

# EINIGE BEMERKUNGEN ZUR FRAGE DER DAUERFESTIGKEIT VON DRAHTSEILKUPPLUNGEN

Von  
G. SINAY

Institut für Mechanische Technologie der Technischen Universität, Budapest

(Eingegangen am 8. März 1957)

## Einleitung

Die in einem Stück lieferbare Höchstlänge der Drahtseile beträgt — teils aus Fertigungsgründen und teils wegen Transportschwierigkeiten — meistens nicht mehr als 1000 m. Die Drahtseilbahnen benötigen jedoch in der Regel längere Drahtseile, so daß eine Verknüpfung der Drahtseilenden nicht vermieden werden kann. Die Verbindung geschieht durch Verwendung von zwei Drahtseilkupplungen mit Innen- und Außenkegel. Nachdem das Ende

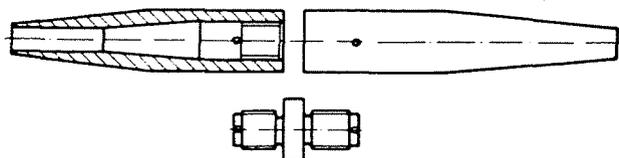


Abb. 1. Schematische Darstellung einer Drahtseilkupplung

des Seiles in die Kupplung eingeführt wurde, werden die Stränge aufgelockert, um dann die Kupplung mit einer niedrigschmelzenden Legierung, im allgemeinen mit einer Zn-Sn-Cu-Sb-Pb-Legierung auszugießen. Die zwei Kupplungen werden durch einen Schraubenbolzen mit Links- und Rechtsgewinde verbunden und dann gegen Lösen mittels Paßstifte gesichert. Schematisch wurde die Kupplung in Abb. 1 dargestellt.

Die Drahtseilkupplung ist ein im Betrieb ziemlich selten zu Störungen führendes Element, ihr Austausch wird in der Regel infolge des zu starken Verschleißes an der Anlaufstelle des Grubenwagenrades benötigt. Ein Kupplungsbruch bewirkt aber das Abreißen der Drahtseilbahn und somit eine äußerst ernsthafte Betriebsstörung. Einen beginnenden Kupplungsbruch kann man viel schwerer bemerken und dadurch das Abreißen viel schlechter verhüten als beim Drahtseil, da beim letzteren der Bruch des einzelnen Drähte die Aufmerksamkeit unmittelbar auf die Störungsgefahr lenkt. In diesem Zusammenhang wurde eine Untersuchung des Problems der Kupplungsbrüche eingeleitet.

## Ursachen von Kupplungsbrüchen

Ein Kupplungsbruch kann infolge

- a) statischer Beanspruchung,
- b) dynamischer Beanspruchung oder
- c) Dauerbeanspruchung

eintreten.

Der Bruch erfolgte in jedem untersuchten Falle ohne Querschnittseinschnürung, d. h. mit (sprödem) Trennbruch (Abb. 2 und 3). Demnach kann

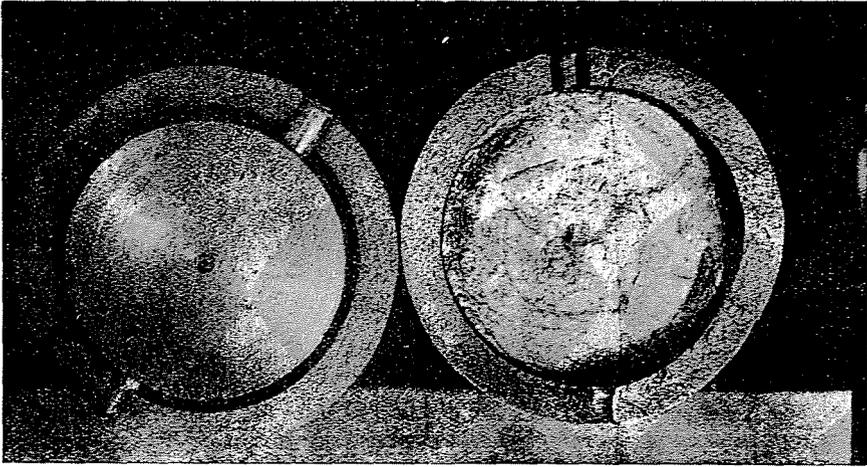


Abb. 2. Dauerbruch einer Drahtseilkupplung

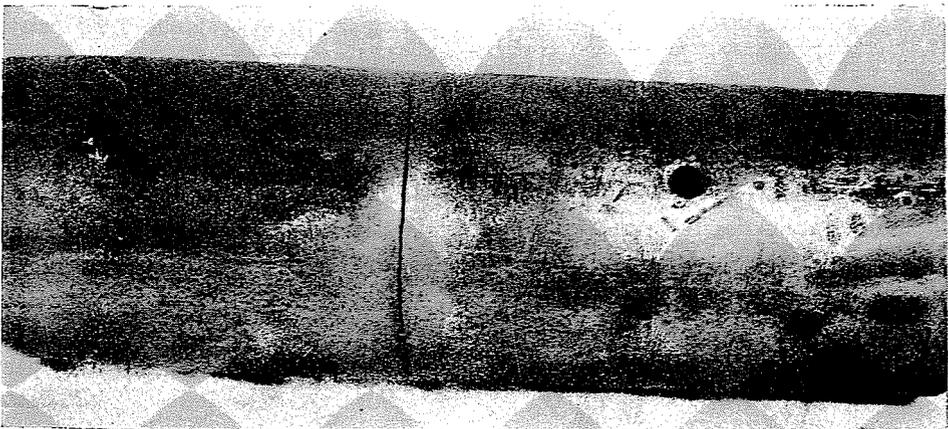


Abb. 3. Dauerbruch einer Drahtseilkupplung

ein statischer Bruch nicht in Betracht kommen. Eine hohe dynamische Beanspruchung, die während des Betriebes einen Trennbruch verursachen könnte, ist im gegebenen Falle von vornherein ausgeschlossen. Demgemäß muß die Ursache der Kupplungsbrüche an der Dauerfestigkeit liegen.

### Untersuchung des Spannungszustandes und der Dauerbrüche von Drahtseilkupplungen

Die Bemessung von Drahtseilbahnen erfolgt heute auf Grund der Theorie von ISAACHSEN [1]. Laut dieser tritt die größte Biegespannung in der Wirkungslinie der Belastung  $P$  auf, ihr Wert beträgt :

$$\sigma_J = P \sqrt{\frac{E}{Q \cdot F}}$$

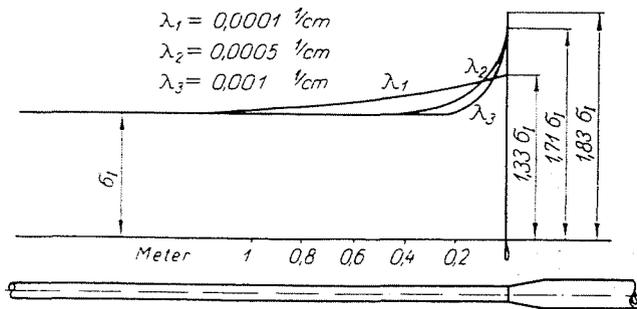


Abb. 4. Spannungsverteilung in Nähe der Drahtseilkupplung für verschiedene  $\lambda$  Werte (nach GILLEMOT)

wobei  $E$  den Elastizitätsmodul des Werkstoffes,  $Q$  die Vorspannlast und  $F$  den Querschnitt bedeuten. Die so erhaltene Spannung ist die sog. ISAACHSENsche Spannung, die mit  $\sigma_J$  bezeichnet wird.

Die Gesamtnormalspannung im Drahtseil beträgt

$$\sigma_g = \sigma_z + \sigma_b = \frac{Q}{F} + P \sqrt{\frac{E}{Q \cdot F}}$$

Prinzipiell ändert sich das Verhältnis  $Q/F$  im Betrieb nicht, so daß ein Dauerbruch nur durch eine mit der Bewegung der Last  $P$  veränderliche Wechselbiegespannung verursacht werden kann. Dieser Umstand benötigt eine Untersuchung der in der Drahtseilkupplung auftretenden Biegespannungen.

Die infolge Biegespannungen auftretende Ermüdung von Drahtseilbahnen wurde 1940 von L. GILLEMOT [2] eingehend analysiert, wobei die

infolge Biegebeanspruchung erfolgten Dauerbrüche der Seildrähte erfaßt werden konnten. Im Rahmen der Untersuchung wurde bewiesen, daß in größerem Abstand von der Kupplung tatsächlich die Spannung  $\sigma_j$  auftritt, jedoch wird die Spannung, den Verhältnissen gemäß (Abb. 4), in Nähe der Kupplungen höher als  $\sigma_j$ . Für die Kupplung wurde angenommen, daß hier keine Biegespannungen aus der Belastung auftreten, da das Trägheitsmoment der Kupplung ein Mehrfaches des Seilträgheitsmomentes ausmacht. Die Tatsache jedoch, daß in der Nähe der Kupplung eine von  $\sigma_j$  verschiedene Spannung auftritt und daß Dauerbrüche von Kupplungen erfolgen, hat die Notwendigkeit einer Untersuchung dieser zuerst vernachlässigbar erscheinenden Wechselspannung bewiesen.

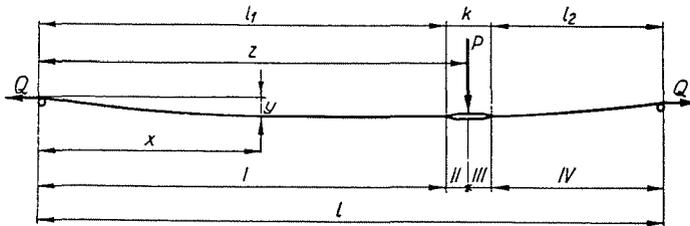


Abb. 5. Schematischer Aufbau der Drahtseilbahn, mit den eingeführten Bezeichnungen

Die elastische Biegespannung in einem Zweistützenträger mit Kreisquerschnitt beträgt

$$\sigma_b = \frac{M_b}{K} = -\frac{IEy''}{K} = \frac{DEy''}{2},$$

wobei  $M_b$  das Biegemoment,  $I$  das Trägheitsmoment des Trägers,  $E$  den Elastizitätsmodul und  $D$  den Trägerdurchmesser bezeichnen. Die Biegespannung kann also bestimmt werden, falls die Gleichung der neutralen Faser bekannt ist, da im Ausdruck für die Spannung deren zweite Ableitung vorkommt.

Die schematische Anordnung sowie die eingeführten Bezeichnungen sind in Abb. 5 zusammengefaßt. Im Verlauf der weiteren Berechnungen werden – wo nötig – die Kennzahlen für das Drahtseil mit dem Index  $d$ , die der Kupplung aber mit dem Index  $k$  bezeichnet.

Für die vier Felder erhalten wir die Gleichungen :

$$\text{I. } 0 < x < l_1$$

$$y'' \cdot I_d \cdot E = -P \frac{l-z}{l} x + Q \cdot y,$$

II.  $l_1 < x < z$

$$y'' \cdot I_k \cdot E = -P \frac{l-z}{l} x + Q \cdot y,$$

III.  $z < x < l_1 + k$

$$y'' \cdot I_k \cdot E = -P \frac{l-x}{l} z + Q \cdot y,$$

IV.  $l_1 + k < x < l$

$$y'' \cdot I_d \cdot E = -P \frac{l-x}{l} z + Q \cdot y.$$

Diese vier inhomogenen Differentialgleichungen zweiter Ordnung können durch die Methode der Variation der Konstanten integriert werden. Das Ergebnis der Integration ist wie folgt:

$$y_I = \frac{P}{Q} \cdot \frac{l-z}{l} x + C_1 \operatorname{sh} \lambda x + C_2 \operatorname{ch} \lambda x; \tag{1.1}$$

$$y_{II} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{l-z}{l} x + C_3 \operatorname{sh} \lambda' x + C_4 \operatorname{ch} \lambda' x, \tag{1.2}$$

$$y_{III} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{l-x}{l} z + C_5 \operatorname{sh} \lambda' x + C_6 \operatorname{ch} \lambda' x, \tag{1.3}$$

$$y_{IV} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{l-x}{l} z + C_7 \operatorname{sh} \lambda x + C_8 \operatorname{ch} \lambda x, \tag{1.4}$$

Hierbei sind  $\lambda$  und  $\lambda'$  die Wurzel der charakteristischen Gleichungen; ihr Wert beträgt:

$$\lambda = \sqrt{\frac{Q}{I_d \cdot E}} \quad \lambda' = \sqrt{\frac{Q}{I_k \cdot E}}.$$

Da  $\frac{\lambda^2}{\lambda'^2} = \frac{I_k}{I_d}$  ist, kann die Bezeichnung  $\lambda' = i \cdot \lambda$  eingeführt werden, wobei

$$i = \sqrt{\frac{I_d}{I_k}}.$$

Die acht Gleichungen zur Bestimmung der acht Integrationskonstanten können auf Grund jener Bedingung ermittelt werden, daß die Verschiebungen der Seilstrecken an den Enden der Felder gleich groß sind und daß sie an diesen Stellen gemeinsame Tangenten haben.

$$x = 0; \quad y_I = 0 \quad C_1 \neq 0; \quad C_2 = 0, \tag{2.1}$$

$$x = l_1; \quad y_I = y_{II} \quad C_1 \operatorname{sh} \lambda l_1 = C_3 \operatorname{sh} i \lambda l_1 + C_4 \operatorname{ch} i \lambda l_1 \tag{2.2}$$

$$x = l_1; \quad y'_I = y'_{II} \quad C_1 \lambda \operatorname{ch} \lambda l_1 = C_3 i \lambda \operatorname{ch} i \lambda l_1 + C_4 i \lambda \operatorname{sh} i \lambda l_1, \quad (2.3)$$

$$x = z; \quad y_{II} = y_{III} \quad C_3 \operatorname{sh} i \lambda z + C_4 \operatorname{ch} i \lambda z = C_5 \operatorname{sh} i \lambda z + C_6 \operatorname{ch} i \lambda z, \quad (2.4)$$

$$x = z; \quad y'_{II} = y'_{III} \frac{P}{Q \cdot i \cdot \lambda} + C_3 \operatorname{ch} i \lambda z + C_4 \operatorname{sh} i \lambda z = C_5 \operatorname{ch} i \lambda z + C_6 \operatorname{sh} i \lambda z, \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} x = l_1 + k; \quad y_{III} = y_{IV} \quad C_5 \operatorname{sh} i \lambda (l_1 + k) + C_6 \operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k) = \\ = C_7 \operatorname{sh} \lambda (l_1 + k) + C_8 \operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k), \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} = l_1 + k; \quad y'_{III} = y'_{IV} \quad C_5 i \operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k) + C_6 i \operatorname{sh} i \lambda (l_1 + k) = \\ = C_7 \operatorname{ch} \lambda (l_1 + k) + C_8 \operatorname{sh} \lambda (l_1 + k), \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$x = l; \quad y_{IV} = 0 \quad C_7 \operatorname{sh} \lambda l + C_8 \operatorname{ch} \lambda l = 0. \quad (2.8)$$

Zur Erleichterung der Berechnungsarbeit sollen nun folgende Bezeichnungen eingeführt werden :

$$\begin{array}{ll} \operatorname{sh} \lambda l_1 = a & \operatorname{sh} i \lambda (l_1 + k) = g \\ \operatorname{sh} i \lambda l_1 = b & \operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k) = h \\ \operatorname{ch} \lambda l_1 = d & \operatorname{sh} \lambda (l_1 + k) = j \\ \operatorname{ch} i \lambda l_1 = c & \operatorname{ch} \lambda (l_1 + k) = o \\ \operatorname{sh} i \lambda z = e & \operatorname{sh} \lambda l = m \\ \operatorname{ch} i \lambda z = f & \operatorname{ch} \lambda l = n \end{array}$$

Die acht Gleichungen nehmen also folgende Form an :

$$C_2 = 0 \quad (2.1)$$

$$C_1 a = C_3 b + C_4 c \quad (2.2)$$

$$C_1 d = C_3 i c + C_4 i b \quad (2.3)$$

$$C_3 e + C_4 f = C_5 e + C_6 f \quad (2.4)$$

$$\frac{P}{Q \cdot i \cdot \lambda} + C_3 f + C_4 e = C_5 f + C_6 e \quad (2.5)$$

$$C_5 g + C_6 h = C_7 j + C_8 o \quad (2.6)$$

$$C_5 i h + C_6 i g = C_7 o + C_8 j \quad (2.7)$$

$$C_7 m + C_8 n = 0$$

Durch Anwendungen der Beziehungen  $b^2 - c^2 = -1$  und  $c^2 - b^2 = 1$  kann aus den Gleichungen (2.2) und (2.3)

$$C_3 i = C_1 (cd - iab), \quad (3.1)$$

bzw.

$$C_4 i = C_1 (iac - bd) \quad (3.2)$$

erhalten werden.

Hierdurch erhalten wir:

$$\frac{C_3}{C_4} = \frac{cd - iab}{iac - bd}. \quad (3.3)$$

Durch Einführung der Bezeichnung

$$S = \frac{iac - bd}{cd - iab} \quad (3.4)$$

ergibt sich nun

$$C_4 = C_3 S. \quad (3.5)$$

Aus Gleichungen (2.4) und (2.5) kann durch Verwendung der Beziehung  $e^2 - f^2 = -1$  der Ausdruck

$$C_5 = C_3 + \frac{Pf}{Q \cdot i \cdot \lambda} \quad (3.6)$$

bzw:

$$C_6 = C_4 - \frac{Pe}{Q \cdot i \cdot \lambda} \quad (3.7)$$

abgeleitet werden.

Aus (2.8) ergibt sich

$$C_8 = -C_7 \frac{m}{n}. \quad (3.8)$$

Werden nun die Gleichungen (3.5), (3.6), (3.7) und (3.8) in die Gleichungen (2.6) und (2.7) substituiert, so gelangt man an

$$C_3 = \frac{P}{Qi \lambda} \frac{[i(fh - eg) \cdot (nj - mo) - (fg - eh) \cdot (no - mj)]}{(g + Sh) \cdot (no - mj) - i(h + Sg) \cdot (nj - mo)}, \quad (3.9)$$

und

$$C_4 = C_3 S. \quad (3.5)$$

Die einzelnen Glieder können zum Teil zusammengefaßt werden, so daß

$$fh - eg = \operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k - z)$$

$$nj - mo = -\operatorname{sh} \lambda l_2$$

$$fg - eh = \operatorname{sh} i \lambda (l_1 + k - z)$$

$$no - mj = \operatorname{ch} \lambda l_2$$

Unter Verwendung dieser Beziehungen ergibt sich die Gleichung (1.2) für das Feld II in folgender Form :

$$y_{II} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{l-z}{l} x + \frac{P}{Q \cdot i \cdot \lambda} \cdot \frac{i \operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k - z) (-\operatorname{sh} \lambda l_2) - \operatorname{sh} i \lambda (l_1 + k - z) \operatorname{ch} \lambda l_2}{[\operatorname{sh} i \lambda (l_1 + k) + S \operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k)] \operatorname{ch} \lambda l_2 + i [\operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k) + S \operatorname{sh} i \lambda (l_1 + k)] \operatorname{sh} \lambda l_2} \cdot (\operatorname{sh} i \lambda x + S \operatorname{ch} i \lambda x)$$

Wird das zweite, Hyperbelfunktionsprodukt mit  $A \cdot B$  bezeichnet, dann erhält man nach zweifacher Differenzierung

$$y''_{II} = \frac{P}{Q i \lambda} \cdot \lambda^2 \cdot i^2 \cdot A \cdot B = \frac{P}{Q} i \cdot \lambda \cdot A \cdot B \quad (4)$$

Führt man die Gleichung (4) in die Formel der Biegespannung ein, so wird

$$\sigma_b = \frac{D \cdot E \cdot y''}{2} = \frac{P}{Q} i \cdot \lambda \frac{DE}{2} \cdot A \cdot B, \quad (5)$$

wobei  $D$  den Außendurchmesser der Kupplung bezeichnet.

Durch Substitution von  $\lambda$  in den Ausdruck (5) der Biegespannung  $\sigma_b$  und nach Ordnen der Glieder wird die Formel folgende Form annehmen :

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{4 E P^2 i^2}{Q \frac{D^2 \cdot \pi}{4}}} A \cdot B = 2 P i \sqrt{\frac{E}{Q \cdot F_k}} \cdot A \cdot B, \quad (6)$$

u. zw. nach Einführung des Wertes  $F_k = \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$ . Dieser Ausdruck ist jedoch nicht streng genug, da die Kupplung nicht voll ist,  $F_k$  aber die Fläche eines Kreises vom Durchmesser  $D$  und nicht die eines Kreisringes bedeutet. Die hier angegebene Form des Ausdruckes scheint jedoch zweckmäßig zu

sein, da der Ausdruck  $P \cdot \sqrt{\frac{E}{Q F_k}}$  gerade die ISAACHSENSCHE Spannung bedeutet. Der vorher begangene Fehler kann bei Überprüfung der üblichen Abmessungen berichtigt werden.

Die maximale Biegespannung tritt dann im gegebenen Querschnitt auf, falls sich die Belastung über diesem Querschnitt befindet und  $x = z$  beträgt.

Die Formel der Höchstbiegespannung ist demgemäß auf Grund der Gleichung (6) wie folgt :

$$\sigma_{b \max} = -2i\sigma_{jk} \frac{i \operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k - z) \operatorname{sh} \lambda l_2 + \operatorname{sh} i (l_1 + k - z) \operatorname{ch} \lambda l_2}{[\operatorname{sh} i \lambda (l_1 + k) + S \operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k)] \operatorname{ch} \lambda l_2 + i [\operatorname{ch} i \lambda (l_1 + k) + S \operatorname{sh} i \lambda (l_1 + k)] \operatorname{sh} \lambda l_2} \cdot (\operatorname{sh} i \lambda z + S \operatorname{ch} i \lambda z), \quad (7)$$

wobei

$$S = \frac{i \operatorname{sh} \lambda l_1 \cdot \operatorname{ch} i \lambda l_1 - \operatorname{sh} i \lambda l_1 \cdot \operatorname{ch} \lambda l_1}{\operatorname{ch} i \lambda l_1 \cdot \operatorname{ch} \lambda l_1 - i \operatorname{sh} \lambda l_1 \cdot \operatorname{sh} i \lambda l_1}. \quad (3.4)$$

Besonders in dem Falle, wenn der Wert von  $S$  auch berücksichtigt wird, ist der Gebrauch der komplizierten Gleichung (7) äußerst schwierig. Daran ist vor allem der Faktor  $i$  schuldig, was jedoch eine Folge des entlang der Bahn veränderlichen Querschnitts darstellt. Für das Verhalten des Ausdruckes (7) können jedoch einige allgemeine Feststellungen gemacht werden:

a) Sind die Werte  $i$ ,  $\lambda$  und  $l_1$  hoch (d. h. sind die Argumente größer als 3), so ist

$$\operatorname{sh} x \cong \operatorname{ch} x \cong \frac{e^x}{2}$$

und in diesem Falle wird  $S \longrightarrow -1$ ,

da

$$S = \frac{i e^x \cdot e^y - e^x \cdot e^y}{e^x \cdot e^y - i \cdot e^x \cdot e^y} \longrightarrow -1.$$

In demselben Falle ist infolge  $l_1 \cong z$

$$\sigma_b \longrightarrow 0,$$

da

$$(\operatorname{sh} i \lambda z + S \operatorname{ch} i \lambda z) \longrightarrow (\operatorname{ch} i \lambda z - \operatorname{ch} i \lambda z) = 0.$$

b) Ist der Wert von  $\lambda$  gegeben und nimmt  $i$  zu, dann erhöht sich auch der Wert von  $\sigma_b$ , da eine Erhöhung von  $i$  zugleich die Abnahme des Kuppelungsträgheitsmomentes ( $I_k$ ) bedeutet.

c) Mit abnehmender  $\lambda$  wird auch  $\sigma_b$  kleiner, da hier der Wert von

$$\lambda = \sqrt{\frac{Q}{I \cdot E}}$$

bei gegebener Vorspannung und mit gegebenem Werkstoff ein zunehmendes Trägheitsmoment bedeutet.

#### Untersuchung der Kenngrößen und von $\sigma_{b \max}$

In Anbetracht der üblichen Querschnittverhältnisse und Abmessungen ändert sich der Wert von  $i$  zwischen 0,1 und 0,3, die Größe von  $\lambda$  jedoch zwischen 0,001 und 0,0001.  $i$  ist eine dimensionslose Größe, dagegen hat  $\lambda$  — bei den gegebenen Größen — die Dimension  $\text{cm}^{-1}$ .

Die Gleichung (7) wurde für drei Wertpaare berechnet :

1. $i = 0,1$	$\lambda = 0,001 \text{ 1/cm}$
2. $i = 0,3$	$\lambda = 0,0001 \text{ 1/cm}$
3. $i = 0,3$	$\lambda = 0,001 \text{ 1/cm}$ ,

wobei die Größe von  $l = 101 \text{ m}$  und hiervon die Kupplungslänge mit  $1 \text{ m}$  angenommen wurde. Die Berechnungen wurden für folgende Stellen durchgeführt :

$$z = 2,5 ; 5,5 ; 20,5 ; 40,5 ; 50,5 ; 60,5 ; 80,5 ; 95,5 \text{ und } 98,5 \text{ m.}$$

Die verschiedenen Werte von  $z$  deuten eigentlich darauf, daß die Kuppelung mit ihrer Belastung  $P$  entlang der Spannweite  $l$  wandert. Die Ergebnisse können z. B. für den Fall 3. ( $i = 0,3$  und  $\lambda = 0,001 \text{ cm}^{-1}$ ) durch folgende Größen dargestellt werden :

$$\begin{aligned} \sigma_{b1} &= -2 i \cdot \sigma_{Jk} \cdot 0,0601 & \sigma_{b9} &= -2 i \cdot \sigma_{Jk} \cdot 0,0600 \\ \sigma_{b2} &= -2 i \cdot \sigma_{Jk} \cdot 0,1033 & \sigma_{b8} &= -2 i \cdot \sigma_{Jk} \cdot 0,1031 \\ \sigma_{b3} &= -2 i \cdot \sigma_{Jk} \cdot 0,154 & \sigma_{b7} &= -2 i \cdot \sigma_{Jk} \cdot 0,153 \\ \sigma_{b4} &= -2 i \cdot \sigma_{Jk} \cdot 0,156 & \sigma_{b6} &= -2 i \cdot \sigma_{Jk} \cdot 0,156 \\ & & \sigma_{b5} &= -2 i \cdot \sigma_{Jk} \cdot 0,157 \end{aligned}$$

Den vorgeführten Ergebnissen gemäß ist der Ausdruck, wie bereits erwartet, symmetrisch. Die Höchstspannung tritt in der Spannweitenmitte auf und nimmt gegen die Stützpfiler ab. Die für den genannten Fall 1/—3/ ermittelten Werte wurden in Abb. 6 zusammengefaßt. In den Berechnungen

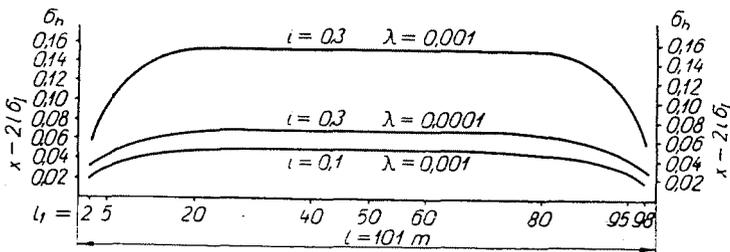


Abb. 6. Verlauf der Biegespannung  $\sigma_b$  als Funktion von  $l_1$ ,  $\lambda$  und  $i$

wurde die Größe von  $\lambda$  in  $\text{cm}^{-1}$ , die Werte von  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $k$  und  $z$  jedoch in cm substituiert.

### Untersuchung der Dauerfestigkeitsverhältnisse

Unter den untersuchten Fällen ergibt sich das Wertepaar für die höchste Biegespannung

$$\sigma_{b \max} = \sigma_{b5} = -2i \cdot \sigma_{JK} \cdot 0,157.$$

In Gleichung (6) wurde der Hohlquerschnitt der Seilkupplung vernachlässigt. Der Korrektionsfaktor kann im Falle üblicher Abmessungen unter Berücksichtigung der Beziehung

$$I_k \cong \frac{2}{3} \cdot \frac{D^4 \pi}{64}$$

mit dem Wert

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \cong 0,82.$$

bestimmt werden.

Mit dieser Korrektion sowie mit der Substitution  $i = 0,3$  erhalten wir die höchste Biegespannung in der Kupplung:

$$\sigma_{b \max} = 2 \cdot 0,3 \cdot 0,82 \cdot 0,157 \cdot \sigma_{JK} = 0,08 \cdot \sigma_{JK}.$$

Die Drahtseilkupplung wird also durch Biegespannung belastet, doch beträgt diese nur 8% der ISAACHSENSCHEN Spannung.

Die Gesamtbeanspruchung der Kupplung mit Normalspannungen ist also mit der Formel

$$\sigma_g = \sigma_z + 0,08 \sigma_{JK}$$

gegeben.

In Kenntnis der Beanspruchung ergibt sich die Frage, ob diese äußerst niedrige Wechselbiegespannung tatsächlich einen Ermüdungsbruch verursachen kann. Diese Möglichkeit sei nun mit charakteristischen numerischen Werten untersucht.

Nach der ungarischen Praxis werden die Kupplungen aus unlegiertem Stahl A 60.11 oder A 70.11 in normalisiertem Zustand hergestellt. Die Festigkeitswerte sind wie folgt :

$$\sigma_S = 32-37 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_B = 60-80 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_{E \text{ Biege}} = 30-35 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_{E \text{ Zug}} = 22-26 \text{ kg/mm}^2$$

Zur Untersuchung der Beanspruchung sollen das Gewicht des beladenen Wagens mit  $P = 1,5 \text{ t}$ , die Vorspannung mit  $Q = 30 \text{ t}$ , der Kupplungsquerschnitt mit  $F = 2000 \text{ mm}^2$  und der Elastizitätsmodul mit  $E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kg/mm}^2$  angenommen werden. Mit diesen Angaben erreicht die in der Kupplung hervorgerufene Zugspannung  $\sigma_{\text{Zug}} = 15 \text{ kg/mm}^2$ , während die Biegespannung  $\sigma_{\text{Biege}} = 2,2 \text{ kg/mm}^2$  beträgt. Die Gesamtbeanspruchung der Kupplung ist also

$$\sigma_g = 15 + 2,2 \text{ kg/mm}^2,$$

wobei  $\sigma_{\text{Biege}}$  sich zwischen 0 und  $2,2 \text{ kg/mm}^2$  ändert.

Diese Werte wurden in das GOODMAN-Diagramm der Stahlsorten A 60.11 und A 70.11 eingetragen. Für eine Vorspannung von  $15 \text{ kg/mm}^2$  beträgt die Wechselfestigkeit  $\pm 21 \text{ kg/mm}^2$  für Stahl A 60.11 und  $\pm 25 \text{ kg/mm}^2$  für Stahl A 70.11. Im gegebenen Falle liegt die Beanspruchung wohl unter der Dauerfestigkeit und der Sicherheitsfaktor erreicht 2,1 bzw. 2,3.

Es bleibt weiterhin die Möglichkeit, daß z. B. in solchen Fällen, wo die Stiftbohrung (zur Sicherung des Schraubenbolzens) senkrecht zur Biegeachse steht — einen solchen Ermüdungsbruch zeigt Abb. 2 — die Bohrung als spannungsanhäufende Einkerbung eventuell den Ausgangspunkt eines Ermüdungsbruches bedeuten kann.

Zur Prüfung sei die SIEBELSche Theorie [4] über das bezogene Spannungsgefälle verwendet. Demnach kann die mit der Formziffer  $\alpha_k$  multiplizierte Nennspannung ( $\sigma_n$ ) nicht größer werden als die Dauerfestigkeit ( $\sigma_E$ ) des zylindrischen polierten Probestabes, multipliziert mit dem Stützfaktor ( $n_K$ ):

$$\alpha_k \cdot \sigma_n \leq n_K \cdot \sigma_E \tag{8}$$

Für die üblichen Abmessungen der Seilkupplung erreicht die von der Bohrung hervorgerufene Spannungsspitze

$$\sigma_{a1} = \alpha_k \cdot \sigma_{Zug} = 2,2 \cdot 15 = 33 \text{ kg/mm}^2,$$

$$\sigma_{a2} = \alpha_k \cdot \sigma_{Biege} = 2,2 \cdot 2,2 = 4,8 \text{ kg/mm}^2.$$

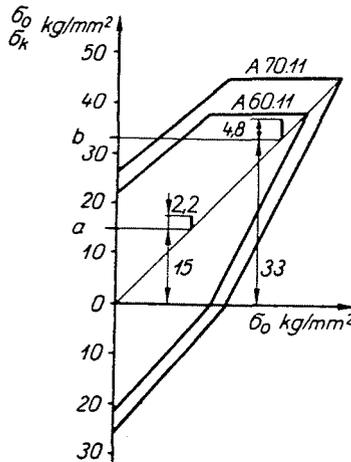


Abb. 7. Dauerfestigkeits-Schaubild für die Stahlsorten A 60.11 und A 70.11 mit Darstellung er untersuchten Verhältnisse a) für die glatte Drahtseilkupplung; b) für die durchbohrte Drahtseilkupplung

Das bezogene Spannungsgefälle neben der Bohrung und an der Zugspannungsspitze beträgt

$$\varkappa = \frac{2}{\rho} = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ mm}^{-1},$$

während für die Biegespannungen

$$\varkappa = \frac{2}{D} = \frac{2}{80} = 0,025 \text{ mm}^{-1}.$$

gilt.

Wird nun der größere Wert berücksichtigt, so ergibt sich die Stützziffer für  $\sigma_s = 35 \text{ kg/mm}^2$  als

$$n_K = 1,1.$$

In der Umgebung der Bohrung wird also die Dauerfestigkeit um rund 10% erhöht. Aus dem Dauerfestigkeits-Schaubild erhält man für eine Vorspannung von  $33 \text{ kg/mm}^2$  die Wechselfestigkeit beider Stahlsorten mit  $\pm 6 \text{ kg/mm}^2$  bzw.  $\pm 13 \text{ kg/mm}^2$ . Diese ergeben — mit  $n_K$  multipliziert — eine Dauerfestigkeit von 6,6 bzw. 14,3  $\text{kg/mm}^2$ .

Mit den berechneten Werten nimmt die Gleichung (8) folgende Form an :

$$a_k \cdot \sigma_{\text{Zug}} + a_k \cdot \sigma_{\text{Biege}} = 33 + 4,8 < 33 + 6,6 \sim 14,3 = a_k \cdot \sigma_{\text{Zug}} + n_k \cdot \sigma_E.$$

Die Verhältnisse wurden in Abb. 7 durch Fall b) veranschaulicht. Die Spannungsschwingungsspitze bleibt auch hier innerhalb der Grenzen des Dauerfestigkeits-Schaubildes, jedoch beträgt die Sicherheit für die beiden Stahlsorten nur noch 1,05 bzw. 1,25. Mit solchen kleinen Sicherheitsfaktoren kann schon ein Dauerbruch erklärt werden, besonders wenn der Annäherungscharakter der Berechnungen berücksichtigt wird. Eine solche Annäherung bedeutet z. B. die Bestimmung der Formziffer  $a_k$  der durch Stiftbohrung geschwächten Kupplung, wobei der kleinste Wert  $a_k$  für das gegebene Verhältnis  $d/b$  des Stabes mit Querbohrung angenommen wurde.

### Beurteilung der Betriebsverhältnisse

In unseren bisherigen Ausführungen wurde die Sicherheit der durch Bohrung ungeschwächten Drahtseilkupplung als befriedigend beurteilt, während die durch die Bohrung hervorgerufene Kerbwirkung schon einen Dauerbruch verursachen kann. Außer der Bohrung gibt es noch etliche Faktoren, die zum Dauerbruch beitragen können.

1. Die Drahtseilkupplung ist ein durchbohrtes und mit Gewinde versehenes Element. Sowohl die Bohrung wie auch das Gewinde beeinflussen die Dauerfestigkeit, da in ihrer Nähe Spannungsspitzen auftreten.

2. Bei ungenauer Passung ruft das Ende des Schraubenbolzens an der Zugseite radiale Druckspannungen hervor, wodurch anstatt des zweidimensionalen Spannungszustandes ein dreidimensionaler Spannungszustand auftritt. Dadurch ändert sich zugleich die Dauerfestigkeit, u. zw. im allgemeinen in Richtung der niedrigeren Werte.

3. Die Seilenden werden am Felde, während der Montage — meistens unter unbestimmten Verhältnissen — ausgegossen. Die Erhitzungstemperatur und — was noch gefährlicher ist — die Art der Kühlung kann äußerst veränderlich sein. In einer Kupplung, die zufällig überhitzt, danach aber zu rasch abgeschreckt wurde, können Restspannungen zurückbleiben, die die Dauerfestigkeit erheblich herabsetzen.

### Schlußfolgerungen

Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsbruches einer sorgfältig montierten Drahtseilkupplung tadelloser Qualität ist infolge der niedrigen Dauerbeanspruchung im allgemeinen tatsächlich klein. Unzweckmäßige konstruktive Gestaltung oder irgendwelche fertigungstechnische Unregelmäßigkeiten können jedoch zu einem Dauerbruch beitragen. Zur Vermeidung von Dauerbrüchen scheint es empfehlenswert, folgende Faustregel zu berücksichtigen:

1. Die Drahtseilkupplung soll möglich in Pfeilernähe angeordnet werden, da dadurch die Biegespannung  $\sigma_b$  niedriger wird.
2. Die Stiftbohrung zum Schraubenbolzen soll in der neutralen Achse — und nicht senkrecht hierzu — liegen, da sie so — dauerfestigkeitsmäßig — wirkungslos bleibt.
3. Das Innengewinde und das Bolzengewinde sollen sorgfältig bearbeitet werden, da hierdurch die radialen Druckspannungen herabgesetzt werden.
4. Zum Ausgießen soll eine niedrigschmelzende Legierung entsprechender Zusammensetzung gebraucht werden. Die Erhitzung sowie das Vorwärmen der Kupplung sollen nicht übermäßig sein und besonders die Kühlung muß langsam durchgeführt werden.

\*

Der Verfasser bedankt sich bei Herrn Prof. Dr. L. GILLEMOT, daß er die Durchführung der Versuche ermöglicht und mit seinen kritischen Bemerkungen zur Lösung des Problems beigetragen hat. Herrn Adjunkt T. FARACÓ sei für die Überprüfung des mathematischen Teils der Untersuchung gedankt.

### Zusammenfassung

Im Artikel werden die Dauerbrüche von Drahtseilkupplungen untersucht. Die Wechselbiegespannungen werden für die glatte und durchbohrte Kupplung bestimmt. Auf Grund des SIEBELSchen Bemessungsprinzips wird bewiesen, daß ein Dauerbruch infolge der Wechselbelastungen nur unter gewissen — in der Studie behandelten — Umständen auftreten kann. Die Feststellungen werden durch praktische Bemessungsbeispiele unterstützt.

### Literatur

1. ISAACHSEN: VDI Zeitschrift, 51 652 (1907).
2. GILLEMOT, L.: Bányászati és Kohászati Lapok, 21—24 (1940).
3. HÄNCHEN, R.: Neue Festigkeitsberechnung für den Maschinenbau. Hanser-Verlag, München 1956. 68. S.
4. SIEBEL—STIELER: VDI Zeitschrift 97, 121—126 (1955).

G. SINAY, Budapest XI. Bertalan Lajos u 6.