

STRÖMUNGEN IM FLIEHKRAFTFELD, I.

Von

E. BASS

Leiter des Lehrstuhls für Chemisches Maschinenwesen und Landwirtschaftliche Industrie
der Technischen Universität, Budapest

(Eingegangen am 14. Mai 1959)

Eine der wichtigsten Arbeitsphasen bei der Berechnung von Absetz-Röhrenzentrifugen bildet die Bestimmung der Grenzkorngröße oder genauer die Berechnung der ihr zugehörigen Höchstleistung. Beträgt der Festpartikelgehalt (die Schwebstoffmenge) der der Absetz-Röhrenzentrifuge zugeführten Flüssigkeit weniger als 2...4 Gew.%, setzen sich die Partikel — unter dem Einfluß der Fliehkraft — unabhängig voneinander ab. Ist hingegen der Festpartikelgehalt größer als 2...4 Gew.%, dann hemmen sich die Partikel gegenseitig in ihrer Bewegung, weshalb man von gehemmter Sedimentation spricht. In beiden Fällen läßt sich die Geschwindigkeit der Partikelsedimentation — an Hand der aus dem Schrifttum gut bekannten Zusammenhänge — unschwer ermitteln.

Bezeichnen wir die Sedimentationsgeschwindigkeit mit v_s und setzen wir voraus, daß die Partikel nach dem Eintritt in die Trommel von der Flüssigkeitsoberfläche bis zur Wand der Zentrifugentrommel einen Weg von x_s zurücklegen muß, dann läßt sich aus der Sedimentationsgeschwindigkeit und der Länge des Sedimentationsweges die Sedimentationszeit, die wir mit τ_s bezeichnen wollen, leicht errechnen.

Die Absetzsicherheit der Zentrifuge bestimmt man — unserer gegenwärtigen Auffassung gemäß — auf Grund folgender einfachen Überlegung :

Die Partikel verbleibt während der Zeit

$$\tau = \frac{V_h}{Q} \quad [\text{sec}] \quad (1)$$

in der Trommel, wenn

V_h = der mit Flüssigkeit gefüllte Fassungsraum der Zentrifuge [m^3],

Q = die der Zentrifuge zugeführte Flüssigkeitsmenge [m^3/sec].

Ist nun

$$\tau_s < \tau,$$

dann setzt sich die Partikel ab, d. h. die Zentrifuge versieht die ihr gesetzte, Aufgabe, die Ausscheidung der Partikel, mit voller Sicherheit.

Diese einfache Berechnung führt in der Praxis in den seltensten Fällen zu befriedigenden Ergebnissen.

Die Folgerungen sind deshalb irrig, weil die Formel (1) nur dann gültig wäre, wenn die Flüssigkeit in dem — in Bild 1 mit den Halbmessern r_1 und r_2 bezeichneten — vollen Kreisringquerschnitt mit gleicher Geschwindigkeit strömte.

Nach unseren ersten Voraussetzungen hinsichtlich der in den Röhrenzentrifugen zustande kommenden Strömung *strömt die gesamte Flüssigkeitsmasse in dem* — in Bild 2 mit den Halbmessern r_1 und r_s bezeichneten — *Kreisringquerschnitt*, die Formel (1) gibt also keine Handhabe zur Bestimmung der Aufenthaltszeit der Flüssigkeit bzw. der Partikel in der Zentrifugentrommel.

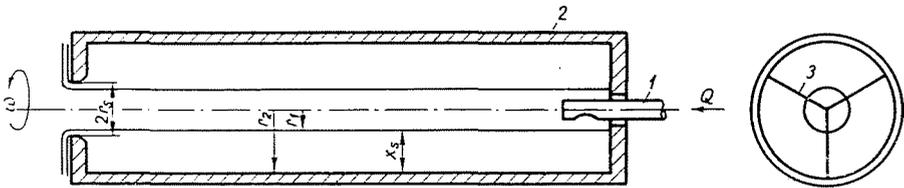


Bild 1. Schematische Darstellung der horizontalen Versuchszentrifuge

- 1 Flüssigkeitszufuhr
- 2 Trommelwand
- 3 Leitschaufeln

Unserer zweiten Voraussetzung gemäß läßt sich die Strömung, — in energetischer Hinsicht — wie sie in dem mit den Halbmessern r_1 und r_s bezeichneten Kreisringquerschnitt zustande kommt — eine *ideale* Flüssigkeit angenommen —, in der Form

$$E_p = E_v \quad (2)$$

schreiben, und mit (2) erhält man eine zum Resultat führende Lösung.

$$E_p = \frac{p}{\rho} \left[\frac{m^2}{\text{sec}^2} \right], \quad (3)$$

wenn

p den Flüssigkeitsdruck $[\text{kg}/\text{m}^2]$
 ρ die Flüssigkeitsdichte $[\text{kgsec}^2/\text{m}^4]$

bezeichnet.

Ferner gilt

$$E_v = \frac{v^2}{2} \quad [\text{m}^2/\text{sec}^2], \quad (4)$$

worin

v die Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit $[\text{m}/\text{sec}]$ im Abstand r von der Drehachse bedeutet.

Im folgenden sollen nun die für die ideale Flüssigkeit geltenden Zusammenhänge abgeleitet werden, damit an Hand der Auswertung der später zu beschreibenden Versuchsmessungen festgestellt werden kann, inwiefern sich die für die ideale Flüssigkeit gültigen Gesetzmäßigkeiten auf reale Flüssigkeiten anwenden lassen.

Bei der Befolgung dieses längst bekannten *modus procedendi* hielten wir uns ständig den von L. PRANDTL und N. E. SCHUKOWSKI aufgestellten und bewiesenen Satz vor Augen, daß ein reales Fluidum umso eher als ideal angesehen werden kann, je stärker die in ihm herrschende Turbulenz ist, was uns auch insoferne zustatten kam, als wir uns in unseren Forschungen von Anfang an den Problemen der Zentrifugierung jener Flüssigkeiten zuwandten, die in der Zentrifuge mutmaßlich turbulent strömen.

Der zweite Gesichtspunkt, von dem wir uns leiten ließen, war die von mehreren Forschern auf anderen Gebieten (Sedimentation, Strömung in Röhren, Mischung von Flüssigkeiten usw.) festgestellte Tatsache, daß der Wert des Reibungsbeiwertes über einem gewissen Grad der Turbulenz hinaus auffallend konstant bleibt. Diese — bei hohen Reynoldsschen Zahlen zustande kommende — Strömungsart nennt das deutsche Schrifttum *ideal turbulent*, während sie bei den sowjetischen Autoren als »automodelle« Strömungsart (bzw. Strömungsbereich) bekannt ist.

All dies stimmt mit den bis jetzt aufgestellten Postulaten der Strukturmechanik gut überein, vornehmlich jedoch mit jenem, das da besagt, qualitative Kennwerte (beispielsweise ein Gradient) könnten von den geometrischen Abmessungen des untersuchten Modells nicht unabhängig sein. In der Sprache des Ingenieurs bedeutet dies, daß z. B. die Definition des Geschwindigkeitsgradienten — im Gegensatz zur Newtonschen Konzeption vom idealen Kontinuum — bloß so lange sinnvoll ist, bis man durch fortgesetzte Teilung des Fluidums auf kleinere Teile (Bereiche) zu dessen kleinstem *Bauelement* (Mizelle, Supramolekül, Molekül) gelangt, innerhalb dessen bereits ganz anders geartete Qualitätskennwerte zur Geltung kommen müssen. Da das Ausmaß der Flüssigkeitsreibung bzw. der Viskosität im allgemeinen entscheidend von der Größe des Geschwindigkeitsgradienten abhängt, schien es auf der Hand zu liegen, daß sich auch die energetischen Zusammenhänge der Bewegung von Flüssigkeiten in all jenen Strömungsfällen ändern müssen, in denen der Geschwindigkeitsgradient nicht mehr durch einen echten Differentialquotienten (dv/dr) ausgedrückt werden kann, weil er als Folge der begrenzten Teilbarkeit des Raumes seinen Sinn verlöre. Dies aber ist bei hochgradiger Turbulenz der Fall, bei der der Reibungsbeiwert des Fluidums zufolge seiner Desaggregation bei jeder (allerdings sehr großen) Reynoldsschen Zahl einen konstanten Wert zeigen wird.

Da in der Röhrenzentrifuge wegen der zentralen Flüssigkeitsströmung als energieverzehrende physikalische Erscheinung nahezu ausschließlich die

innere Reibung der Flüssigkeit in Betracht kommt, schien es sehr wahrscheinlich, daß der analytische Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten der idealen und der realen Flüssigkeit bei hohen Reynoldsschen Zahlen die denkbar einfachste Form haben muß.

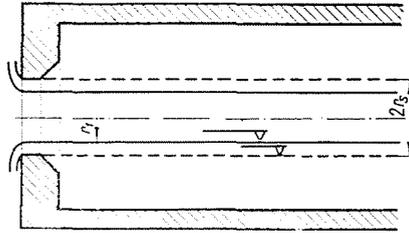


Bild 2

Mehrere hundert Versuchsmessungen haben diese Hypothese vollauf bestätigt.

Theoretische Zusammenhänge

Es sei vorausgesetzt, daß die der Zentrifugentrommel zugeführte Flüssigkeit zusammen mit dieser mit derselben Winkelgeschwindigkeit rotiert.

Der im Abstand r von der Drehachse (s. Bild 3) herrschende Überdruck läßt sich auf Grund folgenden Gedankenganges ermitteln:

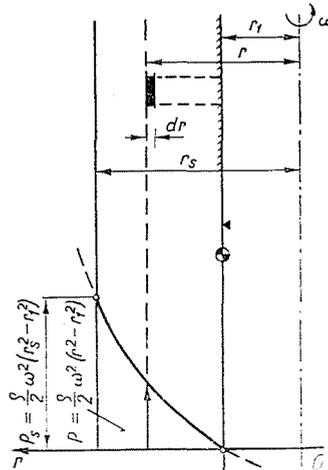


Bild 3

Grenzt man in der Flüssigkeit ein Prisma mit einer der Einheit entsprechenden Grundfläche und von der Höhe $(r - r_1)$ ab und will man die auf den dr hohen elementaren Teil des Flüssigkeitsprismas wirkende Fliehkraft bestimmen, dann erhält man

$$dP = dm \cdot r \cdot \omega^2 = 1 \cdot dr \cdot \rho \cdot r \cdot \omega^2 \quad [\text{kg}], \quad (5)$$

worin ρ die Flüssigkeitsdichte [$\text{kgsec}^2/\text{m}^2$], und ω die Winkelgeschwindigkeit der Trommel [$1/\text{sec}$] bedeutet.

Integriert man die Differentialgleichung (5) zwischen den Grenzen r_1 und r , erhält man

$$P = \int_0^P dP = \varrho \cdot \omega^2 \int_{r_1}^r r \cdot dr \quad [\text{kg}]. \quad (6)$$

P ist die auf eine Flächeneinheit wirkende Kraft und demnach dem Überdruck gleich, der in dem durch den Halbmesser r bezeichneten Punkt herrscht. Der durch die Fliehkraftbeschleunigung verursachte Überdruck schreibt sich mithin zu

$$p = \frac{\varrho \cdot \omega^2}{2} (r^2 - r_1^2) \quad [\text{kg/m}^2]. \quad (7)$$

Die Division des Druckes p durch die Flüssigkeitsdichte ϱ ergibt die Formel für die auf die Flüssigkeitsmasseneinheit bezogene Druckenergie

$$E_p = \left(\frac{p}{\varrho} \right) = \frac{\omega^2}{2} (r^2 - r_1^2) \quad [\text{m}^2/\text{sec}^2]. \quad (8)$$

Auf Grund der Gleichung (2) läßt sich ferner schreiben

$$E_p = \frac{\omega^2}{2} (r^2 - r_1^2) = E_v = \frac{v^2}{2} \quad [\text{m}^2/\text{sec}^2], \quad (9)$$

woraus

$$v = \omega \cdot \sqrt{r^2 - r_1^2} \quad (10)$$

die dem Halbmesser r zugehörige Strömungsgeschwindigkeit darstellt.

Die Höchstgeschwindigkeit wird mithin bei $r = r_s$, mit einem Wert von

$$v_{\max} = \omega \sqrt{r_s^2 - r_1^2} \quad (10a)$$

in einer Linie mit der Ausflußöffnung auftreten.

SOKOLOW schreibt die Bernoullische Gleichung auf.
Gemäß SOKOLOW ist

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot z \sqrt{(r_s^2 - r_1^2)^3} \quad [\text{m}^3/\text{sec}],$$

worin $z = \mu_K \cdot \psi$ und hierin

μ_K den Kontraktionsbeiwert

ψ hingegen den Quotienten der wirklichen und der theoretischen Ausflußgeschwindigkeit bezeichnet.

Versuche haben bewiesen, daß bei Flüssigkeiten, deren Viskosität derjenigen des Wassers naheliegt, der Wert von μ_K praktisch gleich 1,0 ist.

Die Untersuchung gilt nun weiter der Frage, wie groß jene ideale Flüssigkeitsmenge ist, die den durch die Halbmesser r_1 und r_s beschriebenen Kreisringquerschnitt durchströmt. Den im Abstand r von der Drehachse befindlichen dr breiten Kreisringquerschnitt durchströmt eine Flüssigkeitsmenge von

$$dQ = df \cdot v = 2 r \pi \cdot dr \cdot v \quad [\text{m}^3/\text{sec}]. \quad (11)$$

Mit (10) schreibt sich Gleichung (11) in der Form

$$dQ = 2 r \pi \cdot \omega \sqrt{r^2 - r_1^2} \cdot dr \quad [\text{m}^3/\text{sec}]. \quad (12)$$

Die Integrierung dieser Differentialgleichung (12) von 0 bis Q und von r_1 bis r_s ergibt

$$\int_0^Q dQ = 2 \pi \cdot \omega \int_{r_1}^{r_s} \sqrt{r^2 - r_1^2} \cdot r \cdot dr \quad (13)$$

und schließlich gilt als ideale Flüssigkeitsmenge pro Zeiteinheit :

$$Q = \frac{2 \pi}{3} \omega (r_s^2 - r_1^2)^{3/2} \quad [\text{m}^3/\text{sec}]. \quad (14)$$

Setzt man voraus, daß die Flüssigkeit ausschließlich in dem durch die Halbmesser r_s und r_1 bestimmten Kreisringquerschnitt strömt, dann schreibt sich die mittlere Axialgeschwindigkeit zu

$$v_e = \frac{Q}{f_e} = \frac{Q}{\pi (r_s^2 - r_1^2)} \quad [\text{m}/\text{sec}], \quad (15)$$

worin

v_e die auf Grund theoretischer Zusammenhänge ermittelte mittlere Strömungsgeschwindigkeit $[\text{m}/\text{sec}]$,

Q die der Zentrifuge zugeführte Flüssigkeitsmenge $[\text{m}^3/\text{sec}]$,

f_e den Strömungsquerschnitt $[\text{m}^2]$, ($f_e = \pi (r_s^2 - r_1^2)$)

r_1 den durch die theoretische Beziehung (14) definierten Abstand der Flüssigkeitsoberfläche von der Drehachse $[\text{m}]$

bezeichnen.

Aus (15) ergibt sich für $(r_s^2 - r_1^2)$

$$r_s^2 - r_1^2 = \frac{Q}{v_e \cdot \pi} \quad (16)$$

und nach Substitution dieses Wertes in (14)

$$Q = 2\pi \cdot \omega \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{Q}{v_e \cdot \pi} \right)^{3/2}, \quad (17)$$

woraus sich der Wert der theoretischen mittleren Geschwindigkeit zu

$$v_e = 0,521 \cdot \sqrt[3]{Q \cdot \omega^2} \quad [\text{m/sec}] \quad (18)$$

schreibt. Die mittlere Flüssigkeitgeschwindigkeit ist demnach *unabhängig von der Größe der Ausflußöffnung* (r_s).

Es sei hier bemerkt, daß die mittlere Geschwindigkeit v_e auch in anderer Gestalt ausgedrückt werden kann. Setzt man in die Gleichung (15) die den Wert Q bestimmende Formel (14) ein, dann erhält man nach Durchführung der Operationen

$$v_e = \frac{2}{3} \omega \sqrt{r_s^2 - r_1^2} \quad [\text{m/sec}]. \quad (18a)$$

Führt man die Größe $a^2 = (r_s^2 - r_1^2)$ ein — deren Dimension die Längeneinheit ist — dann schreibt sich (18a) in der Form

$$v_e = \frac{2}{3} \cdot \omega \cdot a \quad [\text{m/sec}]. \quad (18b)$$

Die Größe a ist eine für die Strömung in der Zentrifuge charakteristische Zahl, die wir in der Folge die *hydrodynamische Kennziffer* nennen wollen. Mit dieser neu eingeführten Größe schreibt sich z. B. die Gleichung (14) als

$$Q = \frac{2\pi}{3} \omega (a)^3 \quad [\text{m}^3/\text{sec}], \quad (19)$$

woraus

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi} \frac{Q}{\omega}} = \sqrt{r_s^2 - r_1^2} \quad [\text{m}]. \quad (20)$$

Die Kennziffer a bedeutet zugleich auch die Größe des Halbmessers jener Ausflußöffnung, bei der *sich die Trommel* einer mit idealer Flüssigkeit betriebenen Zentrifuge bei Zuführung von Q [m^3/sec] und bei einer Winkelgeschwindigkeit ω mit Flüssigkeit *ganz füllen würde*, wovon man sich leicht überzeugt, wenn man in (14) den der vollen Trommel entsprechenden Wert $r_1 = 0$ einsetzt und die Gleichung nach r_s löst, was

$$r_s = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi} \frac{Q}{\omega}} \quad [\text{m}]$$

ergibt, d. h. bei $r_1 = 0$ wird

$$r_s = a.$$

Verwendete man eine kleinere Ausflußöffnung, als die dieser Beziehung entspricht, so könnte die Trommel nur noch eine Flüssigkeitsmenge aufnehmen, die kleiner ist als Q .

Auf Grund der Gleichung (18) lassen sich — auf das ideale Medium bezogen — folgende Feststellungen machen :

Die mittlere Geschwindigkeit einer Flüssigkeit, die in einem durch die Halbmesser r_s und r_1 bestimmten Kreisringquerschnitt strömt, ist ausschließlich eine Funktion von Q und ω , d. h. von der zugeführten Flüssigkeitsmenge und der Drehzahl. Sind Q und ω konstant, bleibt *die mittlere Geschwindigkeit* unabhängig von der Änderung der Ausflußöffnung *konstant*.

Die mittlere Geschwindigkeit ist — bei konstanter Drehzahl im Sinne der Gleichung (18) — eine einfache Potenzfunktion von Q :

$$v_c = C_1 \cdot Q^{1.3} \quad [\text{m/sec}], \quad (21)$$

wobei der Exponent — im Falle der idealen Flüssigkeit — konstant bleibt.

Die mittlere Geschwindigkeit ist — bei konstanter Flüssigkeitszufuhr Q — auch eine Potenzfunktion von ω , d. h.

$$v_c = C_2 \cdot \omega^{2.3} \quad [\text{m/sec}]. \quad (22)$$

Bei der realen Flüssigkeit ergibt sich für die mittlere Geschwindigkeit der in einem durch die Halbmesser r_s und r_1 bestimmten Kreisringquerschnitt strömenden Flüssigkeit selbstredend ein unter dem theoretischen v_s liegender Wert.

Die auf die Masseneinheit bezogene kinetische Energie *im Falle des idealen Mediums* schreibt sich, durch die mittlere Strömungsgeschwindigkeit ausgedrückt, zu

$$E_{vk} = \frac{v_c^2}{2} \quad [\text{m}^2/\text{sec}^2], \quad (23)$$

während die durch die mittlere Strömungsgeschwindigkeit ausgedrückte, auf die Masseneinheit bezogene kinetische Energie *für den Fall realer Flüssigkeiten*

$$E'_{vk} = \frac{v_c^2}{2} \quad [\text{m}^2/\text{sec}^2] \quad (24)$$

beträgt.

Der Unterschied zwischen den beiden kinetischen Energien, d. h. also zwischen E_{vk} und E'_{vk} stellt den für Flüssigkeiten mit innerer Reibung kennzeichnenden Energieverlust »infolge von Reibung« dar, es gilt somit

$$E_s = E_{vk} - E'_{vk} \quad [\text{m}^2/\text{sec}^2]. \quad (25)$$

Bezeichnen wir den Quotienten der Größen E_s und E_{vk} mit φ , dann wird

$$\varphi = \frac{E_{vk} - E'_{vk}}{E_{vk}} = \frac{E_s}{E_{vk}}. \quad (26)$$

Der Wert von φ ändert sich mutmaßlich mit dem Charakter der Strömung, unsere Versuche galten mithin vor allem der Untersuchung der Funktion $\varphi = f(Re)$. In die Reynoldssche Zahl setzten wir an die Stelle der Länge (l bzw. r) die hydrodynamische Kennziffer a der Zentrifuge ein, weil diese bei veränderlichen Radien r_s konstant bleibt.

Versuchsmessungen

Mit unseren Versuchen wollten wir zwei Fragen klarstellen: 1. wo die der Zentrifugenröhre zugeführte Flüssigkeit strömt, in ihrem vollen Querschnitt oder bloß in einer Δr starken Kreisringschicht, 2. ob sich die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Schicht an Hand der aufgestellten theoretischen Beziehungen ermitteln läßt, bzw. mit welchen empirischen Zusammenhängen sie angegeben werden kann.

Die bei den Versuchen verwendete Einrichtung ist in Bild 4 dargestellt. Die Zentrifugenröhre bestand bei den Meßreihen I und II aus Plexi- bzw. aus gewöhnlichem Glas, bei der Meßreihe III hingegen aus Stahl. Die Zufluß-Flüssigkeitsmenge Q konnte genau geregelt und auf konstantem Wert gehalten werden. In das Rohr bauten wir zuerst drei, später sechs radiale Leitbleche ein, die zugeführte Flüssigkeit rotierte mithin zusammen mit der röhrenförmigen Trommel. Die Flüssigkeit fließt, wie aus dem Bild ersichtlich, durch einen Ausflußstutzen, welcher mit Mundstücken verschiedener Größe ($r_s = 26 \dots 42$ mm) versehen werden konnte, womit sich der Durchmesser der Ausflußöffnung verändern ließ. Die aus dem Sammelgehäuse abfließende Flüssigkeit wurde in ein Meßgefäß geleitet, so daß die Möglichkeit bestand, den Wert von Q durch Messung von Zeit und Volumen zu ermitteln.

Die Läuferdrehzahl wurde mittels eines Tachometers und mit einem Drehzahlmesser kontrolliert.

Die Flüssigkeitsoberfläche ermittelten wir mit Hilfe der aus Bild 4 ersichtlichen Fühlnadel. Sobald die Nadel die Flüssigkeitsoberfläche berührte, schloß sich ein Stromkreis, wobei ein empfindliches Milliampèremeter den

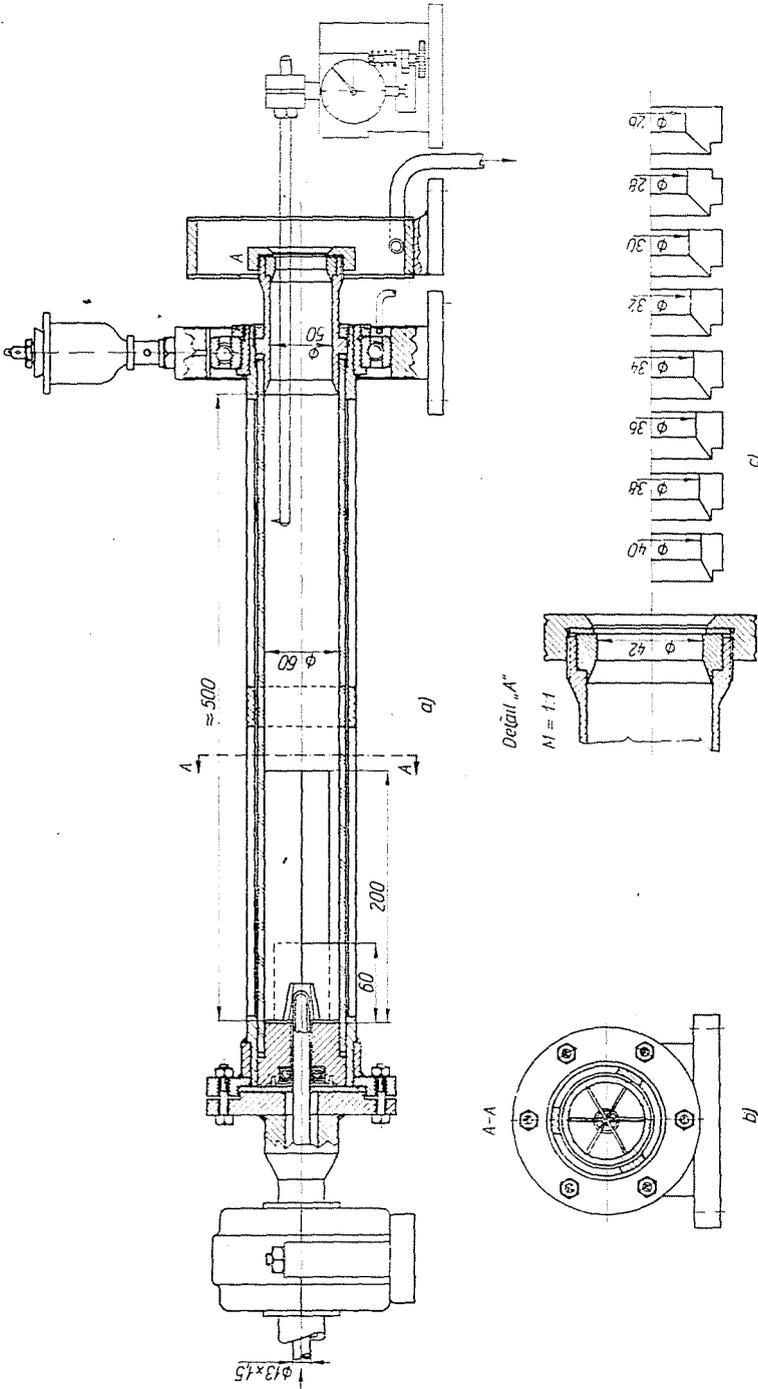


Bild 4. Längsschnitt durch die horizontale Versuchs-(Meß-)Zentriřuge
»A« Überwurfmutter zur Befestigung der verschiedenen Ausflußblenden ($\phi = 26 \pm 40$ mm)

Augenblick des Stromschlusses anzeigte. Die Größe der Schichtdicke Δr wurde als Differenz zwischen der bis zum Rand der Ausflußöffnung gefüllten, aber nicht nachgespeisten Trommel und der sich während des Betriebes einstellenden inneren Flüssigkeitsoberfläche gemessen. Es war vorausgesetzt, daß die Differenz der beiden Meßergebnisse gleich Δr ist, eine Annahme, die nur dann zutrifft, wenn der Radius, der die Lage der Flüssigkeitsoberfläche in

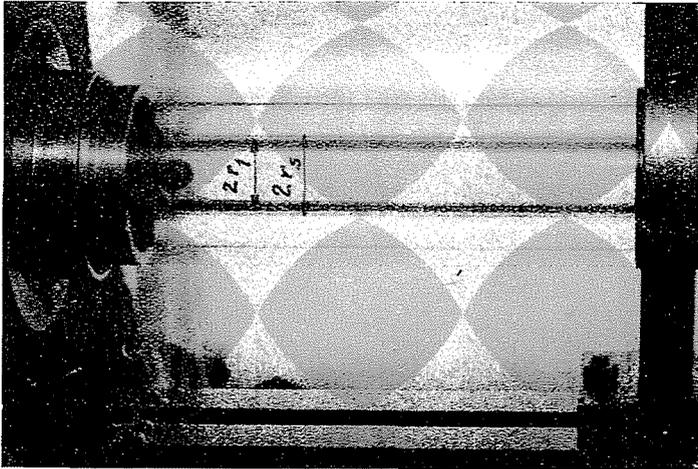


Bild 5

der bis zum Rand der »Ausflußöffnung« gefüllten Trommel definiert, mit dem Halbmesser r_s identisch ist. Später, gelegentlich der dritten Meßreihe bestimmten wir den Halbmesser r_s der Ausflußöffnung unmittelbar (durch Anlegen der Tastnadel an die innere zylindrische Metalloberfläche der Ausflußöffnung).

Δr ist mithin gleich der Differenz von r_s und r_1 , wobei r_s den Halbmesser der Ausflußöffnung, r_1 hingegen den Radius der freien Flüssigkeitsoberfläche während der Flüssigkeitszufuhr bezeichnet (s. Bild 2). Die Differenz zwischen den beiden Punkten wurde mit Hilfe einer mit einer Mikrometeruhr zusammengebauten Vorrichtung gemäß Bild 4 gemessen.

In den ersten Versuchen wurde geprüft, in welcher Weise die zugeführte Flüssigkeit im Innern der Zentrifuge entlangströmt, ob sie im *Gesamtquerschnitt* oder bloß in dem durch die Halbmesser r_s und r_1 bestimmten *Kreisringquerschnitt* strömt. Wir verwendeten hierzu eine gefärbte Flüssigkeit, indem wir der mit reiner Flüssigkeit (Wasser) arbeitenden Trommel eine mit dem Wasser *spezifisch gleich schwere* Farblösung beimengten. Die Flüssigkeit strömte tatsächlich nur in einer Δr dicken Schicht. In die Photo-

aufnahme, die wir vom durchleuchteten Röhrenläufer anfertigten, zeichnen wir den Halbmesser r_1 sowie den die Grenzfläche (Trennfläche) zwischen

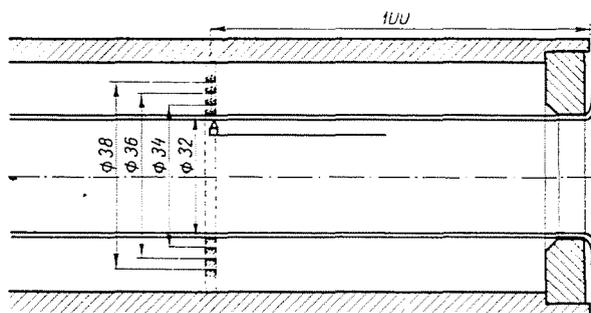


Bild 6

Farblösung und reinem Wasser bezeichnenden Radius r_s ein (Bild 5). Der sich in der Mitte hinziehende $2 r_s$ breite dunklere Streifen zeigt die Lage der Farblösung an.

Der zweite Versuch wurde in einer Zentrifuge mit Stahlrohrläufiger durchgeführt. In den Zentrifugelläufiger wurden auf die aus Bild 6 ersichtliche Weise

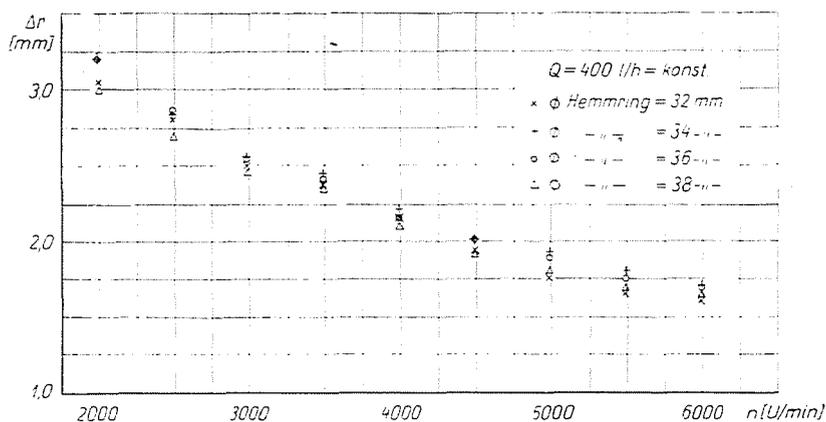


Bild 7

Hemmrings eingebaut. Die zugeführte Flüssigkeitsmenge war mit $Q = 400$ l/h konstant.

Bei den vier Meßreihen wurden nacheinander Hemmrings mit einem Durchmesser von $\varnothing = 32, 34, 36, 38$ mm eingebaut. Die Drehzahl wurde je Meßreihe geändert, und in allen vier Fällen trugen wir den Verlauf der

Kurve $\Delta r = f(n)$ für $Q = 400$ l/h auf (Bild 7). Strömte die Flüssigkeit im Gesamtquerschnitt, dann stiege die Höhe der Flüssigkeitsstufe mit zunehmender Hemmringhöhe an. Den Messungen gemäß beeinflusst jedoch die Zunahme der Hemmringhöhe (die Verminderung des inneren Hemmringhalbmessers) den Wert von Δr nicht, oder genauer ausgedrückt, die Wirkung läßt sich mit den gegenwärtig zur Verfügung stehenden Meßgeräten nicht erfassen. Die Streuung der Messungen betrug max. $\pm 3\%$.

Empirische Beziehungen

Auf Grund unserer Messungen haben wir zahlreiche Beziehungen festgelegt, doch sollen hier bloß die wichtigsten angeführt werden:

Wir untersuchten vor allem den Verlauf der Funktionen $v_v = f(r_s)$, $v_v = f(n)$ und schließlich $v_v = f(Q)$. Unter v_v ist hierbei die tatsächliche mittlere Strömungsgeschwindigkeit zu verstehen, deren Wert wir durch Messung von Q und Δr ermittelten.

$$v_v = \frac{Q}{f_v} = \frac{Q}{(r_s^2 - r_{1v}^2)\pi} \quad [\text{m/sec}], \quad (27)$$

wobei

$$r_{1v} = r_s - \Delta r \text{ und}$$

r_s den Halbmesser der Ausflußöffnung [m],

Δr die gemessene Schichtdicke [m]

bezeichnet.

Den Verlauf der Funktion $v_v = f(r_s)$ untersuchten wir bei $n = 2000$, 3000, 4000 und 6000 U/min für Q -Werte von 200, 300 und 400 l/h je Drehzahlwert. Je Meßreihe blieben also Q und n konstant, während die Ausflußöffnung verändert wurde.

Den eingangs erwähnten theoretischen Beziehungen gemäß ist v_e unabhängig von r_s , seinen Wert bestimmen Q und ω (siehe Gleichung 18). Bei gleichem Q und ω müssen sich also — unabhängig von der Größe der eingebauten Ausflußöffnung — gleiche v_e - bzw. v_v -Werte ergeben.

Die Meßergebnisse sind in Tabelle I zusammengestellt, deren jede Zeile die zusammengefaßten Resultate je einer Meßreihe enthält. So stellten wir z. B. bei $n = 2000$ U/min und $Q = 200$ l/h Messungen mit Ausflußöffnungen an, deren Halbmesser $r = 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$ und 21 mm waren. Den

Tabelle I

Zusammenfassung der Meßergebnisse zum Beweis des Gesetzes der konstanten axialen Flüssigkeitsgeschwindigkeit

n [U/min]	Q [l/h]	$v_v = \frac{Q}{f}$	Fehlermax. =	Fehlergrenzen unter $\pm 5\%$ Messungen in %
2000	200	0,310	$-29,6\%$ $-30,6\%$	38,8
2000	300	0,366	$+31,5\%$ -37%	11,1
2000	400	0,392	$-36,6\%$ $-37,3\%$	22,2
3000	200	0,350	$-18,8\%$ $-26,3\%$	22,2
3000	300	0,373	-40% $-15,3\%$	44,4
3000	400	0,464	$-15,5\%$ $-13,2\%$	55,5
4000	200	0,463	-34% $-18,3\%$	22,2
4000	300	0,428	$+5,85\%$ $-8,4\%$	55,5
4000	400	0,484	$+7,35\%$ $-8,7\%$	55,5
6000	300	0,7743	$-29,8\%$ $-20,65\%$	55,5
6000	400	0,8811	$-28,4\%$ $-14,75\%$	55,5

Messungen gemäß ist v_v tatsächlich unabhängig von r_s , die Meßpunkte lagen unter und über einem Mittelwert von $v_v = 0,31$ m/sec ganz unregelmäßig zerstreut. Der maximale Meßfehler bewegte sich zwischen $+29,6\%$ und $-30,6\%$, doch liegen $38,8\%$ der Meßpunkte innerhalb der Fehlergrenze von $\pm 5\%$. Die letzten 8 Zeilen der Tabelle sind in gleicher Weise zu deuten. (Bei jeder Meßreihe erfolgten die Messungen mit den angeführten 9 Ausflußöffnungswerten.)

Wir machten auch den Versuch, den Verlauf der Funktion $v_v = f(n)$ durch Messung der n -, Q - und Δr -Werte aufzutragen, und erhielten hierbei die in Bild 8 dargestellten Kurven. Die Meßpunkte liegen im log-log Koordinatensystem auf einer annähernd geraden Linie, $v_v = f(n)$ ist mithin eine Potenzfunktion in der Form

$$v_v = C_1 \cdot n^{n+1} \text{ [m/sec]}, \quad (28)$$

worin

v_v die tatsächliche mittlere Strömungsgeschwindigkeit [m/sec],

n die Zentrifugendrehzahl [U/min] bedeutet.

C_1, m_1 siehe Tabelle II.

Tabelle II

Q	300 l/h	400 l/h	500 l/h
C_1	$4,29 \cdot 10^{-3}$	$4,67 \cdot 10^{-3}$	$3,56 \cdot 10^{-3}$
m_1	0,57	0,587	0,63

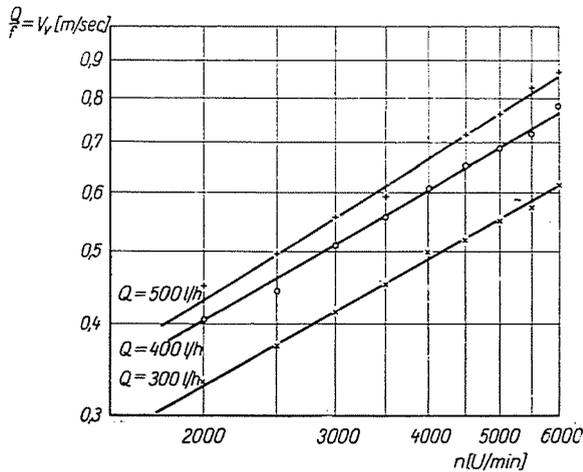


Bild 8

Der Wert des Exponenten nähert sich also laut Tabelle II mit zunehmendem Q dem theoretischen Wert von 0,66.

Den Verlauf der Funktion $v_v = f(Q)$ untersuchten wir bei zwei verschiedenen Drehzahlen, u. zw. bei $n = 2000$ U/min und $n = 4000$ U/min.

Den Messungen zufolge (Bild 9) wird

$$v_v = C_2 Q^{m_2} \quad [\text{m/sec}], \quad (29)$$

worin Q die der Zentrifuge zugeführte Flüssigkeitsmenge [l/h] ist, während die Werte für C_2 und m_2 der Tabelle III zu entnehmen sind.

m_2 weicht vom Wert 0,33 gemäß der theoretischen Beziehung ab, vermindert sich jedoch bei zunehmendem Q , nähert sich somit dem theoretischen Wert (siehe Gleichung 21).

Tabelle III

n	2000 U/min	4000 U/min
C_2	$1,22 \cdot 10^{-2}$	$5,45 \cdot 10^{-2}$
m_2	0,585	0,407

Keineswegs kann behauptet werden, daß (28) und (29) die Gesetzmäßigkeiten des untersuchten Vorganges in exakter Weise beschreiben, doch läßt sich — zumindest für die untersuchten Fälle — feststellen, daß sich der Wert der Exponenten mit zunehmendem Q bzw. n dem Exponentenwert

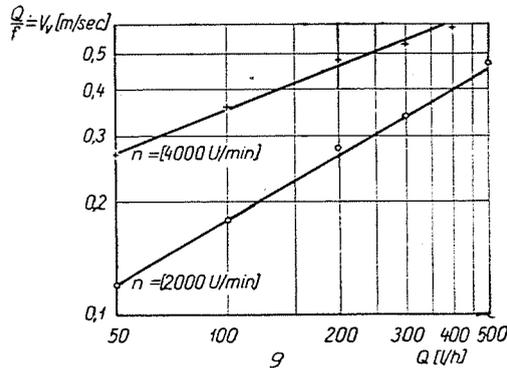


Bild 9

des theoretischen Zusammenhanges nähert. Was die Konstanten C_1 und C_2 aus Gleichungen (28) bzw. (29) anbelangt, bemerken wir, daß sich deren Wert bei wachsender Turbulenz (laut Tabelle II und III) im entgegengesetzten Sinn ändert. Alle diese Beobachtungen haben unsere ursprüngliche Vermutung verstärkt, daß bei größerem Q bzw. n , d. h. bei größeren Strömungsgeschwindigkeiten (hohen Re -Werten) die Geschwindigkeitsverteilung der realen Flüssigkeit derjenigen der idealen immer ähnlicher wird.

Das wesentlichste Resultat lieferte die Untersuchung der Funktion $\varphi = f(Re)$ — siehe Gleichung (26). Der Funktionsverlauf wurde bei insgesamt neun verschiedenen Ausflußöffnungen geprüft, wobei wir 135 Messungen vornahmen, indem wir die Ausflußöffnung, die Intensität der Flüssigkeitszufuhr (Q) und die Drehzahl (n) änderten. In je einer Meßreihe blieb r_s konstant, während für Q , Werte von 300 l/h bis 500 l/h, für n hingegen solche von 2000 U/min bis 6000 U/min gewählt wurden. Die Änderung von Q und n wurde bei jeder Ausflußöffnung wiederholt.

Den Messungen gemäß ist φ als Funktion des Re -Wertes konstant (2),

$$\varphi \cong 0,8$$

$$Re = \frac{a \cdot v_v \cdot \rho}{\mu}$$

worin a , die hydraulische Kennziffer der Zentrifuge, an Hand der Gleichung (20), v_v hingegen gemäß (27) ermittelt wurde. Die Streuung der Meßpunkte blieb innerhalb $\pm 10\%$.

In Bild 10 ist der Verlauf des Beiwertes φ in Abhängigkeit von der mit dem gleichwertigen hydraulischen Durchmesser errechneten Reynoldsschen Zahl zum Zwecke der Kontrolle aufgetragen, wobei

$$Re_h = \frac{d_{\text{hydr}} \cdot v_v \cdot \rho}{\mu} \quad (30)$$

und

$$d_{\text{hydr}} = 2 \cdot \Delta r$$

ist.

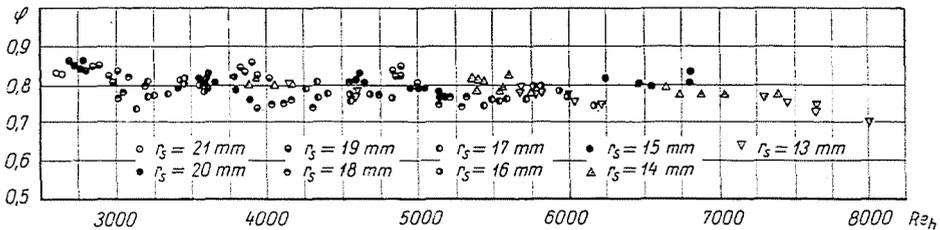


Bild 10

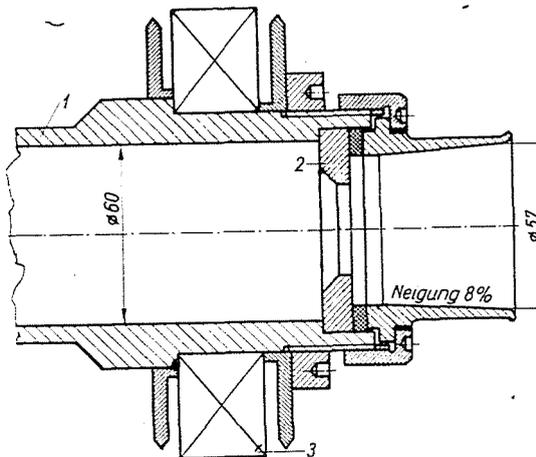


Bild 11. Schnitt durch Lagerung und Ausflußöffnung der Versuchszentrifuge
 1 Wand der Zentrifugentrommel (»Röhre«)
 2 auswechselbare Ausflußblende
 3 Kugellager

Mit einer Ausflußöffnung von $r_s = 21$ mm experimentierten wir in einem Plexiglasläufer (Bild 4 — Meßreihen I und II), mit Ausflußöffnungen von $r_s = 20 \dots 13$ mm hingegen in einem stählernen Läufer (Bild 11). Die Ausbil-

derung der beiden Ausflußöffnungen ist nicht gleich (Bilder 4 und 11), dennoch ergaben die Versuchsreihen mit $r_s = 21$ mm und mit $r_s = 20 \dots 13$ mm — innerhalb der Meßgenauigkeit — ganz gleiche Ergebnisse (Bild 10). Später bauten wir an Stelle der in Bild 11 mit 2 bezeichneten Ausflußöffnung einen ausgesprochen scharfkantigen Ausflußring mit gleichem Durchmesser ein und nahmen Kontrollmessungen vor, die ergaben, daß *die Wirkung der scharfen Kante vernachlässigbar klein ist*, da die Meßergebnisse mit denen früherer Messungen übereinstimmen, bzw. daß ein allfälliger Unterschied mit unseren gegenwärtigen Meßgeräten nicht erfaßt werden konnte.

Den Messungen gemäß bleibt mithin φ — innerhalb eines Bereiches von $Re_h = 1000$ bis $Re_h = 7500$ — abgesehen von den Meßungenauigkeiten, auffallend konstant. Der Wert von $\varphi \cong 0,8$ darf — im Sinne der Definitionsformel (26) — als Reibungsbeiwert der *inneren* Flüssigkeitsreibung betrachtet werden, da weder die scharfe Ausflußkante noch Hindernisse an der inneren Mantelfläche der Trommelwand seinen Wert merkbar beeinflussen.

Wie bekannt, läßt sich die Gleichung (26) auch in der folgenden Form aufschreiben :

$$\varphi = \frac{v_e^2 - v_r^2}{v_e^2} \quad (31)$$

welche mit $\varphi = \text{konst.}$ die Gleichung

$$v_r = v_e \sqrt{1 - \varphi} \quad (32)$$

ergibt, welche die Vorausberechnung der reellen mittleren Strömungsgeschwindigkeit v_v ermöglicht. Wie schon bekannt, kann für die ideale mittlere Geschwindigkeit v_e der Ausdruck

$$v_e = 0,521 \sqrt[3]{Q \cdot \omega^2} \quad (18)$$

eingesetzt werden, welcher nur die bekannten Betriebsdaten Q und ω enthält.

Hiermit können wir aber die mittlere Strömungsgeschwindigkeit v_v der wandernden Flüssigkeitsschicht — für Wasser von ca. 17°C — mit Hilfe der Formel

$$v_v \cong \sqrt{0,2} \cdot 0,521 \cdot \sqrt[3]{Q \cdot \omega^2} \quad [\text{m/sec}] \quad (33)$$

zahlenmäßig berechnen.

Bei Flüssigkeiten anderer Art ist jeweils ein anderer — versuchsmäßig ermittelter — φ -Wert einzusetzen.

Auf Grund der zusammengefaßten Erfahrungen unserer aus ca. 500 Messungen bestehenden Versuchsreihen lassen sich folgende Schlußfolgerungen ziehen :

Die reale Flüssigkeit strömt in der Tat nur in der Δr dicken Schicht. Mutmaßlich bestehen außerhalb dieser auch Strömungen, doch ist deren

Geschwindigkeit im Vergleich zur oberen Schicht äußerst niedrig und sie dürften bloß lokalen Charakters sein (Rezirkulation).

Die Flüssigkeitsschicht strömt also auf der inneren Mantelfläche eines praktisch in Stillstand befindlichen Flüssigkeitszylinders mit dem Halbmesser r_s . Diese Feststellung ist u. a. insofern von großer Bedeutung, als es bisher nur in einer sehr geringen Zahl von Fällen der praktischen Hydrodynamik (beispielsweise bei der Bewegung des Flüssigkeitsstrahls in Flüssigkeiten) gelungen ist, nur die innere Reibung unter Ausschluß jedwelcher Wandwirkung, d. h. die Gesetzmäßigkeiten jener Reibung zu untersuchen, die zwischen schneller und langsamer strömenden oder gar stillstehenden Flüssigkeitsschichten auftritt. Die Versuche in Zentrifugen erleichtern dank der Einführung leicht meßbarer Größen die Untersuchung dieser Frage sehr wesentlich und ermöglichen es, die Gesetzmäßigkeiten dieser noch sehr schwach erforschten Erscheinungen näher kennenzulernen.

Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Schicht kann bei Wasser von einer Temperatur von 17°C mit Hilfe der aus den Versuchen abgeleiteten Gleichung (33) rechnerisch ermittelt werden. Bei bekannter mittlerer Strömungsgeschwindigkeit aber läßt sich auch die *Aufenthaltszeit* genauer berechnen. Von einer Beschreibung der Berechnungsmethoden für die Ermittlung der Grenzkorngröße und anderer wichtiger Daten soll hier Abstand genommen werden, wir wollen uns vielmehr bloß auf die für die Praxis wesentliche Feststellung beschränken, daß die wirkliche Aufenthaltszeit der Partikel um eine Größenordnung kürzer ist, als die an Hand der üblichen Formel $\tau = V_h/Q$ errechnete Zeit. Offenbar hängt auch die Aufenthaltszeit nicht vom Außendurchmesser der Trommel und auch *nicht* vom Ausflußhalbmesser r_s ab. Diese Zusammenhänge werden — im Spiegel der hier gewonnenen Erkenntnisse — im nächsten Heft unserer Zeitschrift eingehend erörtert werden.

Zusammenfassung

Der Autor befaßt sich mit den Gesetzmäßigkeiten der in Röhrenzentrifugen zustande kommenden Strömung. — Auf Grund von Beobachtungen stellt er fest, daß in der Röhrenzentrifuge lediglich eine oberflächennahe, verhältnismäßig dünne Schicht strömt, und leitet Beziehungen ab, mit deren Hilfe sich die mittlere Strömungsgeschwindigkeit dieser Schicht ermitteln läßt. Die Beziehungen kontrollierte er auf experimentellem Wege. Er beschreibt die Versuchsanordnung, die Messungen und deren Auswertung. Die Messungen bestätigen die Verwendbarkeit der abgeleiteten Zusammenhänge. Auch läßt sich auf Grund der Messungen die zur rechnerischen Ermittlung der mittleren Schichtströmungsgeschwindigkeit erforderliche halbempirische Konstante angeben. Verfasser gibt die Werte dieser Konstante für Wasser an. Die beschriebenen Gesetzmäßigkeiten gestatten die genauere Untersuchung der Klärungs- und Sedimentationsvorgänge in Röhrenzentrifugen, deren Mitteilung in den nächsten Heften dieser Zeitschrift erfolgen soll. — Für ihre wertvolle Mitwirkung bei der Auswertung bzw. der Durchführung der manchmal recht schwierigen Versuche soll den Herren Adj. A. LIENERTH und Oberdir. M. BAGI an dieser Stelle innigster Dank ausgesprochen werden.

Schrifttum

1. СОКОЛОВ, В. И.: Центрифуги, Машгиз, Москва 1950.
2. BASS, E.: M. Kém. Lapja **14**, 171—175 (1959).
3. BERL, E.: Chemische Ingenieur-Technik III. Berlin 1935.
4. TRAWINSKI, H.: Chem. Ing. Techn. **30**, 85—95 (1958).
5. PRANDTL, L.—TIETJENS, O.: Hydro- und Aeromechanik I und II, Verlag Springer, Berlin 1929.
6. UMSTÄTTER, H.: Strukturmechanik, Verlag Th. Steinkopff, Dresden u. Leipzig, 1948.
7. AGROSKIN, I. I., DMITRIJEV, G. T., PIKALOW, F. I.: Hidraulik, Verlag für Energetik, Moskau u. Leningrad 1950.
8. FÖPPL, A.: Vorlesungen über technische Mechanik und Dynamik, Verlag B. G. Teubner, Leipzig 1901.
9. PFLEIDERER, C.: Die Kreiselpumpen, Verlag Springer, Berlin 1932.
10. LOJCSANSKI, L. G.: Folyadék és gázok mechanikája, (Übers. aus d. Russischen ins Ungarische) Budapest 1956.

Bezeichnungen

<i>a</i>	hydrodynamische Kennziffer der Zentrifuge	[m]
<i>d</i>	Durchmesser	[m]
<i>f</i>	Querschnitt	[m ²]
<i>g</i>	Erdbeschleunigung	[m/sec ²]
<i>m</i>	Konstante	—
<i>n</i>	Drehzahl	[U/min]
<i>p</i>	Druck	[kg/m ²]
<i>r</i>	Halbmesser	[m]
<i>v</i>	Strömungsgeschwindigkeit	[m/sec]
<i>C</i>	Konstante	—
<i>E</i>	Energie der Masseneinheit	[m ² /sec ²]
<i>P</i>	Kraft	[kg]
<i>Q</i>	Durchflußmenge (Durchsatz)	[m ³ /sec]
		bzw. [l/min]
<i>Re</i>	Reynoldssche Zahl	—
<i>V</i>	Volumen	[m ³]
<i>z</i>	Konstante	—
<i>μ_K</i>	Kontraktionsbeiwert	—
<i>μ</i>	dynamische Viskosität	$\left[\frac{\text{kg sec}}{\text{m}^2} \right]$
<i>π</i>	3,14	
<i>ρ</i>	Dichte der Flüssigkeit	$\left[\frac{\text{kg sec}^2}{\text{m}^4} \right]$
<i>τ</i>	Aufenthaltszeit	[sec]
<i>τ_S</i>	Sedimentationszeit	[sec]
<i>ψ</i>	Verhältniszahl	—
<i>φ</i>	Verhältniszahl	—
<i>ω</i>	Winkelgeschwindigkeit	[1/sec]

Prof. E. Bass, Budapest XI., Stoczek u. 2. Ungarn.