

# ENTWICKLUNG UND ANWENDUNG VON SIMULATIONSMODELLEN ZUR UNTERSUCHUNG DER LENKUNGSUNRUHE VON Pkw

R. GNADLER und A. SCHMIDT

Eingegangen am 25. November 1987.

## Abstract

The aim of the paper is the theoretical investigation of vibration of the cars's steering components by the help of a mathematical concept.

Having created the mechanical model of the frequently used front-wheel-drive system, the authors present its equivalent mathematical model too.

Based on many calculated examples, it has been proved that the vibration of the steering components can be minimized by constructional changes.

## Einleitung

### *Aufgabenstellung*

Zunächst möchte ich kurz erläutern, worum es sich bei der sog. Lenkungsunruhe handelt:

Die Lenkungsunruhe ist eine Schwingungsform der gesamten Vorderradaufhängung und des Lenksystems, die sich in bestimmten Geschwindigkeitsbereichen besonders stark bemerkbar macht, beispielsweise in Form von Drehbeschleunigungen des Lenkrades.

Angeregt werden diese Schwingungen durch die Ungleichförmigkeit der Reifen.

Nach ihrer Intensität und der Art der Schwingungsanregung kann man die Lenkungsunruhe von dem, noch aus den Anfängen des Automobilbaus bekannten Flattern unterscheiden:

- Für die Lenkungsunruhe sind Radschwingungsamplituden von 1 bis 2° charakteristisch, und sie ist hauptsächlich als zwangserregte Schwingung einzustufen, angeregt z. B. durch eine Unwucht oder einen Höhen- bzw. Seitenschlag der Reifen.
- Dagegen wiesen die Flatterschwingungen Radamplituden von 4 bis 7° auf. Sie sind als parameterregte Schwingungen infolge veränderlicher Federungs- und Dämpfungseigenschaften der Reifen in Querrichtung einzustufen.

Das Flattern kann inzwischen durch geeignete Dämpfung und Steifigkeit des Lenksystems problemlos beherrscht werden und wird daher im folgenden nicht weiter untersucht.

Eine Problemanalyse zur Lenkungsunruhe zeigt, daß diese keinesfalls nur bei einer bestimmten Bauart von Radaufhängungen auftritt, und daß sie sich bei bestimmten Kombinationen von Reifenungleichförmigkeiten abschwächt und bei anderen dagegen überhaupt nicht bemerkbar macht.

Hieraus läßt sich auf zwei wesentliche Gruppen von Einflußparametern schließen:

Zum einen kann die Lenkungsunruhe durch fahrzeugbezogene Maßnahmen und zum anderen durch reifenbezogene Maßnahmen beeinflußt werden.

### *Lösungsweg*

Da sich experimentelle Untersuchungen zur Lenkungsunruhe als wenig geeignet erwiesen haben, sollte eine theoretische Untersuchung grundsätzliche Erkenntnisse zum gesamten Schwingungsverhalten und Ansatzpunkte zur Verringerung der Lenkungsunruhe liefern, wobei vornehmlich fahrzeugbezogene Maßnahmen von Interesse sind.

Hierzu wurde ein mathematisches Fahrzeuersatzsystem für die beiden, heute am häufigsten verwendeten Bauarten von Vorderradaufhängungen

- die McPherson-Vorderradaufhängung und
  - die Doppel-Querlenker-Vorderradaufhängung
- entwickelt.

Die Anregung des Schwingungssystems soll durch Reifenungleichförmigkeiten erfolgen, die i. a. beschrieben werden als

- Radialkraftschwankung (RKS)
- Lateralkraftschwankung (LKS)
- Tangentialkraftschwankung (TKS) sowie
- Rückstellmomentschwankung (RMS).

## **Mathematisches Fahrzeuersatzsystem**

### *Aufbau des mechanischen Modells*

Den ersten Schritt der Untersuchungen stellt die Entwicklung der mechanischen Modelle dar.

Hierzu wird zunächst der Aufbau realer Vorderradaufhängungen mit Lenksystem vorgestellt.

Als Beispiel zeigt *Abb. 1* eine McPherson-Vorderradaufhängung des VW-Golf.

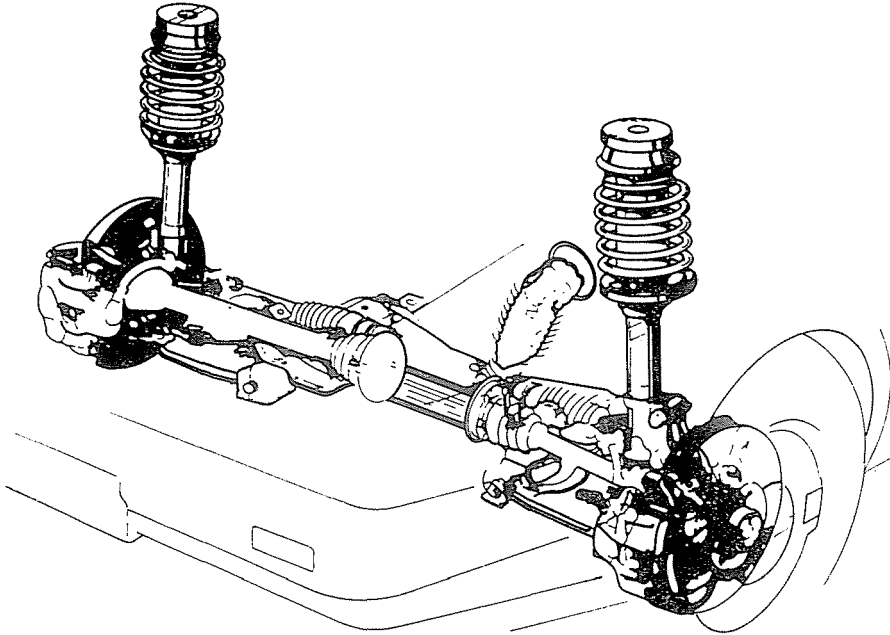


Abb. 1. McPherson-Vorderradaufhängung des VW Golf

Charakteristisch für diese Bauart ist, daß die Radführung gemeinsam vom unteren Querlenker und vom Federbein übernommen wird, das Achsfeder und Achsdämpfer zu einer Einheit zusammenfaßt. Der Querlenker kann als Dreieckslenker wie bei dieser Radaufhängung, oder als einfacher Lenker mit Zugstrebe ausgebildet sein.

Die Abb. 2 zeigt eine Doppelquerlenker-Radaufhängung am Beispiel des Opel Ascona und Manta.

Im Gegensatz zur Bauart McPherson übernehmen hier Achsfeder und Achsdämpfer keine Radführungsaufgaben. Diese werden vielmehr von einem oberen und einem unteren Querlenker übernommen, die entweder als Dreieckslenker, wie bei dieser Bauform, oder als einfache Lenker mit Zugstreben ausgebildet sein können.

Die gezeigten Abbildungen realer Radaufhängungen machen deutlich daß es nicht sinnvoll ist, die beiden konstruktiv doch recht unterschiedlichen Bauarten durch ein gemeinsames Modell zu beschreiben. Aus diesem Grund wurden zwei verschiedene mechanische Modelle entwickelt.

Die Abb. 3 zeigt das mechanische Modell der McPherson-Vorderradaufhängung, das aus insgesamt 9 starren Körpern besteht, die über Federn, Dämpfer und Gelenke miteinander verbunden sind.

Die 9 Teilmassen des Systems sind:

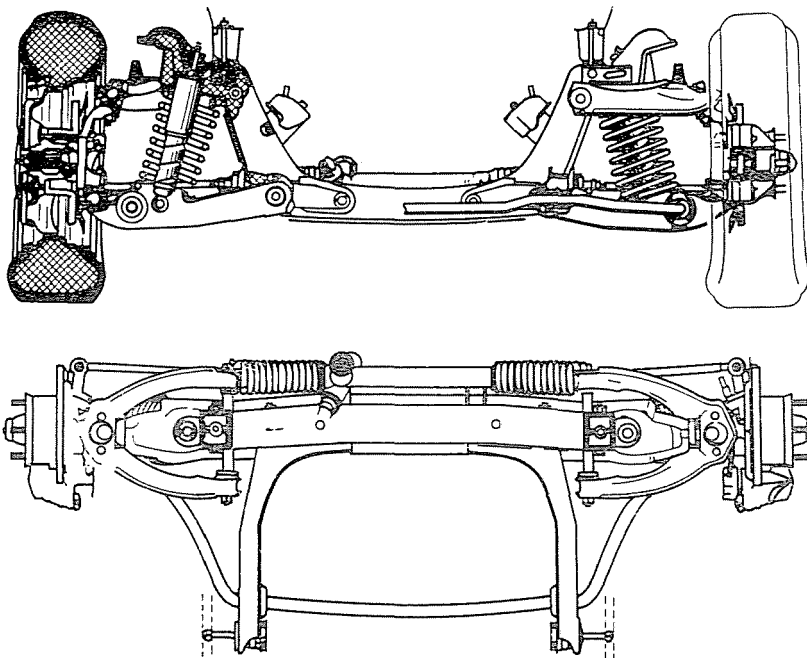


Abb. 2. Doppel-Querlenker-Vorderradaufhängung des Opel Ascona und Manta

- das Rad mit Radträger rechts
- das Rad mit Radträger links
- der rechte Querlenker
- der linke Querlenker
- das Lenkgetriebe
- das Lenkrad mit der Lenksäule
- die Zahnstange
- der Kolben des rechten Achsdämpfers
- der Kolben des linken Achsdämpfers.

Die 3 zuletzt erwähnten Komponenten, die Zahnstange und die beiden Achsdämpferkolben, sind zunächst massebehaftet.

Bei der eigentlichen Herleitung des Modells werden ihre Massen vernachlässigt, da diese klein gegenüber den anderen Teilmassen sind.

Zur Beschreibung dieses Systems aus 9 Teilmassen wurden 27 Freiheitsgrade definiert.

Die Teilmassen sind über Gelenke am Aufbau angelenkt, der als fest eingespannte Masse betrachtet wird und keine eigene Bewegungsmöglichkeit besitzt. Ein Teil dieser Gelenke wurde als dreidimensionales Feder—Dämpfer—Element ausgebildet, um die anisotropen Federungs- und Dämpfungseigen-

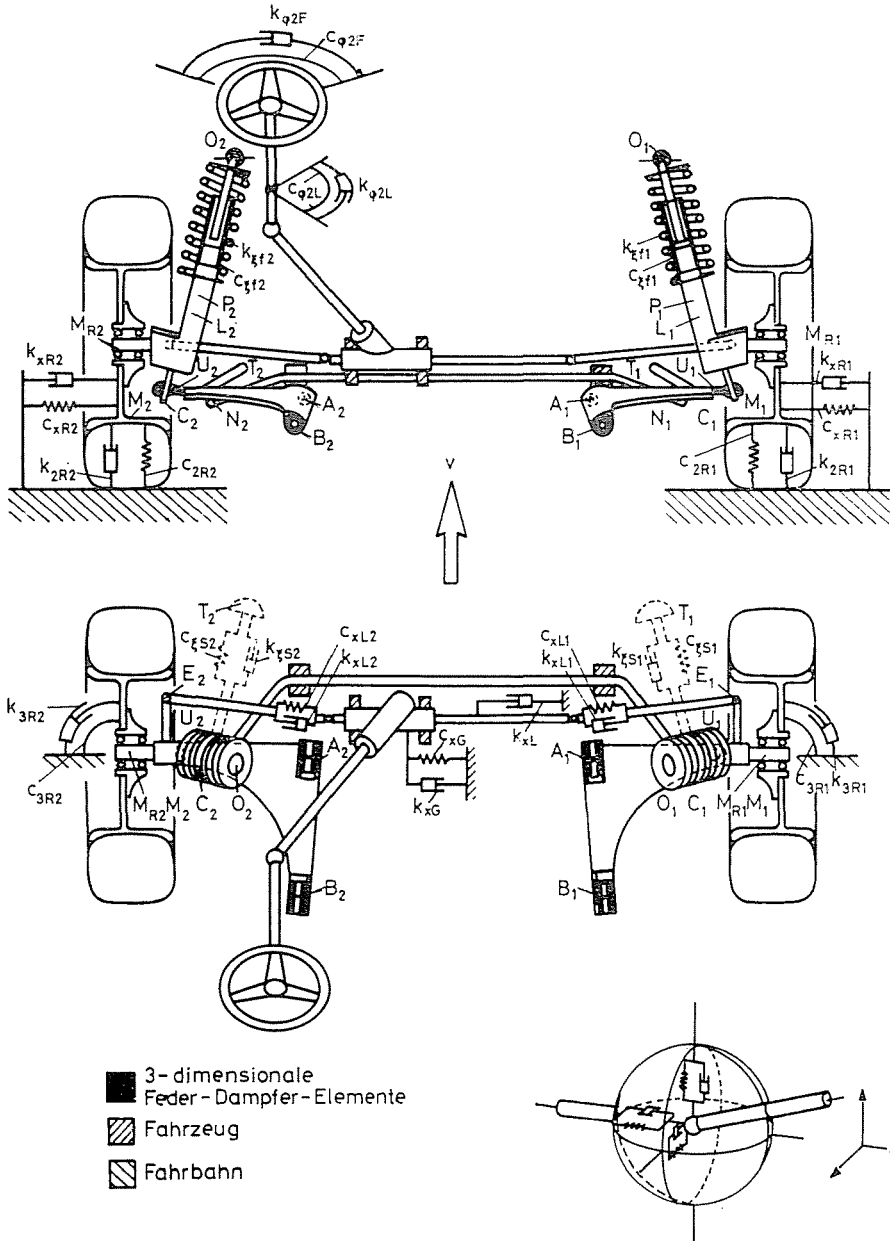


Abb. 3. Prinzipskizze des mechanischen Modells der McPherson-Vorderradaufhängung mit Lenksystem

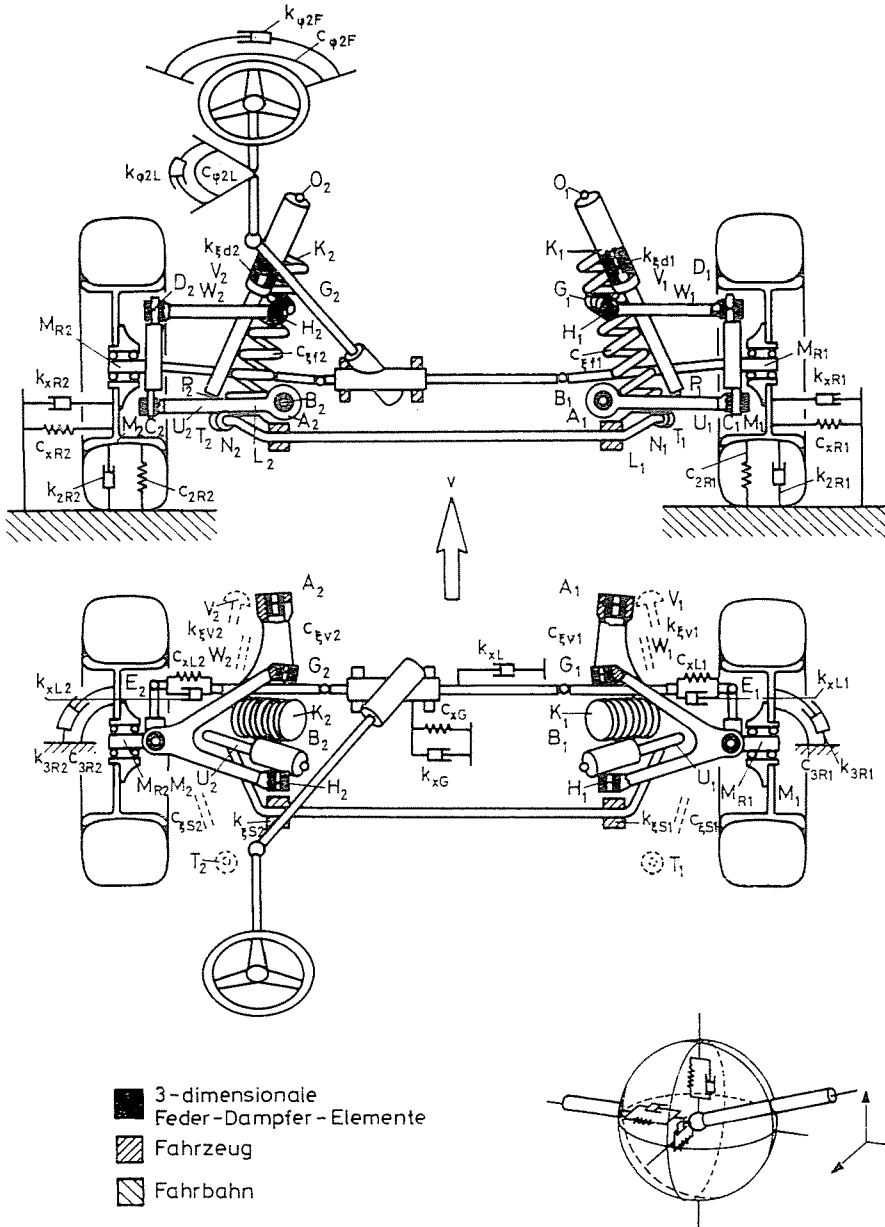


Abb. 4. Prinzipskizze des mechanischen Modells der Doppel-Querlenker-Vorderradaufhängung mit Lenksystem

schaften der Gummilager und der Kunststoffdaten in den Gelenken zu beschreiben, so z. B.

- die Lagerung der Querlenker am Aufbau,
- die Lager zwischen Querlenkern und Radträgern und
- die Federbeinstützlager.

Ansosnten sind sämtliche Elastizitäten und Dämpfungen des Systems diskretisiert.

In *Abb. 4* ist eine Prinzipskizze der Bauart Doppel-Querlenker gezeigt.

Aus ihr werden die wesentlichen Unterschiede gegenüber der Bauart McPherson deutlich:

- die beiden oberen Querlenker mit masselosen Zugstreben kommen hinzu,
- die Achsdämpferkolben entfallen als Teilmassen,
- die Achsdämpfer sind masselos.

Es verbleiben also ebenfalls 9 starre Körper, von denen allerdings lediglich die Masse der Zahnstange bei der späteren Herleitung zu Null gesetzt wird.

Die Bewegung der Doppel-Querlenker-Vorderradaufhängung wird durch 35 Freiheitsgrade beschrieben.

Es sind 2 Möglichkeiten der Schwingungsanregung vorgesehen,

- eine Zwangerregung über periodisch sich ändernde Kräfte und Momente an der Radnabe und
- eine Parameterregung über periodisch sich ändernde Federungs- und Dämpfungsbeiwerte der Reifen.

Als Bewertungsgröße für die Lenkungsunruhe können grundsätzlich sämtliche Freiheitsgrade des Systems in Wegen, Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen herangezogen werden.

Als sinnvolle und auch in der Praxis häufig verwendete Bewertungsgröße bietet sich die Drehbeschleunigung des Lenkrads an.

### *Herleitung des mathematischen Ersatzsystems*

Der zweite Schritt bei der Entwicklung der Simulationsmodelle umfaßt die Herleitung des mathematischen Ersatzsystems. Auf die hierzu erforderlichen theoretischen Grundlagen soll nur kurz eingegangen werden:

Die Translationsbewegung der einzelnen Körper wird durch Orts- und Geschwindigkeitsvektoren der Massenschwerpunkte beschrieben.

Die Rotationsbewegung wird über Drehtensoren und Winkelgeschwindigkeitsvektoren in den sog. Kardanwinkeln dargestellt. Zur Herleitung der Bewegungsdifferentialgleichungen wird eine spezielle Form der Lagrange'schen Gleichungen 2. Art verwendet, die in *Abb. 5* dargestellt ist.

Bei derart umfangreichen mechanischen Modellen kommt der Methodik bei der Herleitung der Differentialgleichungen eine entscheidende Bedeutung zu:

Umgeformte Lagrangesche Gleichungen 2. Art:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} = Q_i$$

Darin bedeuten:

$T$  — die kinetische Energie,

$U$  — die potentielle Energie,

$F$  — die Dissipationfunktion bzw. „Dämpfungsenergie“,

$Q_i$  — die generalisierten Kräfte,

$q_i$  — die generalisierten Koordinaten in der Anzahl  $i = 1$  bis  $n$  der Freiheitsgrade und

$\dot{q}_i$  — die zeitlichen Ableitungen der generalisierten Koordinaten.

Abb. 5. Umgeformte Lagrangesche Gleichungen 2. Art

Es zeigt sich sehr schnell, daß solch aufwendige Simulationsmodelle auf herkömmliche Weise („von Hand“) nicht mehr fehlerfrei abgeleitet und dann noch fehlerfrei programmiert werden können.

So sind zur Herleitung der Differentialgleichungen für die Bauart McPherson ca. 5 600 und für die Bauart Doppel-Querlenker ca. 9 700 Differentialoperationen auszuführen. Aus diesem Grund wurden die Differentialgleichungen in symbolischer Form am Großrechner hergeleitet. Im Rahmen dieser Untersuchung wurde hierfür das sog. LAGRANGE-Paket entwickelt, welches das Herleiten der Differentialgleichungen nach dem Formalismus von Lagrange (Abb. 6) durchführt. Als Eingabe müssen lediglich die Algorithmen für die Energien und die generalisierten Kräfte des Systems zur Verfügung gestellt werden. Das Programmpaket generiert daraufhin das zugehörige Differentialgleichungssystem.

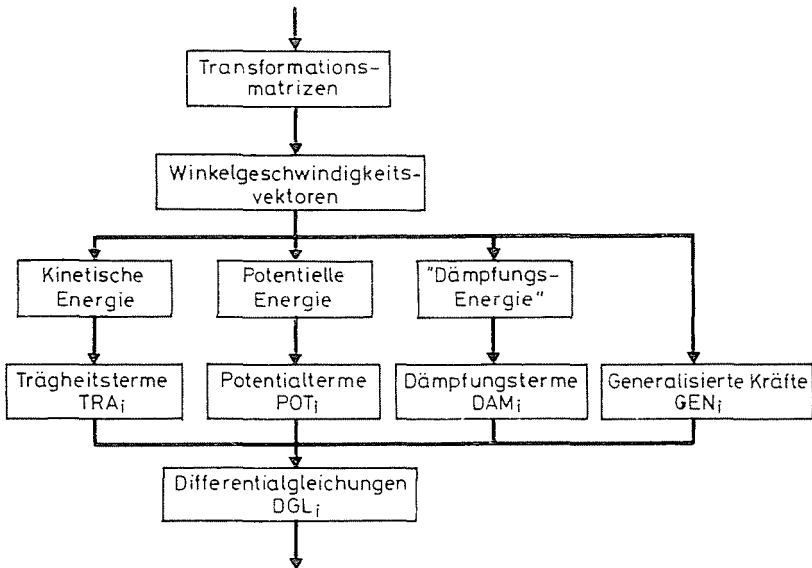


Abb. 6. Struktur des LAGRANGE-Pakets zur Herleitung der Differentialgleichungen



Das LAGRANGE-Paket stützt sich auf die Grundoperationen des symbolischen Programmsystems REDUCE und ist nach den Regeln der strukturierten Programmierung modular aufgebaut.

Es besteht aus insgesamt 34 Programm-Modulen, die zusammen 71 Ausgabeelemente erzeugen bzw. weiterverarbeiten.

Die Grobstruktur des LAGRANGE-Pakets wird durch Abb. 6 verdeutlicht:

- Nach dem Festlegen der Koordinatensysteme, Freiheitsgrade und Zwangsbewegungen
- werden zunächst die Transformationsmatrizen und die Winkelgeschwindigkeitsvektoren berechnet.
- Anschließend werden die Energien des Systems bestimmt.
- Nachdem die Trägheits-, Potential- und Dämpfungsterme sowie die generalisierten Kräfte abgeleitet sind, werden diese zu den Differentialgleichungen des Systems zusammengesetzt.

Mit diesem LAGRANGE-Paket steht somit ein Werkzeug zur Verfügung, das es ermöglicht, auch für komplexe mathematische Ersatzsysteme die Bewegungsdifferentialgleichungen fehlerfrei herzuleiten. Hierbei sind dem Umfang des Systems zunächst keine Grenzen gesetzt, sieht man von Randbedingungen des Rechners, wie verfügbarem Kernspeicher, externen Speichermöglichkeiten oder Rechenzeitbedarf, ab.

Mit diesem LAGRANGE-Paket wurden daraufhin die Differentialgleichungen für die mechanischen Modelle

- der McPersons-Vorderradaufhängung und
- der Doppel-Querlenker-Vorderradaufhängung

hergeleitet.

### *Lösungsverfahren*

Im dritten Schritt bei der Entwicklung von Simulationsmodellen geht es um die Lösung der Differentialgleichungen. Hierzu wird ein numerisches Lösungsverfahren verwendet, das vom Rechenzentrum der Universität Karlsruhe entwickelt wurde.

Es handelt sich hierbei um das Programmsystem SLGA, ein selbststernendes Prädiktor-Korrektor-Verfahren für Anfangswertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen.

Für die Anwendung dieses Lösungsverfahrens müssen die mit dem LAGRANGE-Paket hergeleiteten Differentialgleichungen noch entsprechend Abb. 7 aufbereitet werden:

- Zum einen ist es erforderlich, die Differentialgleichungen 2. Ordnung auf 1. Ordnung zu reduzieren.
- Zum anderen benötigt das Lösungsverfahren die JACOBI-Matrizen des Systems.

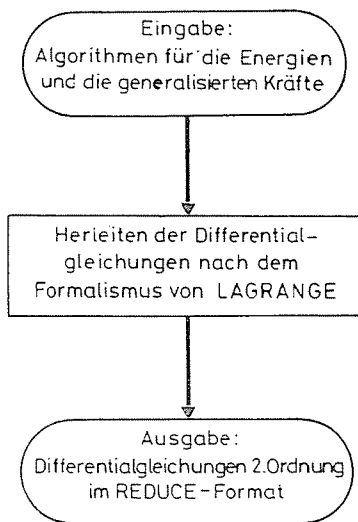


Abb. 7. Prinzipieller Aufbau des LAGRANGE-Pakets zur Herleitung der Differentialgleichungen

Hierzu wurde ebenfalls im Rahmen dieser Untersuchung das sog. ADAS-Paket entwickelt, welches entsprechend Abb. 7 die hergeleiteten Differentialgleichungen in symbolischer Form für eine Anwendung des Lösungsverfahrens SLGA aufbereitet, und das ebenfalls auf den Grundoperationen von REDUCE basiert.

Mit diesem ADAS-Paket wurden daraufhin die FORTRAN-Elemente für die beiden Simulationsmodelle erstellt.

### Ergebnisse

Nachdem die umfangreichen Datensätze zweier realer Vorderradaufhängungen erfaßt waren, konnten nun Beispielrechnungen zur Lenkungsunruhe durchgeführt werden. Diese Beispielrechnungen möchte ich anhand eines realen Fahrzeugs mit McPherson-Vorderradaufhängung erläutern, das für seine »Lenkungsunruhe« bekannt ist.

Die Schwingungsanregung erfolgt durch eine Unwucht von 40 g am Felgenhorn.

Im Rahmen einer »Standard-Simulation« wurde die Fahrgeschwindigkeit von 60 bis 160 km/h in Stufen zu jeweils 5 km/h variiert. Das Zeitverhalten des Systems wurde dabei jeweils 1 sec. lang nachgebildet.

Einen Gesamtüberblick über das Schwingungsverhalten liefert die Auftragung der maximalen Amplituden beliebiger Freiheitsgrade in Wegen,

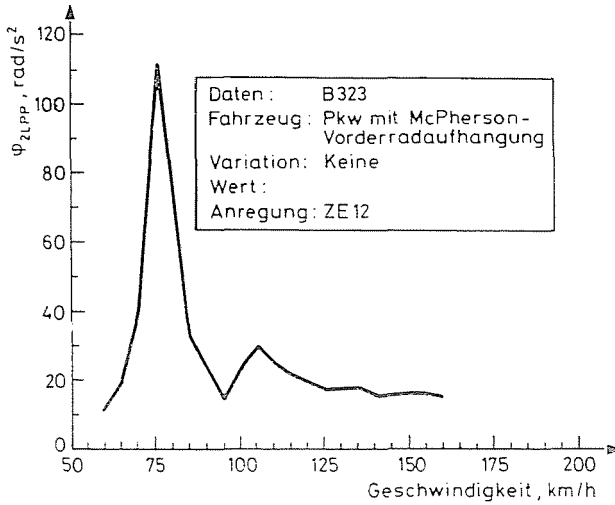


Abb. 8. Maximale Amplituden-Fahrgeschwindigkeit (McPherson-Aufhängung)

Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen über der Fahrgeschwindigkeit, wie es in der folgenden *Abb. 8* für die Drehbeschleunigung des Lenkrads dargestellt ist.

Das System weist eine charakteristische Resonanzstelle bei ca. 75 km/h auf, die auch aus Fahrversuchen mit diesem Fahrzeug bekannt ist. Eine weitere, leichte Überhöhung tritt bei ca. 105 km/h auf.

Um Ansatzpunkte für eine Optimierung der Radaufhängung im Hinblick auf die Lenkungsruhe zu erhalten, wurde nun untersucht, in welchen Freiheitsgraden die größten maximalen Amplituden auftreten.

Dabei zeigte sich, daß dieses System im Resonanzbereich hauptsächlich eine Translationsschwingung der gesamten Radaufhängung in Fahrzeuginnenrichtung ausführt, die durch eine relativ weiche Abstützung der Längskräfte über den als Zugstrebe verwendeten Stabilisator ermöglicht wird.

Die naheliegendste Veränderung der Radaufhängung lag nun darin, die Umfangskräfte nicht mehr über den Stabilisator, sondern über einen echten unteren Querlenker anzustützen. Das Ergebnis ist in *Abb. 9* dargestellt.

Die gestrichelte Kurve dieser Variation zeigt, verglichen mit der durchgezogenen Kurve des Ausgangsfahrzeugs, daß diese Maßnahme nicht den gewünschten Erfolg bringt.

Man verschiebt die erste Resonanzstelle geringfügig zu höheren Geschwindigkeiten mit höheren Amplituden und erhält eine zweite Resonanzstelle bei sehr hohen Fahrgeschwindigkeiten mit relativ großen Amplituden.

Daraufhin wurde versucht, die Lage der Resonanzstelle durch eine Verän-

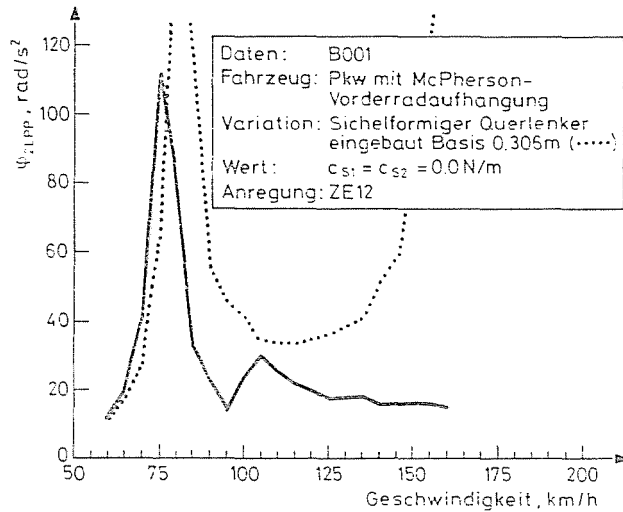


Abb. 9. Maximale Amplituden-Fahrgeschwindigkeit (McPherson-Aufhängung mit Variation I.)

derung des Federungsbeiwerts der Zugstrebe zu verschieben, das Ergebnis zeigt *Abb. 10*. Die hier dargestellte Verdopplung dieses Federbeiwerts erbringt nur noch eine Resonanzstelle bei 100 km/h mit allerdings erheblich größeren Amplituden.

Auch die Halbierung des Federungsbeiwerts brachte nicht den gewünschten Erfolg, wie die *Abb. 11* zeigt. Man verschiebt lediglich die erste Resonanz-

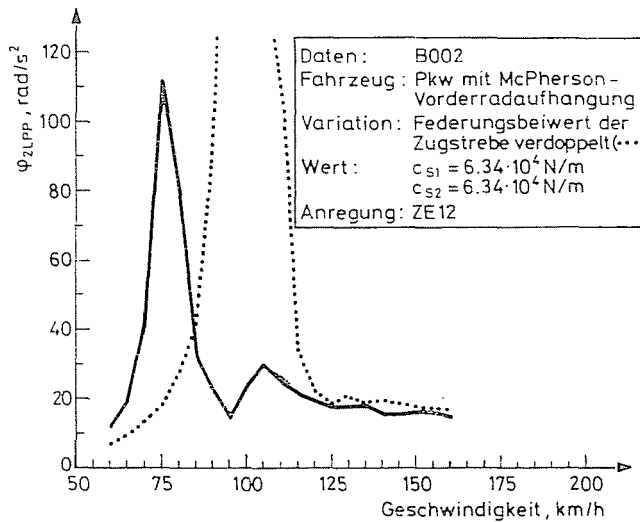


Abb. 10. Maximale Amplituden-Fahrgeschwindigkeit (McPherson Aufhängung mit Variation II.)

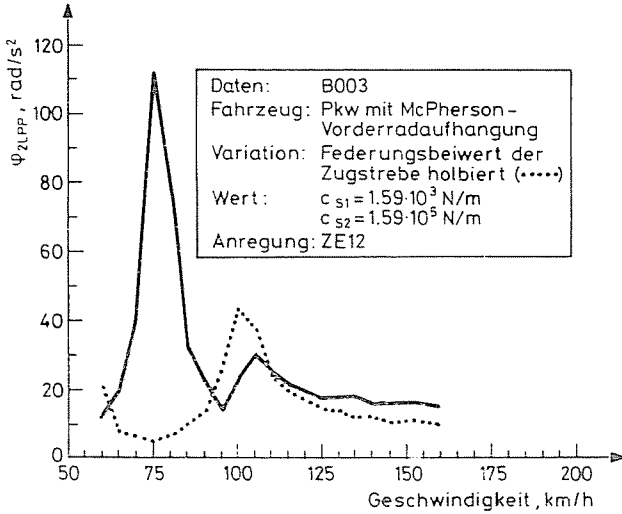


Abb. 11. Maximale Amplituden-Fahrgeschwindigkeit (McPherson Aufhängung mit Variation III.)

stelle in einen Bereich, der unterhalb von 60 km/h liegt, erhält aber die Amplituden der zweiten Resonanzstelle bei ca. 100 km/h.

Daraufhin wurde der Dämpfungsbeiwert dieser Umfangskraftabstützung innerhalb technisch realisierbarer Grenzen verändert. Wie Abb. 12 zeigt, brachte bereits ein Dämpfungsbeiwert von 100 Ns/m leichte Verbesserungen der Lenkungsruhe. Erhöht man diese Dämpfung auf 500 Ns/m und schließlich

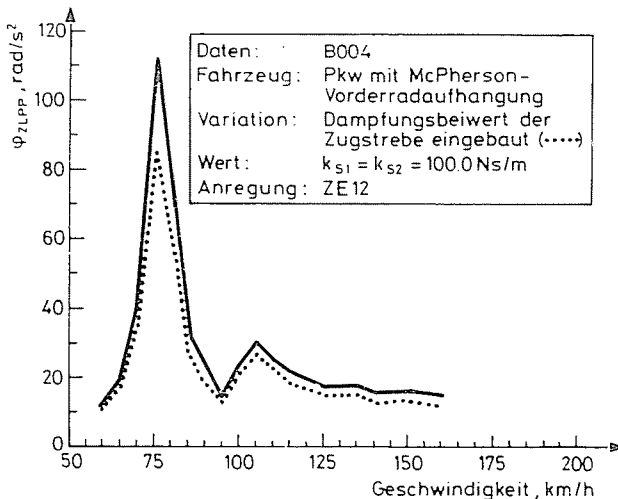


Abb. 12. Maximale Amplituden-Fahrgeschwindigkeit (McPherson Aufhängung mit Variation IV)

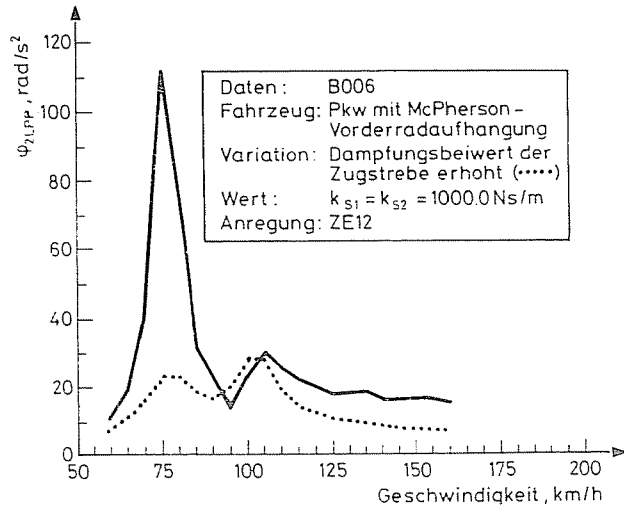


Abb. 13. Maximale Amplituden-Fahrgeschwindigkeit (McPherson Aufhängung mit Variation V.)

auf 1000 Ns/m, so ergibt sich eine erhebliche Verringerung der maximalen Amplituden auf ca. 20 % der Werte des Ausgangsfahrzeugs. Dieses Ergebnis ist in Abb. 13 dargestellt.

Konstruktiv können derartige Dämpfungsbeiwerte durch einen geeigneten Aufbau oder Werkstoff der entsprechenden Gummilager des Stabilisators realisiert werden.

### Zusammenfassung

Das Ziel der Arbeit war eine theoretische Untersuchung der Lenkungsruhe von Personenwagen anhand von mathematischen Ersatzsystemen.

Hierzu wurden zunächst mechanische Modelle für die beiden am häufigsten verwendeten Bauformen McPherson- und Doppel-Querlenker-Vorderradaufhängung mit dem zugehörigen Lenksystem entwickelt.

Zur Herleitung der Differentialgleichungssysteme wurde dann ein LAGRANGE-Paket erstellt, das es ermöglicht, die Gleichungen in symbolischer Form auf dem Groß-Rechner herzuleiten.

Für die anschließende Anpassung der Differentialgleichungen an einen numerisches Lösungsverfahren wurde das sog. ADAS-Paket entwickelt, welches, ebenfalls in symbolischer Form, eine Reduktion der Ordnung für die Differentialgleichungen durchführt und die JACOBI-Matrizen erzeugt.

Hiermit wurden zwei mathematische Ersatzmodelle für Fahrzeuge mit McPherson- und mit Doppel-Querlenker-Vorderradaufhängung generiert.

Die durchgeführten Beispielrechnungen haben gezeigt, daß die Lenkungsunruhe bei beiden Bauarten durch geeignete Veränderungen der Radaufhängungen erheblich verringert werden kann.

Prof. Dr.-Ing Rolf GNADLER	}	Universität Karlsruhe
Dr. Ing. A. SCHMIDT		Institut für Maschinenkonstruktionslehre
	}	Abt. Kraftfahrzeugbau
		75 Karlsruhe 1
		Kaiserstrasse 12
		Postfach 6380