

# DIE WIRKUNG DER INNEREN DÄMPFUNG DES TRAGWERKES AUF SEINE BEANSPRUCHUNG

D. SZŐKE

Eingegangen: am 10. Januar 1987

Vorgelegt von Prof. P. Michelberger

## Abstract

Modelling the vehicles with elastic body we chose the frequency dependent features as output signals. On primary goal was to determine the stresses, or rathes to follow the changes of the qualitative and quantitative features of the body as a function of self damping on the case of stochastic excitation.

The output signals are very sensitive to the changes of self damping in a narrow frequency intervallum of bending oscillations.

## Einleitung

Aus Deformationen von langen Fahrzeugen (Bus, Lkw, Eisenbahnwagon) können bedeutende Beanspruchungen entstehen. Die dynamischen Beanspruchungen und Spannungen werden ursächlich durch Erregung, aber größtenteils durch Parameter des Fahrzeuges bestimmt.

Durch mehrere Untersuchungen wurde schon bestätigt, daß ein großer Teil der Beanspruchungen aus den Biegeschwingungen stammt. Die Amplituden der Biegeschwingungen — besonders zur 1. Biegeschwingung gehörende — sind auf die Werte und auf die Modellierung der inneren Dämpfung sehr empfindlich [1]. Bei der Modellierung der Tragwerksdämpfung sind nämlich Hypothesen zu verwenden, weil man in der Praxis keine zuverlässigen Informationen über seine Dämpfung hat (weder qualitativ, noch quantitativ).

Im Artikel werden Beanspruchungskennwerte eines Stadtnimbusmodells mit einem Biegebalken in Abhängigkeit der inneren Dämpfung des Aufbaues bei stochastischer Unebenheitserregung untersucht.

## 1. Dynamisches Modell

Man geht von dem statischen Fahrzeugmodell mit vielen Freiheitsgraden aus (Bild 1). Durch geeignete Transformation wird das dynamische, ebene Modell des Tragwerkes hergestellt, das seine dynamischen Eigenschaften nur näherungsweise trägt. Dynamische Untersuchungen führen wir auf diesem Modell durch und folgern auf das dynamische Verhalten des großen Modells.

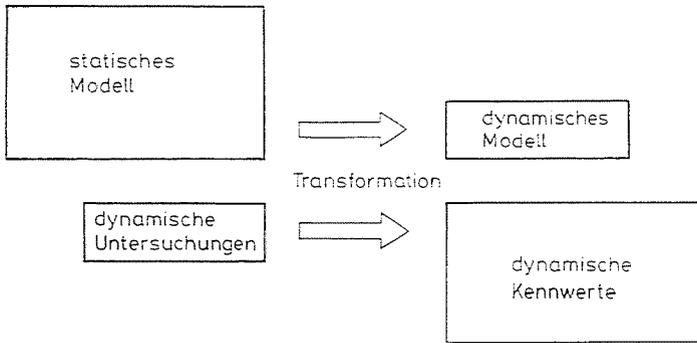


Bild 1. Herstellung der dynamischen Kennwerte

Die Massen- und Steifigkeitsmatrizen des dynamischen — linearen — Systems sind relativ einfach zu bestimmen. Die innere Dämpfung des Tragwerkes ist nicht bekannt. Unsere Untersuchungen — durch Zeitanalyse — haben gezeigt, eine, das dynamische Verhalten des Systems gut beschreibende Lösung ist, die innere Dämpfung als der Steifigkeit des Aufbaues proportional zu berücksichtigen [1], somit ist

$$\mathbf{K}_w = \lambda \cdot \mathbf{C}_w \quad (1)$$

(Der Anteil der nichtlinearen Dämpfung ist vernachlässigt.)

Aus einem Messungsergebnis haben wir auch den Wert dieses Koeffizienten  $\lambda$  bestimmt [2]. Dieser Wert für einen voll belastenden Stadtnimbus kann gegen  $10^{-3}$  im engen Bereich der 1. Biegeschwingung liegen, aber wir setzen im weiteren voraus, daß dieser Wert im untersuchten Bereich (bis 20 [Hz]) ständig gilt.

Durch Ergebnisse einer transienten Untersuchung [1] (Bild 2) konnten wir folgendes bestimmen:

- in der Deformation des Tragwerkes kommt in der Praxis nur die 1. Biegeschwingung vor;
- die Eigenform der 1. Biegeschwingung ist der entsprechenden Biegeform eines wirklichen Balkens mit homogener Verteilung ähnlich;

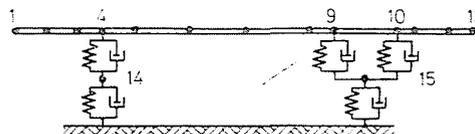


Bild 2. Das Fahrzeugmodell

- die Aufbaudeformation ist auf den inneren Dämpfungskoeffizienten  $\lambda$  sehr empfindlich, weil die Fahrwerke näherungsweise an den Knotenpunkten der 1. Biegeschwingung des Fahrzeuges angeschlossen sind;
- die 2. Biegeschwingung ist auch durch Hauptdämpfer abgeklingen.

Jetzt wird dasselbe Modell im Frequenzbereich untersucht. Das Ziel: die Beanspruchungen und Spannungen des Tragwerkes zu bestimmen, genauer quantitative und qualitative Änderungen in Abhängigkeit der Änderung der inneren Dämpfung bei zufälliger Erregung zu berücksichtigen.

## 2. Bestimmung der Beanspruchungskennwerte

Man setzt voraus, daß

- die Unebenheitserregung ein stationärer, ergodischer Prozeß mit Null als Erwartungswert ist;
- das Fahrzeug mit konstanter Geschwindigkeit fährt und die Hinterachse mit Zeitverspätung  $\tau$  dieselbe Erregung wie die Vorderachse bekommt;
- das Fahrzeugmodell linear ist.

Die Spektraldichte der Unebenheit wird mit Gl. (2)

$$S_{\dot{h}}(\nu) = \nu^{-2} \quad (2)$$

( $0 < \nu \leq 20$  [Hz]) berücksichtigt.

Die Beanspruchungstreuung eines bestimmten Punktes  $P$  des Tragwerkes ist aus der Fläche unter der Spektraldichte zu berechnen.

$$D_P^2 = \mathbf{m}_P^T \cdot \mathbf{M}^T \cdot \left( \int_0^\infty \ddot{w}(\nu) \cdot S_{\dot{h}}(\nu) \cdot \ddot{w}^T(\nu) d\nu \right) \mathbf{M} \cdot \mathbf{m}_P \quad (3)$$

- mit  $S_{\dot{h}}(\nu)$  — Spektraldichte der Unebenheit  
 $\ddot{w}(\nu)$  — komplexe Beschleunigungsübertragungsfunktion des zweigängigen dynamischen Systems  
 $\mathbf{M}$  — Massenmatrix des dynamischen Modells  
 $\mathbf{m}_P$  — Vektor der aus Einheitskräften entstehenden Beanspruchungen bzw. Spannungen im Strukturpunkt  $P$   
 $D_P^2$  — Beanspruchungs- bzw. Spannungsvarianz des Punktes  $P$ .

(Integration wird nur im Bereich  $0 < \nu \leq 20$  [Hz] durchgeführt.)

Der in der Klammer stehende Ausdruck ist die gewichtete (mit der Eingangsspektraldichte) Kovarianzmatrix des dynamischen Systems — die Beanspruchung der Strukturpunkte ist ihr linear proportional —, im weiteren beschäftigen wir uns ausführlicher damit, bzw. mit ihren Hauptelementen, mit Beschleunigungsvarianzen der Massenpunkte.

### 3. Ergebnisse der Untersuchungen

#### 3.1 Änderung der Verschiebungsübertragungsfunktionen

Die Verschiebungsübertragungsfunktionen der Aufbaupunkte 11 und 12 sind in den Bildern 3—6 dargestellt. Die Übertragungsfunktionen wurden für den einzelnen Eingang bestimmt (1 — Vorder-, 2 — Hinterachse), so sind die inneren Eigenschaften des dynamischen Systems besser zu beobachten. Auch die Flächenmaße — für jeden 5 [Hz] Bereich — unter den Amplitudenfunktionen wurden bei verschiedenen Dämpfungskoeffizienten gerechnet ( $\lambda_1 = 0$ ;  $\lambda_2 = 10^{-4}$ ;  $\lambda_3 = 10^{-3}$ ).

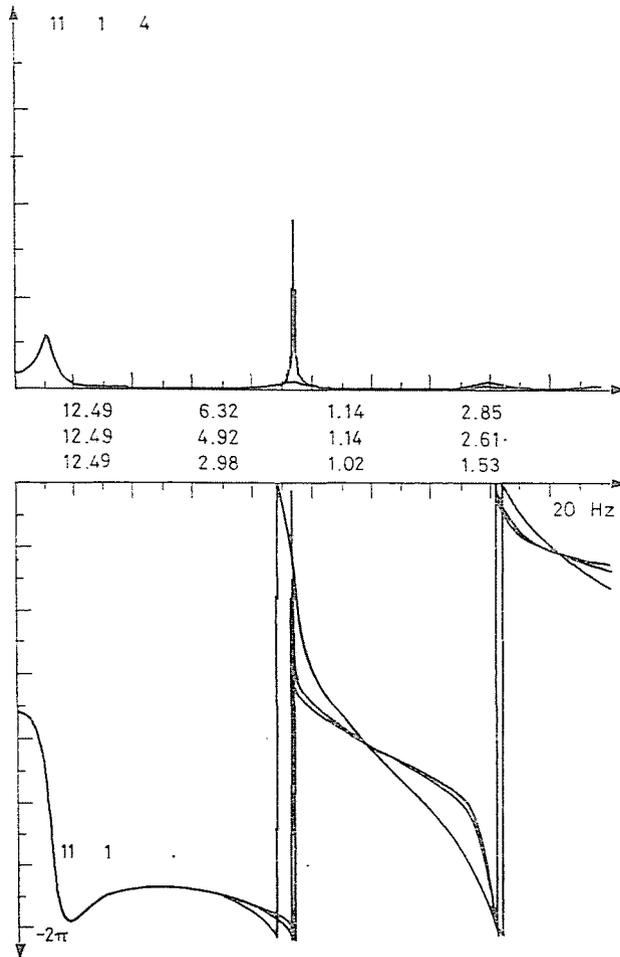


Bild 3. Verschiebungsübertragungsfunktion des Aufbaupunktes 11 Eingang der Vorderachse

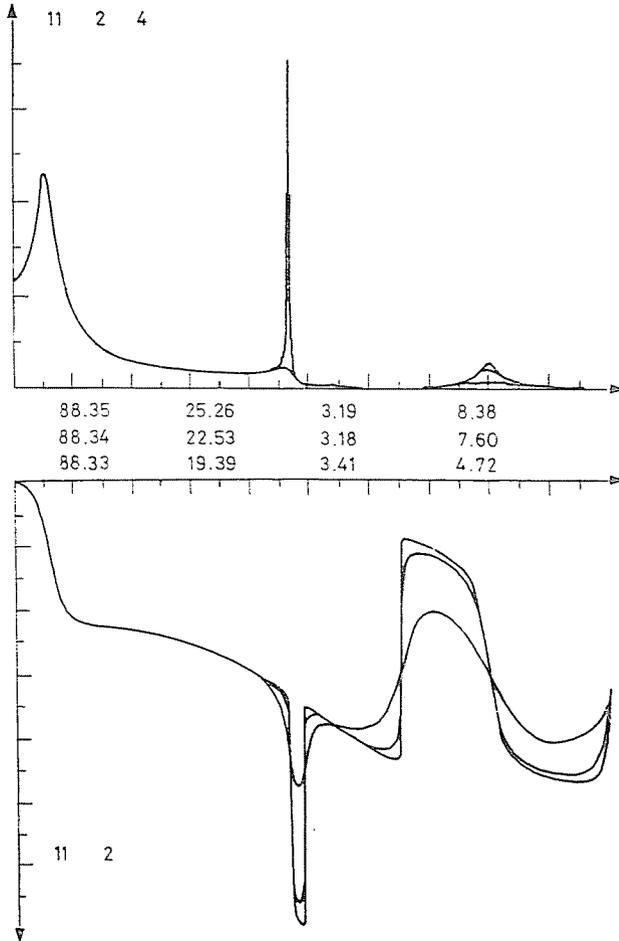


Bild 4. Verschiebungsübertragungsfunktion des Aufbaupunktes 11 Eingang an Hinterachse

Aus den Untersuchungen ist festzustellen, daß

- mit Ausnahme des engen Bereiches der Biegeschwingungen die Amplitudenfunktionen von der inneren Dämpfung unabhängig sind (die Fläche unter geeigneten Teilen sind gleich);
- mit Ausnahme der Umgebung der Knotenpunkte der 1. Biegeschwingung (Massenpunkte 5 und 10) der Anteil der 1. Biegeschwingung auf die Änderung der inneren Dämpfung sehr empfindlich ist;
- in der Umgebung der Knotenpunkte die Abhängigkeit der inneren Dämpfung in der Praxis nur in der 2. Biegeschwingung vorkommt (Bild 11 und 13);

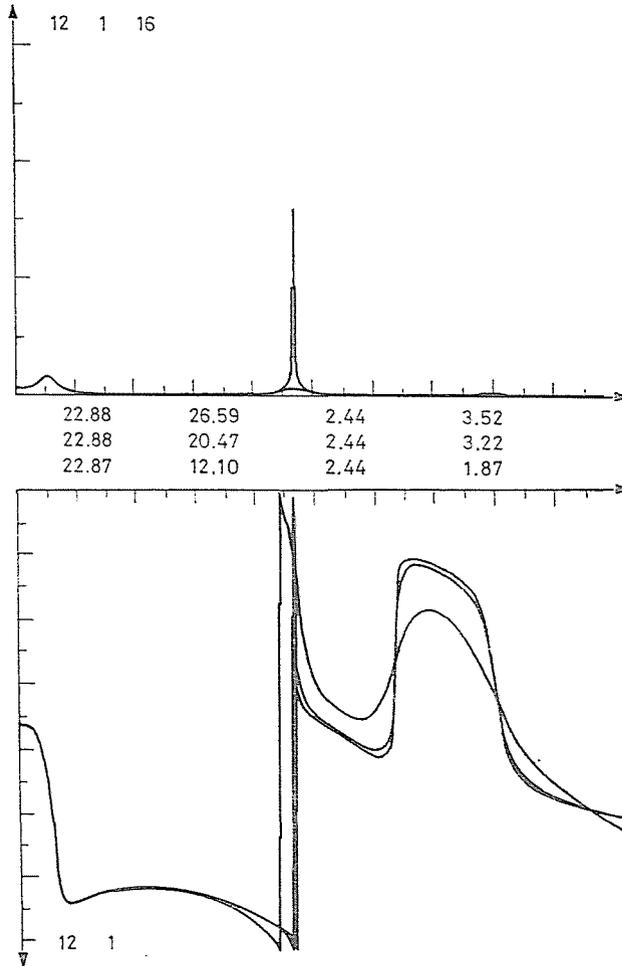


Bild 5. Verschiebungsübertragungsfunktion des Aufbaupunktes 12

- in der Änderung des Flächenmaßes der Anteil der 1. Biegeschwingung dominanter ist (Ausnahme der Massenpunkte 5 und 10);
- die 2. Biegeschwingung auch durch Hauptdämpfer abgeklungen ist.

Diese Ergebnisse stimmen völlig mit den Ergebnissen der Zeitanalyse — transiente Untersuchung — überein und bestätigen einander. Die Aufbauschwingung — dominierte 1. Biegeschwingung — „lebt“ in der Praxis getrennt neben der Starrkörperbewegung. Die Kennwerte der Starrkörperbewegung (eingebaute Dämpfung) üben relativ große Wirkung auf die 2. Biegeschwingung aus, was auch in komplexen Eigenformen der Biegeschwingungen zu beobachten ist. Bei der 2. Biegeschwingung entsteht auch eine geringfügige strukturelle Änderung, wenn die innere Dämpfung berücksichtigt wird. Aber

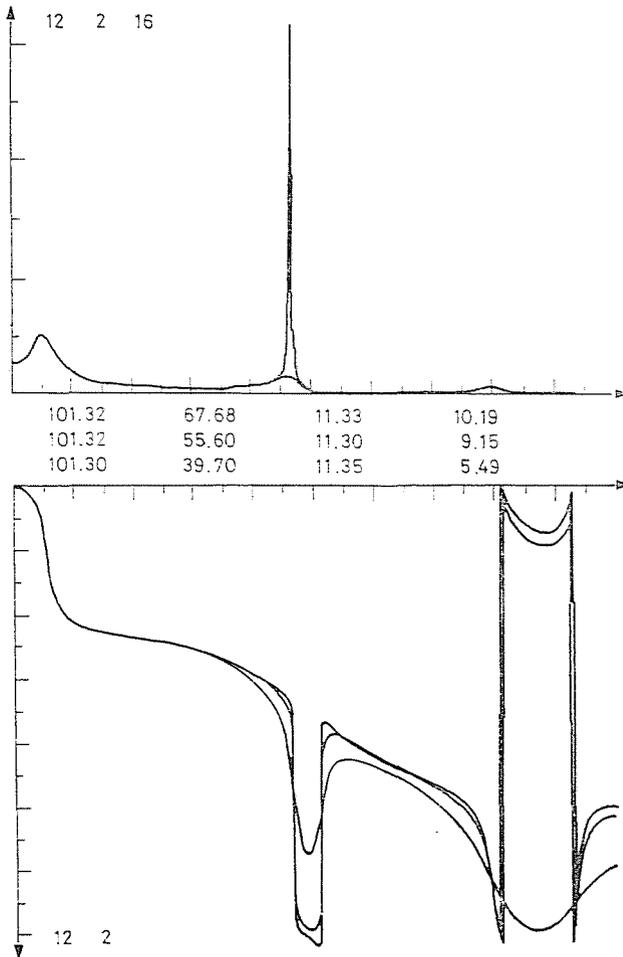


Bild 6. Verschiebung übertragungsfunktion des Aufbaupunktes 12

wenn diese angenommen wird, dann ändern sich die Eigenformen in der Praxis bei Änderung der Parameter  $\lambda$  nicht stark (Bild 7 und 8).

Diese Ergebnisse bestätigen unsere Hypothese und wir haben keinen großen Fehler, wenn frequenzunabhängige, aber der 1. Biegeschwingung entsprechende Dämpfungskoeffizienten benutzt werden.

### 3.2 Beschleunigungsspektren der Ausgangssignale

Man kommt auf die Beschleunigungsspektren aus Gl. (2), (3) und (4)

$$S_{\ddot{z}_i} = |\ddot{w}_i|^2 \cdot S_{\ddot{z}_i} \tag{4}$$

daß

$$S_{\ddot{z}_i} = \omega^4 |w_i|^2 \cdot \omega^{-2} = \omega^2 |w_i|^2 = |\omega \cdot w_i|^2 \tag{5}$$

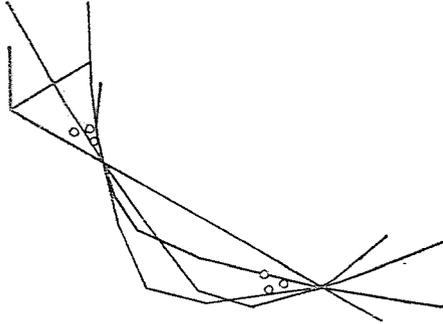
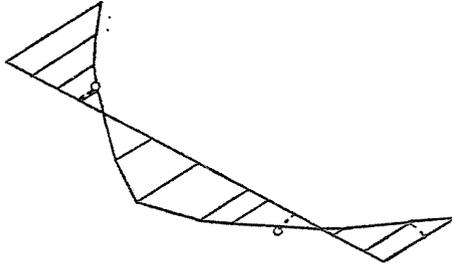


Bild 7. Eigenform der 1. Biegeschwingung

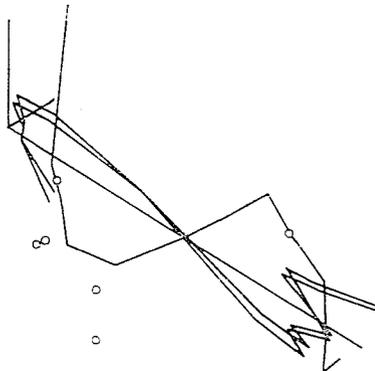
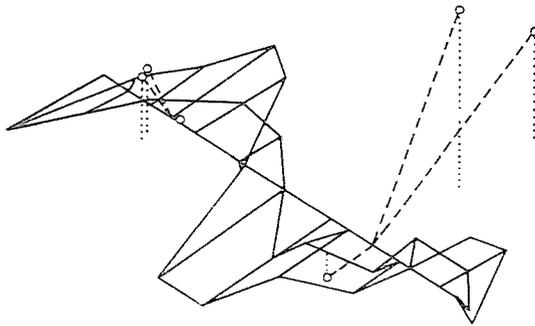


Bild 8. Eigenform der 2. Biegeschwingung

- mit  $w_i$  — Übertragungsfunktion des Strukturmassenpunktes  $i$ , die sich auf einen Input bezieht;  
 $S_{z,i}$  — Beschleunigungsspektren des Massenpunktes in vertikaler Richtung;

Es bedeutet, hier die höheren Frequenzen und so die Änderungen zu wichten.

Wegen des Vergleiches sind auch die Verschiebungsamplituden neben den Beschleunigungsspektren (5) dargestellt in einigen bedeutenden Massenpunkten (1, 4, 5, 7, 10, 12) für den einzelnen Eingang in Abhängigkeit der inneren Dämpfung ( $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 10^{-3}$ ) (Bild 9—14).

Die Ergebnisse machen uns auf die — richtige — Erkennung der Tragwerksdämpfung aufmerksam, neben der Bestätigung der Feststellungen von Punkt 3.1:

- Vernachlässigung der inneren Dämpfung verursacht einen Fehler nur im engen Bereich der Biegeschwingungen (außerhalb dieser Bereiche ist der Wert der Spektren in der Praxis unabhängig von innerer Dämpfung);
- die Anteile der größeren Frequenzen sind von stärkerer Bedeutung, aber in der Praxis ist nur der Anteil der 1. Biegeschwingung in der Fläche der Spektren, in der Beschleunigungstreuung des Massenpunktes dominant (Fall:  $\lambda = 0$ ; Ausnahme: Massenpunkte 5 und 10);
- so ändert sich die Beschleunigung über der Länge des Fahrzeuges, der Eigenform der 1. Biegeschwingung ähnlich;
- auf die Änderung des Dämpfungsfaktors  $\lambda$  sind die Beschleunigungsspektren im gesteigerten Maße empfindlich (auch 20 malige Abweichungen können in der Fläche der Spektren vorkommen);
- bei ungedämpftem Fall sind die Ausgangsspektren in der Praxis mit Dirac-Funktion im engen Bereich der 1. Biegeschwingung zu ersetzen (diese Näherung ist bei prinzipiellen Untersuchungen gut zu benutzen);
- vom Standpunkt der Beanspruchung bzw. der Spannung aus spielt der Anteil der 2. Biegeschwingung und seine Änderung in Abhängigkeit der Tragwerksdämpfung eine größere Rolle, als in Verschiebungsfunktionen (besonders in Umgebung der Knotenpunkte);
- Elemente der Beschleunigungskovarianzmatrix — in absoluten Werten — vermindern ihren Wert sehr bei der Berücksichtigung der inneren Dämpfung.

Diese Feststellungen führen zu weiteren Gedanken:

Die Beanspruchungstreuung (z. B. Biegebeanspruchung) — wie Verschiebungsfunktionen des Tragwerkes — hat zwei relativ gut getrennte Anteile. (Die Beanspruchung ist der Kovarianzmatrix proportional. Aber wir können aus den Änderungen der Hauptelemente auf die Änderung der Beanspruchun-

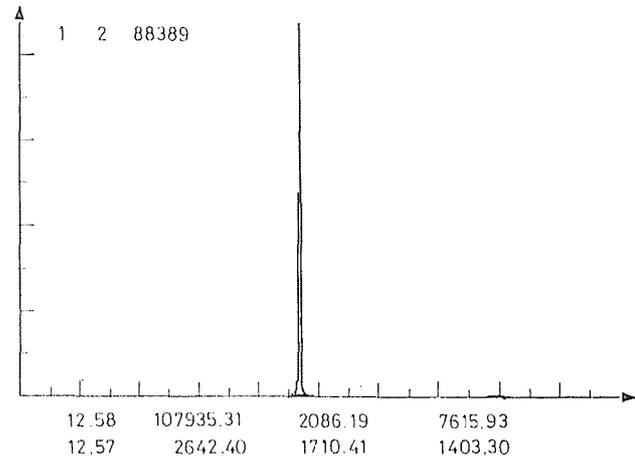
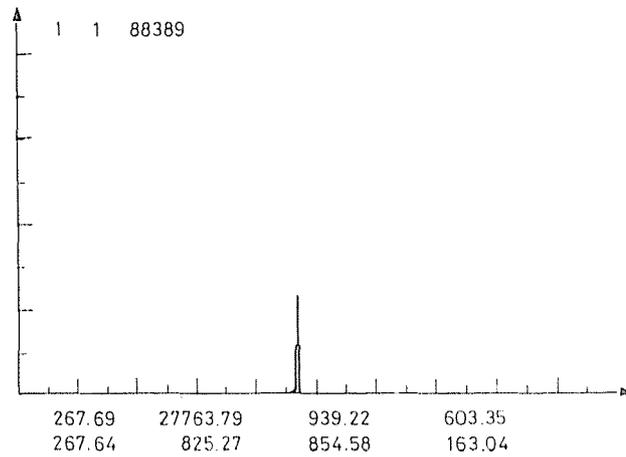
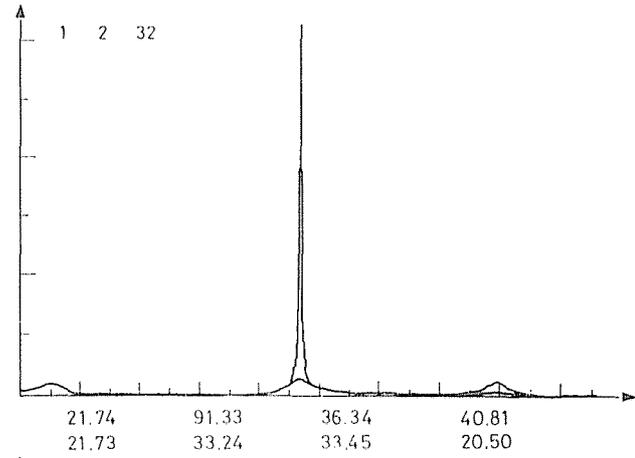
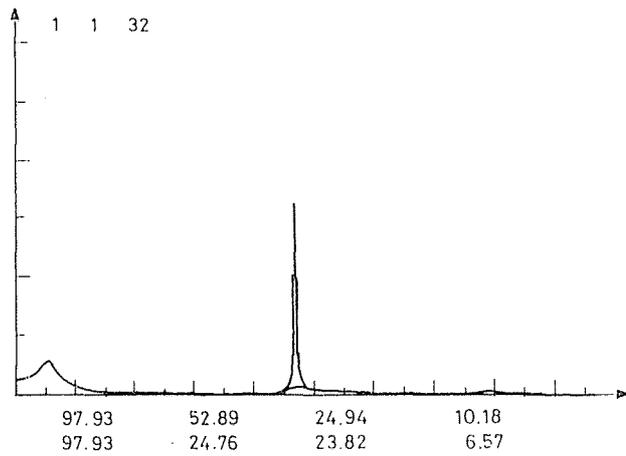


Bild 9. Verschiebungsamplituden und Beschleunigungsspektren am Massenpunkt 1

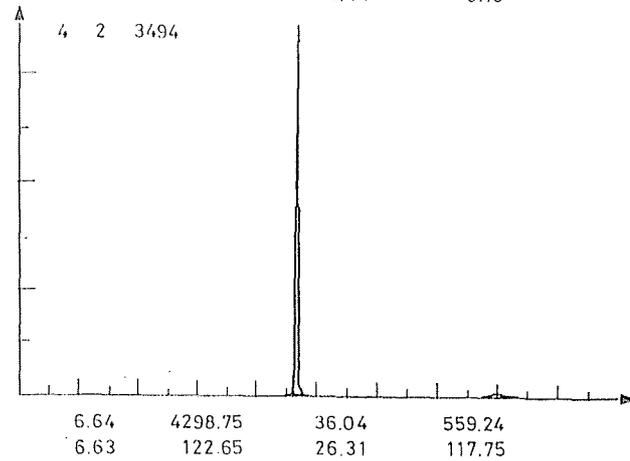
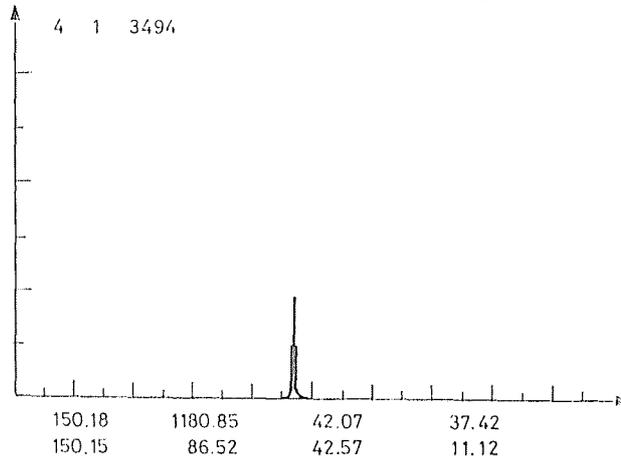
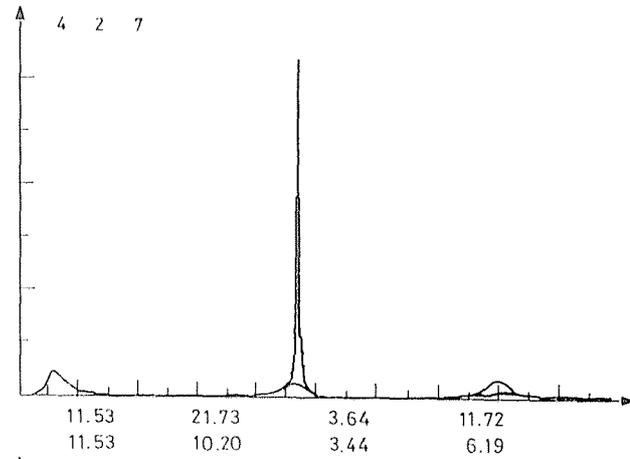
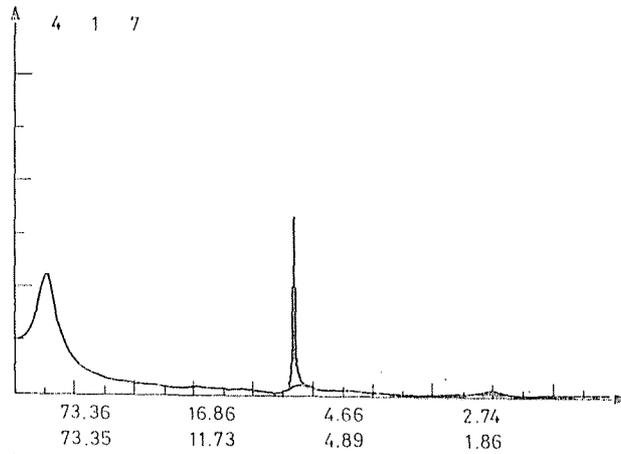


Bild 10. Verschiebungsamplituden und Beschleunigungsspektren am Massenpunkt 4

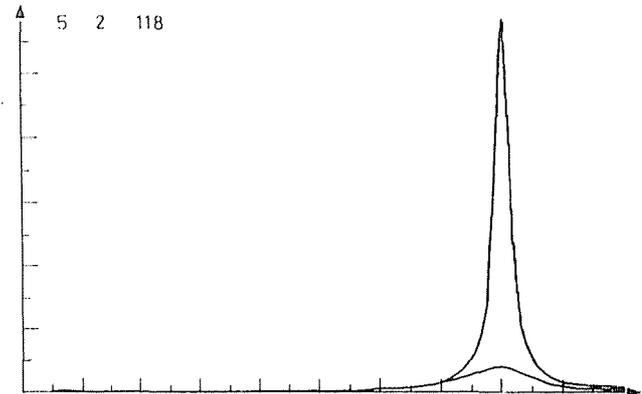
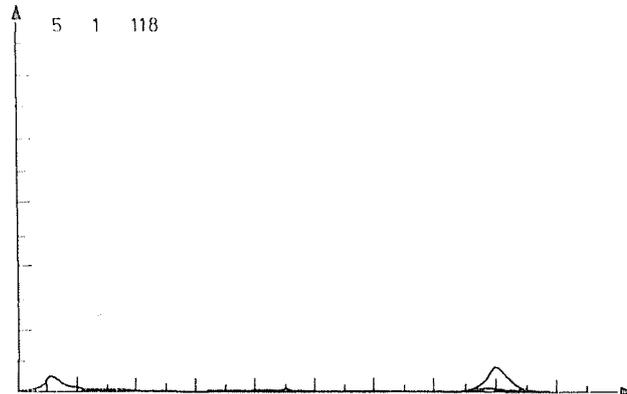
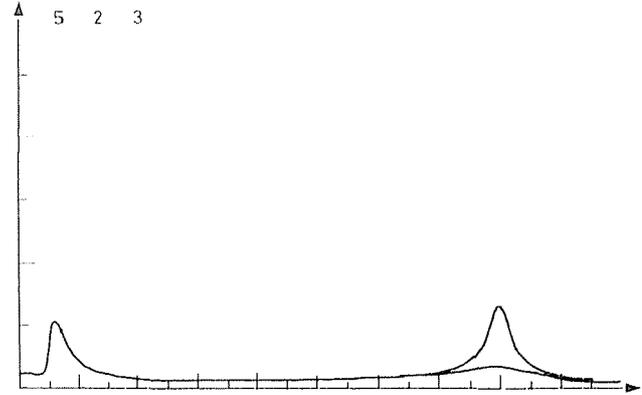
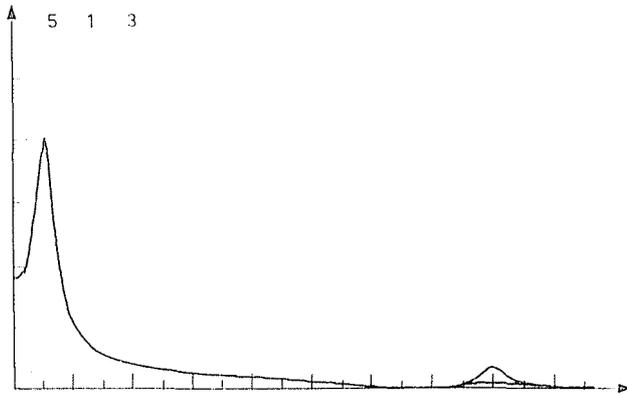
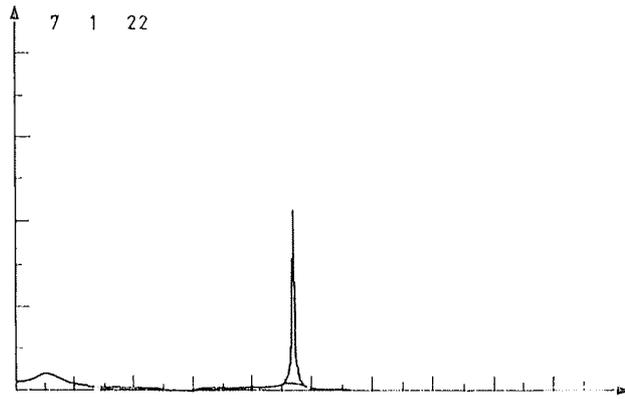
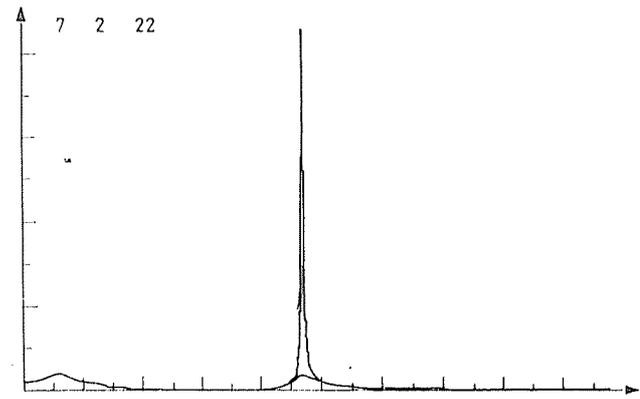


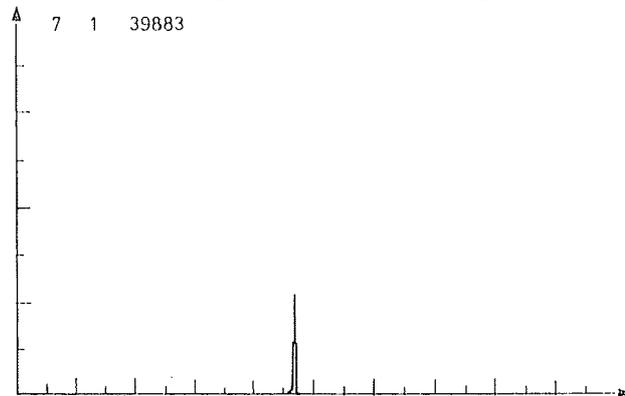
Bild 11. Verschiebungsamplituden und Beschleunigungsspektren am Massenpunkt 5



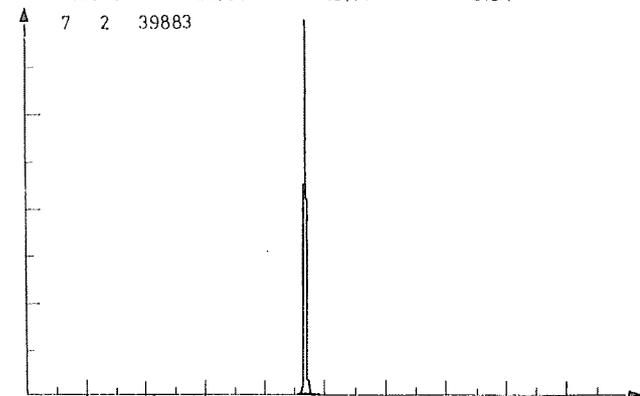
35.60 38.46 2.26 2.17  
35.60 19.00 2.41 1.94



43.44 62.07 19.78 6.29  
43.44 23.63 19.14 5.94

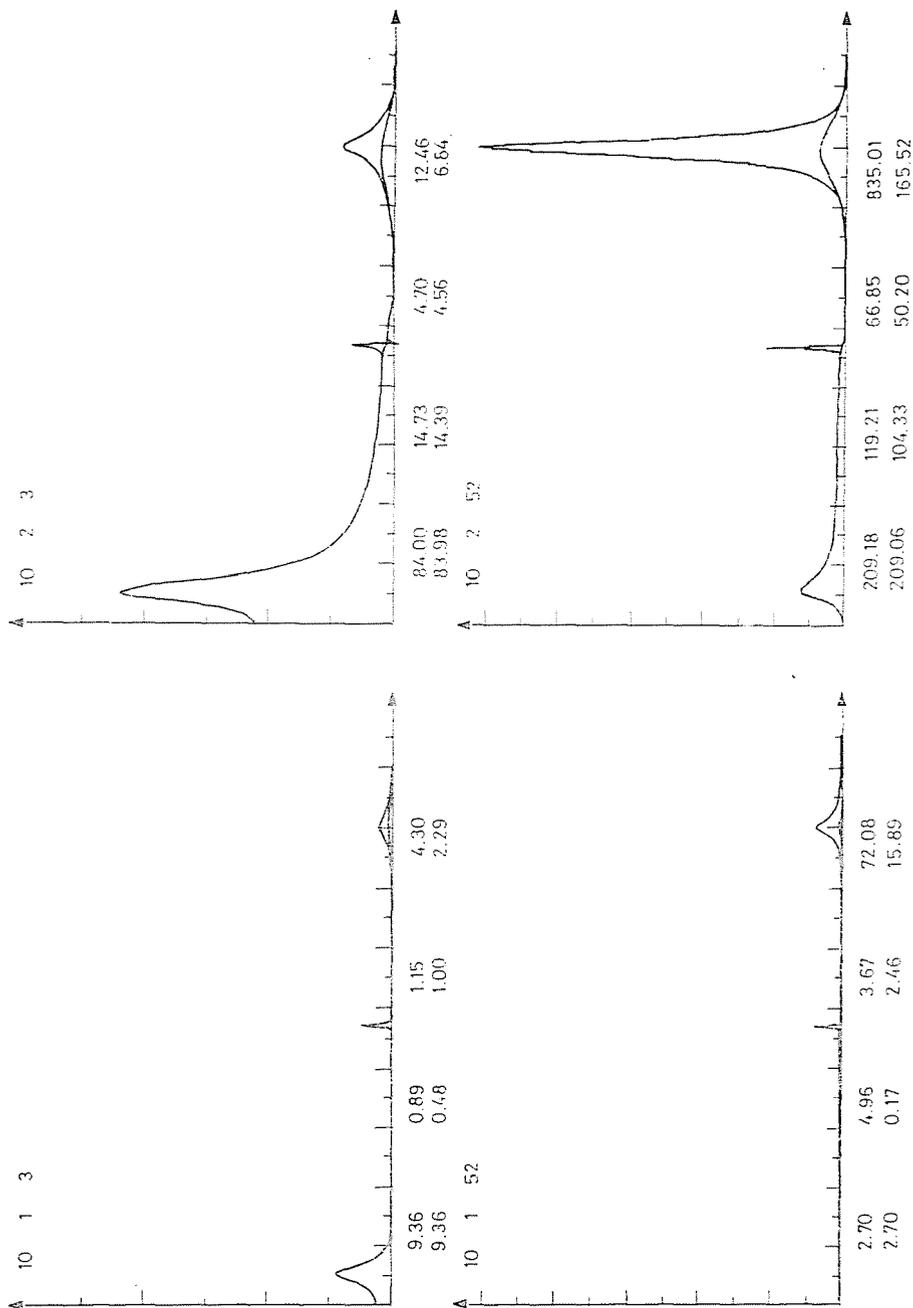


39.06 12225.74 14.33 14.72  
39.05 370.09 14.34 11.51

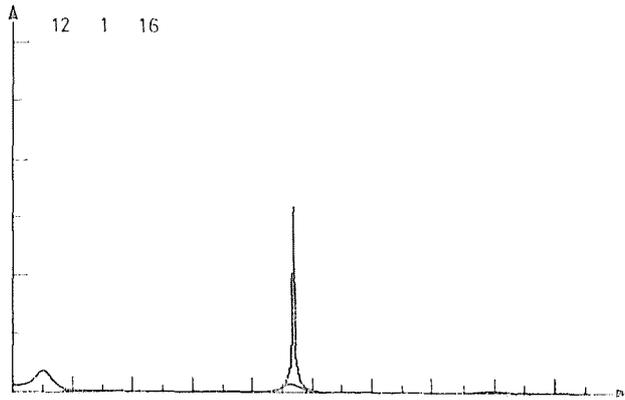


60.46 48640.63 631.23 123.03  
60.44 1205.50 588.99 106.92

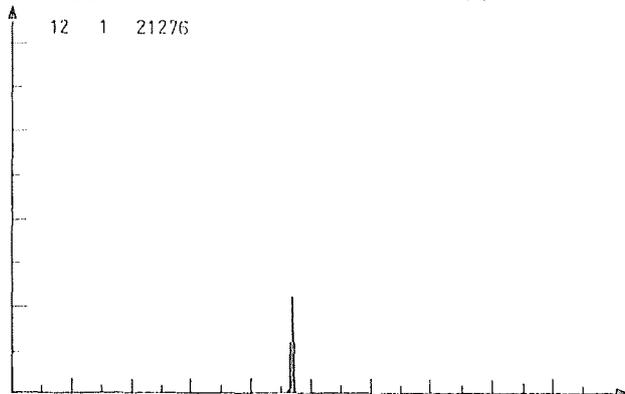
Bild 12. Verschiebungsamplituden und Beschleunigungsspektren am Massenpunkt 7



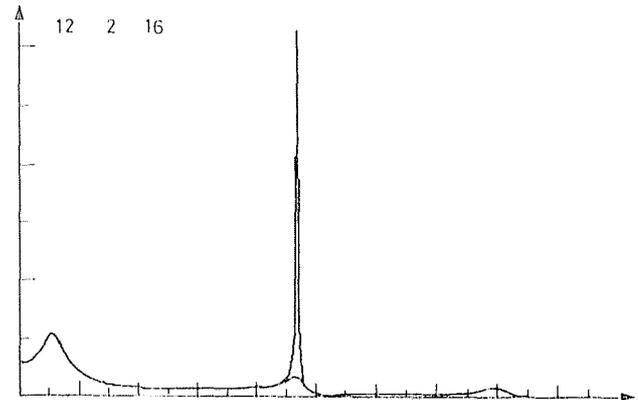
**Bild 13.** Verschiebungsamplituden und Beschleunigungsspektren am Massenpunkt 10



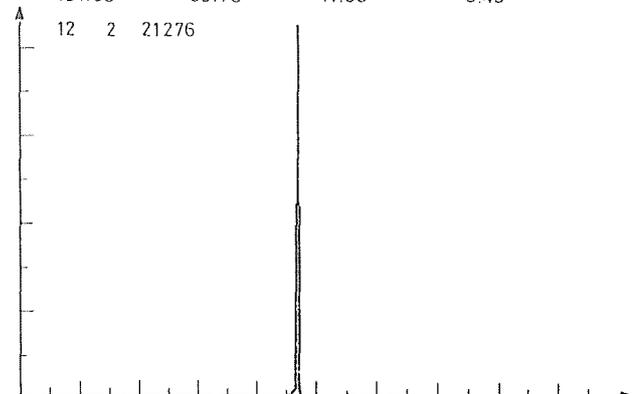
22.88 26.59 2.44 3.52  
22.87 12.10 2.44 1.87



14.11 6740.85 15.27 51.52  
14.10 183.69 13.98 10.85



101.32 67.68 11.33 10.19  
101.30 39.70 11.35 5.49



316.92 26753.23 247.29 638.97  
316.69 1197.11 216.24 125.68

Bild 14. Verschiebungsamplituden und Beschleunigungsspektren am Massenpunkt 12

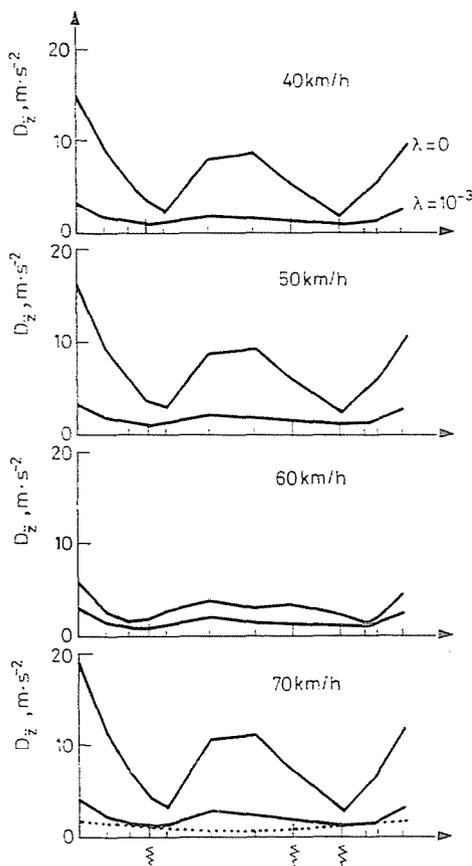


Bild 15. Die Beschleunigungsstreuungsanteile über der Länge des Fahrzeuges

gen, auf die Tendenzen in Abhängigkeit der inneren Dämpfung zuverlässig folgern.) Der Beschleunigungsstreuungsanteil der Starrkörperbewegung wird durch eine Hyperbel beschrieben [3], dazu addiert sich ein aus der Deformation entstehender Anteil, der — wie oben erwähnt — in der Praxis der Eigenform der 1. Biegeschwingung proportional ist (Bild 15).

Bei Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit — das dynamische System hat zwei Eingänge — mindert sich die Tragwerksdeformation und so der Beschleunigungsanteil bedeutend durch Erhöhung der inneren Dämpfung und der andere Anteil ist in der Praxis unveränderlich. Aber es bedeutet auch, wenn die Ergebnisse der Beschleunigungsmessung auf der Straße über der Länge des Fahrzeuges dargestellt werden — Ort der Messung: z. B. Längsträger; Bedingung: konstante Geschwindigkeit —, da können wir aus der Form der Kurve (entweder Hyperbel oder nicht) auch auf die Deformation, auf seine

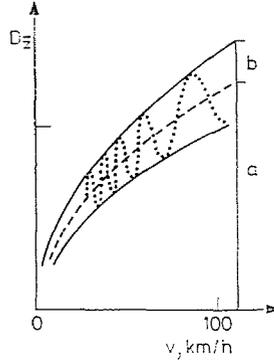


Bild 16. Beschleunigungskennwerte in Abhängigkeit der Fahrgeschwindigkeit

Proportion des Aufbaues folgern, sogar — prinzipiell — auch die innere Dämpfung bestimmen.

Seit Vernachlässigung der inneren Dämpfung ändert sich die Beschleunigungsstreuung der Massenpunkte sehr charakteristisch mit der Fahrgeschwindigkeit. Konstante Geschwindigkeit voraussetzend bekommt die Hinterachse nach Zeitverspätung  $\tau$  dieselbe Erregung die mit der Aufbauschwingung, z. B. in Phase (oder Gegenphase) sein kann. Damit sind die gerechneten Beschleunigungskennwerte mit Gl. (6) zu beschreiben [4] (Bild 16).

$$D_z(v) \sim \left[ v \left( a + b \cos \left( \alpha \frac{L}{v} - \varphi \right) \right) \right]^{1/2} \quad (6)$$

- mit  $L$  — Achsabstand,
- $v$  — Fahrgeschwindigkeit,
- $D_z$  — Beschleunigungsstreuung des Massenpunktes,
- $a, b, \alpha, \varphi$  — rechnende Konstante

Mit Erhöhung der inneren Dämpfung nehmen die Amplituden im engen Bereich der Biegeschwingungen — besonders bei der 1. — ab und verlieren an Deutlichkeit. Demzufolge ist die Verstärkung (bzw. Minderung) der dynamischen Signale nicht so intensiv, so verschwindet langsam der 2. Anteil, während sich auch das Grundsignal — das zur Starrkörperbewegung gehört — verringert.

Bei Spektralanalyse (Bild 9—14) werden Übertragungsfunktionen eines Eingangs miteinander verglichen, so wird die obere Grenze des aus unrichtiger Modellierung der Tragwerksdämpfung entstehenden Fehlers bestimmt. Diese Abweichung ist immer kleiner bei der Analyse von zwei Eingängen (komplexe Signale werden miteinander addiert).

### 3.3 Änderung der Beanspruchung

Die Beanspruchungs- bzw. Spannungsstreuung für einen bestimmten Strukturpunkt wurde nach Gl. (3) gerechnet. Die Vergleichsuntersuchung wurde bei solcher Fahrgeschwindigkeit durchgeführt, wo die Erregungssignale — innere Dämpfung vernachlässigend — die 1. Biegeschwingung maximal verstärken.

Typ der Straße: Beton.

Geschwindigkeit: 70 [km/h].

Bus ist voll belastet.

Zahl der Beanspruchungsorte: 1564.

Art der Beanspruchung bzw. Spannung: Normal-, Biege- (für zwei Achsen), Torsion-, und Vergleichsspannung.

(Diese Berechnung und Messung bezieht sich auf einen anderen Stadtomnibus [2].)

Die Beobachtung der Beanspruchungs- bzw. Spannungsanteile, der genaueren Tendenzen ist bei solchem kompliziertem System (ca. 4000 Freiheitsgrade) wegen der Transformation prinzipiell nicht möglich, in der Praxis lassen wir uns auf die gerechneten Ergebnisse hinweisen. Untersuchungen wurden für  $\lambda_1 = 0$  und  $\lambda_2 = 10^{-3}$  durchgeführt. Aus den Untersuchungen kann gefolgert werden:

- in allen Punkten und Spannungsarten sind die Streuungen kleiner bei Berücksichtigung der inneren Aufbaudämpfung,
- die ungedämpften Streuungen sind um 1,2—3,5 mal größer im Vergleich zu Rechnungen mit gedämpften ( $\lambda = 10^{-3}$ ) Kennwerten,
- die mit der Dämpfung gerechneten Werte nähern sich relativ besser den gemessenen Werten.

#### Zusammenfassung

Die im Frequenzbereich durchgeführten Untersuchungen bestätigen die vorherigen — durch Zeitanalyse — Ergebnisse, d. h.

- die Aufbaudämpfung darf man nicht außer acht lassen,
- bei stochastischer Erregung hängen die gerechneten Beanspruchungs- und Spannungswerte sehr stark von dem berücksichtigten Dämpfungskoeffizienten ab,
- die Abweichungen ergeben sich aus dem Unterschied der Übertragungsfunktionen im engen Bereich der Biegefrequenzen — in der Praxis in der 1. —, denn

- außerhalb dieser Bereiche sind die Übertragungsfunktionen unabhängig von der inneren Dämpfung, so
- der unabhängige Dämpfungskoeffizient nach Gl. 1 ist benutzbar, da er den Bereich der 1. Biegeschwingung gut modelliert,
- und dieser Wert etwa mit  $10^{-3}$  kann anscheinend auch für zufällige Erregung benutzt werden.

### Literatur

1. SZŐKE, D.: Die Wirkung der inneren Dämpfung des Aufbaues auf die Fahrzeugschwingungen (Manuskript)
2. SZŐKE, D.: Möglich Maße der inneren Dämpfung des Aufbaues für einen Stadtnimbus (Manuskript)
3. MICHELBERGER, P.—SZŐKE, D.: Change of vibration characteristics of a simplified vehicle model as a function of external parameters. Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae 97 (1—4), pp. 241—258 (1984)
4. MICHELBERGER, P.—SZŐKE, D.: Speed-dependent vertical vibrations of elastic vehicle bodies. Vehicle Design No. 1, 1987

Dr. Dezső SZŐKE H-1521 Budapest