KONSTRUKTION UND BERECHNUNG VON SCHRUMPFVERBINDUNGEN*

Von

I. Vörös

Institut für Maschinenelemente der Technischen Universität, Budapest

(Eingegangen am 15. März 1958)

1. Vorbemerkungen

Die Schrumpfverbindung ist eine für Übertragung von Axialkräften und Drehmomenten gleicherweise geeignete Verbindungsart (Abb. 1). Die Verbindung entsteht infolge eines Übermaßes der ineinander gesetzten Teile. Der Wellendurchmesser ist etwas größer als der Bohrungsdurchmesser, wodurch die Elemente bei der Zusammenfügung ihre Form ändern. Die Verformung erzeugt eine Pressung p an den aufliegenden Oberflächen, welche als gleichmäßig verteilt angenommen werden dürfen. Dank der Oberflächenreibung macht die Oberflächenpressung die Verbindung zur Kraftübertragung geeignet. Diese Verbindung ermöglicht eine wesentliche Werkstoffeinsparung und eine Abkürzung der Herstellungszeit, welche mit keiner anderen Verbindungsart erzielt werden können.

Abb. 2 zeigt die Befestigung eines Kurbelarms am Ende der Welle. In diesem Falle wird Werkstoffeinsparung dadurch erreicht, daß sowohl die Schraubenspindel und die Unterlegscheibe, die eine Unterstützung in Axialrichtung sind, als auch die Paßfeder für die Übertragung des Drehmomentes entbehrlich werden. Durch die auf der rechten Seite der Abb. 3 gezeigte Befestigung bei der Schrumpfverbindung werden nicht nur die Schraubenmutter und Paßfeder überflüssig, sondern auch die Welle darf nach der Verbindung mit einem kleineren Durchmesser ausgeführt werden.

Für die Befestigung der Radnabe auf Eisenbahnwagenwellen sowie von Radreifen auf die Nabenscheiben verwendet man im allgemeinen ebenfalls Schrumpfverbindungen. Der Ersparnis an Material und Arbeit steht der Umstand gegenüber, daß zur Einhaltung der entsprechenden Übermaße eine präzise Arbeit erforderlich ist und die Toleranzen zwischen sehr engen Grenzen gehalten werden müssen, was nur mittels Schleifen zu erreichen ist. Bei nicht entsprechenden Toleranzen entsteht nämlich eine vorzeitige Lockerung, während eine zu dichte Verbindung, meistens infolge der Überbeanspruchung des Außenringes, den Sprung dieses Details verursachen kann.

Bei den Schrumpfverbindungen werden die Bestandteile im allgemeinen auf drei Arten vereinigt :

* Vordruck aus dem Buche Prof. Dr. I. Vörös : Gépelemek I (Maschinenelemente I)

1. Durch einfache kalte Ineinanderpressung, wo man am Ende der Welle einen Ansatz mit einem Kegelwinkel von 10—15° oder eine Abrundung anwenden muß, damit die Anpressung leicht auszuführen sei. Bei einer solchen Ineinanderpressung erleiden die aufliegenden Oberflächen in jedem Falle eine gewisse bleibende Formänderung. Bei der Pressung verändert sich nämlich

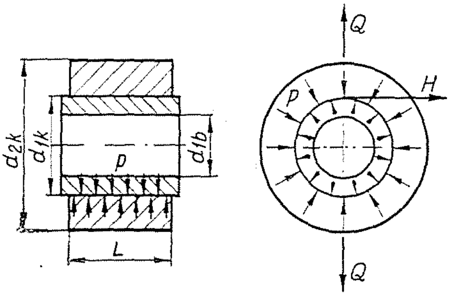

Abb. 1

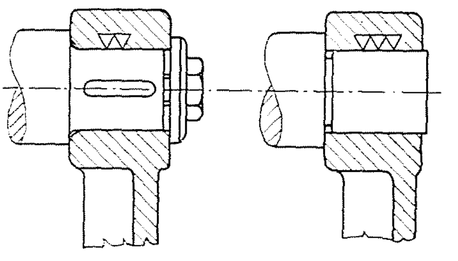

Abb. 2

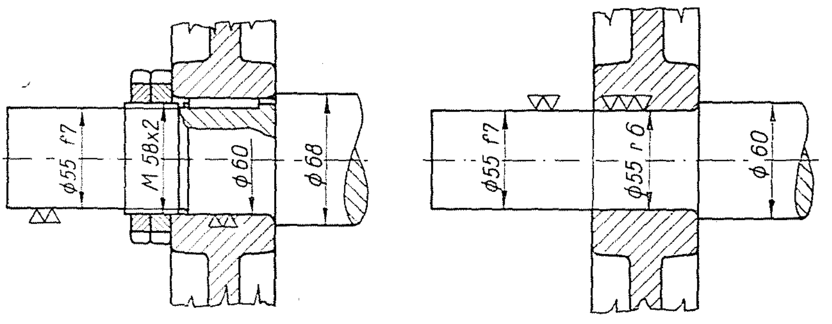

Abb. 3

die Glätte der sich berührenden Oberflächen: der Werkstoff wird sozusagen verglättet.

2. Durch Aufziehen der Nabe auf die Welle nach Erwärmung. Infolge der Erwärmung wird die Nabe gedehnt, wobei sich der Durchmesser ihrer Bohrung vergrößert, so daß man die Ineinandersetzung ohne Übermaß bewirken kann. Nach Abkühlung schrumpft die Nabe zusammen und ergibt die gewünschte Verbindung mit der Welle. Der Außenring wird entweder wie z. B. bei der Montage von Wälzlagern auf eine heiße Metallplatte gesetzt, oder im heißen Ölbad auf 100° C erwärmt. Auf diese Weise kann man mit Zylinderöl auch eine Temperatur von 370° C erreichen. In beiden Fällen ist die gleichmäßige Erwärmung eine sehr wichtige Voraussetzung. Ausnahmsweise kann in Öfen eine Erwärmung bis 700° C stattfinden, wenn ein sehr großes Übermaß notwendig ist. Eine höhere Erwärmung kann aber auch eine Verziehung verursachen. Darum ist es zweckmäßig, die Endbearbeitung

bestimmter Oberflächen nach Verfertigung der Schrumpfverbindungen auszuführen.

3. Durch Tiefkühlung der Welle. Die Tiefkühlung wird mit Kohlensäureschnee, mit sogenanntem Trockeneis, bewirkt, welches man im denaturierten Alkohol dosiert. Auf diese Weise kann eine Temperatur von —70° C erreicht werden. Seltener wird die Abkühlung mittels verflüssigter Luft durchgeführt, wodurch ebenfalls eine Temperatur von —190° C erreicht werden kann. Das Tiefkühlungsverfahren ruft leicht Unfälle (Frostrisse) und bei Anwendung verflüssigter Luft auch Explosionen hervor. Darum wird

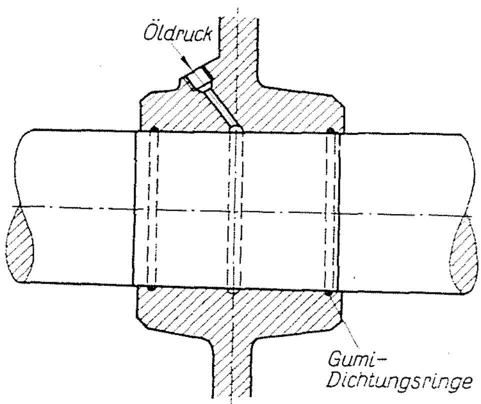

Abb. 4

es nur auf äußerst notwendige Fälle beschränkt. Die Arbeit muß in Asbest-Schutzhandschuhen und mit Schutzbrillen durchgeführt werden. Bei Tiefkühlung kann der Wärmeausdehnungskoeffizient als ungefähr 80% der bei Erwärmung gültigen Werte angenommen werden. Bei großen Übermaßen kann die Verbindung durch Tiefkühlung der Achse und Aufwärmung der Nabe erfolgen.

Außer den drei im allgemeinen üblichen Verfahren ist für die Herstellung von Schrumpfverbindungen auch die Methode der SKF Wälzlagerfabrik gebräuchlich. Nach dieser wird Öl zwischen die anzupassenden Oberflächen gepreßt und die Erweiterung des Außenstückes mit Öldruck durchgeführt. Das unter Druck befindliche Öl wird entweder durch eine an der Nabe angebrachte Bohrung (Abb. 4) oder durch die Bohrung der Welle eingeführt. In der Mitte kann eine umlaufende Rille zur Verteilung des Öles erzeugt werden, welches gegen die Ränder fließt. Eventuell wird an den Rändern ein Dichtungsring aus Gummi angebracht. Nach der Erweiterung mit Öl kann der Nabenanteil mittels einer einfachen Schraubenvorrichtung fortbewegt werden, bis die nötige Preßwirkung erreicht und beim Abziehen der notwendige aufgelockerte Zustand gesichert ist. Bei zylindrischen Oberflächen wird durch dieses Verfahren vor allem das Abziehen erleichtert. Beim Aufpressen können die schwach konischen Oberflächen, z. B. bei einer Konizität von 1 : 30 so locker ineinandergefügt werden, daß man hinterher einen Öldruck zwischen den Oberflächen wirken lassen kann, wodurch die Axialdehnung verwirklicht und die weitere, endgültige Aufpressung schon unter einem Öldruck vollendet wird. Eine dünnwandige konische Hülse kann ebenfalls zwischen Achse und Radnabe eingesetzt werden. Nach dem Aufziehen drückt

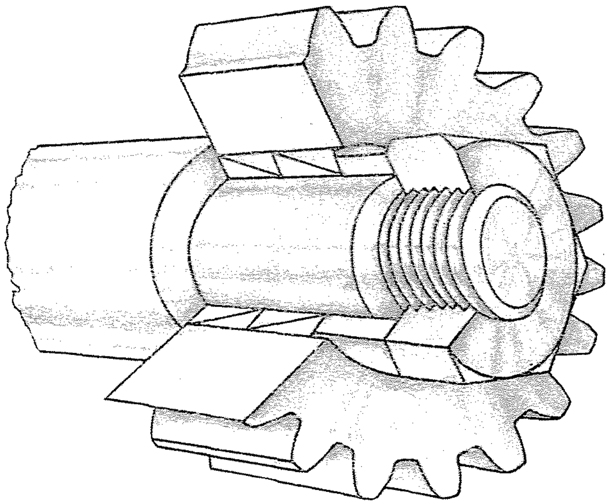

Abb. 5

sich das Öl bei Einstellung des Druckes in die Einführungsöffnung zurück bzw. fließt aus den Oberflächen heraus.

Kleinere Konstruktionselemente ohne Keilverbindung (z. B. kleinere Riemenscheiben oder Zahnräder) werden nach Abb. 5 so befestigt, daß man in die Radnabenbohrung Ringpaare mit konischen Oberflächen einsetzt, welche durch Anziehen der am Ende der Welle befindlichen Schraubenmutter eingepreßt werden. Durch die Ineinanderpressung der konischen Oberflächen wird nach außen und innen eine radiale Preßwirkung an den Ringpaaren erzeugt. Eine derartige Montierung sichert eine bessere Ausnützung der Wellen, da ihr Querschnitt nicht durch die sonst für die Keilverbindung benötigte Nut geschwächt wird.

2. Kraftwirkungen und Spannungen in Schrumpfverbindungen

An der Schrumpfverbindung sind im allgemeinen zwei Bestandteile beteiligt : die Welle 1, eventuell eine Rohrwelle als Innenring, und die Nabe 2 als Außenring (Abb. 6). Infolge der Verbindung werden beide Teile verformt.

Die Abmessung des Außenringes vergrößert sich, und zwar in höherem Maße bei der Bohrung als am Außendurchmesser. Die Abmessung des Innenringes, d. h. der Welle — falls es sich um eine Rohrwelle handelt —, verkleinert sich am Außen- und Innendurchmesser. Infolgedessen ist die Spannungsverteilung an den Bestandteilen hyperbolisch innerhalb des Bereiches der Elastizitätsdeformation (Abb. 7). In dem Innenring, d. h. in der Rohrwelle, entstehen

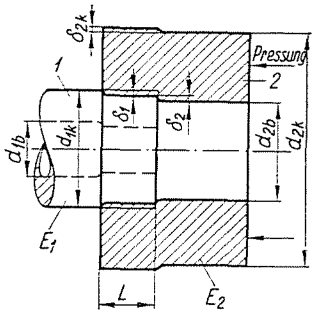

Abb. 6

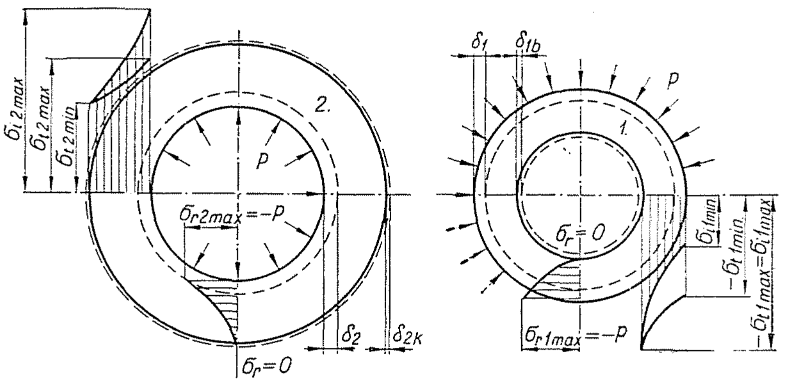

Abb. 7

Druckspannungen. Obzwar die Verformung in der Bohrung der Welle kleiner ist, wird die Spannung doch größer als am Außendurchmesser.

Bei einer erhöhten Flächenpressung p überschreitet die Spannung $\sigma_{t\max}$ die Elastizitätsgrenze des Werkstoffes und vermag sogar seine Fließgrenze zu übertreten. Die Oberfläche der Bohrung des Außenringes wird bis zu einer bestimmten Tiefe plastisch, die weiter nach außen liegenden Teile hingegen nur elastisch verformt. Wenn die Spannung im ganzen Querschnitt des Ringes die Fließgrenze erreicht, kann die Festigkeit der Verbindung am sichersten im Versuchswege bestimmt werden. Solche Schrumpfverbindungen werden auch in der Praxis verwendet und haben sich sehr gut bewährt.

Demnach sind zweierlei Schrumpfverbindungen möglich: erstens die *elastische Schrumpfverbindung*, bei der eine Höchstspannung in der Höhe der Fließgrenze σ_F, aber eher bei ihrem 0,5—0,9 Teil gestattet ist, und zweitens die *plastische Schrumpfverbindung.*

Die an den Oberflächen ausgelöste tangentiale Haftkraft H ist bei den Schrumpfverbindungen dem Gesamtwert der Reibungskräfte gleichwertig (Abb. 1). Dieser Wert soll höher sein als die zu übertragende Tangentialkraft, welche vom Drehmoment M_{cs} aus berechnet ist. Mit den Bezeichnungen der Abb. 1 ist die Haftkraft :

$$H = \int_F \mu \quad p dF \geqq \frac{2M_{cs}}{d_{1k}} . \tag{2.1}$$

Unter der Voraussetzung, daß sich die Pressung an den anliegenden Oberflächen gleichförmig verteilt, kann folgende Gleichung aufgeschrieben werden :

$$H = d_{1k} \pi L \mu p \qquad (\mathrm{kg}), \tag{2.2}$$

wo d_{1k} — der Wellendurchmesser (cm), L — die anliegende Oberflächenlänge (cm), p — die Flächenpressung (kg/cm^2) und μ der Reibungskoeffizient ist.

Auf die Schrumpfverbindung kann auch eine Axialkraft wirken, z. B. wenn auf eine Welle ein Ring aufgepreßt wird, welcher zur Stützung eines an der Welle arbeitenden Bestandteiles dient. Wenn das Moment und die Axialkraft gleichzeitig auftreten, muß die Resultierende der dem Moment entsprechenden Tangential- sowie Axialkraft berechnet, und die notwendige Flächenpressung p für diese Mittelkraft bestimmt werden. Da man mit stoßweisen Belastungen und unvorhergesehenen Mehrbelastungen rechnen muß, ist es aus Sicherheitsgründen angebracht, bei Schrumpfverbindungen einen Sicherheitskoeffizienten $x = 2$—3 zu benutzen.

Unter Voraussetzung einer sich gleichförmig verteilenden Flächenpressung p ist die die Außenringteile auseinanderdrückende Kraft Q :

$$Q = d_{1k} L p \quad (\mathrm{kg}) . \tag{2.3}$$

Die Erfahrung zeigte, daß der übliche Mittelwert der Flächenpressung bei der Stahlwelle und Gußeisennabe ungefähr 300—500 kg/cm^2, bei Stahlwelle und Stahlring ungefähr 500—1000 kg/cm^2 beträgt. Die Flächenpressung darf nicht sehr erhöht werden, weil sie über einem bestimmten Wert die Dauerfestigkeit der Welle wesentlich vermindert.

Der Wert des Reibungskoeffizienten hängt von der Qualität des Werkstoffes, von dem geschmierten oder trockenen Zustand der Oberflächen sowie von der Oberflächenrauhigkeit ab. Richtwerte sind in Tab. 1 zu finden. Da die Oberflächen weder beim Heißaufziehen noch bei der Tiefkühlung verschmiert

Tabelle I

Haftreibungskoeffizienten bei Schrumpfverbindungen

Stoffpaarung	Kaltpressung μ	Heißaufziehen Tiefkühlung μ
Stahl mit Gußeisen	0,07—0,13 mit Maschinenöl	0,13—0,18 trocken
Stahl mit Stahlguß	0,08—0,14 ,, ,,	0,10—0,17 in Öl
A 50.11 mit A 50.11	0,08—0,17 ,, ,,	0,17—0,36 ,, ,,
A 50.11 mit A 50.11	—	0,35—0,40 trocken
Gehärteter Stahl mit gehärtetem Stahl geschliffen	0,1—0,2 mit Maschinenöl	0,20—0,30 trocken
A 50.11 mit Bronze, Messing	0,05—0,1 trocken	0,17—0,25 ,,
A 50.11 mit AlMg	0,03—0.09 ,,	0,1 —0,15 ,,
Stahl mit Stahl, mit Korundpulver	—	0,65

bzw. »verglättet« werden, wird das Übermaß verbleiben und die Haftung pflegt höher zu sein. Die Haftung der Oberflächen kann dadurch gesteigert werden, daß sie mit einem Korund-Schmirgelpulver versetzt werden. Diese Technik wird z. B. bei der Herstellung zusammengebauter Kurbelwellen großer Kolbenmaschinen angewandt. Damit kann auch ein Wert von $\mu = 0{,}65$ erreicht werden. Nach der Erwärmung in Öl bleibt noch eine gewisse Menge Öl an den Oberflächen, und daher ist in diesem Falle der Reibungskoeffizient viel niedriger als bei den trocken verfertigten Verbindungen.

Innerhalb der Elastizitätsgrenzen hängen die Spannungen und Kraftwirkungen von den geometrischen Verhältnissen der Bestandteile und von den Elastizitätsmodulen der an der Verbindung beteiligten Werkstoffe ab. Die Spannungen und Verformungen werden mit Hilfe der zur Berechnung der dickwandigen Rohre abgeleiteten Formeln ermittelt. Die Nabe ist nämlich von innen belastet, und der hohle Wellenzapfen kann als ein dickwandiges Rohr betrachtet werden, während die Vollnabe ein Rohr mit einem Bohrungshalbmesser $r_0 = 0$ ist. Untersuchen wir die Spannungen für beide an der Verbindung beteiligten Details.

1. Wenn r_1 den Halbmesser des äußeren und r_0 den des inneren Zylinders bedeutet, so betragen die entstehenden Spannungen bei der von innen belasteten Nabe 2 (Abb. 7) laut Formel für das dickwandige, von innen belastete Rohr:

$$\sigma_{t2\,\max} = p\,\frac{r_1^2 + r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{r2\,\max} = -\,p\;.$$

Mit diesen können wir die für die Festigkeitsrechnung zugrunde liegende reduzierte Spannung σ_{i2} ausrechnen. Die Spannung erreicht ihren Höchstwert an der inneren Wand.

Auf Grund der MOHRschen Theorie ist der reduzierte Spannungswert der Differenz zwischen den zwei Hauptspannungen gleich, d. h. $\sigma_{i2} = \sigma_{t2} - \sigma_{r2}$ ist mit seinem obigen negativen Wert einzusetzen, wodurch die reduzierte Zugspannung

$$\sigma_{i2} = \sigma_{t2} + p$$

wird. An Stelle der Tangentialspannung den obigen Höchtswert eingesetzt:

$$\sigma_{i2\,\max} = p\left(\frac{r_1^2 + r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} + 1\right). \tag{2.4}$$

Führen wir für das Detail 2, d. h. für die Nabe, eine Durchmesser-Verhältniszahl ein und bezeichnen sie mit a_2, so ist

$$a_2 = \frac{r_1}{r_0} = \frac{d_{2k}}{d_{2b}}.$$

Dann wird die reduzierte Höchstspannung für die Nabenbohrung

$$\sigma_{i2\,\max} = p\left(\frac{a_2^2+1}{a_2^2-1} + 1\right) = K_2\, p. \tag{2.5}$$

Die Konstante K_2 kann aus den Abmessungen im voraus berechnet werden. Mit dem ersten Teil des in den Klammern befindlichen Gliedes gerechnet, ergibt sich der Höchstwert der Tangentialspannung.

Im Falle von Gußeisen ist $\sigma_{i2} = \sigma_{t2} - \varkappa\sigma_{r2}$, wo $\varkappa = 0{,}3$ das Verhältnis der Zug- und der Druckfestigkeit (Bruchfestigkeit) ist. So ergibt sich eine der obigen ähnliche Ableitung:

$$\sigma_{i2\,\max} = p\left(\frac{a_2^2+1}{a_2^2-1} + \varkappa\right) = K_{2g}\, p.$$

Am äußeren Teil der Nabe ist die radiale Spannung gleich Null und die Tangentialspannung die folgende:

$$\sigma_{t2\min} = \frac{2p}{a_2^2 - 1} = K_{k2}\, p. \tag{2.6}$$

Die Konstante K_{k2} ist auch hier aus den Abmessungen im voraus ausrechenbar.

2. Die entstehende Spannung für die außen belastete Rohrwelle 1 erhalten wir laut Formel für die dickwandigen außen belasteten Rohre — den Halbmesser unverändert mit r_1 und r_0 bezeichnend — für die äußere Wand, wo die Pressung p ihre Wirkung ausübt:

$$\sigma_{t1\,\min} = -p\,\frac{r_1^2 + r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{r1\,\max} = -p\,.$$

Da bei diesem Detail auch die Tangentialspannung negativ ist, d. h. es besteht eine Druckbelastung, ist die reduzierte Spannung laut MOHR eine Druckspannung vom Wert: $\sigma_{i1} = \sigma_{t1} - \sigma_{r1}$. Die Werte der Tangential- und Radialspannung eingesetzt:

$$\sigma_{i1\,\min} = -p\left(\frac{r_1^2 + r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} - 1\right). \tag{2.7}$$

Setzen wir auch für dieses Detail 1 die Durchmesser-Verhältniszahl ein, und bezeichnen wir sie mit a_1, d. h.:

$$a_1 = \frac{r_1}{r_0} = \frac{d_{1k}}{d_{1b}}\,;$$

damit erhalten wir an der äußeren Wand der Welle

$$\sigma_{i1\,\min} = -p\left(\frac{a_1^2 + 1}{a_1^2 - 1} - 1\right) = K_1\,p\,. \tag{2.8}$$

Die Konstante K_1 ist aus den Abmessungen des Details 1 zu berechnen. Auch hier bedeutet das mit dem ersten Teil der Klammern berechnete Glied die Tangentialspannung.

Bei einer Gußeisen-Rohrwelle:

$$\sigma_{i1\,\max} = -p\left(\frac{a_1^2 + 1}{a_1^2 - 1} - \varkappa\right) = K_{1g}p.$$

An der inneren Wand der Rohrwelle ist die radiale Spannung gleich Null, und daher ist die Tangentialspannung mit der Durchmesser-Verhältniszahl a_1 ausgedrückt wie folgt:

$$\sigma_{t1\,\max} = -\frac{2\,p\,a_1^2}{a_1^2 - 1} = K_{b1}p. \tag{2.9}$$

Die Konstante K_{t1} kann aus den Abmessungen im voraus berechnet werden. Obige Spannung ist auch gleichzeitig der Höchstwert der maßgebenden Spannung: $\sigma_{i1\max}$.

Die mit den obigen Gleichungen berechenbaren Spannungsvariationen sind bezüglich der Bestandteile 1 und 2 in Abb. 7 angegeben.

3. Bei einer Vollwelle sind die Werte von r_0 und d_{1b} gleich Null, welche in die Formeln des dickwandigen, außen gedrückten Rohres eingesetzt, die Größe und Verteilung der Spannungen wie folgt ergeben:

$$\sigma_t = -p \quad \text{und} \quad \sigma_r = -p\,.$$

Nach MOHRS Theorie ist die reduzierte Spannung gleich dem Unterschied der höchsten und der kleinsten Hauptspannung. Die höchste Hauptspannung ist in diesem Falle gleich Null, darum ist

$$\sigma_i = 0 - (-p) = p\,.$$

Hier haben die Spannungen längs des Querdurchschnitts überall einen konstanten Wert.

3. Berechnung der elastischen Verformungen

Die radiale Verformung in der Wand eines dickwandigen Rohres an irgendeinem Halbmesser x ist laut Abb. 8:

$$\xi = p\,\frac{r_0^2}{E\,(r_1^2 - r_0^2)}\left[(1-\nu)\,x + \frac{r_1^2}{x}\,(1+\nu)\right] \tag{3.1}$$

Anstatt x die Werte des inneren bzw. äußeren Halbmessers in diese Formeln eingesetzt, erhalten wir die an den betreffenden Stellen entstehenden Verformungen:

1. Die radiale Verformung in der Nabenbohrung erhalten wir laut Abb. 7 durch die Einsetzung von $x = r_0$:

$$\delta_2 = p\,\frac{r_0^2}{E_2\,(r_1^2 - r_0^2)}\left[(1-\nu)\,r_0 + \frac{r_1^2}{r_0}\,(1+\nu)\right] = p r_0\,\frac{(1+\nu)\,r_1^2 + (1-\nu)\,r_0^2}{E_2\,(r_1^2 - r_0^2)}\,.$$

Die für die Durchmesser gültige *elastische Ausdehnung* ist das Doppelte der obigen, d. h. gleich $2\,\delta_2$.

Dividieren wir den Zähler und den Nenner des obigen Ausdrucks mit r_0^2, um die Durchmesser-Verhältniszahl a_2 einsetzen zu können. Den Wert des Bruches mit k_2 bezeichnet, ergibt sich:

$$k_2 = \frac{(1+\nu)\,a_2^2 + (1-\nu)}{E_2\,(a_2^2-1)} \qquad \left(\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{kg}}\right). \tag{3.2}$$

Mit dieser einfacheren Bezeichnung, statt $2r_0$ den Wert d_{2b} eingesetzt, kann die *elastische Ausdehnung* der Nabenbohrung aus folgender Formel berechnet werden :

$$2\,\delta_2 = p\,d_{2b}\,k_2 \;(\mathrm{cm})\,. \tag{3.3}$$

2. An der äußeren Oberfläche *der Rohrwelle*, die durch einen äußeren Druck in Anspruch genommen wird, erhalten wir mit einer ähnlichen Berech-

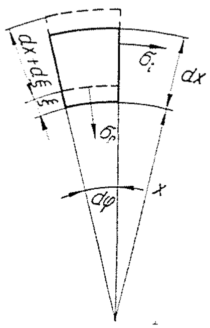

Abb. 8.

nung die Zusammendrückung $2\,\delta_1$ des Außendurchmessers d_{1k}, wenn wir die Werte von r_0 und r_1 in der Formel (3.1) austauschen. Für diesen Fall können wir den Faktor k_1 einführen, mit dem die Zusammendrückung vom Wert $2\,\delta_1$ des Durchmessers d_{1k} aus der folgenden Formel berechenbar ist :

$$2\,\delta_1 = p d_{1k}\,k_1 \;(\mathrm{cm})\,. \tag{3.4}$$

Für den Faktor k_1 erhalten wir gemäß Obigem den folgenden Wert :

$$k_1 = \frac{(1+\nu) + (1-\nu)\,a_1^2}{E_1\,(a_1^2-1)} \qquad \left(\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{kg}}\right). \tag{3.5}$$

3. Bei einer Vollwelle ist r_0 bzw. d_{1b} gleich Null, d. h. $a_1 = \infty$. Den Zähler und den Nenner in der Formel (3.5) mit a_1^2 dividiert und auf die Grenze $a_1 = \infty$ übergehend, erhalten wir den Faktor k_t der Vollwelle :

$$k_t = \frac{1-\nu}{E_1} \qquad \left(\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{kg}}\right). \tag{3.6}$$

Damit ist die elastische Kompression der Vollwelle von einem Durchmesser d_{1t} :

$$2\,\delta_{1t} = pk_t\,d_{1t} \quad \text{(cm)}\,. \tag{3.7}$$

Damit auf den Oberflächen der beiden verbundenen Bestandteile die zur übertragenden Tangentialkraft nötige Flächenpressung p wirklich entsteht, sollen die mit den obigen Formeln ausgedrückten elastischen Verformungen gesichert werden. Für das Übermaß der Nabenbohrung können wir ein elastisches Übermaß berechnen, welches dem Gesamtbetrag der auf die beiden Durchmesser bezogenen obigen Verformungen gleich sein soll. Da die Durchmesser d_{2b} und d_{1k} einander nahe sind, können wir statt ihnen den nominellen Durchmesser d in die obige Formel einsetzen. Damit ist das elastische Übermaß :

$$f_r = 2\,(\delta_1 + \delta_2) = p\,(k_1 + k_2)\,d\,. \tag{3.8}$$

Wenn wir den Wert d in cm einsetzen, ergibt sich auch f_r in cm. Bei einer durch Kaltpressung vollzogenen Ineinanderfügung ist die Glättung der Oberflächen um so größer, je größer der Höchstwert der Ungleichförmigkeiten der Oberflächen ist, d. h. die Glättung hängt von dem Wert R_{max} (Tab. II) ab. Dieser bedeutet die Entfernung der Kopflinie von der Bodenlinie der Rauhigkeiten an der Oberfläche. Der Erfahrung nach beträgt die Glättung, d. h. die dadurch entstehende Maßänderung, das 0,6fache des R_{max}-Wertes.

Die auf die Höchstwerte der Rauhigkeiten der bearbeiteten Oberflächen bezüglichen Richtwerte können der Tab. II entnommen werden.

Tabelle II

Höchstwerte der Oberflächenrauhigkeiten

	R_{max}
Grobschlichtdrehen	10 —20 μ
Feinschlichtdrehen	5 —10 ,,
Feindrehen	2 — 5 ,,
Feinst-Diamantdrehen	0,5— 2 ,,
Räumen mit Glättzähnen	1,6— 4 ,,
Feinfräsen	4 —10 ,,
Feinbohren	2 — 7 ,,
Grobschleifen	5 —12 ,,
Feinschleifen	2 — 5 ,,
Hochfeinschleifen	1 — 2 ,,
Honen	0,5— 1 ,,

Bei Beschädigungen der Bestandteile 1 und 2 soll, auf den Durchmesser bezogen, der doppelte Wert in Betracht gezogen werden. Das geometrische Übermaß vermindert sich dadurch mit einem Wert f', welcher Obigem gemäß folgenderweise zu berechnen ist:

$$f' = 2 \cdot 0{,}6\,(R_{1\,\max} + R_{2\,\max})\,. \tag{3.9}$$

Das geometrische Übermaß, welches den Unterschied der zwei zusammengefügten Durchmesser bedeutet, erhalten wir also durch Addierung von f_1 und f':

$$f = f_r + f' = d_{1k} - d_{2b}\,. \tag{3.10}$$

Das elastische Übermaß $f - f' = f_r$ kann mit dem Außendurchmesser der Welle in Beziehung gesetzt werden. Diese Verhältniszahl kann relatives Übermaß genannt werden. Auf Grund der Formel (3.8) ist das relative Übermaß mit dem Nenndurchmesser der Welle d:

$$\frac{f_r}{d} = (k_1 + k_2)\,p\,, \tag{3.11}$$

aber

$$\frac{f_r}{d} = \frac{2\,(\delta_1 + \delta_2)}{d} \cong \frac{2\,\delta_1}{d_{1k}} + \frac{2\,\delta_2}{d_{2k}}\,.$$

Die beiden Summanden-Werte an der rechten Seite der Gleichung sind die auf den Wellendurchmesser bzw. Nabendurchmesser bezüglichen spezifischen Verformungen, welche mit den Elastizitätsmodulen E_1 und E_2 und mit den Spannungen ausgedrückt werden können. Demnach schreiben wir mit dem Wert $\nu = 0{,}3$:

$$\frac{f_r}{d} = \frac{\sigma_{t1} - 0{,}3\,p}{E_1} + \frac{\sigma_{t2} + 0{,}3\,p}{E_2}\,. \tag{3.12}$$

Das elastische Übermaß kann aus dieser Formel berechnet werden, falls die Tangentialspannungen an den ineinanderpassenden Oberflächen vorher abgeleitet wurden. Hier muß der Wert σ_{t1} mit einem positiven Vorzeichen eingesetzt werden, damit wir laut der Formel mittels Addierung der auf Preßeinwirkung in der Welle entstehenden Verformung mit der auf Zugeinwirkung in der Nabe auftretenden Dehnung die das Übermaß bestimmende Gesamtverformung erhalten. Obige Formel kann auch von (3.11) abgeleitet werden, indem wir die Werte k_1 und k_2 einsetzen.

4. Berechnung der nötigen Passungen

Bei der Herstellung der beiden Bestandteile ist es unmöglich zu sichern, daß das geometrische Übermaß f in jedem einzelnen Falle gleich sei. Die Werkstücke werden mit gewissen Toleranzen verfertigt, d. h. sie werden zwischen den zulässigen Kleinst- und Höchstmaßen hergestellt.

Dementsprechend kann laut Abb. 9 in Grenzfällen der Passung ein kleinstmögliches Übermaß F_k als die Differenz einer Bohrung von Höchstmaß und einer Welle von Kleinstmaß oder ein größtmögliches Übermaß F_n als die Differenz einer Bohrung von Kleinstmaß und einer Welle von Höchstmaß entstehen. Diese Abmessungsdifferenzen in der Herstellung ergeben ver-

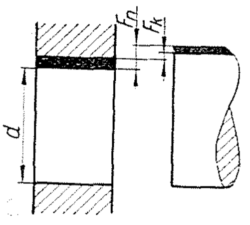

Abb. 9

schiedene Werte für das elastische Übermaß und demzufolge werden auch die an den Oberflächen entstehenden Pressungen p verschieden sein. Mit einem kleinen Übermaß F_k ergibt sich eine geringe, mit einem großen Übermaß F_n aber eine große Flächenpressung. Bezeichnen wir diese mit den Buchstaben p_k bzw. p_n. Die Betriebssicherheit der miteinander verbundenen Bestandteile verlangt, daß die Pressung p_k einen solchen Wert hat, daß auch die größte Betriebskraftwirkung oder Moment keine Verschiebung verursachen können. Aus Formel (3.8) kann zu dieser Flächenpressung p_k ein elastisches Kleinstübermaß f_{rk} berechnet werden. Addiert man die aus der Formel (3.9) berechnete Glättung der Oberflächen hinzu, so ergibt sich das Kleinstübermaß

$$F_k = f_{rk} + f' \,. \tag{4.1}$$

Das Größtübermaß wird

$$F_n = f_{rn} + f' \,. \tag{4.2}$$

Dieses Übermaß wird — durch die erzeugte Flächenpressung p_n — die Betriebsbeanspruchung sicherlich übertragen. Man soll aber beachten, daß der durch p_n hervorgerufene Zugspannungshöchstwert $\sigma_{i2\max}$ nicht die für die Nabe früher bestimmte Grenzspannung $0{,}5\,\sigma_F \sim 0{,}9\,\sigma_F$ überschreitet. Bei einer kleineren Flächenpressung sollte die untere, bei einer höheren aber die obere Grenze berücksichtigt werden. Nach der Formel (2.5) kann z. B. die Pressung p_n mit der oberen Grenze folgenderweise bestimmt werden:

$$\sigma_{i2\,\max} = K_2 \, p_n = 0{,}9 \, \sigma_F \, ,$$

daraus folgt:

$$p_n = \frac{0{,}9 \, \sigma_F}{K_2} \, , \tag{4.3}$$

wo K_2 im voraus berechnet werden kann. Das zu p_n gehörige elastische Übermaß f_{rn} kann aus der Formel (3.8) berechnet werden:

$$f_{rn} = p_n \, (k_1 + k_2) \, d \, . \tag{4.4}$$

Damit ergibt sich das zu der angenommenen Grenzspannung gehörige elastische Übermaß, und das ihr entsprechende größte Übermaß F_n kann aus der Formel (4.2) abgeleitet werden.

Die Bestimmung der in der Wellenbohrung entstehenden maßgebenden Spannung $\sigma_{i1\max}$ wird im allgemeinen überflüssig, da die Druckfließgrenze der Stähle höher liegt als die Zugfließgrenze, während beim Gußeisen die Druckbeanspruchung wesentlich höher sein darf als die Zugbeanspruchung.

Nach der Bestimmung der Übermaße sollen die Toleranzen aus den Passungstafeln ISA so festgestellt werden, daß wir für die Bohrung die den Nennmaßen entsprechende Qualität auswählen können. Unter der Voraussetzung, daß $0{,}9 \, \sigma_F = \sigma_{i2\max}$, berechnen wir das Größtübermaß F_n, und in Kenntnis dessen ist die Gesamttoleranz für die zwei Elemente

$$T_g = F_n - F_k \, . \tag{4.5}$$

Dieser Wert soll zwischen den zwei Bestandteilen so aufgeteilt werden, daß ungefähr 0,5—0,6 Teil der Toleranz der Bohrung T_b zukomme, d. h.

$$T_b = 0{,}5 \, T_g \sim 0{,}6 \, T_g \, . \tag{4.6}$$

Damit können wir aus der Passungstafel auch die Gütezahl der Bohrung bestimmen. Die untere Grenze der Abweichung bezüglich der Welle (mit A_u bezeichnet) erhalten wir durch Addierung der so berechneten Toleranz der Bohrung und des berechneten Kleinstübermaßes:

$$A_u = T_b + F_k \, . \tag{4.7}$$

Das Größtübermaß der Welle wird der Wert F_n sein. Die Abweichungen der Welle sind positiv. Bei der Festlegung der Qualität der Toleranzpaarungen verfahren wir dem Einheitsbohrungssystem gemäß, indem wir für die Welle eine nächstkleinere Qualität auswählen, als die für die Bohrung gehörige. Die Welle kann z. B. von Qualität 6 und die Bohrung von H7 sein. Die positive Toleranz der Welle wird oftmals in Zahlwerten auf 1/100 mm abgerundet angegeben.

Wenn bei der Schrumpfverbindung die Zusammenfügung der Bestandteile nicht durch Kaltpressung, sondern mittels Erwärmung oder Abkühlung durchgeführt wird, kommt der Wert f' nicht in Betracht. Zwecks Erleichterung der Ineinanderfügung der anliegenden Oberflächen beider Teile soll ein gewisser Spiel (j) für den aufgewärmten bzw. tiefgekühlten Zustand gesichert werden. Zur Sicherung des berechneten elastischen Übermaßes f_r sollen entsprechende Toleranzwerte ausgewählt werden. Zu dem Wert f_r wird der gewählte Spiel (j) addiert und die Temperaturdifferenz dem Ergebnis entsprechend bestimmt. Diese sichert eine dem Wert $(f_r + j)$ entsprechende Wärmeausdehnung.

Zusammenfassung

Der Hauptvorteil der Schrumpfverbindungen, besonders bei auf Wellen montierten Bestandteilen besteht in der erheblichen Werkstoffeinsparung. Die Vereinigung der Bestandteile geschieht durch Kaltpressung, Warmaufziehen oder Tiefkühlung. Es ist auch Öldruckeinführung zwischen die anpassenden Oberflächen, weiters Anwendung von elastischen, onischen Zwischenringpaaren üblich. Die Berechnung der Kraftwirkungen, bzw. der Spannungen kann am Grunde der Festigkeitstheorie der dickwändigen Röhre durchgeführt werden. Dadurch ist auch die Bestimmung der elastischen Deformation möglich. Bei den mit Pressung verfertigten Verbindungen ist die Kenntnis der Oberflächenrauhigkeit wegen der Berücksichtigung der Verglättung der Oberflechen nötig. Bei Feststellung der Toleranzgrenzen dient bei der unteren Grenze die mit der Oberflächenglättung modifizierte elastische Deformation, bei der oberen Grenze aber die Fließgrenze, bzw. deren gewißes Prozent als Anhaltspunkt. Zwischen diesen Grenzen ist die Qualität und Abstufung der Toleranzen mit Berechnung bestimmbar.

Literaturverzeichnis

FINDEISEN, F.: Neuzeitliche Maschinenelemente. Bd. I. 1950. Schweizer Druck- und Verlagshaus A. G. Zürich 8.

NIEMANN, G.: Maschinenelemente. Springer Verlag. Berlin (Göttingen) Heidelberg. 1955.

WASSILEFF, D.: Austauschbare Querpreßsitze 1938. VDI. Forsch. Heft 1390. VDI Verlag Berlin.

Prof. I. VÖRÖS, Budapest, XI. Műegyetem rakpart 3. Ungarn.