

# FESTIGKEITSBERECHNUNG NICHT ROTATIONSSYMMETRISCHER FLIESSPRESSMATRIZEN

A. ELEÓD

Lehrstuhl für Maschinenelemente, Fakultät für Verkehrswesen  
Technische Universität, H-1521, Budapest

Eingegangen am 7. Jan. 1988.

Vorgelegt von Prof. Dr. P. Michelberger

## Abstract

Regarding the cold forging dies having a polygon hole as a problem of two-dimensional elasticity and solving the task with Muskhelishvili's method, the stress distribution of dies can be determined. The article presents the change of the permissible greatest load of a die having a hexagon hole as a function of the outside diameters of the die and the corner radius of the hole. The obtained loadability curves are similar to that of dies having cylindrical hole and by increasing the outside diameter tend for the limit value depending on the corner radius asymptotically.

## Einleitung

Der Fortschritt der Festigkeitsberechnung auf dem Gebiet der Fließpreßmatrizen beginnt mit der Entwicklung der Rechenautomaten. Ein Jahrzehnt vorher konnte man nur die zylindrischen Matrizen nach den Lamé-Gleichungen in der Ebene berechnen. Die berechneten Spannungswerte wurden in Abhängigkeit von der relativen Druckraumhöhe korrigiert [1].

Erst mit Hilfe numerischer Verfahren (z. B. der Methode der finiten Elemente) war es möglich, den richtigen Spannungszustand zu berücksichtigen, und mit den berechneten Ergebnissen für die Dimensionierung der rotationssymmetrischen Matrizen, Nomogramme zu entwickeln [2], [3].

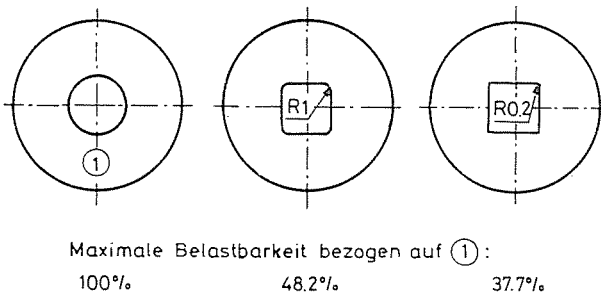


Abb. 1. Einfluß der Geometrie der formgebenden Werkzeugöffnung auf die Belastbarkeit der Matrize [4]

Im Fall nicht rotationssymmetrischer Matrizen ist der Einfluß der Geometrie der formgebenden Werkzeugöffnung auf die Belastbarkeit der Matrize nach [4] bekannt (Abb. 1).

Für diesen Fall kann man selbst in der Ebene die exakte Lösung der Elastizitätsgleichungen nicht angeben. Für die Dimensionierung der nicht rotationssymmetrischen Matrizen wurde eine Näherungsmethode in [5] vorgeschlagen. Diese Methode gründet sich aber auch auf die Lamé-Gleichungen, und man kann deshalb die Spannungsverläufe nicht berücksichtigen.

Das Verfahren der finiten Elemente liefert in diesem Fall die besten Ergebnisse. Aber diese Methode braucht ein gut entwickeltes Computerprogramm und einen ziemlich leistungsfähigen Computer mit großer Speicherkapazität.

In diesem Artikel wird eine andere Näherungsmethode der Elastizitätsgleichungen in der Ebene vorgeschlagen. Diese Lösung (nach der Methode von Muskhelishvili [6]) benützt die komplexen Potentialfunktionen für die Berechnung der Spannungen auf den Rändern und in inneren Punkten der Matrize. Durch konforme Abbildung ist es auch möglich, das Berechnungsverfahren zu verallgemeinern.

In dem man das Kriterium von Mohr mit Begrenzung der maßgebenden Spannung auf der inneren Kontour durch die zulässige Belastung des Werkstoffes benutzt, hat man als Beispiel ein Diagramm entwickelt, um eine Matrize mit bekannter hexagonaler Werkzeugöffnung in Abhängigkeit vom Krümmungsradius und von innerer und äußerer Belastung zu dimensionieren.

#### Definition der Randbedingungen eines zweifach zusammenhängenden endlichen Gebiets in der Ebene

Man betrachtet den Querschnitt einer Matrize als ein zweifach zusammenhängendes endliches Gebiet  $S$  in der Ebene (Abb. 2).

Nehmen wir an, daß eine Funktion  $z = w(\zeta)$  existiert, mit der man das Ringgebiet  $\rho_1 \leq |\zeta| \leq 1$  auf das Gebiet  $S$  abbilden kann und daß die Belastungen  $X_n$  und  $Y_n$  auf den Rändern  $L_1$  und  $L_2$  bekannt sind.

Nach Ugodicikov [7] haben die Gleichungen der Randbedingungen die Form:

$$\varphi(\sigma_k) + \frac{\omega(\sigma_k)}{\bar{\omega}'(\bar{\sigma}_k)} \bar{\psi}'(\bar{\sigma}_k) + \bar{\psi}(\bar{\sigma}_k) = f_k(\sigma_k) \quad k = 1, 2 \quad (1)$$

wo  $\sigma_k$  der komplexe Positionsvektor auf den Rändern  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$ ;  $\sigma_1 = \rho_1 e^{i\theta}$ ;  $\sigma_2 = e^{i\theta}$  ist.

In der Gleichung (1) bedeuten  $\varphi(\sigma_k)$  und  $\bar{\psi}(\bar{\sigma}_k)$  die komplexen Potentiale auf dem Rand  $\gamma_k$ . Diese Funktionen sind als Laurent-Reihen gegeben:

$$\varphi(\zeta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \zeta^n; \quad \bar{\psi}(\bar{\zeta}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \bar{\zeta}^n \quad (2)$$

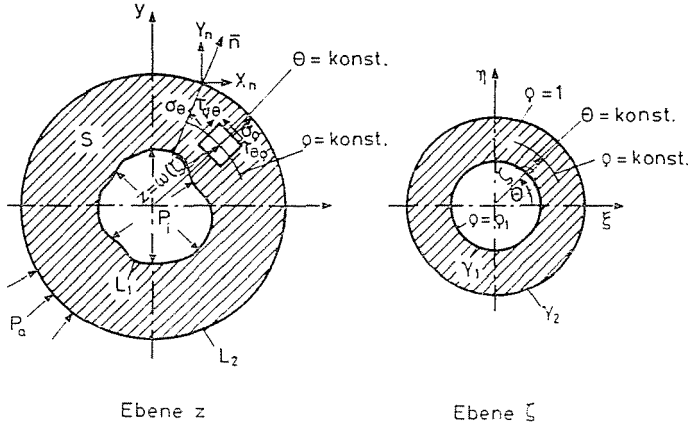


Abb. 2. Geometrische Darstellung der verwendeten Begriffe

$w(\sigma_k)$  bedeutet die konforme Abbildungsfunktion auf  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$ . Im allgemeinen hat man:

$$\omega(\zeta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \zeta^n \quad (3)$$

$f_k(\sigma_k)$  bedeutet die Belastungen auf den Rändern  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$ :

$$f_k(\sigma_k) = i \int_{\gamma_k} (X_n + i Y_n) ds \quad k = 1, 2 \quad (4)$$

Diese Ausdrücke sind auch durch ihre Laurent-Reihe gegeben:

$$f_1(\sigma_1) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \sigma_1^n; \quad f_2(\sigma_2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \sigma_2^n \quad (5)$$

Die Lösung von Muskhelishvili besteht darin, daß man beide Seiten der Gleichung(1) mit dem folgenden Ausdruck (Operator von Muskhelishvili)

$$\frac{1}{2\pi i} \cdot \frac{d\sigma_k}{\sigma_k - \zeta}$$

multipliziert, um Cauchy'sche Integrale zu bekommen. Diese Cauchy'schen Integrale lassen sich auf dem Rand  $\gamma_k$  ( $k = 1, 2$ ) einfach integrieren:

auf: 
$$\bar{\varphi} \left( \frac{\sigma_1^2}{\zeta} \right) + \frac{\bar{\omega} \left( \frac{\sigma_1^2}{\zeta} \right)}{\omega'(\zeta)} \bar{\varphi}'(\zeta) + \psi(\zeta) = \bar{f}_1 \left( \frac{\sigma_1^2}{\zeta} \right) + \bar{K}_1 \quad (6)$$

auf: 
$$\bar{\varphi} \left( \frac{1}{\zeta} \right) + \frac{\bar{\omega} \left( \frac{1}{\zeta} \right)}{\omega'(\zeta)} \bar{\varphi}'(\zeta) + \psi(\zeta) = \bar{f}_2 \left( \frac{1}{\zeta} \right) + \bar{K}_2 \quad (7)$$

So hat man zwei Gleichungen zu lösen, in denen die komplexen Potentialfunktionen  $\varphi(\zeta)$  und  $\psi(\zeta)$  unbekannt sind. Indem man die Differenz (6)–(7) mit  $\zeta \cdot w'(\zeta)$  multipliziert und  $\psi(\zeta)$ ,  $\varphi(\zeta)$ ,  $w(\zeta)$  durch ihre Laurent-Reihe ersetzt, bekommt man eine Gleichung, in der die Koeffizienten der  $\varphi(\zeta)$  unbekannt sind. Wenn man die Koeffizienten beider Seiten der Gleichung vergleicht, erhält man ein unendliches ( $\nu = -\infty \dots \infty$ ) lineares Gleichungssystem (8).

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{a}_{-\nu+n} (1 - \varrho_1^{-2\nu-2n}) n C_n + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{\nu+n} (1 - \varrho_1^{2n}) (\nu + n) \bar{C}_n - (\bar{K}_2 - \bar{K}_1) \nu C_\nu = \\ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\bar{A}_{n-\nu} - \bar{B}_{n-\nu} \varrho_1^{2n-2\nu}) n C_n \end{aligned} \quad (8)$$

Nach der Bestimmung der komplexen Potentialfunktionen kann man aus den folgenden Gleichungen die Spannungen berechnen:

$$\sigma_\varrho(\zeta) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\Theta(\zeta) - \Phi(\zeta)] \quad (9)$$

$$\sigma_\theta(\zeta) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\Theta(\zeta) + \Phi(\zeta)] \quad (10)$$

$$\tau_{\theta\varrho}(\zeta) = \frac{1}{2} \operatorname{Im}\Phi(\zeta) \quad (11)$$

wo die Ausdrücke der komplexen Spannungen sind:

$$\Theta(\zeta) = 2 \left[ \frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} + \frac{\bar{\varphi}'(\bar{\zeta})}{\bar{\omega}'(\bar{\zeta})} \right] \quad (12)$$

$$\Phi(\zeta) = \frac{2\zeta^2}{\varrho^2 \bar{\omega}'(\bar{\zeta})} \left[ \frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \right]' + \psi'(\zeta) \quad (13)$$

### Numerische Anwendung der Methode von Muskhelishvili für eine Matrize mit hexagonaler Werkzeugöffnung

Die im Kapitel 2 erklärte Berechnungsmethode ist für alle Matrizen von allgemeiner Werkzeugöffnung verwendbar. Bezüglich der numerischen Anwendung gibt es einen großen Unterschied zwischen den Matrizen symmetrischer und nicht symmetrischer Werkzeugöffnungen. Wenn die Werkzeugöffnung mindestens eine Symmetrieachse hat, werden die Koeffizienten  $C_n$  der Abbildungsfunktion reell bleiben und das numerische Verfahren wird sich vereinfachen.

Die Werkstücke des Fließpreßens sind meistens symmetrisch. Deswegen beschäftigen wir uns in diesem Artikel nur mit den Matrizen, deren Werkzeugöffnung polygonal und symmetrisch sind.

### Bestimmung der Abbildungsfunktion

Die konforme Abbildungsfunktion ist im allgemeinen durch ihre Laurent Reihe gegeben (siehe Gleichung [3]). Im Fall einer bestimmten Matrize sind die Exponenten und die Koeffizienten zu berechnen. Außerdem ist es für die numerische Berechnung zweckmäßiger, statt einer unendlichen Laurent-Reihe, ein mit dieser equivalentes Polynom zu benützen, weil im Fall symmetrischer Werkzeugöffnungen nur bestimmte Koeffizienten existieren. Die anderen werden vernachlässigt.

Für eine polygonale und symmetrische Werkzeugöffnung hat man in [7] das folgende Polynom benutzt:

$$\omega_n(\zeta) = \sum_{k=0}^{-3} C_{qk+1} \zeta^{qk+1} \tag{14}$$

In dieser Formel bedeutet  $q$  die Zahl der Symmetrieachsen:  $q \geq 3$ .

In der Formel (14) ist  $C_1$  gleich dem äußeren Radius der Matrize. Die anderen Koeffizienten der positiven Exponenten sind Null. Für die Koeffizienten der negativen Exponenten verwendet man die folgende Formel [7]:

$$C_{qk+1} = \frac{1}{m(1 - \varrho_1^{2qm})} \sum_{j=1}^m \{ \varrho_1^{-(qk+1)} [x_j \cos((qk+1)\theta_j) + y_j \sin((qk+1)\theta_j)] - \varrho_1^{2qm} [v_j \cos((qk+1)\theta_j) + w_j \sin((qk+1)\theta_j)] \} \tag{15}$$

$k = -1 \dots -3$

mit: 
$$\theta_j = \frac{\pi}{2qm} (2j - 1); \quad j = 1 \dots m \tag{16}$$

- $x_j; y_j$  — sind die Koordinaten der Punkte des inneren Randes,
- $v_j; w_j$  — sind die Koordinaten der Punkte des äußeren Randes,
- $m$  — die Zahl der berücksichtigten Punkte.

Den Abbildungsradius  $\varrho_1$  kann man aus der Relation (17) berechnen:

$$\varrho_1 = \frac{\sum_{j=1}^m [x_j \cos \theta_j + y_j \sin \theta_j]}{\sum_{j=1}^m [v_j \cos \theta_j + w_j \sin \theta_j]} \tag{17}$$

Im Fall einer symmetrischen Werkzeugöffnung ist es möglich, nur ein Segment der Matrize zu berücksichtigen:  $\theta_j = 0 \dots \pi/q$  (Abb. 3).

Bezüglich der Zahl der zu berücksichtigenden Punkte, wünscht man, daß  $\Delta\theta_j < \beta$  gelte. Man hat auch beobachtet, daß durch die Vergrößerung der Zahl der Punkte die Qualität der Abbildung nicht verbessert wird.

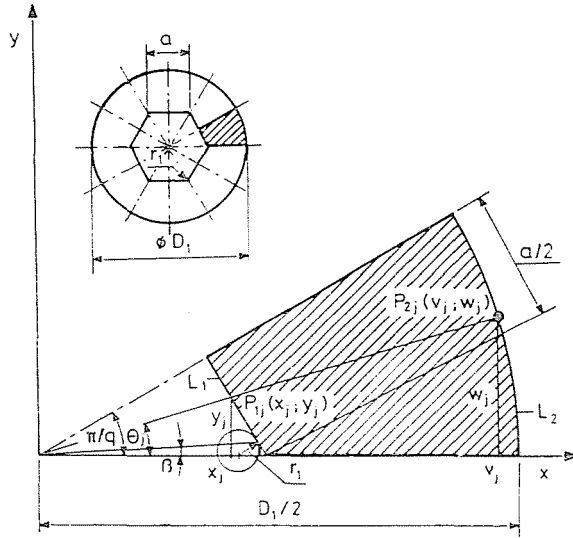


Abb. 3. Das berücksichtigte Segment einer Matrize mit hexagonaler Werkzeugöffnung

Im Zusammenhang mit der Qualität der Abbildung, muß man darauf achten, daß die durch das Polynom (14) abgebildeten Punkte mit den durch die unendliche Laurent-Reihe abgebildeten Punkten nicht übereinstimmen, weil:

$$\operatorname{Re} \omega_n(\zeta) = \operatorname{Re} \omega(\zeta) \quad \text{aber} \quad \operatorname{Im} \omega_n(\zeta) \neq \operatorname{Im} \omega(\zeta)$$

Das bedeutet, daß die Punkte des  $\omega_n(\varrho_1 e^{i\theta})$  Polynoms sich nicht auf dem Rand  $L_1$  befinden (Abb. 4).

Mit Hilfe der Iteration der Koeffizienten  $C_{qk+1}$ , die man am Anfang aus der Formel (15) bestimmt hat, kann man die Differenz  $\Delta_j$  zwischen den Punkten  $P'_j$  der exakten Kontour und den Punkten  $P_{zj}$  der abgebildeten Kontour

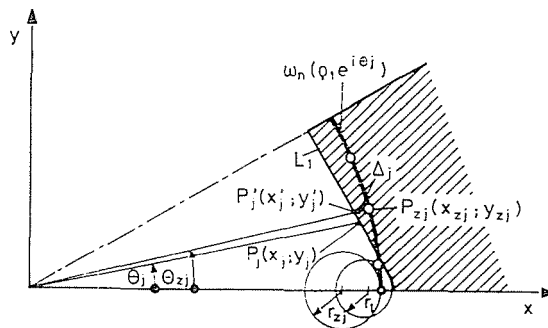


Abb. 4. Bestimmung des Fehlers der Abbildung

verringern. Man verwendet die Koeffizienten des Polynoms (14), wenn  $\Delta_j \leq \varepsilon$  gilt. In diesem Artikel ist  $\varepsilon = 0,1a$ .

Außerdem muß man den Krümmungsradius der abgebildeten Kontour auch kontrollieren:

$$0,95r_1 \leq r_{zj} = \frac{(\dot{x}_{zj} + \dot{y}_{zj})^{\frac{3}{2}}}{\dot{x}_{zj}\ddot{y}_{zj} - \dot{y}_{zj}\ddot{x}_{zj}} \Big|_{\theta_j \leq \beta} \leq 1,05r_1 \quad (18)$$

wo:

$$x_{zj} = \sum_{k=0}^{-3} C_{qk+1} \varrho_1^{qk+1} \cos((qk+1)\theta_j) \quad (19)$$

$$y_{zj} = \sum_{k=0}^{-3} C_{qk+1} \varrho_1^{qk+1} \sin((qk+1)\theta_j) \quad (20)$$

### Bestimmung der Integrale der inneren und äußeren Belastungen

Die Belastungen der Matrizen sind in die Gleichung (1), (6) und (7) durch die Ausdrücke (4) und (5) eingegangen. Für die numerische Anwendung der Methode von Muskelishvili muß man erst den Wert des Integrales (4) berechnen, danach die Koeffizienten des anstelle der Laurent-Reihe (5) benutzten Polynoms. Durch Differentation des Integrales (4) findet man:

$$f'(\sigma) d\sigma = i(X_n + iY_n) ds \quad (21)$$

Unter Verwendung der folgenden Gleichungen:

$$dz = \omega'(\sigma) d\sigma; \quad ds = \frac{dz}{ie^{iz}}; \quad e^{iz} = \frac{\sigma \omega'(\sigma)}{\varrho |\omega'(\sigma)|}$$

kann man die Gleichung (21) in der Form:

$$f'(\sigma) = (X_n + iY_n) \frac{\varrho}{\sigma} |\omega'(\sigma)| \quad (22)$$

schreiben.

Weil es keine andere Belastung außer dem inneren und äußeren Druck der Matrize gibt, ist es möglich  $(X_n + iY_n)$  mit den Spannungen zu bestimmen. Im orthogonalen Koordinatensystem hat man:

$$X_n + iY_n = (\sigma_\varrho + i\tau_{\varrho\theta}) e^{iz} \quad (23)$$

Indem man (23) in (22) einsetzt, bekommt man die Funktion der äußeren und inneren Belastung:

$$f'_k(\sigma_k) = (\sigma_\varrho + i\tau_{\varrho\theta}) \omega'(\sigma_k); \quad k = 1,2 \quad (24)$$

Im Fall des Fließpressens dreht sich das Werkstück in der Matrize nicht, also hat man auf den Rändern  $\tau_{\varrho\theta} = 0$ . Außerdem gibt es auf dem inneren Rand

nur den inneren Druck und auf dem äußeren nur den äußeren Druck. Deshalb folgt:

$$f_1(\sigma_1) = -p_i \omega(\sigma_1) = -p_i \sum_{k=0}^{-3} C_{qk+1} \sigma_1^{qk+1} = \sum_{k=0}^{-3} B_{qk+1} \sigma_1^{qk+1} \quad (25)$$

$$f_2(\sigma_2) = -p_a \omega(\sigma_2) = -p_a \sum_{k=0}^{-3} C_{qk+1} \sigma_2^{qk+1} = \sum_{k=0}^{-3} A_{qk+1} \sigma_2^{qk+1} \quad (26)$$

**Bestimmung der Koeffizienten der komplexen Potentialfunktionen:  
 $\varphi(\zeta)$  und  $\psi(\zeta)$**

Um die Koeffizienten der Funktion  $\varphi(\zeta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \zeta^n$  zu bestimmen, ist das lineare Gleichungssystem (8) zu lösen.

Wenn die Matrize keine Belastung hat, gibt es auch keine Spannung, also ist  $K_1 = K_2 = 0$ .

Wir haben schon gezeigt, daß im Fall der Matrizen mit symmetrischer Werkzeugöffnung die Koeffizienten der Abbildungsfunktion reell bleiben. Folglich ist  $a_n = \bar{a}_n = \alpha_n + i\beta_n$ ;  $\beta_n = 0$ .

Für die konforme Abbildung benutzt man statt der unendlichen Reihe ein Polynom der Form (14), dessen Indizes sind:  $n = qk + 1$ ;  $k = 0 \dots -3$ . In den Gleichungen (25) und (26) berechnen sich die Indizes der Koeffizienten  $A$  und  $B$  auf die gleiche Weise:  $n = qk + 1$ ;  $k = 0 \dots -3$ .

Schließlich kann man die Zahl der Gleichungen begrenzen und das lineare Gleichungssystem in der folgenden Form aufschreiben:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{-3} a_{-v+qk+1} (1 - \varrho_1^{2(-v+qk+1)}) (qk+1) C_{qk+1} + \\ & + \sum_{k=0}^{-3} a_{v+qk+1} (1 - \varrho_1^{2(qk+1)}) (v+qk+1) C_{qk+1} = \\ & \sum_{k=0}^{-3} (A_{qk+1-v} - B_{qk+1-v} \varrho_1^{2(qk+1-v)}) (qk+1) C_{qk+1}; \quad v = -3q \dots 3q \end{aligned} \quad (27)$$

Die Lösung dieses endlichen Gleichungssystem konvergiert gegen die Lösung des unendlichen (8), wenn der folgende Zusammenhang zwischen den Koeffizienten der Abbildungsfunktion besteht [7]:

$$\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{-3} |qk+1| \cdot \left| \frac{C_{qk+1}}{C_1} \right| < 1 \quad (28)$$

In unserem Fall sind 7 Gleichungen zu lösen, und nach der Lösung des Gleichungssystem hat man  $\varphi(\zeta)$  in der folgenden Form:

$$\varphi(\zeta) = \sum_{k=0}^{-3} a_{qk+1} \zeta^{qk+1} \quad (29)$$



Wenn  $q(\zeta)$  schon bekannt ist, kann man aus der Gleichung (6) oder (7) auch  $\psi(\zeta)$  bestimmen:

$$\psi(\zeta) = \frac{\sum_{k=0}^{-3} (qk + 1)C_{qk+1} A_{qk+1} - 2 \sum_{k=0}^{-3} (qk + 1)C_{qk+1} a_{qk+1}}{\zeta \omega'(\zeta)} \quad (30)$$

### Ergebnisse

Für die numerische Anwendung wurde ein Programm in Basic für einen 64 kB Heimcomputer entwickelt. Mit Hilfe dieses Programms kann man der Spannungswerte auf den Rande und in den inneren Punkten der Matrize berechnen.

In Abb. 5 haben wir die Ergebnisse mit den Spannungswerten verglichen, die man am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik der T. U. Budapest mit Hilfe der Methode der finiten Elemente (Beschreibung siehe [8] und [9]) berechnet hat.

Der Spannungsverlauf, den man in Abb. 5 beobachtet, zeigt, daß einerseits die maximale Zugspannung auf dem inneren Rand an der Ecke auftritt und daß andererseits der Spannungsverlauf auf dem äußeren Rand praktisch konstant ist. Die relativen Spannungswerte stimmen mit den Ergebnisse der Methode der finiten Elemente sehr gut überein.

Unter Verwendung des Kriteriums von Mohr hat man ein Diagramm entwickelt (Abb. 6), mit dem es möglich ist, die Matrize mit hexagonaler Werkzeugöffnung in Abhängigkeit vom Krümmungsradius und von der Belastung zu dimensionieren, wenn die Seite des Hexagons 7,5 mm und die zugelassene

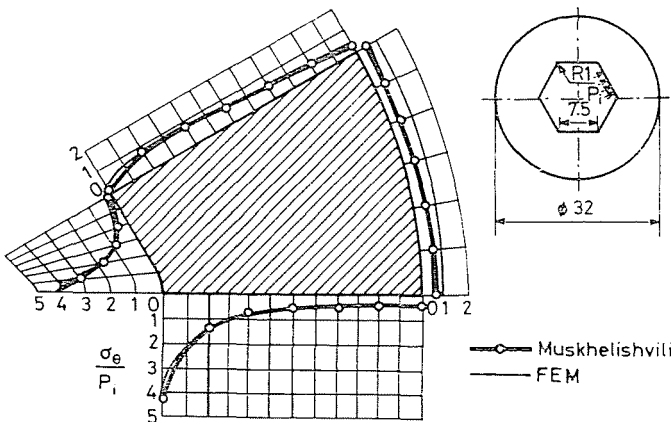


Abb. 5. Spannungsverlauf in einem Segment der Matrize

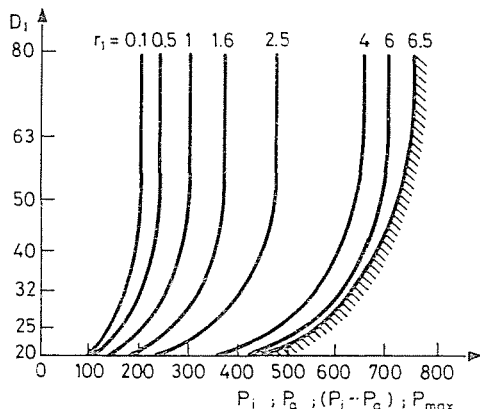


Abb. 6. Diagramm zur Dimensionierung der Matrizen mit hexagonaler Werkzeugöffnung. Die Seite des Hexagons:  $a = 7,5$  mm;  $\sigma_{zul} = 1500$  MPa

Spannung des Werkzeugmaterials 1500 MPa sind. Im Diagramm hat man die zylindrische Matrize mit  $r_1 = 7,5 \cdot \sqrt{3}/2$  dargestellt.

Im Diagramm kann man beobachten, daß — ähnlich zu zylindrischen Matrizen — die Matrizen mit polygonalen Werkzeugöffnungen auch einen optimalen Durchmesser haben, dessen Vergrößerung keinen Nutzen bringt. Diese Eigenschaft der polygonalen Matrizen bietet die Möglichkeit der Optimierung ihrer Festigkeitsberechnung [10].

Der Spannverlauf auf dem äußeren Rand (Abb. 5) zeigt, daß im Fall der vorgespannten Matrizen die Festigkeitsberechnung des Schrumpfringes ähnlich zu den zylindrischen Matrizen ist.

Um die notwendige Deformation des Schrumpfringes zu bestimmen, muß man den Deformationszustand der polygonalen Matrize ähnlich wie ihren Spannungszustand untersuchen [7].

### Literatur

1. OSMANN, M.—ZOMBORI, J.: Hidegalakító szerszámok méretezése (ungarisch), (Festigkeitsberechnung für Werkzeuge zur Kaltumformung). Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970.
2. GEIGE, M., LANGE, K.: Neue Möglichkeiten zur Auslegung vorgespannter Fließpressmatrizen. Drath 29 (1978) 8. p. 442—447.
3. KRÄMER, G.: Beitrag zur beanspruchungsgerechneten Auslegung von rotationssymmetrischen Fließmatrizen. Berichte aus dem Institut für Umformtechnik, Universität Stuttgart, 49. Verlag W. Giradet, 1979.
4. SLUTAS, J., STÖREN, S.: Controlled Fracturing of Cold Forging Dies. Technical Presentation at ICFG Plenary Meeting, Paris, 1976.
5. SOMFAY, K., MÁRKUS, J., SOMOGYI, M.: Nagy élettartamú hidegalakító szerszámok gyártási technológiája (ungarisch), (Herstellungstechnologie von Werkzeugen hoher Lebensdauer). BME Mérnöki Továbbképző Intézete, Budapest, 1981.
6. MUSKHELISHVILI, N. I.: Some Basic problems of the mathematical theory of elasticity. Fundamental equations, plane theory of elasticity, torsion and bending. Ltd. Gröningen Nordhoff, 1953.

7. UGODCIKOV, A. G., STEPANOV, A. E.: A rugalmasságtan síkfeladatainak megoldása analóg és digitális számítógépeken (ungarische Übersetzung), (Lösung von Problemen der Elastizitätstheorie in der Ebene durch analoge und digitale Rechenmaschinen). Tankönyvkiadó Budapest, 1978.
8. UJ, J.: Rugalmasságtani feladatok megoldása véges elemek módszerével (ungarisch), (Lösung von Elastizitätsproblemen mit der Methode der finiten Elemente). Vorlesungen Lehrstuhl für angewandte Mechanik der T. U. Budapest, 1984.
9. SZABÓ, L.: A STAT 2D végeelem program felhasználói segédlete (ungarisch), (Programmbeschreibung für „Programm STAT 2D der finiten Elemente“). Lehrstuhl für angewandte Mechanik der T. U. Budapest, 1985.
10. HAMIDI, Z.: Dimensionnement des matrices de filage à froid à conteneur non cylindrique. Projet de fin d'études (Diplomarbeit), 1986. Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Département Génie Mécanique.

Dr. András ELEŐD H-1521 Budapest