberen wurden ja schon am Trommelanfang ausgeschieden [9] —, können wir ruhig annehmen, daß ein Korn, das sich infolge der Zentrifugalkraft in einer radial nach außen gerichteten *Absetzbewegung* befindet, ohne merkliche Verzögerung gleichzeitig auch die *Axialgeschwindigkeit* jener Flüssigkeitsschichten übernimmt, in

denen es jeweils gerade schwebt. Der zwischen Korn und Flüssigkeit auftretende »Slip« kann wegen der kleinen Korndimensionen praktisch vernachlässigt werden [10]. Die Verzerrung der Wegkurve ist also minimal. Die axiale Geschwindigkeitskomponente des Kornes in der Entfernung r von der Drehachse kann somit ebenfalls durch die Gleichung (1) ausgedrückt werden.

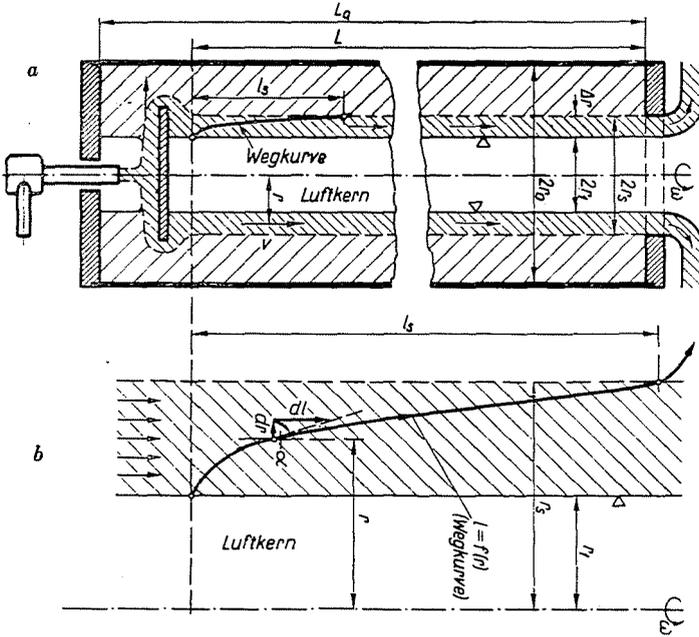


Bild 1. Gestaltung der Schichtströmung (a) und Konstruktion der Wegkurve eines sich absetzenden Kornes (b)

Die infinitesimal kleine axiale Wegstrecke dl , welche das Korn in der Zeit dt zurücklegt, ist mithin (siehe Bild 1)

$$dl = v \cdot dt = \omega \sqrt{r^2 - r_1^2} \cdot dt. \quad (6)$$

In der gleichen Zeit dt legt das Korn in radialer Richtung die Strecke

$$dr = v_s \cdot dt \quad (7)$$

$$dr = \frac{d_s^2 (\rho_s - \rho_f)}{18 \eta} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot dt = C \cdot \omega^2 \cdot r \cdot dt \quad (8)$$

zurück, wobei für die Sedimentationsgeschwindigkeit v_s die Formel verwendet wurde, die man bei Anwendung des Stokesschen Gesetzes erhält, wenn anstatt der Erdbeschleunigung g die Zentrifugalbeschleunigung

$$b_c = r \cdot \omega^2$$

eingesetzt wird [11].

Dividiert man nun die Gleichung (6) durch Gleichung (8), so erhält man die Ableitung der Kornwegkurve

$$\frac{dl}{dr} = \frac{1}{C \cdot \omega} \cdot \frac{\sqrt{r^2 - r_1^2}}{r} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (9)$$

Integrieren wir Gleichung (9) zwischen den Grenzen r_1 und r , so erhalten wir die Gleichung der Wegkurve selbst, und zwar

$$l = \frac{1}{C \cdot \omega} \cdot \left(\sqrt{r^2 - r_1^2} - r_1 \cdot \arccos \frac{r_1}{r} \right) \text{ [m]}. \quad (10)$$

Dies ist der Weg, den das Korn während seiner Absetzbewegung von r_1 bis r in axialer Richtung zurücklegt. Die Gleichung (10) erreicht ihren Maximalwert l_s bei $r = r_s$ ($r_s =$ Außenradius der strömenden Schicht),

$$l_s = \frac{1}{C \cdot \omega} \cdot \left(\sqrt{r_s^2 - r_1^2} - r_1 \cdot \arccos \frac{r_1}{r_s} \right) \text{ [m]}. \quad (11)$$

Führt man der Trommel die höchstmögliche Flüssigkeitsmenge zu (wird also $r_1 = 0$), dann vereinfacht sich Gleichung (11) auf

$$l_s = \frac{1}{C \cdot \omega} \cdot r_s. \quad (11a)$$

Dies trifft bei der sogenannten »gefüllten Trommel«, d. h. beim Erreichen der sogenannten »Schluckfähigkeit« zu. Man sieht gleichzeitig, daß dieser Betriebsfall die größten l_s -Werte liefert, weshalb ein Korn mit dem Durchmesser d_s — der übrigens in der Konstante

$$C = \frac{d_s^2 \cdot (\varrho_s - \varrho_f)}{18 \eta} \text{ [sec]} \quad (11b)$$

mit inbegriffen ist — bei gefüllter Trommel den längsten axialen Weg hinterlegen wird (siehe Bild 2).

Je größer r_s — bei konstanten Q - und ω -Werten — gewählt wird, um so mehr verkürzt sich die Strecke l_s , d. h. die Sicherheit des Absetzens wird mit zunehmendem Halbmesser r_s der wandernden Schicht ebenfalls zunehmen. (Bei unserer Versuchszentrifuge hatten wir die Möglichkeit, r_s auch als Halbmesser der Ausflußblende zu kontrollieren.)

Bei der mit gefüllter Trommel betriebenen Zentrifuge ($r_1 = 0$) muß der axiale Weg l_s des wandernden Kornes laut Gleichung (11a) mit zunehmendem r_s ebenfalls zunehmen, was die Verschlechterung der Absetzsicherheit zur Folge hat. Gleichzeitig nimmt auch die Schluckfähigkeit Q_{\max} zu.

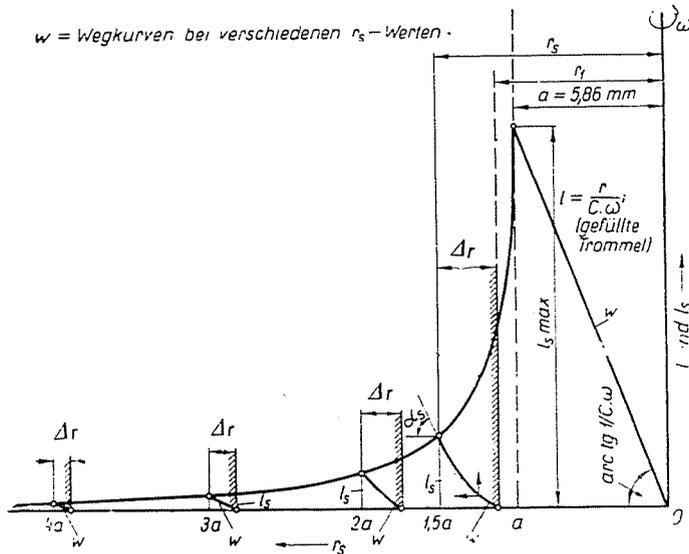


Bild 2. Änderung des axialen Kornweges l_s in Abhängigkeit von r_s

Dieser Betriebsfall soll daher in der Praxis möglichst gemieden werden. Bei der Festlegung der Schluckfähigkeit ist also Vorsicht geboten, wenn gleichzeitig auch Bedingungen bezüglich eines kleinen Grenzkorndurchmessers d_g gestellt werden. (Siehe weiter unten.)

Sicherheit der Sedimentierung in der Röhrenzentrifuge

Das grundlegende Merkmal der Röhrenzentrifuge («Superzentrifuge») ist — neben der hohen Drehzahl — die ausgesprochen langgestreckte röhrenförmige Ausbildung des Läufers (der »Trommel«).

Bezeichnet man die »aktive« Länge der Trommel, d. h. jene Strecke, entlang deren man mit Sicherheit das Vorhandensein einer ausgeprägten Schichtströmung in axialer Richtung bereits voraussetzen kann, mit L (erfahrungsgemäß ca. 80% der tatsächlichen Trommellänge L_0), so liegt es auf der Hand, daß man als *Kriterium der sicheren Abscheidung* eines wandernden Kornes die Beziehung

$$b = \frac{l_s}{L} \quad (12)$$

annehmen kann. Dies bedeutet, daß für das sogenannte »Grenzkorn« d_g der in axialer Richtung zurückgelegte Weg l_s mit der aktiven Länge L der Trommel gleich sein muß. Für ein Korn mit einem Durchmesser von $d_s > d_g$, das also in der Trommel zurückbleibt, muß der Sicherheitsfaktor b den Wert

$$b < 1,0$$

annehmen, während Körnern, die die Trommel (wegen $l_s > L$) verlassen, dementsprechend ein b -Wert der Größenordnung

$$b > 1,0$$

zugeordnet sein wird.

Wenn die *axiale* Strömung als *ideal* (d. h. als reibungsfrei) betrachtet werden kann, dann läßt sich der Wert von l_s aus der Gleichung (11) berechnen.

Gleichung (11) kann aber auch zur Berechnung von l_s im Falle einer *reellen* axialen Strömung herangezogen werden, wenn man der energieverzehrenden Wirkung der inneren Reibung durch Zuhilfenahme der Gleichungen (1a) und (3) Rechnung trägt. Aus der Identität der Formeln (1a) und (3) folgt nämlich

$$(r_s^2 - r_{1v}^2) = \frac{f}{\pi} = \left(\frac{3}{2\pi}\right) \cdot \left(\frac{Q}{\omega}\right) \cdot \frac{1}{a\sqrt{1-\varphi}} = \frac{a^2}{\sqrt{1-\varphi}} \quad (13)$$

und hieraus

$$r_{1v} = \sqrt{r_s^2 - \frac{f}{\pi}} = \sqrt{r_s^2 - \frac{a^2}{\sqrt{1-\varphi}}} \quad (14)$$

Läßt man die Werte von Q und ω konstant, und gilt nur r_s als Variable, so kann — anhand der Ausdrücke (13) und (14) — die Gleichung der Wegkurve auch für die reelle Längsströmung angewendet werden, d. h. es wird

$$l_s = \frac{1}{C \cdot \omega} \cdot \left(\sqrt{K_1} - \sqrt{r_s^2 - K_1} \cdot \arccos \frac{\sqrt{r_s^2 - K_1}}{r_s} \right) \quad [\text{m}] \quad (15)$$

wobei

$$\frac{a^2}{\sqrt{1-\varphi}} = K_1 \quad (15a)$$

während r_s den Halbmesser der Ausflußblende bedeutet. Die Formel (15) enthält daher nur bekannte Betriebsdaten oder Abmessungen, während φ experimentell leicht ermittelt werden kann.

In Gleichung (13) ist diesmal unter r_{1v} sinngemäß der *reelle* (gemessene) innere Halbmesser der wandernden Schicht (oder der äußere Halbmesser des Luftkernes) zu verstehen. Auch Gleichung (15) bestätigt die Tatsache, daß die Strecke l_s und damit auch b bei steigenden r_s -Werten immer kleiner wird, solange φ als Konstante betrachtet werden kann. Daraus folgt, daß die für die ideale Axialströmung gezogene Schlußfolgerung auch für die reale Strömung richtig ist, daß nämlich ein Korn um so sicherer ausgeschieden wird, je größer der »Luftkern« ist, mit dem die Zentrifuge betrieben wird.

Die Gleichung (13) drückt gleichzeitig auch den Zusammenhang zwischen der hydrodynamischen Kennziffer a bei ideal gedachter Längsströmung und derjenigen bei realer Strömung aus. Man kann also auf Grund der Gleichung (13) folgenden Zusammenhang aufschreiben

$$a_{\text{real}} = \frac{\sqrt{r_s^2 - r_{1v}^2}}{\sqrt{1 - \varphi}} = \frac{a_{\text{ideal}}}{\sqrt{1 - \varphi}} \quad (13a)$$

Die Beurteilung der qualitativen Abscheidewirkung der Zentrifuge mittels des Kriteriums (12) findet trotz der Empfehlungen bekannter Autoren in Fachkreisen noch immer zu wenig Anhang.

In der Fachliteratur begegnet man für den sogenannten *Separationsfaktor* (nach H. TRAWINSKI) z. B. den Ausdruck:

$$K_s = \frac{v_s \cdot \tau}{\delta} \quad (12b)$$

in welchem

v_s die Sedimentationsgeschwindigkeit,

τ die Verweilzeit und

δ den zu hinterlegenden Sedimentationsweg bedeuten.

Für das Grenzkorn nimmt K_s den Wert 1,0 an. Unserer Meinung nach kann der Wert von K_s zum Vergleich zweier Absetzapparate verschiedener Bauart (etwa Zentrifuge und Hydrozyklon) mit Erfolg herangezogen werden — bei dem man auf eine größere Genauigkeit ohnehin verzichten muß —, doch ist K_s als Ausgangsbasis für die genaueren Gesetzmäßigkeiten der Röhrenzentrifuge auch schon deshalb ungeeignet, weil in der Gleichung (12b) der Einfluß der Axialströmung in keiner Weise zum Ausdruck kommt. — Diese Behauptung wird am Ende dieser Abhandlung voll bestätigt.

Wir hoffen durch obiges Studium zur Popularisierung dieser logischen Betrachtungsweise ebenfalls mit beigetragen zu haben.

Bestimmung der Grenzkorngröße d_g

Ein Ausdruck für die Bestimmung des *Grenzkornes* ließe sich für ideale Flüssigkeiten unschwer aus der Gleichung (11) herleiten. Dasselbe gilt — im Falle realer Flüssigkeiten — für Gleichung (15). In beiden Fällen kann nämlich d_g aus der Konstante C [siehe Gleichung (11b)] ausgedrückt werden (da $d_s = d_g$ sein muß).

Die weitere Diskussion der beiden oben erwähnten Grenzkorngleichungen unterlassen wir vorläufig — trotz ihrer Vorteile — aus zwei praktischen Gründen. Sie sind, infolge ihrer zyklometrischen Form, nicht ohne weiteres übersichtlich, und wir müßten außerdem auf die Möglichkeit verzichten, ihre Richtigkeit durch Vergleich mit anderen, schon bekannten Grenzkorngleichungen zu überprüfen.

Im folgenden wollen wir auf Grund derselben Annahmen, die zur Ableitung der Gleichung (11) führten, zwei Grenzkorngleichungen ableiten (die erste für den Fall *idealer* Längsströmung, die zweite für *reale turbulente* Strömung) und die beiden zuerst miteinander, und sodann abschließend mit einer schon bekannten Grenzkorngleichung vergleichen.

Grenzkorngleichung bei idealer Längsströmung

Den Ausgangspunkt unserer Ableitungen soll die Identität

$$t_s = \tau_a \quad (16)$$

bilden, die bedeutet, daß — bei einer bestimmten Betriebsweise der Zentrifuge — als Grenzkorn jene Korngröße angenommen wird, für die die zum Durchqueren der Schichtdicke

$$(r_s - r_1) = \Delta r$$

notwendige Sedimentationszeit t_s , jener Zeit τ_a gleich ist, die zum Durchlaufen der aktiven Trommellänge L gerade ausreicht.

Für die Sedimentationsgeschwindigkeit v_s gilt definitionsgemäß bzw. laut Gleichung (8)

$$v_s = \frac{dr}{dt} = C \cdot \omega^2 \cdot r, \quad (17)$$

woraus

$$dt = \frac{1}{C \cdot \omega^2} \cdot \frac{dr}{r} \quad (18)$$

folgt. Die zum Durchqueren der Strecke Δr nötige Sedimentationszeit [12] erhalten wir durch Integration der Gleichung (18) zwischen den Grenzen r_1 und r_s der strömenden Schicht:

$$t_s = \frac{1}{C \cdot \omega^2} \cdot \int_{r_1}^{r_s} \frac{dr}{r} = \frac{1}{C \cdot \omega^2} \cdot \ln \frac{r_s}{r_1}. \quad (19)$$

Ferner machen wir hier ebenfalls die Annahme, daß die *axiale* Geschwindigkeit des Kornes der Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit stets gleich sein muß. Da die mittlere äquivalente Geschwindigkeit (v_e) der Flüssigkeit durch Gleichung (2) ausgedrückt wird, läßt sich die zum Durchlaufen der

Strecke L notwendige Zeit durch

$$\tau_a = \frac{L}{v_e} = \frac{L}{\frac{2}{3} \cdot \omega \cdot a} \quad (20)$$

ausdrücken. Durch Einsetzen der Beziehungen (19) und (20) in die Identität (16) erhält man die Gleichung

$$\frac{L}{\frac{2}{3} \cdot \omega \cdot a} = \frac{1}{C \cdot \omega^2} \cdot \ln \frac{r_s}{r_1} \quad (21)$$

und aus dieser

$$C = \frac{d_g^2 \cdot (\varrho_s - \varrho_f)}{18 \eta} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{L \cdot \omega} \cdot \ln \frac{r_s}{r_1} \quad (22)$$

Auf Grund einer vielfach bekannten Analogie* können wir, solange $(r_s - r_1)$ relativ klein ist, den Ausdruck

$$\frac{r_s - r_1}{\ln \frac{r_s}{r_1}} \approx \frac{r_s + r_1}{2} \quad (23)$$

aufschreiben, aus dem sich der Logarithmus zu

$$\ln \frac{r_s}{r_1} \approx 2 \cdot \frac{r_s - r_1}{r_s + r_1} \quad (24)$$

schreiben läßt.

Mit diesem Ausdruck schreibt sich Gleichung (22) zu

$$C \approx \frac{4}{3} \cdot \frac{a}{L \cdot \omega} \cdot \frac{r_s - r_1}{r_s + r_1} \quad (25)$$

* Bei der Berechnung der mittleren Temperaturdifferenz von Wärmeaustauschern z. B. kann der sogenannte logarithmische Mittelwert

$$\Delta \vartheta_m = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\ln \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}}$$

durch den arithmetischen Mittelwert

$$\Delta \vartheta_m = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}$$

mit genügender Genauigkeit ersetzt werden, wenn die Werte von ϑ_1 und ϑ_2 voneinander nicht zu stark abweichen.

Da wir bei dieser Ableitung die Längsströmung als ideal betrachtet haben, gilt [siehe im Quellennachweis unter Nr. 2, Formel (20)]

$$a^2 = (r_s^2 - r_1^2) \quad (26)$$

und daraus

$$(r_s - r_1) = \frac{a^2}{(r_s + r_1)}. \quad (27)$$

Mit letzterem Ausdruck wird aus Gleichung (25)

$$C \cong \frac{4}{3} \cdot \frac{a^3}{L \cdot \omega} \cdot \frac{1}{(r_s + r_1)^2}. \quad (28)$$

Wegen der dünnen Schicht ist

$$r_s \cong r_1 \quad (29)$$

und damit gestaltet sich Gleichung (28) zu:

$$C = \frac{d_g^2 \cdot (\varrho_s - \varrho_f)}{18 \eta} \cong \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{L \cdot \omega} \cdot \frac{1}{r_s^2}. \quad (30)$$

Aus obiger Gleichung wurde der schwer zu ermittelnde Wert von r_1 eliminiert. Wenn man noch den Wert des hydrodynamischen Kriteriums

$$a = \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{Q}{\omega} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ [m]}$$

einsetzt und die Gleichung (30) umordnet, hat man:

$$\begin{aligned} d_g^2 &= \frac{6 \cdot \eta}{\varrho_s - \varrho_f} \cdot \left(\frac{3}{2\pi} \right) \cdot \left(\frac{Q}{\omega} \right) \cdot \frac{1}{L \cdot \omega \cdot r_s^2} = \\ &= \frac{9 \cdot \eta}{(\varrho_s - \varrho_f) \cdot \pi} \cdot \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{1}{r_s^2} \cdot Q \end{aligned} \quad (31)$$

und daraus die Gleichung des Grenzkornes (für ideale Längsströmung)

$$d_g \cong \text{konst} \cdot \frac{1}{L^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{r_s} \cdot Q^{\frac{1}{3}} \text{ [m]} \quad (32)$$

in der

$$\text{konst} = 3 \sqrt[3]{\frac{\eta}{(\varrho_s - \varrho_f) \cdot \pi}} \left[\text{m} \cdot \text{sec}^{-\frac{1}{3}} \right] \quad (32a)$$

bedeutet.

Die Gleichung (32) gilt mit großer Genauigkeit nur für dünne Schichten. Um ihren Gültigkeitsbereich festlegen zu können, müssen vorerst zwei Fragen beantwortet werden:

a) In welchem Maße wird die Genauigkeit der Gleichung (32) durch die unter (24) und (29) eingeführten Vereinfachungen beeinträchtigt, sowie

b) ob und innerhalb welcher Grenzen die Gleichung (32) mit der dynamisch einwandfrei abgeleiteten, exakten Beziehung (11) gleichwertig ist?

Zur Beantwortung der ersten Frage drücken wir den Wert von L zuerst aus Gleichung (30) zu

$$L \cong \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{C \cdot \omega} \cdot \frac{1}{r_s^2} \quad [\text{m}], \quad (30a)$$

sodann aus der noch nicht modifizierten Gleichung (22) zu

$$L = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{C \cdot \omega} \cdot \ln \frac{r_s}{r_1} \quad [\text{m}] \quad (22a)$$

aus und vergleichen — bei wachsenden r_s -Werten — die beiden Gleichungen zuerst miteinander, dann mit den exakten L -Werten aus Gleichung (11). Aus Tabelle I ist ersichtlich, daß der Unterschied zwischen den L -Werten der Gleichungen (30a), (22a) und (11) mit zunehmenden Radien r_s abnimmt und bei $r_s > 2a$ praktisch schon vernachlässigt werden kann. Dasselbe würde auch für die Grenzkorngröße d_g aus den drei Gleichungen (32), (22) und (11) gelten.

Tabelle I

Kontrolle der Genauigkeit der Grenzkornleichung (32)			
wenn: $r_s =$	L berechnet nach Gleichung:		
	(30a) [vereinfacht und identisch mit Gleichung (32)]	(22a) [nicht vereinfacht]	(11) [exakte Wegkurve]
a	$0,333 \frac{a}{C \cdot \omega}$	∞	$1 \frac{a}{C \cdot \omega}$
$1,1 \cdot a$	$0,2757 \frac{a}{C \cdot \omega}$	$0,583 \frac{a}{C \cdot \omega}$	$0,476 \frac{a}{C \cdot \omega}$
$1,5 \cdot a$	$0,147 \frac{a}{C \cdot \omega}$	$0,1952 \frac{a}{C \cdot \omega}$	$0,1827 \frac{a}{C \cdot \omega}$
$2 \cdot a$	$0,0834 \frac{a}{C \cdot \omega}$	$0,096 \frac{a}{C \cdot \omega}$	$0,0936 \frac{a}{C \cdot \omega}$
$3 \cdot a$	$0,0370 \frac{a}{C \cdot \omega}$	$0,0392 \frac{a}{C \cdot \omega}$	$0,0380 \frac{a}{C \cdot \omega}$
$4 \cdot a$	$0,0208 \frac{a}{C \cdot \omega}$	$0,0213 \frac{a}{C \cdot \omega}$	$0,0203 \frac{a}{C \cdot \omega}$

Die Konvergenz der L -Werte in Tabelle I bildet gleichzeitig auch den Beweis dafür, daß die in Gleichung (20) für die Aufenthaltszeit τ_a getroffene Hypothese — mit anderen Worten die Substitution der unbekanntenen axialen Korngeschwindigkeit durch die mittlere Strömungsgeschwindigkeit

$$v_e = \frac{2}{3} \cdot \omega \cdot a \quad (2)$$

der Flüssigkeit — um so genauere Ergebnisse zeitigen wird, je größer der Wert von r_s bzw. je dünner die strömende Flüssigkeitsschicht ist.

Im nächsten Absatz wollen wir zeigen, daß diese Beweisführung auch dann stichhaltig ist, wenn das in der

$$\Delta r = (r_s - r_1)$$

dicken Schicht unter starker Turbulenz strömende Medium als *reelle* Flüssigkeit betrachtet wird. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit v_v dieser relativ dünnen Flüssigkeitsschicht wird auf Grund unserer schon erwähnten experimentellen Arbeiten festgelegt und als wichtiger Faktor des im Innern der Trommel sich abspielenden Kräftespiels in Betracht gezogen.

Gleichung des Grenzkornes d_g bei realer Längsströmung

Die Ableitung dieser Grenzkornleichung erfolgt in *analoger Weise* mit der im vorhergehenden Kapitel angewandten Methodik mit dem Unterschied, daß hier die Wirkung der inneren Flüssigkeitsreibung durch Gleichung (3) zum Ausdruck kommt. Wie erwähnt, kann die *reelle* mittlere axiale Strömungsgeschwindigkeit der turbulenten realen Flüssigkeit durch folgende Formel ausgedrückt werden:

$$v_v = \sqrt{1 - \varphi} \cdot \frac{2}{3} \cdot \omega \cdot a \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right] \quad (3)$$

Angenommen, daß die axiale Geschwindigkeit des Kornes auch hier mit derjenigen der Flüssigkeit gleichgesetzt werden kann, sind wir in der Lage, die *tatsächliche* Aufenthaltszeit des Grenzkornes [analog mit Gleichung (20)] in der einfachen Form

$$\tau_a = \frac{L}{\sqrt{1 - \varphi} \cdot \frac{2}{3} \cdot \omega \cdot a} \quad [\text{sec}] \quad (33)$$

anzugeben. Die Absetzzeit des Grenzkornes bleibt unverändert:

$$t_s = \frac{1}{C \cdot \omega^2} \cdot \ln \frac{r_s}{r_{1v}} \text{ [sec]} \quad (19a)$$

wobei diesmal r_{1v} den *reellen* (gemessenen) inneren Radius bedeutet, der naturgemäß kleiner sein muß als der innere Radius der idealen Strömung.

Die Identität (16) ist auch hier voll gültig und liefert — mit den Werten aus Gleichung (33) und (19a) — [analog mit Gleichung (22)] die Gleichung

$$C = \frac{d_g^2 \cdot (\rho_s - \rho_f)}{18 \eta} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{1 - \varphi}}{L \cdot \omega} \cdot \ln \frac{r_s}{r_{1v}} \quad (34)$$

Durch Anwendung der unter (24) angeführten Vereinfachung wird aus (34)

$$C \cong \frac{4}{3} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{1 - \varphi}}{L \cdot \omega} \cdot \frac{r_s - r_{1v}}{r_s + r_{1v}} \quad (35)$$

Indem wir Zähler und Nenner von (35) mit dem Ausdruck $(r_s + r_{1v})$ multiplizieren und danach die Vereinfachung (29) einführen, erhalten wir

$$C \cong \frac{1}{3} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{1 - \varphi}}{L \cdot \omega} \cdot \frac{(r_s^2 - r_{1v}^2)}{r_s^2} \quad (36)$$

Wir wollen bemerken, daß r_s auch hier den Außenradius des wandernden Flüssigkeitshohlzylinders (oder den Radius des Ausfluß-Stauringes) bedeutet, r_{1v} hingegen dessen Innenradius (Radius des Luftkernes), wenn die Flüssigkeit als solche als reell betrachtet wird.

Um eine — der Form nach der Gleichung (32) ähnliche — Grenzkorngleichung zu erhalten, muß aus (36) der Ausdruck

$$(r_s^2 - r_{1v}^2) = \frac{f}{\pi}$$

eliminiert werden. Den hierzu geeigneten Ausdruck

$$(r_s^2 - r_{1v}^2) = \frac{a^2}{\sqrt{1 - \varphi}} = \frac{f_v}{\pi} \quad (13)$$

haben wir schon früher abgeleitet, wobei wir wissen, daß die Beziehung

$$a = \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{Q}{\omega} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ [m]}$$

die *theoretische* hydrodynamische Kennziffer der Zentrifuge bedeutet.

Setzt man Ausdruck (13) für $(r_s^2 - r_{1v}^2)$ in die Gleichung (36) ein, dann erhält man die Gleichung

$$C \cong \frac{d_g^2 \cdot (\varrho_s - \varrho_f)}{18 \eta} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \omega^2 \cdot r_s^2} \quad (37)$$

Durch Umgruppierung und Lösung nach d_g erhalten wir die gesuchte Gleichung des Grenzkornes

$$d_g \cong \text{konst} \cdot \frac{1}{L^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{r_s} \cdot Q^{\frac{1}{2}} \quad [\text{m}], \quad (38)$$

in der

$$\text{konst} = 3 \sqrt{\frac{\eta}{\pi \cdot (\varrho_s - \varrho_f)}} \quad [\text{m} \cdot \text{sec}^{-\frac{1}{2}}] \quad (32a)$$

einen Faktor bedeutet, der alle Materialkonstanten der Flüssigkeit und diejenigen des Kornmaterials zusammenfaßt.

Folgerungen

Wie wir sahen, wurde die Grenzkorngleichung (38) unter der Voraussetzung abgeleitet, daß sowohl die Absetzbewegung [nach (17)] als auch die axiale Bewegung des Kornes [nach (3)] unter realen Strömungsbedingungen erfolgt. Trotzdem sind die aus Gleichung (38) errechneten Grenzkorngrößen d_g mit denjenigen, die anhand der »idealen« Gleichung (32) errechnet werden können, sogar zahlenmäßig gleich, als ob gar keine innere Reibung vorhanden wäre.

Die Identität der Gleichungen (38) und (32) ist als ein merkwürdiger Zufall zu bezeichnen, der sich aus der Ableitung der Gleichung (38) selbst erklärt. Aus dem Vergleich der Gleichungen (2) und (3) folgt, daß die reelle mittlere axiale Strömungsgeschwindigkeit v_v infolge der Reibung stets kleiner sein muß als die ideale Geschwindigkeit v_e . Um dasselbe Maß wächst aber laut Gleichung (13) auch der Querschnitt f_v der strömenden Flüssigkeitsschicht, so daß sich die Sedimentationsstrecke

$$\Delta r = (r_s - r_1)$$

eben um so viel verlängert, daß die zu ihrer Durchquerung nötige Zeit t_s wieder zahlenmäßig gleich τ_a bleibt. Hiermit bleibt die Identität (16) auch weiterhin gültig. Einige Zahlenwerte zum Vergleich der errechneten idealen Schichtdicke Δr_e mit der gemessenen realen Schichtstärke Δr_v — bei identischen Betriebsbedingungen — können aus Tabelle II entnommen werden.

Tabelle II

Vergleich der Schichtstärken des wandernden Flüssigkeitskerns
bei idealer bzw. bei realer Flüssigkeitsströmung.
(Wasser von ca. 17° C)

$Q \cdot 10^4$ [$\frac{m^3}{sec}$]	v_e [$\frac{m}{sec}$]	Δr_e [mm]	v_r [$\frac{m}{sec}$]	Δr_r [mm]
$n = 3000$ [U/min]				
0,55	0,41	1,06	0,91	0,46
0,83	0,47	1,39	1,05	0,61
1,66	0,59	2,25	1,32	0,98
....
$n = 6000$ [U/min]				
0,55	0,65	0,65	1,45	0,29
0,83	0,74	0,86	1,66	0,38
1,66	0,93	1,40	2,10	0,61

Dies trifft selbstredend nur für relativ dünne Flüssigkeitsschichten zu, also bei genügend großen r_s -Werten, für die auch das Gesetz der konstanten Axialgeschwindigkeiten gilt.

[Siehe z. B. die Gleichungen (2) und (3a), aus denen hervorgeht, daß die mittlere axiale Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit — sowohl bei idealer Strömung (v_e) als auch bei der realen Flüssigkeit (v_r) — nur von Q und ω , nicht aber vom Stauringhalbmesser r_s abhängt.]

Ein etwas abweichendes Verhalten der realen Flüssigkeitsschicht wurde bei sehr kleinen Schichtdicken Δr_v festgestellt, also bei sehr kleinen Q -Werten. Hier konnte eine Beeinflussung der Werte von v_v durch die Größe von r_s (bzw. von Δr_v) beobachtet werden, deren Ursache wir der endlichen Größe der Flüssigkeitsbauelemente zuschreiben müssen. Da die eingehendere Behandlung dieser Erscheinung uns zum tieferen Eindringen in das Gebiet der eigentlichen Strukturmechanik zwingen würde, wollen wir jetzt davon absehen und bei anderer Gelegenheit darauf zurückkommen.

Die bisher aus der Fachliteratur bekannten Grenzkorngleichungen für Zentrifugalabscheider (Zentrifuge, Hydrozyklon) wurden unter Zuhilfenahme der Ähnlichkeitsgesetze der Hydrodynamik aufgestellt, weshalb sie mitunter mit mannigfaltigen Ungewißheiten behaftet sein müssen.

Da wir unsere Grenzkorngleichung (38) unter strenger Beachtung der auf das Korn einwirkenden Kräfte abgeleitet haben, hielten wir es für angebracht, sie mit einer schon bekannten Gleichung gleichen Charakters zu ver-

gleiches. So ist z. B. nach H. TRAWINSKI [13, 14] der Durchmesser d_g des Grenzkornes

$$d_g \sim \sqrt{\frac{\eta}{\rho_s - \rho_f} \cdot \frac{1}{\omega \cdot n_w}} \sim \sqrt{\frac{\eta}{\rho_s - \rho_f} \cdot \frac{1}{\omega^2 \cdot T}}, \quad (39)$$

wobei

n_w »die Anzahl der Umläufe bedeutet, die der Brei während der Aufenthaltsdauer T in der Trommel vollführt.« (Dabei ist: $n_w = \frac{\omega \cdot T}{2 \cdot \pi}$.)

Genanntem Autor zufolge ist die Aufenthaltszeit nach der Formel

$$T = \frac{\text{Füllvolumen}}{\text{Durchsatz}} = \frac{2 \cdot r_0 \cdot \pi \cdot \delta \cdot L}{Q} \quad [\text{sec}] \quad (40)$$

zu berechnen, wobei

r_0 den Trommelhalbmesser

L die Trommellänge und

$\delta = (r_0 - r_1)$ die gesamte Dicke der Flüssigkeitsschicht (also ruhende + bewegte Schicht)

bedeutet.

Das Einsetzen der Gleichung (40) in Gleichung (39) würde folgende Grenzkornleichung liefern:

$$d_g \sim \text{konst} \cdot \frac{1}{L^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{r_0^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\delta^{\frac{1}{2}}} \cdot Q^{\frac{1}{2}} \quad [\text{m}]. \quad (41)$$

Die Gleichung ist dimensionell richtig aufgebaut, sie enthält aber die Abmessungen r_0 und δ , denen — infolge der sich in Röhrenzentrifugen abspielenden Schichtströmung — bei der Bestimmung von d_g keinerlei physikalische Bedeutung beigemessen werden darf. Sowohl r_0 als auch δ stammen von der — mittels Gleichung (40) festgelegten — Hypothese her, die im Falle der Röhrenzentrifuge unhaltbar ist.

Die Tatsache des Auftretens der Schichtströmung in Röhrenzentrifugen glauben wir in unserem eingangs erwähnten Bericht mit genügender Umsicht bewiesen zu haben. Die dort beschriebenen Erscheinungen treten bei steigender Drehzahl immer stärker zum Vorschein.

Unsere Hinweise auf die Mängel der Gleichung (39) ändern nichts an ihrer allgemeinen Bedeutung, da sie hervorragend dazu geeignet bleibt, z. B. das sehr aktuelle Problem des Vergleichs der qualitativen und quantitativen Leistung von Zentrifuge und Hydrozyklon zu erleichtern. Auch für den Spezialfall der Röhrenzentrifuge ließe sich Gleichung (39) auf eine praktisch brauchbare Form bringen, wenn man das — bei den meisten bekannten Konstruk-

tionen ohnehin bestehende — ziemlich konstante Verhältnis zwischen den Werten von r_0 und r_s einführen würde. Eben die Tatsache der Identität der Gleichungen (32) und (38) kann als Beweis dafür gelten, daß im Falle der *turbulenten Strömung* auch für die Röhrenzentrifuge Beziehungen gelten können, die auf Grund der Ähnlichkeitstheorie abgeleitet wurden.

Schlußbetrachtungen

Das Endziel unserer — im Jahre 1955 begonnenen — Arbeiten war die Aufklärung der Strömungsverhältnisse in der Röhrenzentrifuge. Als Anlaß dazu dienten die mannigfaltigen Anomalien, die bei der Verwendung bzw. im Betrieb dieses sehr wirkungsvollen Gerätes so häufig vorkommen.

Der Abschluß des ersten Teils der Arbeit — die Aufstellung der Strömungsgesetze für turbulente Flüssigkeit — versetzte uns in die Lage, von den betrachteten Erscheinungen und experimentell bewiesenen halbempirischen Gesetzen ausgehend, zur Aufstellung einer Grenzkorngleichung zu schreiten und dabei eine zwar komplexe, aber auf reelle Kraft- und Strömungsverhältnisse aufgebaute Methodik anzuwenden.

Bei der Gestaltung unserer Arbeitsweise und der Versuchsmethodik war für uns das Studium der Arbeiten der nach der Jahrhundertwende wirkenden großen Strömungstechniker wie PRANDTL, SCHUKOWSKI, KÁRMÁN u. a. sehr förderlich. Sehr wertvolle Anregungen lieferten auch die Arbeiten der früheren (J. C. MAXWELL) und der modernen Strukturmechanik (H. UMSTÄTTER u. a.) besonders dort, wo die Gesetze der klassischen Hydrodynamik (EULER, STOKES—NAVIER usw.) zur Hypothesenstellung bzw. zur Auswertung neuer Phänomene nicht mehr auszureichen schienen.

Unsere Arbeiten werden fortgesetzt und wir hoffen, in einer nächsten Publikation Einzelheiten über die praktische Anwendbarkeit unserer Grenzkorngleichung und Daten mitteilen zu können, die das positive Ergebnis unserer bisherigen Vorversuche in noch stärkerem Maße bekräftigen und verallgemeinern bzw. die ihren Gültigkeitsbereich festzulegen geeignet sein werden.

Zusammenfassung

Es wird über die Methodik von Versuchen berichtet, welche zwecks näherer Aufklärung der Strömungsverhältnisse der turbulenten Flüssigkeit in der Röhrenzentrifuge angestellt wurden. Die Auswertung der Versuchsergebnisse führte zur Aufstellung einiger Gesetzmäßigkeiten, sowohl für den Fall der »ideal« gedachten, als auch im Falle der realen Längsströmung. Im Besitze dieser Erkenntnisse wird die Einführung einer »linearen« Kennziffer b der Sedimentationssicherheit empfohlen und anschließend die Gleichung des Grenzkornes abgeleitet. Im letzten Teil des Berichtes wird die so erhaltene Formel mit der von H. TRAWINSKI stammenden Grenzkorngleichung verglichen und die Anwendungsgebiete beider Gleichungen diskutiert.

Schrifttum

1. TRAWINSKI, H.: Chemie Ingenieur Technik **30**, 85—95 (1958).
2. BASS, E.: »Strömungen im Fliehkraftfeld«. I. Periodica Polytechnica M **3**, 4 (1959).
3. SOMMERFELD, A.: Mechanik der deformierbaren Medien. 113, Leipzig, 1957.
4. BASS, E.: Magyar Kémikusok Lapja **14**, 242—246 (1959). (Bild 8).
5. BASS, E.: Magyar Kémikusok Lapja **14**, 171—175 (1959). (Bild 5).
6. S. unter [3], 108 [Formel (9)].
7. S. unter [5], 174 [Formel (26)].
8. S. unter [2], [4] und [5].
9. S. unter [1].
10. EUCKEN, A.—JAKOB, M.: Der Chemie-Ingenieur. I/2. 330—336. Leipzig, 1933.
11. S. unter [10], 122 und BERL, E.: Chemie Ingenieur Technik. III, 216. Berlin, 1935.
12. SOKOLOW, W. I.: Zentrifugi, Moskau, 1950.
13. TRAWINSKI, H.: Chemie Ingenieur Technik **26**, Nr. 4, 189—201 (1954).
14. TRAWINSKI, H.: Chemie Ingenieur Technik **25**, Nr. 6, 331—341 (1953).

Prof. E. BASS, Budapest XI. Sztoczek u. 2. Ungarn.