

# BESTIMMUNG DER SPANNUNGEN IN DEN DURCH KONZENTRIERTE EINZELKRÄFTE BELASTETEN UND DURCH STRINGER AUSGESTEIFTEN SCHALENKONSTRUKTIONEN

Von

L. VARGA

Lehrstuhl für Flugmechanik der Technischen Universität, Budapest

(Eingegangen am 9. Januar, 1960)

Sowohl im Flugzeugbau als neuerdings auch bei der Konstruktion von Fahrzeugkarosserien finden die durch Stringer ausgesteiften Schalenkonstruktionen zunehmende Verwendung. Bei der Ausbildung solcher Tragwerke wird — unter Berücksichtigung der Prinzipien der zeitgemäßen Festigkeitsbemessung — die Verkleidung, die die äußere Gestalt sichert, in das Belastungsvermögen mit einbezogen. Demzufolge vermindern sich die auf Grund der Festigkeitsbeanspruchungen berechneten Querschnitte, wodurch auch das Konstruktionsgewicht und der Materialaufwand kleiner wird.

Bei der Festigkeitsbemessung der hier angeführten Tragwerke bedeutet die Bestimmung der Spannungen, die in den durch konzentrierte Einzelkräfte belasteten Zonen auftreten, die meisten Schwierigkeiten. Im Bereich der »Krafteinleitung« werden deshalb Formänderungen angenommen, deren zugehörige Spannungen verhältnismäßig einfach ermittelt werden können.

Die modernste der in der Fachliteratur auffindbaren Auffassungen besagt, daß auf die Blechfelder der durch Stringer ausgesteiften Schalenkonstruktionen nur Schubkräfte einwirken, d. h. die in den Blechplatten auftretenden Normalkräfte könnten neben den in den Stringern auftretenden Normalkräften vernachlässigt werden. Eine weitere Vereinfachung bei der Spannungsbestimmung bedeutet die Annahme, daß sich die zwischen zwei Stringern im Blechfeld herrschenden Schubspannungen in senkrechter Richtung zu den Stringern nicht ändern, d. h. daß der Trägerbreite entlang mit konstanter Schubspannung gerechnet werden kann.

Werden diese Voraussetzungen auf eine gemäß Abb. 1 ausgebildete und belastete unendlich lange Schalenkonstruktion bezogen, in der auch ein ebener Spannungszustand vorausgesetzt wird, dann können die im Blechfeld angreifenden Schubspannungen aus folgender Differentialgleichung errechnet werden (siehe [1] Seite 105):

$$\frac{d^2 \tau}{dx^2} - a^2 \tau = 0,$$

wobei

$$\alpha = \sqrt{\frac{3Gv}{2EhF_{\partial v}}},$$

während

$x$  = die Koordinate in Richtung des Stringers

$F_{\partial v}$  = die Querschnittsfläche des Stringers

$2h$  = den Abstand zwischen zwei belasteten Stringern

$v$  = die Plattendicke

$E$  = das Elastizitätsmodul des Stoffes

$G$  = das Schubmodul (od. Gleitmaß) des Stoffes bedeuten.

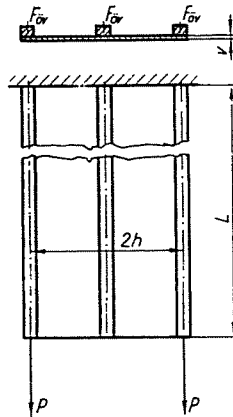


Abb. 1

Sind die Schubspannungen bekannt, so können die in den Stringern angreifenden Normalkräfte aus den Gleichgewichtsbedingungen unschwer ermittelt werden.

Aus dem bisher Gesagten geht klar hervor, daß sich die Spannung durch die Einführung von Vereinfachungshypothesen nunmehr aus leicht handhabbaren mathematischen Beziehungen bestimmen läßt, bloß besteht noch die Frage, für welche konstruktiven Ausbildungen diese Vereinfachungen annehmbar genaue Ergebnisse liefern.

Meiner Feststellung nach, auf deren Bestätigung ich später noch zurückkomme, hängt die Genauigkeit der Ergebnisse im Falle der in der Praxis gebauten, durch Stringer ausgesteiften Schalenkonstruktionen, bei denen die Stringer verhältnismäßig dicht nebeneinander liegen, in erster Reihe von der Verhältniszahl

$$\xi = \frac{hv}{F_{\partial v}}$$

ab. Ist  $\xi$  viel kleiner als 1, so können die erwähnten Vereinfachungshypothesen hinsichtlich der Genauigkeit akzeptiert werden. Nähert sich aber der Wert von  $\xi$  der Einheit oder übertrifft er diese sogar, so können die erhaltenen Ergebnisse bei weitem nicht als genau angesehen werden, da sich bei einer derartigen konstruktiven Ausbildung die im Blechfeld angreifenden Normalkräfte ihrer Größe nach von den in den Stringern angreifenden Normalkräften kaum unterscheiden. Die Berechnungsgenauigkeit erfordert daher in diesem Fall auch die Berücksichtigung der im Plattenfeld angreifenden Normalkräfte.

Setzt man einen ebenen Spannungszustand voraus, so ergibt sich die Spannungsverteilung des Plattenfeldes aus den bekannten Beziehungen der Elastizitätslehre, und die Spannungen können aus der mathematisch und rechnerisch leicht handhabbaren sogenannten AIRYSchen Spannungsfunktion bestimmt werden.

Die Anwendung der Spannungsfunktion im Falle von Trägern, deren Querschnittsfläche sich in der Stützweite nicht sprunghaft ändert, und deren Traghöhe so groß ist, daß das Tragwerk noch als Biegeträger behandelt werden kann, ist in der Fachliteratur bekannt. Zu Vergleichszwecken kann das von mir untersuchte Tragwerk auch als ein an der Aussteifungsstelle eingespannter Träger betrachtet werden. Im Falle meiner Untersuchungen ändert sich also die Querschnittsfläche des Trägers sprunghaft in der Stützweite, und die Traghöhe ist unendlich groß. Die Anwendung der Spannungsfunktion auf ein solches Tragwerk scheint eine äußerst verwickelte Aufgabe zu sein und ist in der Fachliteratur — meines Wissens — bis jetzt noch nirgends behandelt worden.

Um diese Aufgabe einer verhältnismäßig einfachen Lösung zuführen zu können, schien es zweckmäßiger, von der Lösung der Spannungsfunktion abzusehen und die Formänderung des Tragwerkes in einer Weise einzuschränken, die es ermöglichte, das angestrebte Ziel, ausgehend von den bekannten Differentialgleichungen der Elastizitätslehre rasch zu erreichen, und hierbei eine Lösung zu erhalten, die selbst bei  $\xi$ -Werten von 1 oder darüber eine annehmbare Genauigkeit ergibt.

Wenn sich diese Untersuchungen auch auf unendlich breite, durch Stringer ausgesteifte Schalenkonstruktionen erstrecken, dann wird das gemäß Abb. 2 ausgebildete, unendlich lange, am einen Ende durch konzentrierte Kräfte belastete, am anderen Ende hingegen eingespannte Tragwerk senkrecht zu den Stringern offenbar keinerlei Formänderung erleiden, d. h. die Dehnung entlang der Breite wird gleich Null.

Meiner Voraussetzung nach kann bei Bestimmung des Spannungszustandes eines Tragwerks endlicher Breite, ja sogar des in Abb. 3 dargestellten Trägerelements die Dehnung entlang der Trägerbreite außer acht gelassen werden, d. h. die in dem durch zwei Stringer begrenzten Träger auftretenden

Spannungen können ebenso berechnet werden, wie die Spannungen eines aus einem unendlich breiten Tragwerk ausgeschnittenen Trägerelements.

Im Extremfall können daher die beiden Seiten des Trägers als unendlich steif betrachtet werden. Natürlich erleidet der Träger im Gegensatz zu meiner Voraussetzung eine etwas bemerkbare Formänderung auch in senkrechter Richtung zu den Stringern, dies kann aber — meiner An-

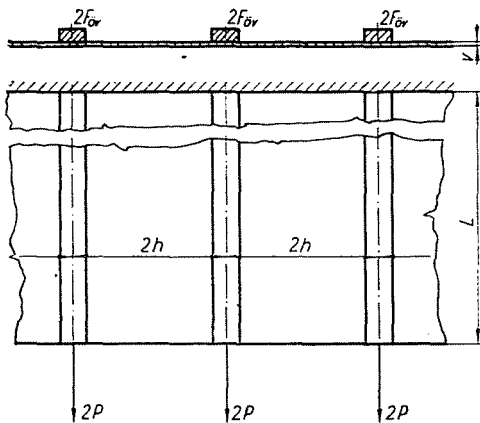


Abb. 2

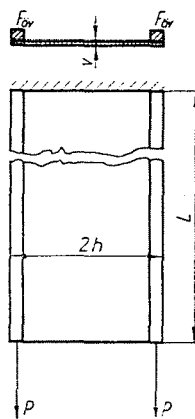


Abb. 3

sicht nach — im Hinblick auf die Wirkung der das Blechfeld begrenzenden, verhältnismäßig sehr steifen Stringer vernachlässigt werden.

Im allgemeinen Falle kann der Zusammenhang zwischen Formänderungen und Spannungen — wie bekannt — durch folgende Beziehungen ausgedrückt werden:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \sigma_y) \quad (1a)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu \sigma_x) \quad (1b)$$

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\tau}{G}, \quad (1c)$$

wobei

$u$  = die längsgerichtete Verrückungskomponente des Trägers,

$w$  = die quergerichtete Verrückungskomponente des Trägers,

$\mu$  = die POISSONSche Konstante

bedeutet.

Meine Untersuchungen gelten für das Trägerelement gemäß Abb. 3, wobei ich — wie schon erwähnt —, die quergerichtete Formänderung des Trägers vernachlässige, d. h. mit den Bezeichnungen der Abb. 3 kann die weitere Rechnung mit

$$w = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = 0,$$

vorgenommen werden. Wird die Vernachlässigung berücksichtigt, nehmen die unter (1) angeführten Beziehungen folgende Gestalt an:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \mu^2} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2a)$$

$$\sigma_y = \mu \sigma_x = \frac{\mu E}{1 - \mu^2} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2b)$$

$$\tau = G \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (2c)$$

Werden die obigen Werte von  $\sigma_x$  und  $\tau$  in die in die Richtung  $x$  gerichtete Gleichgewichtsdifferentialgleichung der Elastizitätslehre eingesetzt, laut der

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

und führe ich meine Berechnungen mit

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

weiter, so gelange ich zur folgenden partiellen Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1 - \mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad (4)$$

Zur Vereinfachung der Lösung von Gleichung (4) halte ich es für zweckmäßig, das das Trägerelement belastende Kräftesystem durch Superponieren zweier, miteinander im Gleichgewicht stehender Kräftesysteme herzustellen, um dadurch an den Enden des Trägers die in Abb. 4 dargestellten Spannungen zu erhalten. Die der Belastung  $a$  entsprechende Spannungsverteilung ist be-

kannt, also müssen nur noch die unter dem Einfluß des Kräftesystems  $b$  entstehenden Spannungen berechnet werden.

Das durch das Kräftesystem  $b$  belastete Trägerelement muß mit den aus Abb. 5 ersichtlichen Bezeichnungen folgende Randbedingungen erfüllen

$$\begin{array}{ll}
 x = 0; & \sigma_x = \varphi(y); \\
 x = \infty; & \sigma_x = \tau = 0; \\
 \\
 y = 0; & \tau = 0; \\
 \\
 y = h; & \tau = 0;
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{für sämtliche } y\text{-Werte,} \\
 \text{für sämtliche } x\text{-Werte,} \\
 \text{für sämtliche } x\text{-Werte.}
 \end{array}$$

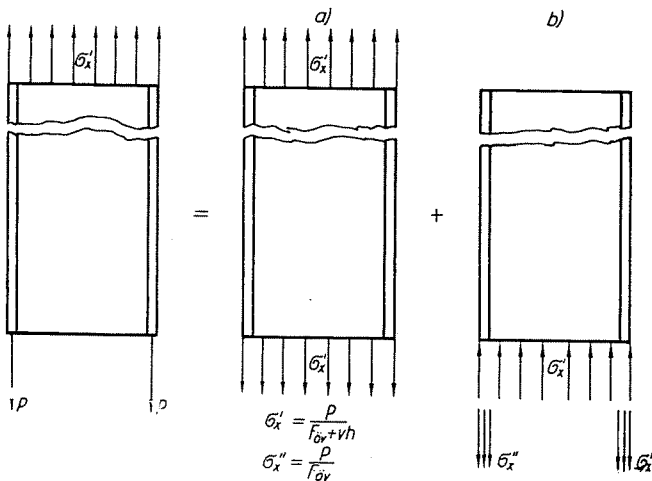


Abb. 4

Drücke ich die Randbedingungen in Abhängigkeit von der Dehnung in Richtung  $x$  aus, so nehmen diese folgende Formen an:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_x(0, y) = \psi(y) \quad (5)$$

$$u_x(\infty, y) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = u_y(x, 0) = 0 \quad (7)$$

$$u_y(x, h) = 0 \quad (8)$$

$$u_y(\infty, y) = 0 \quad (9)$$

$\varphi(y)$  bzw.  $\psi(y)$  bedeuten die Spannungsverteilung bzw. die spezifische Dehnungsänderung am belasteten Trägerende (d. h. an der Stelle  $x = 0$ ). Beide Funktionen können im Falle gegebener äußerer Belastung ermittelt werden.

Nun suchen wir die Lösung der Differentialgleichung (4) in Produktform, wobei

$$u(x, y) = X(x) Y(y) \quad (10)$$

wird.

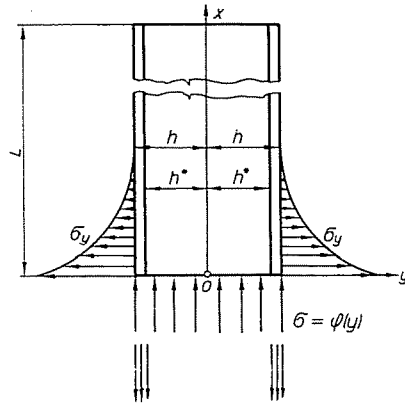


Abb. 5

Setzt man die Beziehung (10) in die Differentialgleichung (4) ein so erhält man nach Umordnung

$$-\frac{1}{z} \frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{Y''(y)}{Y(y)}, \quad (11)$$

wobei

$$z = \frac{1 - \mu}{2}.$$

Die rechte Seite der Gleichung (11) hängt nur von  $x$ , die linke Seite nur von  $y$  ab, was aber nur dann möglich ist, wenn beide Seiten der Gleichung konstant sind. Bezeichnen wir diese Konstante mit  $\lambda$  — wobei  $\lambda$  eine reelle Zahl ist —, so erhalten wir nach Ordnung der Beziehung (11) folgende gewöhnliche Differentialgleichungen:

$$X''(x) + \lambda z X(x) = 0 \quad (12)$$

$$Y''(y) - \lambda Y(y) = 0, \quad (13)$$

deren Lösungen stets vom Vorzeichen des  $\lambda$  abhängen. Durch einfache Substitution in die Lösungen läßt sich leicht nachweisen, daß sich die die gegebenen Randbedingungen erfüllende Lösung nur im Falle  $\lambda < 0$  ergibt.

Die Lösung der Differentialgleichung (13) im Falle  $\lambda < 0$  schreibt sich zu

$$Y(y) = Ae^{\sqrt{\lambda}y} + Be^{-\sqrt{\lambda}y}. \quad (14)$$

Entsprechend der Randbedingung (7) ist

$$Y'(0) = 0,$$

woraus folgt, daß

$$A = B.$$

Die Lösung hat daher die Form

$$\begin{aligned} Y(y) &= A(e^{\sqrt{\lambda}y} + e^{-\sqrt{\lambda}y}) = \\ &= A' \frac{e^{j\sqrt{-\lambda}y} + e^{-j\sqrt{-\lambda}y}}{2} = A' \cos \sqrt{-\lambda}y. \end{aligned} \quad (14a)$$

Gemäß der Randbedingung (8) ist

$$Y'(h) = 0,$$

d. h.

$$-A' \sqrt{-\lambda} \sin \sqrt{-\lambda}h = 0,$$

was in einer von der Trivialen abweichenden Weise nur dann erfüllt ist, wenn

$$\sin \sqrt{-\lambda}h = 0,$$

d. h.

$$\lambda_n = - \left( \frac{n\pi}{h} \right)^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (15)$$

Den Eigenwerten entsprechen die Eigenfunktionen

$$Y_n(y) = A'_n \cos \frac{n\pi}{h}y.$$



Wählen wir für  $A_n'$  den Wert 1, so wird

$$Y_n(y) = \cos \frac{n\pi}{h} y. \quad (16)$$

Denselben  $\lambda_n$ -Werten entsprechen die Lösungen

$$X_n(x) = C_n e^{\frac{n\pi}{h} \sqrt{zx}} + D_n e^{-\frac{n\pi}{h} \sqrt{zx}} \quad (17)$$

der Gleichung (12).

Die Beziehung (17) muß die Randbedingungen (6) und (9) erfüllen, denen zufolge

$$x \rightarrow \infty \quad X(\infty) \rightarrow X'(\infty) \rightarrow 0,$$

die nur dann erfüllt werden, wenn

$$C_n = 0,$$

hiermit aber wird

$$X_n(x) = D_n e^{-\frac{n\pi}{h} \sqrt{zx}}. \quad (18)$$

Die Partikularlösungen der Gleichung (4) können daher in der Form

$$u_n(x, y) = D_n \cos \frac{n\pi}{h} y e^{-\frac{n\pi}{h} \sqrt{zx}} \quad (19)$$

geschrieben werden.

Demnach muß nur noch die auch die Randbedingung (5) erfüllende Funktion  $u(x, y)$  in Form der aus den Eigenfunktionen  $u_n(x, y)$  gebildeten unendlichen Funktionsreihe ermittelt werden, und zwar ist dann

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos \frac{n\pi}{h} y e^{-\frac{n\pi}{h} \sqrt{zx}}. \quad (20)$$

Vorausgesetzt, daß die Funktionsreihe gliedweise differenziert werden kann, nimmt bei Berücksichtigung der Randbedingung (5) die Beziehung (20) die Form

$$u_x(0, y) = \sum_{n=1}^{\infty} -D_n \frac{n\pi}{h} \sqrt{z} \cos \frac{n\pi}{h} y = \psi(y). \quad (21)$$

an.

Wie ersichtlich, erfordert die Randbedingung (5) die Zerlegung der Funktion  $\psi(y)$  in die FOURIERSche Reihe. Die Ermittlung der Koeffizienten  $D_n$  erfolgt gemäß der Theorie der FOURIERSchen Reihen nach bekannter Methode, wie folgt:

Vor allem sind die Funktionen  $\varphi(y)$  bzw.  $\psi(y)$  zu bestimmen.

Die Funktionen  $\varphi(y)$  bzw.  $\psi(y)$  können aus den Abmessungen des Trägers und aus der Größe der belastenden Kraft gegebenenfalls in folgender Weise bestimmt werden:

Die am belasteten Ende des Trägers angreifenden Spannungen sind einerseits die bei der Zerlegung der Belastung (in Belastung  $a$  und Belastung  $b$ ) an das belastete Ende des Trägers gelagerte Spannung, die sich längs der Trägerbreite gleichmäßig verteilt und deren Größe

$$\sigma'_x = \frac{P}{F_{\sigma v} + hv} \quad 0 \leq y \leq h \quad (22)$$

beträgt, andererseits die unter dem Einfluß der konzentrierten Kraft  $P$  im Querschnitt des Stringers angreifende Spannung

$$\sigma''_x = -\frac{P}{F_{\sigma v}}, \quad h^* \leq y \leq h \quad (23)$$

(wobei unter  $2h^*$  die Breite des Blechfeldes zu verstehen ist).

Die durch die Spannungen hervorgerufenen spezifischen Dehnungen sind:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} = u'_x = \frac{1 - \mu^2}{E} \frac{P}{F_{\sigma v} + hv} \quad 0 \leq y \leq h \quad (24)$$

bzw.

$$\frac{\partial u''}{\partial x} = u''_x = \frac{1 - \mu^2}{E} \frac{P}{F_{\sigma v}} \quad h^* \leq y \leq h \quad (25)$$

Auf dieser Grundlage kann  $\psi(y)$  durch die Beziehung

$$\psi(y) = u'_x + u''_x = \frac{1 - \mu^2}{E} \left( \frac{P}{F_{\sigma v} + hv} - \frac{P}{F_{\sigma v}} \right), \quad (26)$$

$$\left( \frac{P}{F_{\sigma v}} = 0, \text{ wenn } 0 \leq y \leq h^* \right)$$

ausgedrückt werden.

Die Funktion (26) für ein halbes Blechfeld ist in Abb. 6 aufgetragen.  $\psi(y)$  weist an der Stelle  $y = h^*$  eine Unterbrechung auf. Eine derartige Funktion muß daher in die FOURIERSche Reihe zerlegt werden.

Geht man also von der Beziehung (21) aus und führt man die Bezeichnung

$$D'_n = -D_n \frac{n\pi}{h}$$

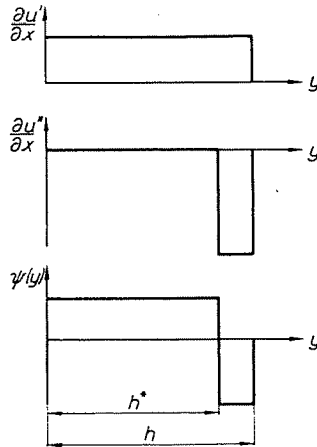


Abb. 6.

ein, so können die Koeffizienten der FOURIERSchen Reihe aus dem Ausdruck

$$D'_n = \frac{1}{h\sqrt{z}} \int_{-h}^{+h} \psi(y) \cos \frac{n\pi}{h} y \, dy \quad (27)$$

ermittelt werden.

Setzen wir den Wert von  $\psi(y)$  in die Beziehung (27) ein und ziehen wir auch die Paarigkeit der Funktion mit in Betracht, so erhalten wir

$$D'_n = \frac{2}{h\sqrt{z}} \frac{1-\mu^2}{E} \left[ \int_0^h \frac{P}{F_{\sigma v} + hv} \cos \frac{n\pi}{h} y \, dy + \int_{h^*}^h \left( -\frac{P}{F_{\sigma v}} \right) \cos \frac{n\pi}{h} y \, dy \right]. \quad (28)$$

Nach Integrierung ergibt sich für die Koeffizienten die Beziehung

$$D'_n = \frac{1}{n} \frac{2(1-\mu^2)}{\pi E \sqrt{z}} \frac{P}{F_{\sigma v}} \sin \frac{n\pi}{h} h^*. \quad (29)$$

Hierzu möchte ich bemerken, daß die erhaltene FOURIERSche Reihe ziemlich langsam konvergiert, doch läßt sich die Konvergenz mittels entsprechender mathematischer Kniffe beschleunigen.

Da die Platte meiner Voraussetzung nach mit den Stringern völlig zusammenarbeitet, sind die infolge der Belastung  $b$  eintretenden Formänderungen von der Deckplattendicke unabhängig, was auch durch die erhaltenen Beziehungen bestätigt wird.

Die unter der Belastung  $b$  eintretenden Formänderungen können bei gegebenem Träger und bei gegebener Belastung anhand der Beziehung (20) bestimmt werden. Die resultierende Formänderung des Trägerelements ergibt sich — wie schon erwähnt — aus dem Superponieren der infolge der Kräftesysteme  $a$  und  $b$  eintretenden Formänderungen. Kennt man diese, dann können die Spannungen aus folgenden Beziehungen errechnet werden:

$$\sigma_x = P \left( -\frac{1}{F_{\delta v} + hv} + \frac{1}{F_{\delta v}} \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{h} h^* \cos \frac{n\pi}{h} y e^{-\frac{n\pi}{h} \sqrt{z}x} \right) \quad (30)$$

$$\sigma_y = \mu P \left( -\frac{1}{F_{\delta v} + hv} + \frac{1}{F_{\delta v}} \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{h} h^* \cos \frac{n\pi}{h} y e^{-\frac{n\pi}{h} \sqrt{z}x} \right) \quad (31)$$

$$\tau = \frac{P}{F_{\delta v}} \frac{2}{\pi} \sqrt{z} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{h} h^* \sin \frac{n\pi}{h} y e^{-\frac{n\pi}{h} \sqrt{z}x} \quad (32)$$

Die von der Deckplatte aufgenommenen, längsgerichteten Normalkräfte

$$N_x = \sigma_x hv = \sigma_x F_{\delta v} \xi$$

können an der Stelle  $x = x_0$  aus der Beziehung (30) errechnet werden; demnach ist

$$N_x = \xi P \left( -\frac{1}{1 + \xi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{h} h^* \cos \frac{n\pi}{h} y e^{-\frac{n\pi}{h} \sqrt{z}x_0} \right). \quad (33)$$

Aus der Beziehung (33) geht klar hervor, daß die von der Platte aufgenommene Normalkraft — meiner obigen Feststellung entsprechend —, in erster Reihe vom  $\xi$ -Wert abhängig ist und bei  $\xi$ -Werten um oder über 1 keinesfalls vernachlässigt werden darf.

Hierbei möchte ich noch bemerken, daß die erhaltenen Beziehungen unmittelbar auch für druckbeanspruchte, durch Stringer ausgesteifte Schalenkonstruktionen angewendet werden können.

Interessant ist außerdem noch die längstgerichtete Dämpfung der unter dem Einfluß des Kräftesystems  $b$  auftretenden Normalspannungen. Deshalb

wollen wir kurz auch untersuchen, wie sich der für die längsgerichtete Dämpfung charakteristische Faktor

$$e^{-\frac{n\pi}{h}\sqrt{\mu}x}$$

in Abhängigkeit von  $n$  und  $x$  gestaltet. Die Auftragung der Funktion erfolgte auf Grund des für das Dural charakteristischen Wertes  $\mu \cong 0,3$  gemäß Abb. 7. Wie man sieht, werden die Normalspannungen ziemlich rasch gedämpft, und an der Stelle  $x = 5h$  kann praktisch sogar schon mit einer konstanten Normalspannung gerechnet werden. Aus dieser Tatsache läßt sich die wichtige

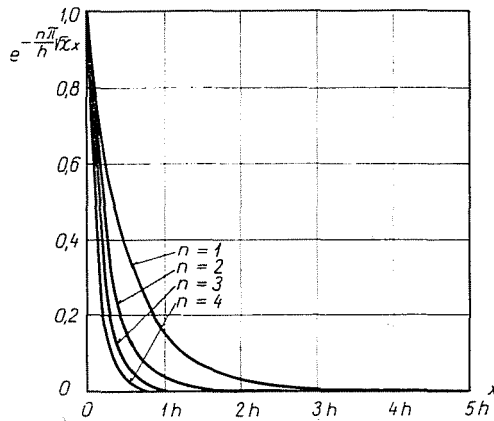


Abb. 7

Schlußfolgerung ziehen, daß die für die durch Stringer ausgesteiften, unendlich langen Schalenkonstruktionen abgeleiteten Beziehungen mit guter Annäherung auch für  $L \geq 5h$  lange, durch Stringer ausgesteifte Schalenkonstruktionen angewendet werden können.

Bei der Vorausbestimmung der wesentlicheren Abmessungen des Trägers ist es oft notwendig, die in den Stringern auftretenden Normalspannungen annähernd zu ermitteln bzw. abzuschätzen. Hierfür schlage ich unter Berücksichtigung des Charakters der Kurvenschar in Abb. 7 die nachfolgende einfache Berechnungsmethode vor:

Hinsichtlich der Belastbarkeit wollen wir nur den in Abb. 8 schraffierten Teil des Trägerelements in Betracht ziehen und annehmen, daß die im schraffierten Blechfeld auftretenden Normalspannungen genau so groß sind, wie diejenigen in den Stringern, d. h. daß wir entlang der Trägerbreite mit konstanter Normalspannung rechnen können. Demnach kann der Näherungswert

der Normalspannung in der Krafteinleitungszone, wo  $0 \leq x \leq 1,5h$ , aus der Beziehung

$$\sigma_x \cong \frac{P}{F_{\bar{v}} + 0,66 vx} \quad (34)$$

ermittelt werden.

Im Abschnitte  $1,5h \leq x \leq L$  dagegen, (wobei in die Beziehung (34)  $x = 1,5h$  eingesetzt wird) kann mit einer konstanten Normalspannung

$$\sigma_x \cong \frac{P}{F_{\bar{v}} + hv} \quad (35)$$

gerechnet werden.

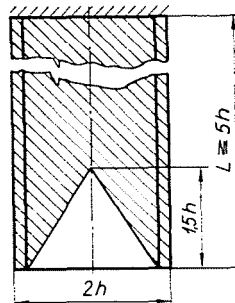


Abb. 8

Abschließend möchte ich noch erwähnen, daß ich bei meinen Untersuchungen ein volles Zusammenarbeiten von Platte und Stringer unter Belastung voraussetzte, weshalb Stringer und Platte gleichen Elastizitätsmoduls mit kleinem Nietabstand (mit dicht aufeinanderfolgenden Nieten von kleinem Durchmesser) zusammengebaut oder zusammengekittet worden. Bei den in der Praxis gebauten, durch Stringer ausgesteiften Schalenkonstruktionen trifft meine Annahme auch völlig zu.

Selbstverständlich gelten die hier abgeleiteten Beziehungen nur, solange die Deckplatte keine Ausbeulung erleidet.

### Zusammenfassung

In dieser Abhandlung wird das Problem der durch Stringer ausgesteiften Schalenkonstruktionen diskutiert. Der Verfasser stellt Beziehungen zur Bestimmung der im Bereich der Krafteinleitung auftretenden Spannungen auf. Bei der Ableitung dieser Beziehungen wurden die im Blechfeld auftretenden Normalspannungen mit in Betracht gezogen, während die entlang der Trägerbreite entstehende Formänderung vernachlässigt wurde.

Den erhaltenen Ergebnissen gemäß hängen die von der Platte aufgenommenen Normalkräfte in erster Reihe vom Faktor

$$\xi = \frac{hw}{F_{\sigma v}}$$

ab und dürfen bei  $\xi$ -Werten um oder über 1 nicht mehr vernachlässigt werden. Die in den Stringern angreifenden Normalspannungen nehmen, dem Charakter der Faktoren

$$e^{-\frac{n\pi}{h}\sqrt{xx}}$$

entsprechend, verhältnismäßig rasch ab, so daß bei Näherungsberechnungen an der Stelle  $x \geq 1,5h$  schon mit konstanter Normalspannung gerechnet werden kann. Infolge der raschen Dämpfung können die für unendlich lange Tragwerke abgeleiteten Beziehungen auch für Schalenkonstruktionen der Länge  $L \geq 5h$  mit guter Genauigkeit angewendet werden.

### Schrifttum

1. KUHN, P.: Stresses in Aircraft and Shell Structures. New York, 1956.
2. SCHAPITZ, E.: Festigkeitslehre für den Leichtbau. Düsseldorf, 1951.
3. BAUTZ, W.: Festigkeitsprobleme des Leichtbaus (Vortrag).
4. SCHAPITZ, E.: Berechnungsverfahren für Schalenkonstruktionen. VDI — Berichte 28, 5 (1958).
5. PETUR, A.: Repülőgép szilárdságtan. Bp. 1952.
6. PETUR, A.: Erőbevezetés repülőgép héjszerkezetekbe. Bp. 1953.
7. RUDNAI, G.: Theorie des Leichtbaues. Periodica Polytechnica M. 2, 309 (1958).
8. KAN, S. N.—PANOVKÓ, J. G.: Elemente der Mechanik der Schalenkonstruktionen. Bp. 1954. (Übers. aus d. Russ. ins Ungar.)

L. VARGA, Budapest, XI., Sztoczek u. 2. Ungarn.