

# DIE THERMISCHE PROBLEME DER ERHÖHUNG DES DRUCKVERHÄLTNISSSES VON KLEINEN UND MITTLEREN FLUGGASTURBINEN MIT AXIALKOMPRESSOR AUSGESTATTET

Endre PÁSZTOR

Lehrstuhl für Flugzeuge und Schiffe  
Technische und Ökonomische Universität Budapest  
H-1521 Budapest, Ungarn  
Fax: +361-463-1097

Eingegangen: 14. September 2006

## Abstract

The study is about how to grow the efficiency of planes having axial-flow compressor and turbines or gas turbines. The efficiency of gas turbines is increased by the growth of the pressure ratio of turbines however, it results decreasing blade-height in the compressor and turbine.

The decreasing efficiency of turbines spoils the effectiveness of the whole gas turbine machine. In conclusion the result of the two paradoxon effects is that the use of high pressure ratio is not advisable in any aircraft with small and middle efficiency.

*Keywords:* compression ratio, effective efficiency, polytropic efficiency, blade - height; loss of gap, temperature ratio, compressor - step, turbine stage.

## Verzeichnis der verwendeten Symbole und Abkürzungen.

Symbol	Einheit	Bezeichnung
$\eta_{tid}$	–	Idealer thermischer Wirkungsgrad.
$\pi_c$	–	Druckverhältnis des Axialkompressors
$\eta_{polc}$	–	Polytroper Wirkungsgrad der Axialkompressor – Stufe
$\eta_{polt}$	–	Mittlerer polytroper Wirkungsgrad der Turbine
$\dot{m}_l$	kg/s	Luftmassenstrom
$\dot{m}_g$	kg/s	Gasmassenstrom
$T_{wst}$	K	Wirkliche Temperaturerhöhung in einer Kompressor – Stufe
$T_{wst}$	K	Wirkliche Temperatur vor der Kompressor – Stufe
$\eta_{polco}$	–	Grundpolytroper Wirkungsgrad des gesamten Verdichters
$\eta_{polto}$	–	Grundpolytroper Wirkungsgrad der gesamten Turbine
$T_3$	K	Temperatur nach der Brennkammer
$c_{axc}$	m/s	Axialgeschwindigkeit im Verdichter
$c_{axt}$	m/s	Axialgeschwindigkeit in der Turbine
$\eta_B$	–	Brennkammerwirkungsgrad
$\sigma_B$	–	Brennkammerdruckverlustskoeffizient

Symbol	Einheit	Bezeichnung
$\varepsilon$	–	Verengungskoeffizient im Verdichter und in der Turbine
$D_C$	m	Durchschnittsdurchmesser vom Verdichter
$D_t$	m	Durchschnittsdurchmesser von der Turbine
$\pi_{cst}$	–	Druckverhältnis einer Verdichterstufe
$\rho_{mc}$	kg/m <sup>3</sup>	Mittlere Luftdichte in der Verdichterstufe
br	$\frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_l}$	Spezifische Brennstoffmenge
$\dot{m}_B$	kg/s	Brennstoffmassenstrom
$K_{ud}$	–	Undichtheitskoeffizient bei den Labyrinthen
$c_{pl}$	J/kgK	Spezifische mittlere Wärmekapazität für Luft im Verdichter
$c_{pg}$	J/kgK	Spezifische mittlere Wärmekapazität für Verbrennungsgase in der Turbine
$T_1$	K	Temperatur vor dem Verdichter
$T_2$	K	Temperatur nach dem Verdichter
$T_3$	K	Temperatur nach der Brennkammer
n	1/s	Drehzahl des Kompressors und der Turbine
$\kappa_l$	–	Isentropenexponent für Luft
$\kappa_g$	–	Isentropenexponent für Gas
s	m	Spalt zwischen dem Gehäuse und den Schaufeln
$s_c$	m	Kompressor – Schaufelspalt
$s_t$	m	Turbine – Schaufelspalt
$l_c$	m	Schaufelhöhe des Kompressors
$l_t$	m	Mittlere Schaufelhöhe der Turbine
$\rho_{mt}$	kg/m <sup>3</sup>	Mittlere Gaskichte in der Turbine
R	J/kgK	Gaskonstant
$p_{wst}$	Pa	Druck vor der Kompressorstufe
$p_{wst}$	Pa	Druckerhöhung in einer Stufe
z	–	Stufenzahl des Kompressors
$i_o$	J/kg	Spezifische Enthalpie – Abfall in den Stufen
$i_{sv}$	J/kg	Spezifische Enthalpie – Spaltverlust

### Bezeichnung der Triebwerksebenen

1. Verdichtereintritt
2. Verdichteraustritt
3. Turbineneintritt
4. Turbinenaustritt

## 1. Zielkonflikt, Problemstellung

Der ideale thermische Wirkungsgrad von Gasturbinen vergrößert sich eindeutig mit der Erhöhung des Druckverhältnisses ( $\pi_c$ ) des Kompressors. Bei den wirklichen Gasturbinen erreicht aber der wirkliche thermische Wirkungsgrad eine maximale

Grösse in Abhängigkeit des Druckverhältnisses. Die Grösse des maximalen wirklichen Wirkungsgrades hängt ausser des Druckverhältnisses, auch von den Verlusten der Gasturbinen (Druckverlust, Wirkungsgrad des Verdichters und der Turbine, Brennkammerwirkungsgrad usw.) ab.

Mit der Erhöhung des Druckverhältnisses vergrössert sich auch die Stufenzahl des Verdichters ( $z$ ) und vermindert sich auch die Höhe der Verdichterschaufeln der Einzelstufen und die Durchschnittshöhe der Turbinenschaufeln ständig.

Mit der Abnahme der Schaufelhöhe nimmt der Polytroperwirkungsgrad des Verdichters ( $\eta_{polc}$ ) und der Polytroperwirkungsgrad der Turbine ( $\eta_{poli}$ ) ab.

Also, zwei gegensätzliche Wirkungen kämpfen gegeneinander. Die positive Wirkung ist die Druckverhältniserhöhung, dagegen wirkt die polytrope Wirkungsgradabnahme des Verdichters und der Turbine negativ.

Es wird nachdrücklich betont, dass der Grundwiderspruch nur bei Fluggasturbinen von kleiner und mittlerer Leistungen existiert.

Der Beitrag beschäftigt sich mit den obigen Grundwidersprüchen.

## 2. Die Reihenfolge der Untersuchung

- Die Bestimmung der Grunddaten der Untersuchung.
- Die Vergrösserung des Verdichtungsdruckverhältnisses in Abhängigkeit von der Stufenzahl.
- Die Bestimmung der Änderung der Schaufelhöhen des Verdichters und der Turbine.
- Die Festlegung der Änderung des Stufenpolytropen – Wirkungsgrades des Kompressors und der Turbine.
- Die Bestimmung der effektiven Leistung und des effektiven Wirkungsgrades in Abhängigkeit von der Stufenzahl (bzw. Druckverhältnis).
- Die Bewertung des Ergebnisses, Konstruktionsüberlegungen, Schlussfolgerungen.

## 3. Die Grunddaten der Untersuchung

Luftmassenstrom:  $\dot{m}_l = 40 \text{ kg/s}$

Wirkliche Temperaturerhöhung in einer Verdichter - Stufe:  $T_{wst} = 50 \text{ K}$ .

Grundpolytroper Wirkungsgrad des gesamten Verdichters:  $\eta_{polco} = 0,85$  (konstant).

Grundpolytroper Wirkungsgrad der gesamten Turbine:  $\eta_{polto} = 0,87$  (konstant).

Temperatur nach der Brennkammer:  $T_3 = 1450 \text{ K}$

Fluggeschwindigkeit :  $v = 0 \text{ m/s}$

Axialgeschwindigkeit im Verdichter, bzw. in der Turbine:

$c_{axc} = 190 \text{ m/s}$  ;  $c_{axt} = 200 \text{ m/s}$ .

Brennkammerwirkungsgrad:  $\eta_B = 0,96$

Brennkammerdruckverlust – Koeffizient:  $\sigma_B = p_3 / p_2 = 0,96$

Verengungskoeffizient im Kompressor, bzw. in der Turbine:  $\varepsilon_c = \varepsilon_t = 0,95$

Durchschnittsdurchmesser des Verdichters:  $D_c = 0,4$  m, (konstant).

Durchschnittsdurchmesser der Turbine:  $D_t = 0,55$  m, (konstant).

Spezifische Brennstoffmenge:  $b_r = 0,01$

Undichtheitskoeffizient:  $K_{ud} = 0,98$

$c_{pl} = 1040$  J/kgK;  $c_{pg} = 1160$  J/kgK;  $\kappa_l = 1,38$ ;  $\kappa_g = 1,33$ ;  $R = 287$  J/kgK;  $T_1 = 288$  K;  $p_1 = 10^5$  Pa

#### 4. Die Vergrößerung des Verdichtungsdruckverhältnisses in Abhängigkeit der Stufenzahl und die Bestimmung der Änderung der Schaufelhöhen.

Bei den Untersuchungen sind der Durchschnittsdurchmesser und die Drehzahl ( $n$ ) der Verdichterstufen ( $D_c$ ) konstant. Dementsprechend ist die wirkliche Temperaturerhöhung einer Verdichterstufe ( $T_{wst}$ ) mit sehr guter Annäherung (nach der Eulerischen Gleichung) auch konstant.

Das Grunddruckverhältnis einer Kompressorstufe:

$$\pi_{cst} = \left( \frac{T_{wst} + \Delta T_{wst}}{T_{wst}} \right)^{\frac{\kappa_l}{\kappa_l - 1} \eta_{polco}} \quad (1)$$

Das obenstehende Druckverhältnis ist ein Grunddruckverhältnis, weil der polytroper Wirkungsgrad konstant ist. In Abhängigkeit der Stufenzahl vergrößert sich die Dichte der Luft und deshalb vermindern sich die Schaufelhöhen des Kompressors und der Turbine. Die Schaufelhöhe – Abnahme verursacht die Verminderung der effektiven Leistung und des effektiven Wirkungsgrades der Fluggasturbinen von mittlerer und kleinerer Leistung.

Das Druckverhältnis des gesamten Kompressors ergibt sich in Funktion von der Stufenzahl, als das Produkt des einzelnen Stufendruckverhältnisses.

$$\pi_c = \pi_{cst1} \cdot \pi_{cst2} \cdot \dots \cdot \pi_{cstn} \quad (2)$$

Die mittlere Luftdichte:

$$\rho_{mc} = \frac{p_{wst} + \frac{\Delta p_{wst}}{2}}{R \left( T_{wst} + \frac{\Delta T_{wst}}{2} \right)} \quad (3)$$

Die Stufenschaufelhöhe des Kompressors wird mit Hilfe der Kontinuitäts-gleichung bestimmt:

$$l_c = \frac{\dot{m}_l}{\rho_{mc} \cdot D_c \cdot \pi \cdot c_{axc} \cdot \varepsilon} \quad (4)$$

Die Gleichung (10) ist sinngemäss auch für die Turbine gültig.

Die Ergebnisse können im *Bild 1*. betrachtet werden. Die Kurve [1 – 2] zeigt die Änderung des Druckverhältnisses ( $\pi_c$ ) des Kompressors in Abhängigkeit der Stufenzahl ( $z$ ), wenn  $\eta_{polco}$  und  $\eta_{polto}$  konstant sind (Grundverhältnis).

Die Schaufelhöhen des Kompressors ( $l_c$ ) und der Turbine ( $l_t$ ) nehmen in Abhängigkeit von der Stufenzahl (Bild 1.) stark ab. Diese Erscheinung verursacht die Abnahme von polytropen Wirkungsgraden.

## 5. Die Änderung des Stufenpolytropenwirkungsgrades

Der polytrope Wirkungsgrad, abgesehen von dem Grundpolytropen-wirkungsgrad ( $\eta_{polc}$  ;  $\eta_{polto}$ ), hängt überwiegend von dem Spaltverlust (zwischen der Schaufel und dem Hause) und von dem Wirbel am Schaufelende ab. Genauer abgefasst, hängt der Spaltverlust von dem spezifischen Spalt ( $s_c/l_c$ ;  $s_t/l_t$ ) ab. Mehrerer Forschern nach [1; 2; 3; 4] verursacht 1% spezifische Spaltvergrößerung etwa 2,5% Wirkungsgrads – Verminderung.

In [5], nach Andenburg und Brown-Boveri ist der Spaltverlust:

$$\Delta i_{sv} = \frac{1,72s_t}{l_t \cdot \Delta i_0} \quad (\text{Andenburg}) \quad (5)$$

$$\Delta i_{sv} = \frac{3,1s_t}{l_t \cdot \Delta i_0} \quad (\text{Brown-Boveri}) \quad (6)$$

KIRILLOV [6] bietet einen ziemlich komplizierten Zusammenhang für den Spaltverlust dar.

Laut STEPANOV [7], verursacht der Spaltverlust folgende Wirkungsgrads-Verminderung:

$$\eta = \eta_o(1 - \kappa s/l) \quad (\kappa = 1 - 3) \quad (7)$$

Die Gleichung (7) ist sinngemäss für den Verdichter und die Turbine gültig.

In meinen Berechnungen wurden bei dem Kompressor  $k=2$ , und bei der Turbine  $k=1$  in Betracht genommen. Alle zwei Werte wurden günstig angenommen. Turbine – Schaufeln sind allgemein nicht so empfindlich von diesem Standpunkt aus (Labyrinth – Dichtungen und Bandage am Ende der Schaufeln), als die Kompressor – Schaufeln.

Im Laufe der Untersuchungen wurde mit Spalthöhe  $s_c=s_t= 0,3$  und  $0,6$  mm gerechnet.

Die Gleichung der Änderung des polytropen Wirkungsgrades lautet:

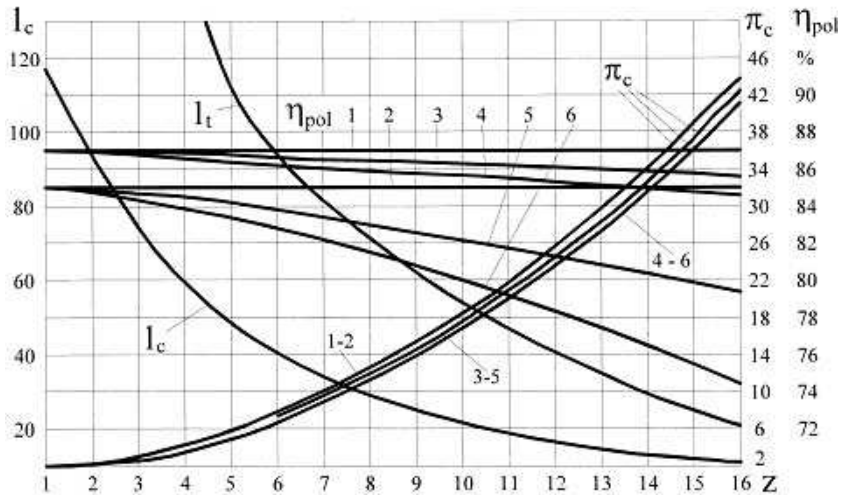
$$\eta_{polc} = \eta_{polco}(1 - 2s_c/l_c) \quad (8)$$

$$\eta_{polto} = \eta_{polto}(1 - s_t/l_t) \quad (9)$$

## 6. Die Bestimmung der effektiven Leistung und des effektiven Wirkungsgrades

Zuerst wird die Änderung des Stufenpolytropen – Wirkungsgrades mit Hilfe der Gleichung 8, 9 beim veränderlichen polytropen Wirkungsgrad bestimmt.

Die Ergebnisse sind im *Bild 1* zu betrachten. Es ist auffallend, dass der polytropic Wirkungsgrad des Kompressors sehr stark abnimmt, obwohl die Ausgangsdaten (besonders  $\dot{m}_l$ ) günstig waren. Bei  $T_{wst} = \text{konstant}$ , ist die wirkliche



*Bild 1.* Die Änderung  $l_c$ ;  $l_t$ ;  $\eta_{polc0}$ ;  $\eta_{polc}$ ;  $\eta_{pol}$ ;  $\pi_c$  in Abhängigkeit von der Stufenzahl. Bezeichnungen: 1.  $\eta_{pol0}=0,87$  Konst.; 2.  $\eta_{polc0}=0,85$  Konst.;  $\eta_{pol-s}=0,3$  mm; 4.  $\eta_{pol-s}=0,6$  mm; 5.  $\eta_{polc-s}=0,3$  mm; 6.  $\eta_{pol-s}=0,6$  mm

Stufenleistungsaufnahme auch Konstant. Im gegebenen Fall zeigt die Verlustvergrößerung in der Verminderung des Stufendruckverhältnisses nach Gleichung (1):

$$\pi_{cst} = \left( \frac{T_{wst} + \Delta T_{wst}}{T_{wst}} \right)^{\frac{\kappa_l}{\kappa_l - 1}} \eta_{polc} \quad (10)$$

Das Druckverhältnis des gesamten Verdichters ergibt sich in Funktion von der Stufenzahl, bei veränderlichen  $\eta_{polc}$ , auch mit der Gleichung (2).

Mit Hilfe des Ergebnisses von *Bild 1*, [ $\eta_{polc} = f(z)$ ], kann man die Verminderung des Druckverhältnisses von dem Verdichter ( $\pi_c$ ) in *Bild 1* betrachten. Das Druckverhältnis hängt vom veränderlichen (mindernden) polytropen Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der Stufenzahl ab. Diese Erscheinung verursacht einen Teil der effektiven Wirkungsgrad – Abnahme.

Die Leistungserhöhung (Arbeitsaufnahme) des Kompressors ergibt sich als die Summe der einzelnen Stufenleistungserhöhungen, weil die Leistungsaufnahmen der einzelnen Verdichterstufen gleich sind:

$$W_{ceff} = \sum_{Z=1}^{z=z} W_{csteff} = z \cdot W_{csteff} = z \cdot c_{pl} \Delta T_{wst} \quad (11)$$

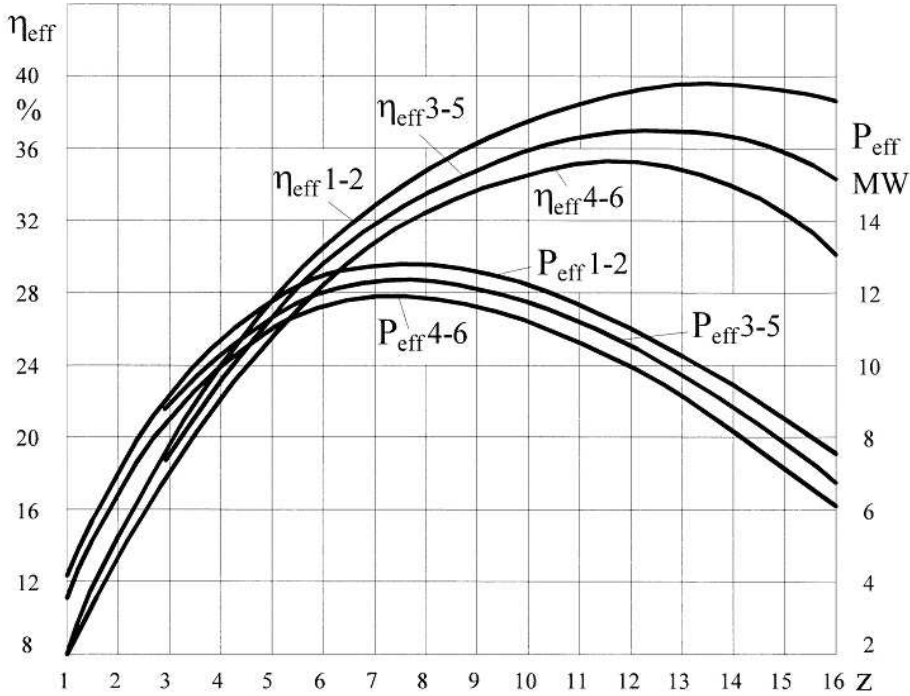


Bild 2. Die Änderung  $\eta_{eff}$  und  $P_{eff}$  in Abhängigkeit von der Stufenzahl.  
Die Bezeichnungen siehe auf dem Bild 1

$$P_{ceff} = \dot{m}_l \cdot W_{ce} \quad (12)$$

Die nützliche effektive Leistung der Turbine:

$$P_{teff} = \dot{m}_l (1 + b_r) K_{ud} \cdot c_{pg} \cdot T_3 \left[ 1 - \left( \frac{1}{\sigma_B \pi_c} \right) \right]^{\frac{\kappa_g}{\kappa_g - 1} \eta_{polt}} \quad (13)$$

Die nützliche effektive Leistung der Turbine nimmt wegen zwei Phänomenen in Abhängigkeit von der Stufenzahl ab: das Druckverhältnis des Kompressors ( $\pi_c$ ) und der polytrope Wirkungsgrad der Turbine ( $\eta_{polt}$ ) mindern sich.

So ist die nützliche effektive Leistung der Gasturbine:

$$P_{eff} = P_{teff} - P_{ceff}, \quad (14)$$

und die effektive Wärmeleistungszufuhr:

$$\dot{Q}_{eff} = \dot{m}_l (1 + b_r) K_{ud} \left( \frac{C_{pl} + C_{pg}}{2} \right) [T_3 - (T_1 + z \Delta T_{wst})] \quad (15)$$

und der effektive Wirkungsgrad:

$$\eta_{eff} = \frac{P_{eff}}{\dot{Q}_{eff}} \quad (16)$$

## 7. Die Bewertung des Ergebnisses, Konstruktionsüberlegungen

Die Ergebnisse der Untersuchung sind auf dem *Bild 2* zu betrachten. Die effektive Leistung und der effektive Wirkungsgrad der Fluggasturbine von kleiner und mittlerer Leistung nimmt mit konstantem Spalt ab, weil der spezifische Spalt besonders bei grossen Druckverhältnissen sich vergrössert. Das Druckverhältnis von maximaler effektiver Leistung und maximalem effektivem Wirkungsgrad vermindert sich auch beim wachsenden spezifischen Spalt.

Es wird nachdrücklich betont, dass dieses Phänomen sich nur bei kleinen und mittleren Fluggasturbinen verwirklicht. Bei grossen Fluggasturbinen sind die Schaufelhöhen so länger, dass dieser Effekt nicht, oder nur in minimalen Masse entsteht.

Es ist eine grundlegende Feststellung, dass die günstige effektive Leistung und der Wirkungsgrad nur im Falle von minimalen spezifischen Spalten möglich ist (S. Zweistromtriebwerk CFR).

Dies hat zur Folge, dass die axialen Verdichter der kleinen Fluggasturbinen sehr oft mit einer Zentrifugalkompressor – Stufe enden, weil ein kleiner Zentrifugalkompressor noch immer höheren Wirkungsgrad hat, als ein Axialverdichter mit Schaufelhöhe von 10 mm.

## Literatur

- [1] GRUBER, J., Ventilátorok. Műszaki Könyvkiadó. 1966.
- [2] HOWEL, A. R., Fluid Dynamics of Axial Flow Compressors. *Proc. Instr. Mech. Eng.* London 1945.
- [3] KAHANE, A., Investigation of Axial Flow Fan and Compressor Rotors Designed for three Dimensional Flow. N. A. C. A. Techn. Note. 1652. 1948
- [4] WALLIS, R. A., Axial flow fans. Newnes London 1961
- [5] BRODSZKY, D., Repülőgép – hajtóművek II. Gázturbinák. Budapest. Tankönyvkiadó. 1954.
- [6] KIRILLOV, I. I., Teorija turbomasin. Leningrad. Masinostroenie. 1974.
- [7] STEPANOV, G. JU., Osnovi teorii lopatocsnih masin, kombinirovannih i gasoturbinnih dvigatelei. Masgis. Moskva. 1958.